

傾斜サーマルモデルにおける形状係数と連行係数について

福嶋 祐介・河合 真一・高木 正徳

傾斜サーマルモデルにおける形状係数と連行係数について

福嶋 祐介*・河合 真一**・高木 正徳***

Shape Factors and Entrainment Coefficients in Inclined Thermal Model

Yusuke FUKUSHIMA*, Shin'ichi KAWAI** and Masanori TAKAGI***

The model of inclined thermal includes the various shape factors and the constitutive relationships. The shape factors, i.e. the ratio of the thermal area to the square of the maximum height, the ratio of the thermal perimeter to the maximum height and the ratio of the thermal length to the maximum height are considered to be functions of the slope angle. These factors are estimated by the experimental results of the area, the perimeter and the length of a thermal. The entrainment coefficients are also estimated by the various methods. The entrainment coefficients are seemed to be a function of the slope angle and also a function of the Richardson number. Finally the numerical analysis using the conservative thermal model are carried out. The numerical results can explain the experimental results well.

Key words : conservative inclined thermal, constitutive relations, shape factor, entrainment coefficient, numerical analysis

1. 序 論

斜面上に周囲流体より大きな密度をもつ流体があると、この流体は斜面に沿って流下する。このような流れは基本的に非定常に流動し、丸みを帯びたフロント部を形成する。このような流れで後続から流体の供給がある場合を傾斜壁面ブルーム (plume) 後続部から流体の供給がない場合を傾斜壁面サーマル (thermal、以下傾斜サーマルと呼ぶ) という。傾斜サーマルは重力流の代表例であり、自然界で多く見られる。例えば、厳冬期山岳地帯で発生する煙型雪崩、海底や湖沼で発生する泥水流、火山活動に伴う火砕流などである。傾斜サーマルは、密度差を生じる物質が保存される溶解性物質によって形成される保存性傾斜サーマルと、密度差を生じる物質が保存されない固体粒子の浮遊によって形成される非保存性傾斜サーマルとに分別される。

これまで、保存性の重力密度流については多くの研究がある。Beghin and Olagne¹⁾は三次元の傾斜サーマルを扱っている。上石・川田²⁾は塩水を用いた傾斜ブルームの実験を行った。福嶋ら³⁾は塩水を用いた傾斜ブルームの実験を行い、先に提案された二次元傾斜ブルームの理論 (福嶋⁴⁾)との比較を行っている。粒子の浮遊に伴う非保存性傾斜サーマルについては著者らは

多くの研究を積み上げてきた^{5),6),7),8),9)}。これらの研究の端緒は1986年の福嶋の煙型表層雪崩 (粉雪雪崩)の研究¹⁰⁾にさかのぼる。この研究では山岳地で起こる煙型雪崩の流動シミュレーションモデルを提案した。このモデルはBeghin et al.¹¹⁾の傾斜サーマルモデルを固体粒子を浮遊する傾斜サーマルに発展させたものである。

このように傾斜サーマルについては多くの研究があるが、傾斜サーマルモデルそのものの検討は十分になされていない。Beghin et al.¹¹⁾はサーマルの形状を半楕円形でモデル化し、底面長さと最大厚さの比、界面長さと最大厚さの比、面積などの形状係数と連行係数を実験的に求めている。また、Escudier and Maxworthy¹²⁾は鉛直方向の三次元サーマルの連行係数について検討し、大規模なサーマルでは連行係数の値が小さいが実験室での値はかなり大きくなることを報告している。秋山ら¹³⁾は傾斜ブルームフロントと傾斜サーマルについて、モデルに含まれる形状係数及び連行係数について詳細な実験的検討を行っている。その結果、形状係数と連行係数が斜面の傾斜角に依存して変化することを確認している。

本研究では、淡水中に塩水を流下させ、二次元的に保存性サーマルを実験で再現した。実験では比重がほぼ1のプラスチックビーズを浮遊させ、流動を撮影したビデオ画像から流速ベクトルを求めた。また、測定項目として従来の研究でも測定されてきたサーマルの流下特性とともに各種の形状係数を算出した。すなわち、底面長さと最大厚さの比、界面長さと最大厚さの比、無次元面積、連行係数などである。これらの形状

原稿受付：平成12年5月19日

*長岡技術科学大学環境・建設系

**運輸省第一港湾建設局

***長岡技術科学大学大学院

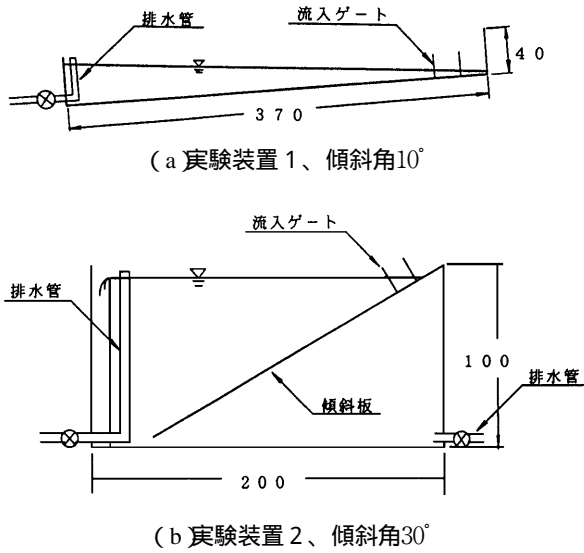


図 1：実験装置、(a) $=10^\circ$ 、(b) $=30^\circ$

係数と傾斜角の関係について考察した。また、これらの係数を用いてモデルにより、保存性傾斜サーマルの数値解析を行い、実験結果と比較した。

2. 保存性傾斜サーマルの実験

2.1 実験装置

今回の実験では、傾斜サーマルモデルに含まれる形状係数、連行係数の妥当性を検証するため、非保存性サーマルに比べて、測定精度のよいと考えられる塩水を用いて保存性サーマルの実験を行った。実験は斜面の傾斜角が 10° と 30° の2種類で行った。傾斜角 10° の実験では図 1(a)の水槽を用いた。この水槽は長さ370cm、高さ40cm、幅15cmの亚克力製水槽である。また傾斜角 30° の場合では、図 1(b)に示す、水路長200cm、高さ100cm、水路幅30cmの亚克力製水槽に幅15cmの亚克力板を傾斜角 30° に固定したものをを用いた。

