

河口フロントの形成に関する研究

早川典生*・中村由行*・椎名弘**・福島祐介*

A Study on the Formation Mechanism of River Water Front

Norio HAYAKAWA*・Yoshiyuki NAKAMURA*・Hiroshi SHIINA* and Yuusuke FUKUSHIMA*

Clearly discernible fronts are often observed at the margin of river water discharged into the sea. The existence of coastal currents is thought to be essential to the formation of such fronts. However, their detailed formation mechanism has not been studied extensively so far. In the first part of this paper, we demonstrate the importance of the existence of the coastal current on the formation of fronts by reproducing the river water front in an experimental tank simulating coastal geographic condition.

In the second part, steady-state surface gravity currents are produced in a laboratory flume as an idealized two-dimensional model for river water front. Experimentally obtained data include interfacial profile of the surface gravity currents and velocity and density profiles in the vertical. The entrainment coefficients calculated from these data exhibit the same dependence on the Richardson number as the data obtained with other two-layered flow phenomena. Interfacial profiles are compared with the calculated profiles obtained from two-layered flow equations which take both interfacial shear and entrainment across the interface into consideration. A good agreement is obtained between calculated and measured interfacial profiles by a suitable choice of the parameters in the flow equations and the result gives the non-dimensionalized length of the river water front as a function of the densimetric Froude number.

Key words : River water front/gravity current/entrainment

1. 序 論

海洋に於いて、密度や水質の水平分布は、一般に鉛直分布ほど顕著ではない、しかしながら、海面上において、幅のごく狭い領域を境にして水平方向に密度が大きく変化する構造が、従来から知られていた¹⁾。これらは“フロント（前線）”²⁾、あるいは“潮目”と呼ばれ、大気における前線に類似な、密度の不連続線とみなす事ができる。Garvine と Monk³⁾は、海洋におけるフロントを、水平スケールの違いによって、三種類に大別している。すなわち、Sargasso Sea や赤道付近の大平洋で見出されるような、水平スケールが 1,000 km にも及ぶ大規模フロントと、沿岸の湧昇域で見られるフロント、さらに河川水や温排

水の流入によって形成される小規模フロントの三種である。これらのうち、最後の小規模フロントは、外部からの直接の浮力の流入によってフロントが形成されるという点で、他の二つと区別される。本論文では、特に河川水の流入によって形成されるフロントを河口フロントと呼ぶことにし、その形成、維持機構を実験と解析両面から明らかにすることを目的とする。

河川水が海上に拡がる機構については、従来から多くの研究がある。例えば、Kashiwamura と Yoshida⁴⁾や柏村⁵⁾をはじめとする実験的研究や、Takano⁶⁾、福岡ら⁷⁾による解析がある。しかしこれらは、いずれも沿岸流の存在が考慮されていない。沿岸流がある場合の河川水の拡がりについては、早川ら⁸⁾による実験的研究、Garvine と Monk³⁾や、柳ら⁹⁾による観測等があるが、他に研究例は少く、解析的研究も Garvine より一連の研究⁹⁾¹⁰⁾以外に見当たらない。

原稿受付：昭和 61 年 3 月 31 日

*長岡技術科学大学建設系

**東京消防庁

沿岸流の有無による違いは、単に河川水の流軸が沿岸流によって曲げられるか否かだけではなく、密度フロントが形成されるか否かという点にある。早川ら⁷⁾は、模型水槽において河口フロントを実験的に作り、その位置がほぼ定常に維持される事を確かめた。本研究においても、まず、平面模型水槽において河口フロントを作り、その形状を観察する。次に、フロントが安定に存在する条件を見出す前がかりとして、鉛直二次元系でのフロントの存在条件を議論する。その為に、簡単な一次元数値モデルを作り、二次元水槽を用いた実験結果と比較する。

2. 平面模型水槽を用いた実験

著者らのうちの一人は、かつて瀬戸内海において染料拡散実験を実施中に、放出された染料雲が、たまたま発生していたフロントに達すると、海面から消失してしまうという現象に出会った。これは、フロント近傍に強い下降流が存在することを示唆する。

