

(様式 4)

別紙 2

論文審査の結果の要旨

学位申請者 TRUONG QUOC TRI

本論文は、「**Bifurcation Analysis of Quasi-Periodic Phenomena in Piecewise-Constant Oscillators** (区分定数発振器に見られる準周期現象の分岐解析)」と題し、生体などの自然界のシステムや電子回路などの工学的システムに見られる準周期現象とその分岐現象について、その発生条件や力学的な特徴の解明を目指したものであり、6章から構成されている。

第1章では準周期現象と、その現象が環境の変化によって異なる現象へ遷移していく準周期現象の分岐現象について、それらを取り扱ったこれまで研究の歴史と重要性および残されている問題を記述している。また、未解決な問題が存在している根本的な原因などについて言及し、本研究の目的を述べている。

第2章では第1章で述べた未解決問題が存在する原因を排除出来てかつ準周期現象の分岐現象を発生する連続時間システムである区分定数系を説明し、本研究での解析の対象であるシステムの基本となる発振器を設計し、その動作を示している。

第3章では第2章で得た知見に基づいて、2次元自律系の区分定数発振器を提案し、ここに見られる準周期現象の分岐現象を厳密に解析している。準周期現象と周期現象の遷移にみられる普遍的な構造である **Arnold tongue** と呼ばれる構造を自律系システムの解析では初めて厳密に導出することに成功しその分岐現象が **non-smooth saddle-node bifurcation** によって生じることを明らかにしている。

第4章では高次元システムの解析を行うための計算アルゴリズムを提案して、2次元非自律系の区分定数発振器の解析を行っている。計算アルゴリズムは従来手法を自律系と非自律系の両方に適用出来るように拡張されており、広いクラスの区分定数系の解析を可能に出来ることが示されている。このアルゴリズムを利用した解析によって、これまでに連続時間システムの解析では困難であった **Arnold resonance web** の詳細な解析に成功している。その結果、**Chenciner bubbles** の周辺でヒステリシス構造やカオスがみられるといった新しい知見を得ている。

第5章では第4章で実現されたアルゴリズムを3次元自律系のカオス力学系の区分定数発振器に適応させ解析を行っている。ここでも、従来研究では不可能であった **Arnold resonance web** の詳細な解析を達成し、4章同様に自律系でも **Chenciner bubbles** の周辺でヒステリシス構造やカオスが発生するという新たな知見が示されている。

最終章では本論文の成果を総括し、実現した手法と得られた知見の寄与を述べている。

よって、本論文は工学上及び工業上貢献するところが大きく、博士(工学)の学位論文として十分な価値を有するものと認める。

審査委員主査 坪根 正 印