2.2 実験方法

サーマルによる流れ場を調べるため、以下のような実験を行った。まず、淡水(水道水)を水槽に満たした。上流部に設けたボックスに比重がほぼ1のプラスチックビーズを混入した塩水を1リットル入れる。ゲートを引き上げると塩水が流下し、傾斜壁面サーマルが発生する。その様子をビデオカメラに撮影し、流下速度、最大厚さを求めた。本研究で対象とした実験の条件を表 1 にまとめて示す。

表 1：実験条件

Run No.	slope ($^\circ$)	Initial C. C_0 (%)	Temp. $^\circ\text{C}$	ρ_a (g/cm^3)	$\Delta\rho/\rho_a$ (-)
1	10.0	1	13.5	0.99931	0.009867
2	10.0	3	13.5	0.99931	0.026711
3	10.0	5	14.0	0.99924	0.043898
4	30.0	1	11.5	0.99955	0.009433
5	30.0	3	13.0	0.99938	0.026609
6	30.0	5	11.0	0.99961	0.043497

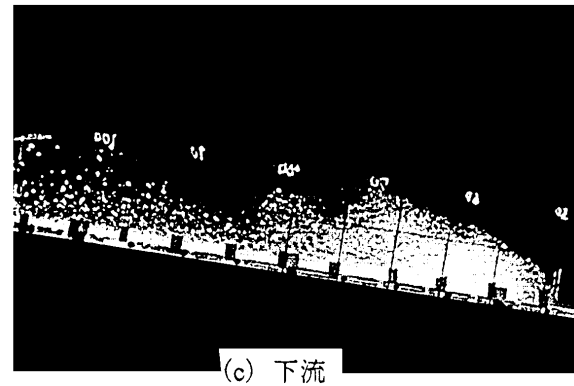
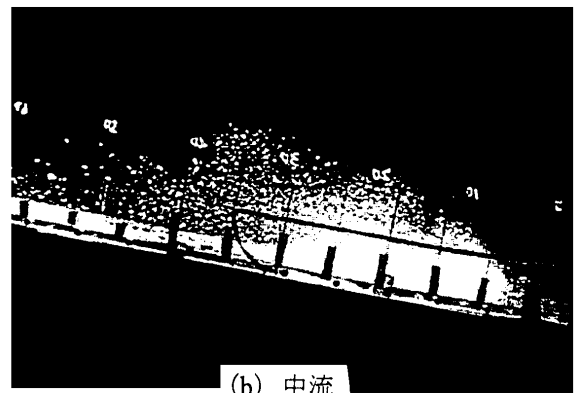
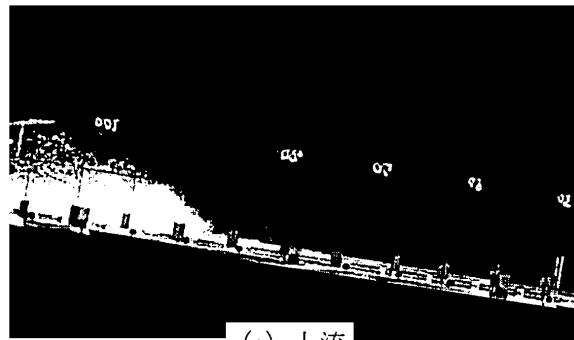


図 2：傾斜サーマルの流動状況、 $=10^\circ$

3. 実験結果とその考察

3.1 流速ベクトルの測定結果

傾斜サーマルの流動の様態を図2に示す。プラスチックビーズを混入しているので、フロントほどビーズが多く、サーマルの尾(tail)の部分ではビーズが少なく希釈されていることが推定される。これらの写真より界面付近に大規模な渦が発生していることがわかる。

次に、撮影したビデオ画像を処理し、流速ベクトルを求めた。図3に20cmごとにフロントが達したときの流速ベクトルを示す。これらの図より、先端部では前方上向きの流れがあること、先端部から後部に回る流れがあること、サーマル後部ではサーマルに流入する流れがあることがわかる。このようにサーマル内部及び外部には大規模な乱流運動があり、流速ベクトルは絶えず大きく変動する。このため、以下の最大厚さ、流下速度の測定では3ないし5回の実験を行いその平均値を求めている。

サーマル内部の流れをより詳細に求めるため、測定した流速ベクトル場の平均を求め、それぞれの位置で得られた流速ベクトルとの差をとり、相対速度ベクトル場を求めたものをもとの流速ベクトルと比較して図4に示す。この結果上述の流速特性がさらに明瞭になる。

3.2 最大厚さと流下速度

図5に最大厚さを流下距離に対して示す。傾斜角 $= 10^\circ$ と $= 30^\circ$ の何れの場合もデータのばらつきがあるものの流下距離に対してほぼ直線的に変化していることがわかる。この傾向は初期濃度の値には依らない。また、最大厚さの流下距離に対する増加率 dh/dx は傾斜角 $= 30^\circ$ の方が $= 10^\circ$ に比べてかなり大きい。後述するようにサーマルによる周囲水の連行は最大厚さの増加率に比例するので、上述の結果は傾斜角が大きいほど連行係数が大きくなることになる。

図6に傾斜サーマルの流下速度を流下距離に対して示す。これらの図より、流下速度の値は、初期濃度が大きいほど大きくなっている。これは初期濃度が大きいと、界面、底面に働くせん断応力やフロントに作用する抗力に比べて、サーマルの有効重力が相対的に大きくなるためである。