フロント近傍においては、水平方向に大きな密度勾配、すなわち塩分の濃度勾配が存在する。濃度勾配が大きければ、通常、拡散フラックスが増加するので、フロントの境界は次第にはやける向きに変化するはずである。しかしながら、観測されている河口フロントはほぼ定常に明瞭な境界をともなったまま存在し続ける事が多い。そのためには、フロントに向かって、拡散フラックスに逆らって、絶えず供給があり続けなくてはならない。

以上の点を考えると、フロントに向かってその両側から絶えず水が供給され、フロントでは下降流が存在しているらしい。つまり、フロントは水平流の収束線となっている事が強く示唆される。そこで、早川ら⁷⁾のおこなった実験を参考にして、模型水槽を用いて河口フロントを再現させ、フロント近傍の流動を観察した。

用いた実験水槽は、図1の様な6m×6mの平面水槽である。水槽の両端に設置したヘッダー管を通して水を循環させる事により、岸に平行な沿岸流を発生させることができる。本実験では、新潟沖をモデル化して直線的に水深を変化させた模型を作製した。模型は、水平縮尺1/1000、鉛直縮尺1/100の歪模型である。また、水槽の岸部中央(図1の右側)に河川模型を設置してある。本実験は、岸に平行で一様な沿岸流を発生させ、温度により密度差をつけた河川水を流入させておこなった。

図2は、沿岸水(4.6℃)及び河川水(35.6℃)の流速がそれぞれ6.9 cm/s、12.5 cm/sの場合の結果であり、定常に達した場合の表面水温分布を示す。河川水をウランで着色したところ、ほぼ定常で明瞭なフロント(図2の実線)が発生した事が認められた。また、フロントを境

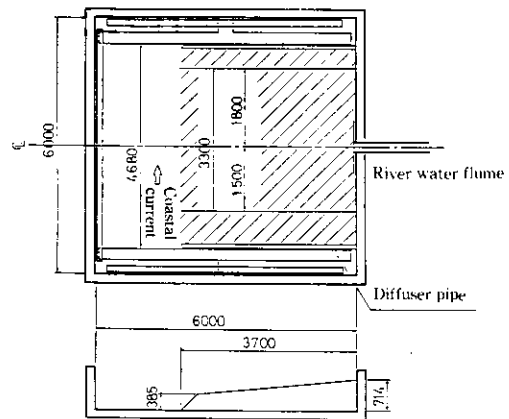


Fig. 1 A configuration of a laboratory tank modeling river water discharged into the sea. (dimensions in mm)

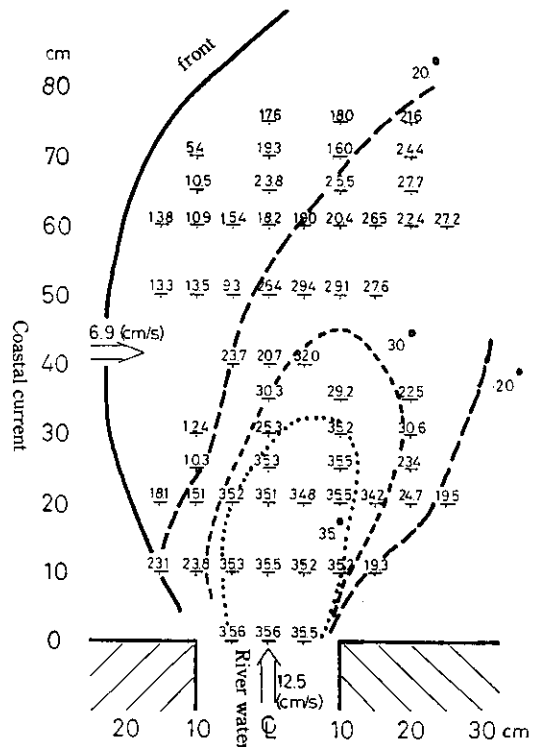


Fig. 2 Surface temperature distribution in a tank experiment. Numbers plotted are surface temperature in celsius degree. The solid curve represents observed front separating warmer river water from cooler coastal water. Temperature of discharged river water and coastal water are 35.6°C and 4.6°C, respectively.