流下距離の特性を明らかにするため、以下のように傾斜サーマルの運動に関連する諸量を用いて、流下速度の無次元化を行う。傾斜サーマルの特性は、サーマル全体の有効重力 G_0 とサーマルの初期体積 V_0 である。

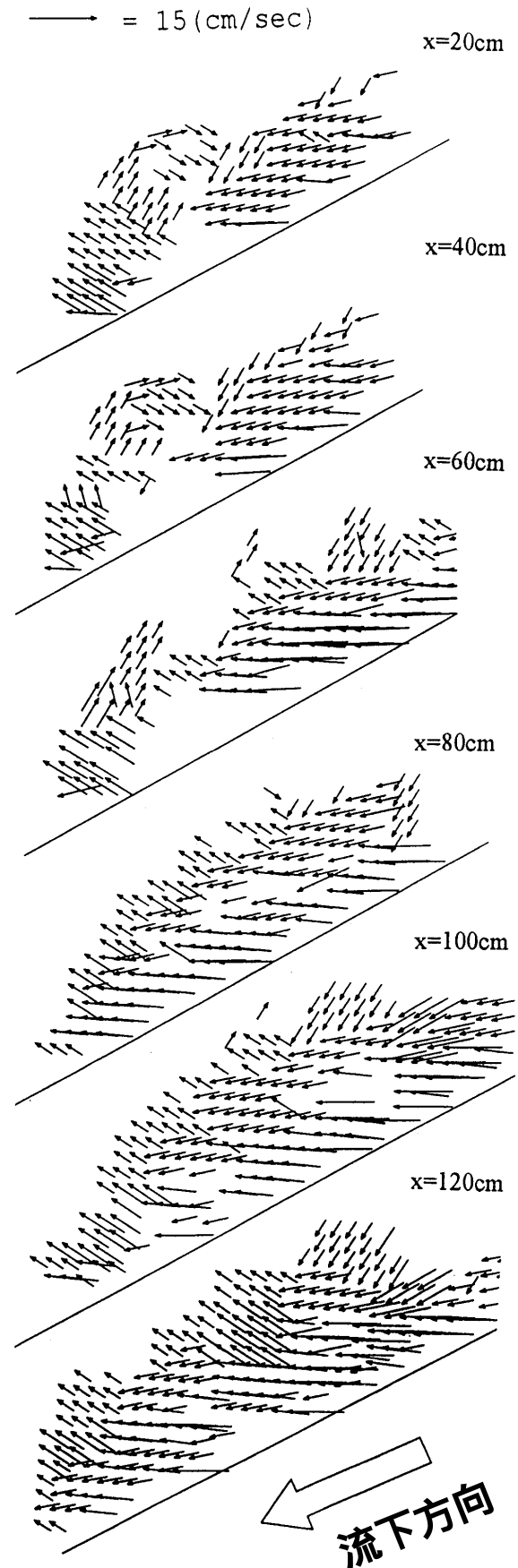


図3 流速ベクトルの流下方向の変化、 $= 30^\circ$

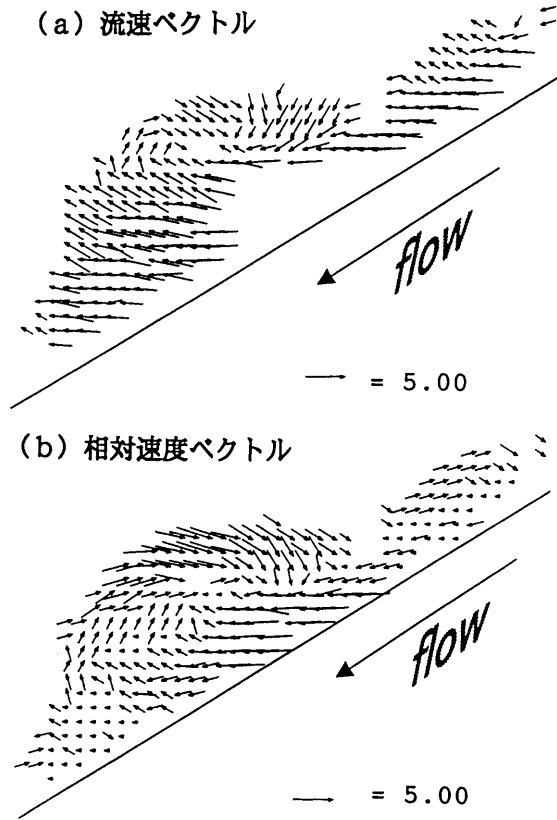


図4：流速ベクトルと相対速度ベクトル、 $\theta = 30^\circ$

長さの次元を[L]で、時間の次元を[T]とする。これらは次のような次元を持つ。

$$G_0 = \frac{\rho_0}{\rho} V_0 g \sin \theta = [L/T^2] [L^3] \quad (1)$$

$$V_0 = [L^3] \quad (2)$$

ここで、 ρ_0 は初期密度差、 ρ は周囲水の密度、 g は重力加速度である。

特性速度を U_0 、特性長さを L_0 とすると式(1)と(2)を用いると次式を得る。

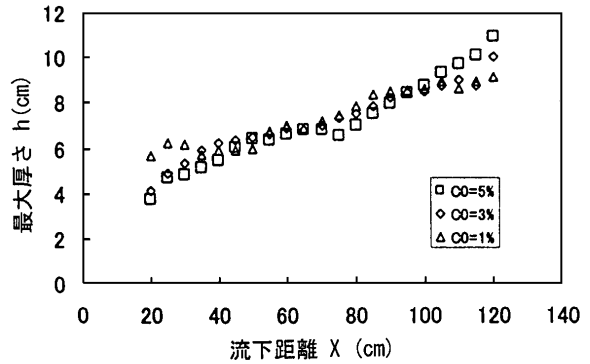
$$U_0 = \frac{G_0^{1/2}}{V_0^{1/3}} \quad (3)$$

$$L_0 = V_0^{1/3} \quad (4)$$

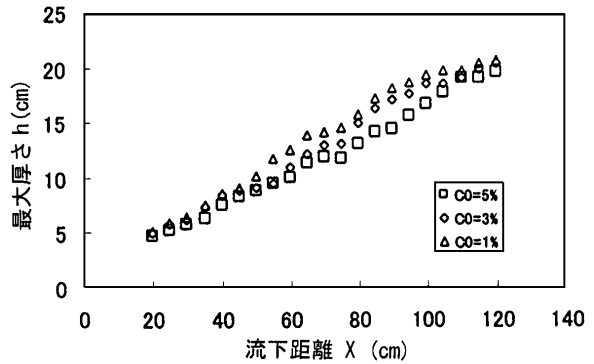
である。これを用い、無次元流下速度 U_{f*} 、無次元長さ x_* を求めると次式を得る。

$$U_{f*} = U_f / U_0 \quad (5)$$

$$x_* = x / L_0 \quad (6)$$



(a) $\theta = 10^\circ$



(b) $\theta = 30^\circ$

図5：最大厚さの流下方向変化、 $\theta = 10^\circ$ 、 $\theta = 30^\circ$

図7に式(5)と(6)による無次元流下速度を示す。この図より、傾斜角が $\theta = 30^\circ$ の場合はデータに若干のばらつきがあるものの無次元流下速度は初期濃度に依らず、ほぼ同じ大きさになることがわかる。傾斜角が $\theta = 10^\circ$ では、初期濃度 $C_0 = 1\%$ の場合が3%、5%の場合に比べて若干小さいが図6と比べれば、初期濃度による差が小さくなっている。最大厚さについては無次元化した結果を示していない。というのもこの場合には縦軸である h と横軸の x は何れも長さの次元であり、式(4)で無次元化しても図5と相似形になるだけで無次元化してもさほど意味をもたないためである。

3.3 形状係数の検討

著者らが発表してきた傾斜サーマルの流動モデル(5),(6),(7),(8),(9)には形状係数が含まれている。サーマルの形状は図8に示すようにモデル化され、底面長 P_b 、界面長 P_i 、面積 A などが最大厚さ h で次のように定義される。対応する形状係数は β_b 、 β_i 、 β_A であり、次のように定められる。

$$\beta_A = \frac{A}{h^2} \quad (7)$$

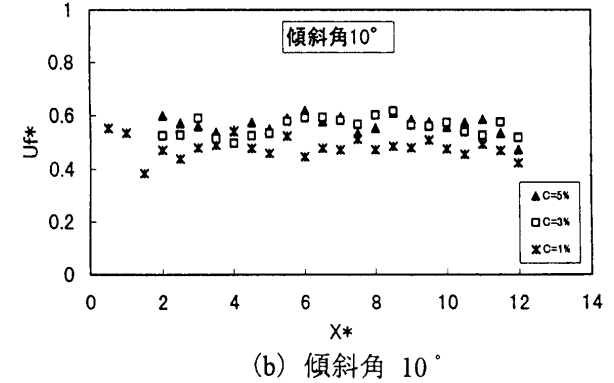
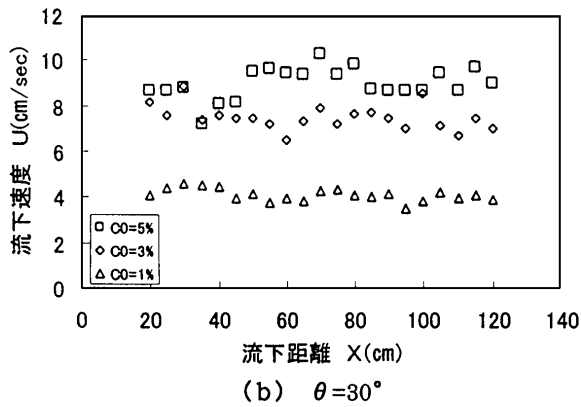
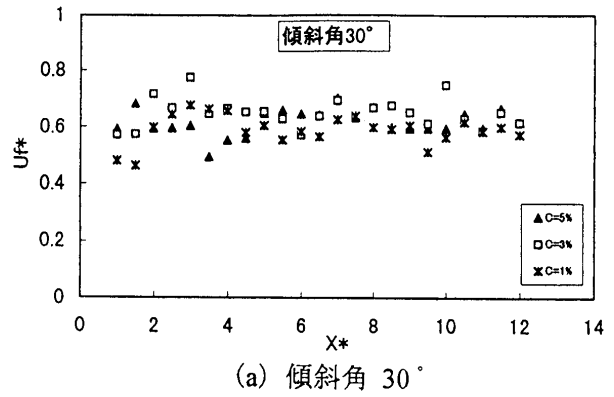
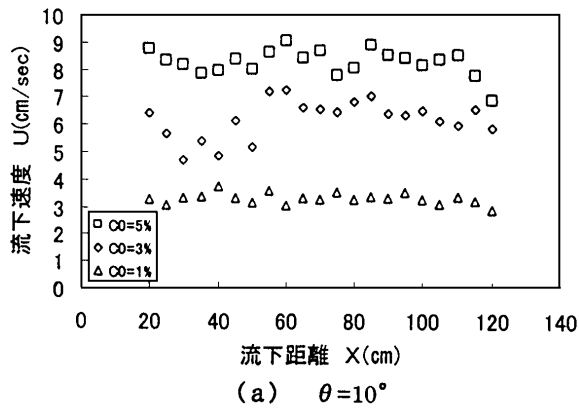