にして、水平方向の水の交換が抑制される事が観察された。

また、図3は、沿岸流が存在する場合(図3-A)と、しない場合(図3-B)の、表面流況の違いを示す。表面流速は、パンチくずを水面上にまき、その軌跡を追うことによって求めた。まず、沿岸流がない場合には河川水は海上に軸対称に拡がり、フロントは発生しない。一方、沿岸流をある程度強くすると、(図3-A)の破線で示した様なフロントが発生する。フロント付近の表面流速ベクトルは収束しており、下降流が発生していると考えられる。従って、推定された様な基本的流況が、本実験により確認できた。

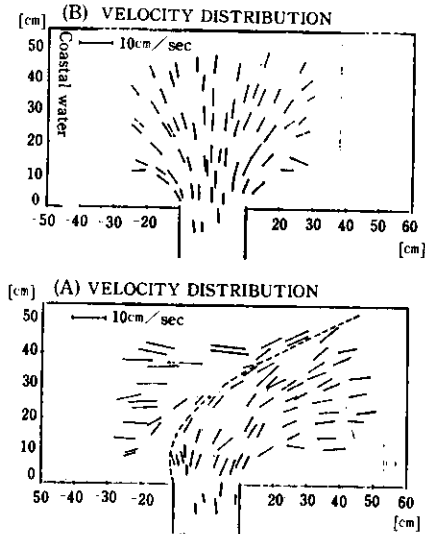


Fig. 3 Surface velocity vectors in a tank experiment with (A) and without (B) coastal currents. The dashed line in A represents the observed front.

3. 二次元水槽実験

上述の模型水槽実験によって、フロント周辺の表面流況が明らかにされた。しかしながら、フロントの位置がどう決まり、また、なぜ定常状態を続けることができるのか、という生成、維持機構は依然として不明である。

現場あるいは模型実験の結果をみると、フロント付近の流況は三次元性を有し、河川水の拡がりも対称性を失った複雑な流れとなっている。しかしながら、Garvine と Monk²⁾は現場における精細な測定を行い、フロントに直交する鉛直断面で見れば、フロント近傍の流れは、鉛直二次元系での gravity current の挙動として、近似的に取り扱うことができるとしている。そこで、現場を単純

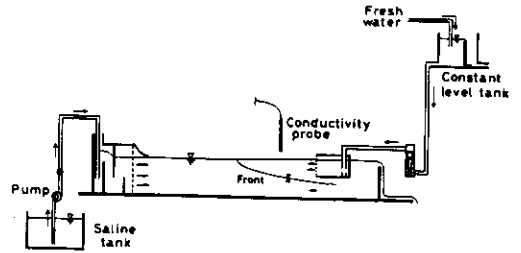


Fig. 4. Apparatus for maintaining the head of a surface gravity current in a steady state.

化した鉛直二次元系での実験を行い、フロントの生成条件及び定常に維持される条件を調べた。

用いた実験水槽は、図4に示す様な、長さ 3.8 m、幅 9.3 cm、高さ 40 cm のアクリル製水槽である。水槽の一端から塩水を、ノズルから水道水を、互いに逆向きに流入させ、gravity current の先端が停止し続ける条件を、実験的に見出した。本実験では、あらかじめ塩水を所定の流量で流しておき、次に淡水ノズル口を開いて gravity current を発生させた。その先端の位置がほぼ定常に保たれた時点から、流速、密度、界面形状を測定した。密度は、電導度計により求めた NaCl 重量濃度と温度から換算した。流速は、水素気泡法と、色素を追跡する方法を兼用して求めた。

表1に実験条件を示す。表中において、添字 1, 2 は、それぞれ上層及び下層の水理量を表わす。 q , h , D は、それぞれ、単位幅流量、全水深、上層厚みを示す。実験において、淡水のノズル口で明らかな連行がおり、その量は、全体の連行量に比して、無視できない量であった。また、界面位置も、ノズル下面よりも低下した(図4)。そのため、淡水のノズル口よりも 10~20 cm 程度 gravity current 先端側に測定断面を設定した。表中においては、 D はその検査面での上層厚み、 l は検査面から gravity current 先端までの水平距離を示す。また、 F_{i2} は下層基準の密度フルード数を、 F_{r0} は代表長さを D にとった出口密度フルード数を表わす。