図6：流下速度の流下方向変化、 $\theta=10^\circ$ 、 $\theta=30^\circ$

図7：無次元流下速度の無次元流下距離変化、 $\theta=10^\circ$ 、 $\theta=30^\circ$

$$i = \frac{P_i}{h} \quad (8)$$

$$b = \frac{P_b}{h} \quad (9)$$

以下では実験データを元に式(7)(8)(9)の形状係数を評価し検討する。形状係数 A を求めるため、各流下距離におけるビデオの静止画像を出力してサーマルの外形を切り抜き、その紙の重さを量ることで面積を求めた。それと最大厚さから式(7)により A を求めた。また、 b は底面長と最大厚さの実測値から算定した。また、界面長はサーマルの外形の長さをマップメジャーで計りそれと最大厚さから i を算定した。

形状係数はモデル中では次のように与えられてきた¹⁰⁾。

$$A = \frac{1}{4} b^2 \quad (10)$$

$$i = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 1} \quad (11)$$

$$b = 8.47^{1/3} \quad (12)$$

式(10)(11)はサーマルの形状を半楕円とした仮定に基づいて定められたものである¹¹⁾。また式(12)はBeghin et al.¹¹⁾の実験結果を基に福嶋¹⁰⁾が定めた実験式である。

図9、図10に実験で求めた形状係数 A 、 i 、 b の測定値をそれぞれ、式(10)(11)(12)と比較したものを示す。図9が傾斜角 $\theta=30^\circ$ 、図10が傾斜角 $\theta=10^\circ$ の結果を示す。傾斜角が 10° の場合には形状係数は提案式に比べて実験値がやや小さい。これはフロントの定義の問題がある。というのも傾斜角が小さいとサーマルのフロント部と後続部の境界が不明確になり、実際

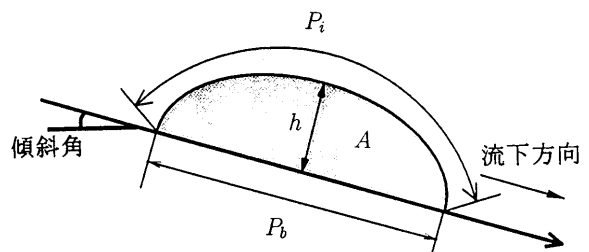
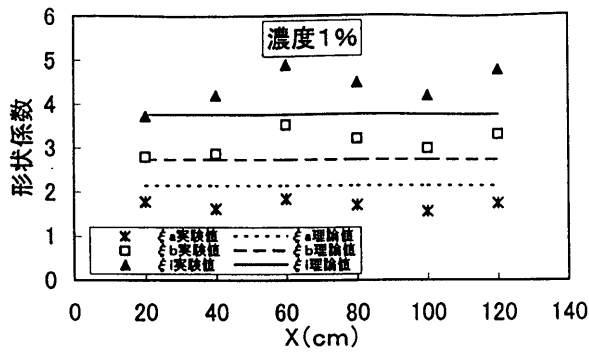
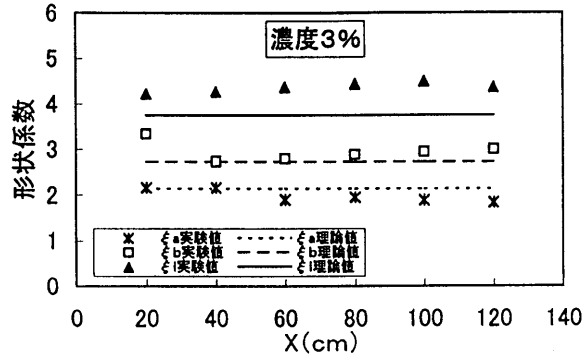


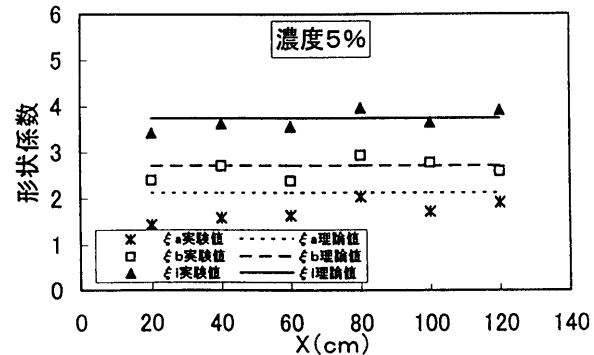
図8：傾斜サーマルの形状、底面長さ P_b 、界面長さ P_i 、最大厚さ h



(a) 初期濃度 1%

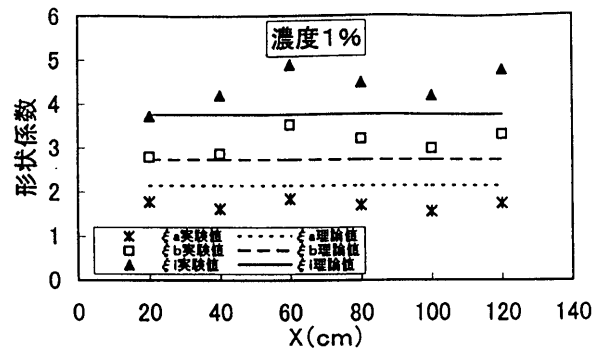


(b) 初期濃度 3%

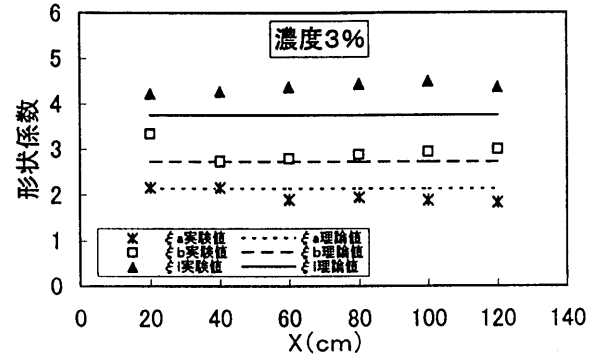


(c) 初期濃度 5%

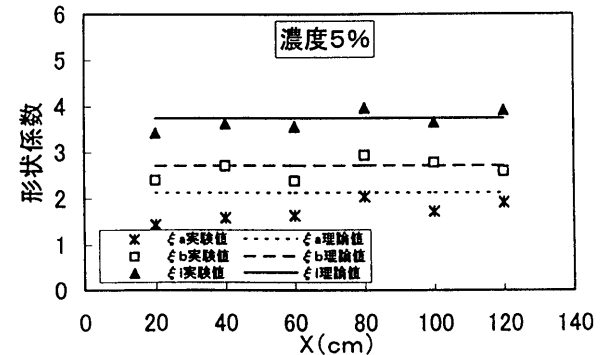
図9：傾斜角30°の場合の形状係数の流下方向変化



(a) 初期濃度 1%



(b) 初期濃度 3%



(c) 初期濃度 5%

図11：傾斜角10°の場合の形状係数の流下方向変化

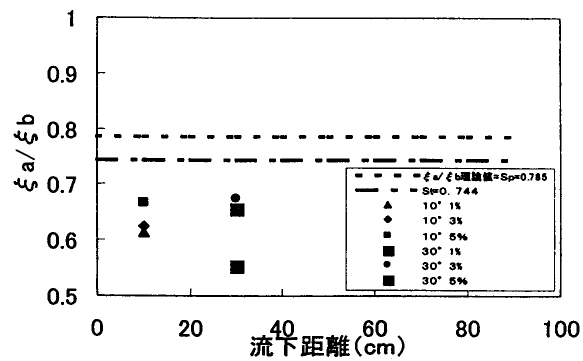


図10：形状係数 ξ_a / ξ_b の流下方向変化

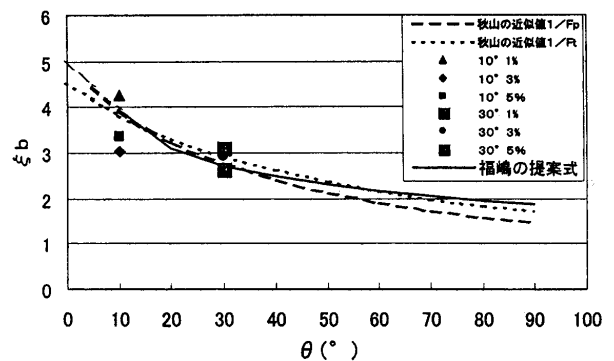


図12：形状係数 ξ_b の傾斜角 θ との関係

のフロント部に比べて小さい部分がフロント部と判定した可能性があるからである。最大厚さ h は明確に測定できるが、サーマル面積をこのように小さく判定すると A 、 P_i 、 P_b を小さく評価するためである。また、初期濃度が大きい場合には周囲水との混合が活発であり形状が複雑になる。このため、形状を単純に半楕円形で近似できないことも違いの理由に挙げられる。

図10にサーマル面積を表す形状係数比 A/b を示す。ここで図中には実験値とともに秋山¹³⁾が形状係数について実験的に求めた式も示してある。

$$S_T = 0.744 \pm 0.025 \quad (13)$$

$$S_p = 0.785 \pm 0.017 \quad (14)$$

式(13)はサーマルの断面積比、式(14)はブルームの断面積比である。今回の実験の場合、断面積比形状係数 A/b は次のように定義される。

$$\frac{A}{b} = \frac{A}{hP_b} \quad (15)$$

この式において、最大厚さは精度よく測定可能であるが、 A 、 P_b はサーマルのフロント部の確認が難しいことからかなりの誤差を伴う。サーマルの形状が半楕円形の場合には断面積比は $1/4 = 0.785$ になるが、今回の実験値では0.55から0.7程度であった。この断面積比は傾斜角、流下距離に依存しない。

図12に形状係数 b の提案式と実験値を比較する。秋山¹³⁾の提案式は以下のものである。

$$b = \frac{1}{F_T} = \frac{1}{0.0040 + 0.22} \quad (16)$$

$$b = \frac{1}{F_p} = \frac{1}{0.0053 + 0.20} \quad (17)$$

ここで、 F_T はサーマルの断面アスペクト比、 F_p はブルームの断面アスペクト比である。図中には福嶋の提案式(12)も示している。傾斜角 10° の場合にはサーマルの形状の判定に伴う誤差がある。実験値と提案式の結果はよく一致しているように見える。

3.4 連行係数の検討

傾斜サーマルのモデルにおいて連行係数はきわめて重要である。連行係数は主としてサーマルの大きさ、すなわち最大厚さと密接に関連しているからである。また、連行係数が大きくなると付加的せん断応力が大きくなるので、流下速度にも関連する。傾斜サーマルの連続式は次のように書くことができる。