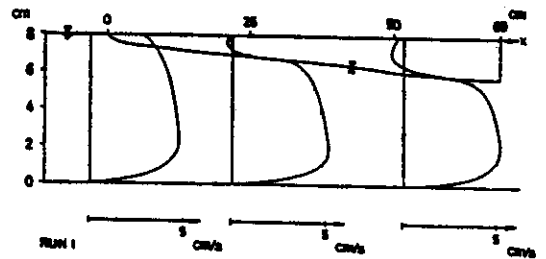


Fig. 5 Interface profile and velocity distributions (Run 1).

Table1. Experimental conditions

RUN	q_1	q_2	h	D	l	$\Delta\rho/\rho_2$	l/D	$-\frac{q_2}{q_1}$	D/h	Fi_2	Fr_D	a
1	-0.306	26.7	7.99	1.96	52	7.54×10^{-3}	26.5	87.3	0.245	0.529	0.977	0.53
2	-0.451	19.8	7.97	2.70	117	7.39×10^{-3}	43.3	43.9	0.339	0.431	0.706	0.52
3	-0.276	25.8	7.99	1.84	58	7.54×10^{-3}	31.5	93.5	0.230	0.474	0.944	0.45
4	-0.287	34.4	8.16	1.69	29	8.92×10^{-3}	17.2	119.9	0.207	0.587	1.166	0.70
5	-0.544	12.6	7.31	2.91	139	3.54×10^{-3}	47.8	23.1	0.398	0.474	0.785	0.28
6	-0.352	20.7	8.06	2.75	46	3.09×10^{-3}	16.7	58.8	0.341	0.687	1.069	0.64
7	-0.533	17.5	7.79	2.50	65	3.09×10^{-3}	26.0	32.8	0.321	0.601	0.965	0.37
8	-0.375	8.95	7.78	2.78	69	1.23×10^{-3}	24.8	23.9	0.357	0.505	0.798	0.37
9	-0.359	14.9	7.91	1.89	20	1.30×10^{-3}	10.6	41.6	0.239	0.718	1.301	0.40

$$Fi_2^2 = \frac{u_2^2}{\varepsilon gh_2} = Ri^{-1},$$

$$Fr_D^2 = \frac{u_2^2}{\varepsilon g D}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \quad (1)$$

実験は、層平均リチャードソン数 Ri が1~10の範囲内で行った。式(1)により定義した Fr_D に換算すると0.7~1.3でありGarvineとMonk²⁾が観測した値と同程度である。図5にRun1の場合の平均的な界面形状と、平均流速分布を示す。又、図6はRun2における平均密度分布を示す。図には、平均の目視界面位置を示してあるが、密度の急変点とほぼ一致する事が確かめられたので、以下では、目視界面を、単に界面とよぶ。

4. 連行係数

流下方向に2~3断面ほど流速分布を測定し、上層の流量差から連行係数 $E (=u_e/u_2, u_e$ は連行係数)を求めた。層平均リチャードソン数 Ri との相関を示したのが、図7である。図7には、本実験の流況に近い下層密度流の報告例をあわせてのせてある。ややばらつきはあるも

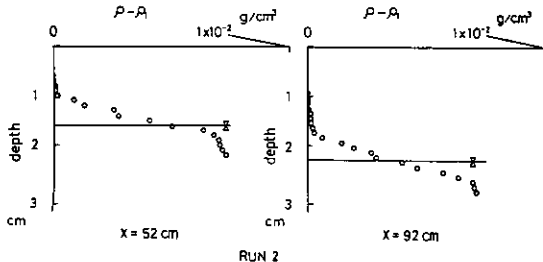


Fig. 6. Density distributions (Run 2).

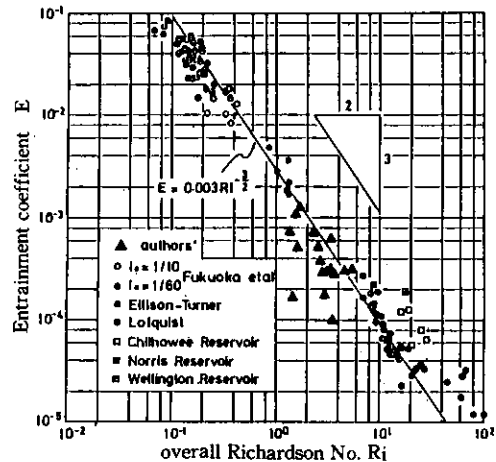


Fig. 7 Entrainment coefficient versus overall Richardson number.

の、福岡ら¹¹⁾の示した式

$$E = 0.003 \cdot Ri^{-3/2} \quad (2)$$

で良く近似できるものと考えられる。

5. 数値解析

上述の二次元水槽実験を数値モデルによって再現し、フロントの生成条件を考察する。ここでは、塩水くさびの計算に用いられている漸変二層流の考え方を、本解析に適用する。玉井¹²⁾にならい、上、下両層の密度変化を考慮できるように、上向きおよび、下向きの連行速度を次のように定義する。

$$w_1 = E_1 |u_1|$$

$$w_2 = E_2 |u_2| \quad (3)$$

上、下各層内において、流速及び密度は鉛直方向に一樣であると仮定すると、上、下両層の体積、質量及び運動量のバランスは、それぞれ以下のように書くことができる。

$$\frac{dq_1}{dx} = w_1 - w_2 = -\frac{dq_2}{dx} \quad (4)$$

$$\frac{d(\rho_1 q_1)}{dx} = \rho_2 w_1 - \rho_1 w_2 = -\frac{d(\rho_2 q_2)}{dx} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{q_1^2}{gh_1^3}\right) \frac{dh_1}{dx} + \frac{dh_2}{dx} \\ &= -\frac{q_1}{gh_1^2} \frac{dq_1}{dx} - \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{w_1}{gh_1} (u_1 - u_2) \\ & \quad - \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{1}{gh_1} \frac{f_i}{2} |u_1 - u_2| (u_1 - u_2) - \frac{h_1}{2\rho_1} \frac{d\rho_1}{dx} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{dh_1}{dx} + \left(1 - \frac{q_2^2}{gh_2^3}\right) \frac{dh_2}{dx} \\ &= -\frac{q_2}{gh_2^2} \frac{dq_2}{dx} - \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{w_2}{gh_2} (u_2 - u_1) - \frac{h_2}{2\rho_2} \frac{d\rho_2}{dx} \\ & \quad + \frac{f_i}{2gh_2} |u_1 - u_2| (u_1 - u_2) - \frac{f_b}{2gh_2} |u_2| u_2 \end{aligned} \quad (7)$$

但し、 f_i 、 f_b は、内部及び底面抵抗係数である。

以上の基礎式を差分化し、数値計算を行なった。境界条件は、下層上流端の条件、 $u_{2,1}$ 、 $\rho_{2,1}$ 、 $h_{2,1} = h$ 及び、上層ノズル側条件 $u_{1,0}$ 、 $\rho_{1,0}$ 、 $h_{1,0} = D$ の実験値を与えた。上層ノズル側断面（実験の測定断面）から gravity current 先端まで、順次前進差分によって、上、下両層の密度、流速、水深（界面位置）を求めた。計算において、連行係数は、式(2)を用いた。また、内部抵抗係数 f_i については、金子⁽¹³⁾の式