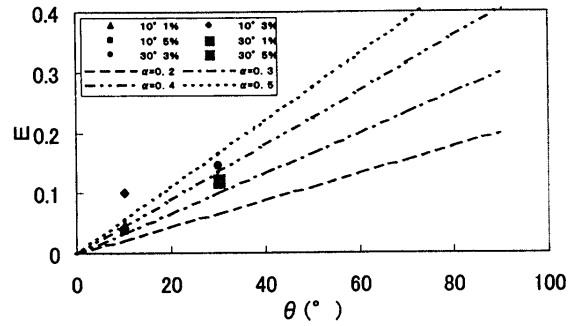


図13：連行係数 E_w の傾斜角 θ との関係

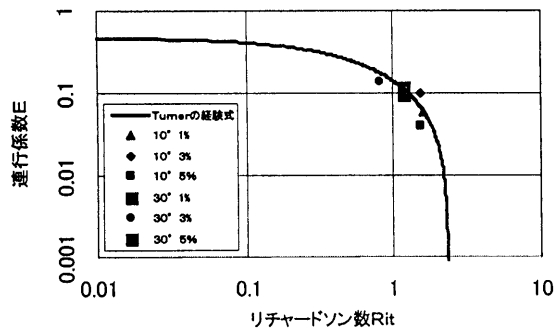


図14：連行係数とリチャードソン数の関係

$$\frac{dA}{dt} = E_w U P_i \quad (18)$$

この式で $U = dx/dt$ と式(7)の関係を用いて E_w について整理すると次式を得る。

$$E_w = (h - h_0) \frac{2}{i x} \frac{A}{i x} \quad (19)$$

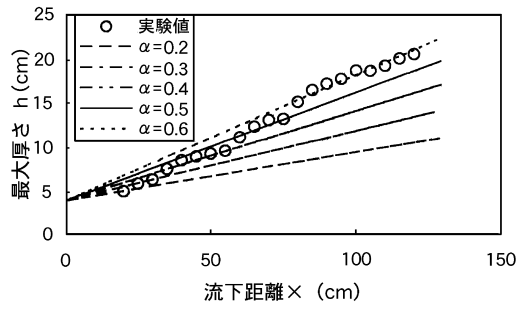
流動モデルでは、連行係数は傾斜角 θ に比例するものと仮定し次のような提案がなされている¹⁰⁾。

$$E_w = \frac{\theta}{90^\circ} \quad (20)$$

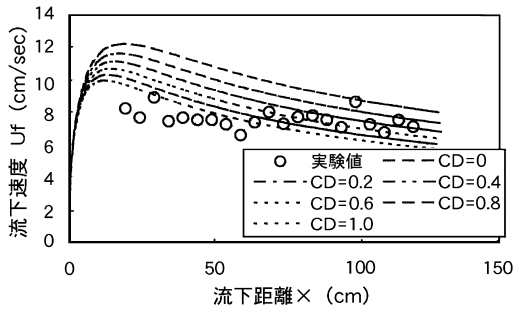
ここで、傾斜角 θ は度($^\circ$)である。

式(19)により求めた形状係数を傾斜角に対してプロットしたのが図13である。実験データにばらつきはあるが、連行係数は傾斜角にほぼ比例し、式(20)で $\theta = 90^\circ$ とした値に近くなった。サーマルの面積の時間変化から、あるいは最大厚さの流下距離に対する増分などからも連行係数を求めたが何れも図13とほぼ同様の結果を得た。

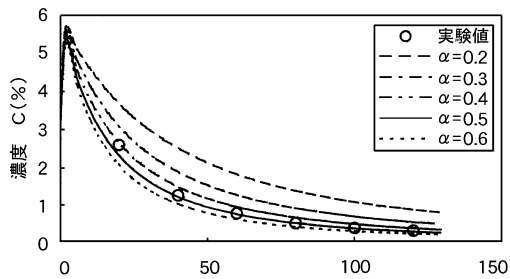
連行係数がリチャードソン数の関数であることはよく知られた実験事実である。傾斜サーマルのリチャードソン数 R_i を次のように定義する。



(a) 最大厚さ

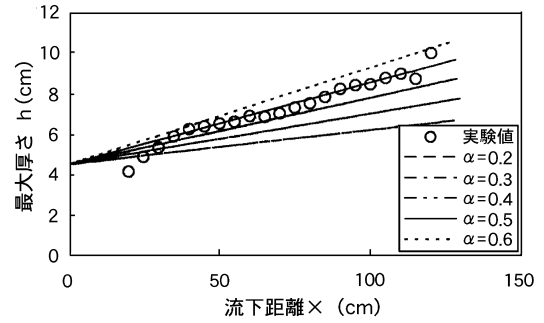


(b) 流下速度

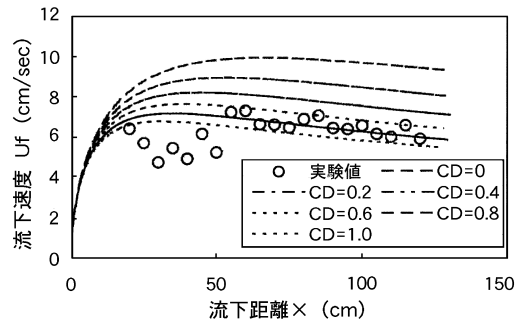


(c) 塩分濃度

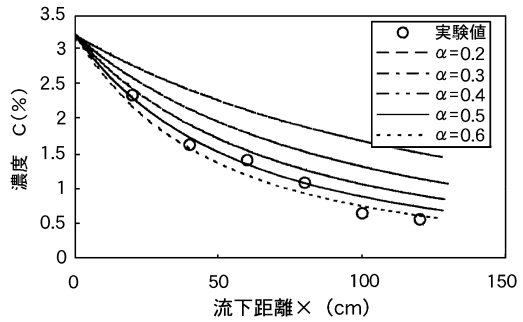
図15：数値解析結果、 $\theta = 30^\circ$ 、 $C_0 = 3\%$



(a) 最大厚さ



(b) 流下速度



(c) 塩分濃度

図16：数値解析結果、 $\theta = 10^\circ$ 、 $C_0 = 3\%$

$$R_i = \frac{gh \cos \theta}{a U^2} \quad (21)$$

Turner¹⁴⁾によると連行係数は次のようなりチャードソン数の関数である。

$$E_w = \frac{0.47 - 0.20R_i}{1 + 0.88R_i} \quad (22)$$

この式を今回の実験値と比較したのが図14である。実験値は式(20)とよく一致していることがわかる。すなわち今回の値は他の研究者の求めた値とほぼ同じであるといえる。

4. 保存性傾斜サーマルの流動モデル

著者らが進めてきた傾斜壁面浮遊サーマルの流動モデル(例えば、福嶋と今田⁹⁾)を保存性の傾斜サーマルの場合に適用すると以下ようになる。連続式は既に式(18)に示した。今保存性の場合を考えるので浮力は保存され、次式が成り立つ。

$$AC = A_0 C_0 \quad (23)$$

密度 ρ は C を用いて次のように書ける。

$$\rho = \rho_0 (1 + RC) \quad (24)$$

ここで、 R は相対密度差と塩分の重量濃度である。流下方向の運動方程式は次式で表される。

$$\frac{d}{dt} \left(k_v + k_a \right) U_f A = \left(-k_a \right) g A \sin \theta - \frac{1}{2} f_i U_f^2 P_i - \frac{1}{2} f_b U_f^2 P_b - \frac{1}{2} c_D U_f^2 h \quad (25)$$

ここで、 k_v は仮想質量係数である。 f_i' 、 f_b' はそれぞれ、上部境界面と、底面での摩擦抵抗係数、 c_D はフロントの抗力係数である。

フロントの形状係数は式(10)から(12)のように表す。また、仮想質量係数は次のように表す。

$$k_v = 2/3 \quad (26)$$

計算において、周囲流体の連行係数 E_w は式(20)で表すものとする。

5. 計算結果と実験値との比較

実験で得られた最大厚さ、流下速度と塩分濃度と数値解を比較する。図15、16にその結果を示す。図15は $\theta = 30^\circ$ 、 $C_0 = 3\%$ の数値解析結果である。図16は $\theta = 10^\circ$ 、 $C_0 = 3\%$ の数値解析結果である。計算では連行係数をパラメータとしたが、最大厚さとの比較から、 $E_w = 0.5$ 程度の値とすれば、実験値と計算値が一致することがわかった。これより $E_w = 0.5$ と定め、抗力係数 c_D をパラメータして流下速度を比較した。その結果 $c_D = 0.8 \sim 1.0$ とすることで実験値と計算値とがよく一致することがわかる。また、濃度の実験値は式(21)の関係をを用いて A の実測値から換算して C を求めている。図より濃度の変化についても $E_w = 0.5$ とすることで、実験値と計算値がよく一致する事がわかる。

6. 結 論

本研究から以下のような結論を得た。

塩水を用いた保存性傾斜壁面サーマルの実験により、サーマル内部の流速構造を調べた。すなわち、流れにプラスチックビーズをトレーサーとし、画像解析により流速ベクトル場の距離的变化を求めた。これより、サーマル周囲と内部の流れ、サーマルに周囲水が取り込まれ、連行される機構が明らかになった。

従来より提案された傾斜壁面サーマルに対する流動モデルに含まれる形状係数と連行係数を可視化された流れの断面積、底面長さ、界面長さ、最大厚さの測定値から算定した。今回得られた形状係数は従来からの提案式に比べ過小に評価されていることが明らかにな

った。これは特に傾斜角が 10° の場合に特に顕著であった。この場合はサーマルの上流側にテイルが伸びフロント部との境目が判別しにくかったためである。

以上を踏まえて流動モデルを数値的に解き、実験で求めた最大厚さ、流下距離、濃度の流下方向変化と比較した。数値解は実験値の概要をよく説明することが示された。

今後検討すべき点は以下の通りである。実験的に形状係数を評価するにあたってフロント部とテイル部の境界の判定が難しいため、形状係数を過小に判定した可能性がある。形状係数の提案式では半楕円形状としているが、実際の界面は大規模渦の流動に伴って大きく波打つ。このことを考慮した平均的な形状係数を算定することが望まれる。また、連行係数はサーマルの発達状況から求めているが、他の方法、例えば相対流速ベクトル場から求めることが望まれる。このために流速ベクトルの精密な算定が必要となる。連行係数については乱流モデルを用いた数値解析による検討が有力であると考えられる。

謝辞：本研究の一部は文部省科学研究費補助金基盤研究(一般C)代表者 福嶋祐介 課題番号 09650563の補助を受けたことを記し、深甚なる感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Beghin, P. and Olagne, X., Experimental and Theoretical Study of the Dynamics of Powder Snow Avalanches, *Cold Regions Sci. and Technol.*, 19, 317-356, 1991.
- 2) 上石勲、川田邦夫、密度流による雪崩の運動に関する模擬実験、雪氷、56-2, 109-118, 1994.
- 3) 福嶋祐介、早川典生、山口武俊、重力密度流による煙型雪崩の流動シミュレーションモデルの検討、雪氷、58-3, 205-214, 1996.
- 4) 福嶋祐介、固体粒子浮遊による二次元下層密度流先端部の解析、土木学会論文集、461/II-22, 21-31, 1993.
- 5) 福嶋祐介・金子幸弘、固体粒子を浮遊する傾斜サーマル減速域、水工学論文集、土木学会、41、537-542, 1997.
- 6) 福嶋祐介・萩原達司、浮遊傾斜サーマルの減速域の流動特性、水工学論文集、土木学会、42、517-522, 1998.
- 7) 福嶋祐介・萩原達司・坂本充男、粒子浮遊サーマルの実験による煙型雪崩流動モデルの適用性の検討、雪氷、日本雪氷学会、60-6、453-462, 1998.
- 8) 福嶋祐介・萩原達司・坂本充男、固体粒子浮遊による傾斜サーマルの流動特性、水工学論文集、土木学会、43、929-934, 1999.
- 9) 福嶋祐介・今田昌運、粒径分布をもつ固体粒子浮遊による傾斜サーマルの解析法、水工学論文集、土木学会、44、909-914, 2000.
- 10) 福嶋祐介、粉雪雪崩の流動機構の解析、雪氷、48-4、1-8, 1986.
- 11) Beghin, P., Hopfinger, E.J. and Britter, R.E., Gravitational convection from instantaneous sources on inclined boundaries, *Jour. of Fluid Mech.*, 107, 407-422, 1981.
- 12) Escudier, M. P. and Maxworthy, T., On the Motion of Turbulent Thermals, *Jour. of Fluid Mech.*, 61-3, 541-552, 1973.
- 13) 秋山壽一郎、浦勝、齋藤俊一郎、富岡直人、傾斜重力密度流の連行係数に関する統一的考察、ながれ(日本流体力学会誌) 16-2、149-161, 1997.

- 14) Turner, J. S., Turbulent entrainment: the development and its application to geophysical flows, *Jour. of Fluid Mech.*, 173, 431-471, 1986.