$$f_i = a \Psi^{-1/2} (\Psi = Re_2 \cdot F_{r2}^2) \quad (8)$$

を用い、実験の gravity current 先端位置及び、界面形状が再現できるように、定数 a の値を変えた。さらに、底面抵抗係数 f_b については

$$\alpha f_b = f_i \quad (a \text{ は定数}) \quad (9)$$

とおいたが、数値計算においては、すべて

$$\alpha = 1 \quad (10)$$

とした。図8に、計算した界面形状の一例を示す。本実験において、gravity current の先端部は、図9の様に head を形作っていたが、本計算法では、もちろん、この様な head の形状そのものを再現する事はできない。しかしながら、平均的な界面形状及び先端位置は、計算によって十分に再現することができた。また、金子の式における定数 a の値は、各実験ケースによってややばらつきはあるものの、ほぼ、

$$a = 0.4 \sim 0.6 \quad (11)$$

となり、金子の値 ($a = 0.2$)⁽¹³⁾ にくらべて大きい。福岡

ら⁽¹¹⁾の結果には近い値となった。

6. 考察

沿岸域に流入した河川水の様に、相対的に密度の小さい上層水は、自由表面の位置が高くなり、周囲に広がるような性質を持つ。そこに、より密度の大きい流体が上層水側に向かう速度を持って接触すると、上層水は行く手をはばまれ、ある地点に定常に位置しつづけるであろう。では、その場所とはいったいどのような物理量によって決まるのであろうか。

実は、基礎方程式(3)～(7)は、連行がない場合（いま、定常状態を考えているので、上層流速 $u_1 = 0$ ）、解析解をもつ。ある地点において、厚み D を持つ上層水が、距離 l だけ水平に拡がるとすると、それは、以下の様に求められる（Appendix 参照）。

$$\begin{aligned} \frac{fil}{2aD} &= \frac{1}{(1-h_*)^2 F_{r0}^2} \left[-\frac{\alpha^2 + 3\alpha + 3}{2} \right. \\ & \quad \left. + \left(1 + \frac{\alpha}{3}\right) h_* - \frac{h_*^2}{4} \right] - 1 \\ & \quad + \frac{(1+\alpha)^3}{(1-h_*)^2 F_{r0}^2} \left[\frac{1}{h_*} - \frac{\alpha}{h_*^2} \ln(1 + \frac{h_*}{\alpha}) \right] \\ & \quad + \frac{\alpha}{h_*} \ln(1 + \frac{h_*}{\alpha}) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 α は式(9)で定義された抵抗係数比を示し、 h_* は

$$h_* = D/h \quad (h \text{ は全水深}) \quad (13)$$

によって定義された水深比を示す。さらに、式(12)において、全水深 h が無限大となる極限を考えると、

$$\lim_{h_* \rightarrow 0} fil/D = f_i^{-1} \cdot F_{r0}^{-2} \quad (14)$$

という簡単な関係が成り立ち、無次元上層長さ l/D は、抵抗係数 f_i 及び出口密度フルード数 F_{r0} のみによって決まることがわかる。有限水深の場合には、式(12)を見ればわかる様に、抵抗係数比 α 及び水深比 h_* にも依存す

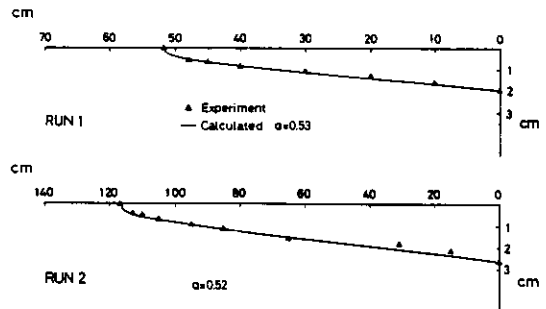


Fig. 8 Comparison of calculated interfacial profiles with experimental observations.

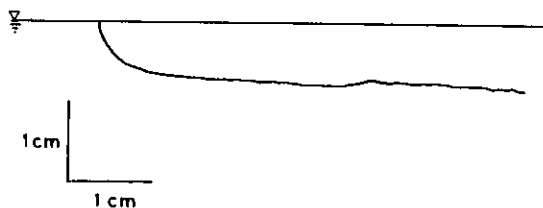
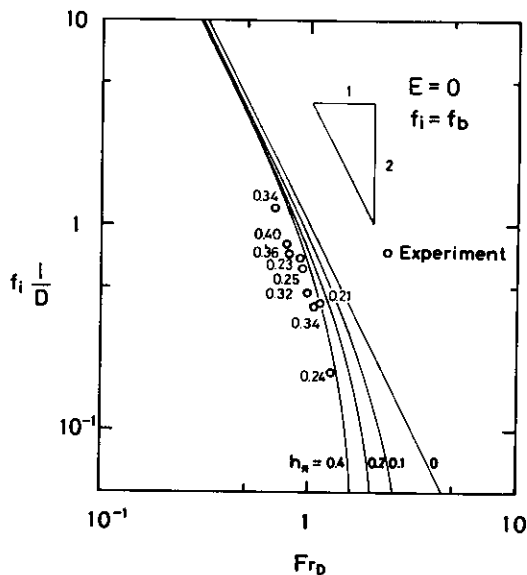


Fig. 9 Profiles of the head of surface gravity currents in a laboratory flume.


 Fig. 10 Length of surface gravity current l nondimensionalized with interfacial friction factor f_i and the upper layer depth D versus densimetric Froude number Fr_D . Curves in the Figure represent analytical calculation due to equation (12). The numbers marked on the circles represent the experimental values of h_a .

る。この関係を示したのが、図 10 である。図には、実験値もあわせてプロットしてある。解析解 (12) と実験値とを比較すると、ややずれがあるが、これは、連行を考慮していない為であると考えられる。連行を考慮した数値解析を行なうと、図 11 のような結果が得られる。但し、計算において、 $a=0.5$ 、 $\alpha=1$ とおいた。解析結果は、有限な水深の場合には無次元上層長さ l/D の出口密度フルード数 Fr_D 依存性は (14) で予測されるよりもより顕著であること、特に、実験範囲内ではほぼ、

$$f_i l / D \sim Fr_D^{-3} \quad (15)$$

が成り立つという実験事実をよく説明する。図 11 において、計算値と実験値がよく一致しているのは、抵抗係数

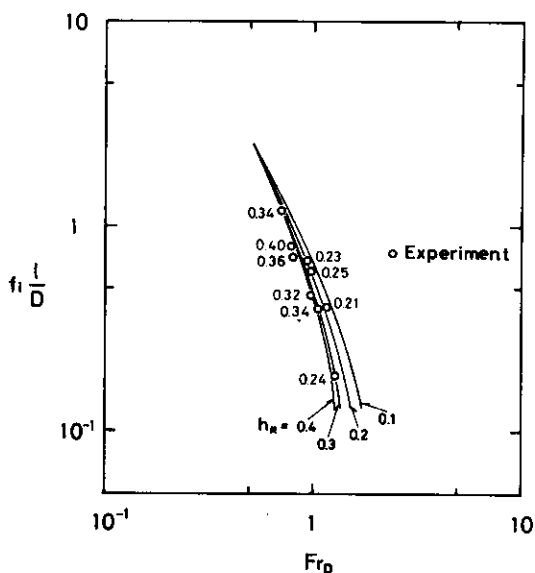


Fig. 11 Curves in the Figure represent analytical calculation using equations (6) and (7).

を合わせたので、当然であるが、図 11 と図 10 との差(つまり、連行の有無による差)は、それほど大きくない。これは、本実験(並びに解析)の連行係数のオーダーが、内部抵抗係数のオーダーより一桁以上小さいためであると考えられる。連行による付加的な抵抗は、抵抗係数に換算して、連行係数と同じオーダーを持つことが知られている¹²⁾。そのため、もし両者のオーダーがほぼ等しければ、連行係数の影響は、抵抗係数のそれと同程度に大きくなるであろうと予測できる。

7. 結 論

密度フロントが形成、維持される機構を明らかにするため、鉛直二次元系における gravity current の実験及び数値解析を行なった。実験では、互いに逆向きに進行する二層流をつくり、上層の先端が停止する水理条件を探った。この時の連行係数はリチャードソン数の $-2/3$ 乗で与えられることを示した。また、漸変二層流の数値モデルを解析に適用し、実験でのフロント位置、界面形状を再現する事ができた。厚み D を持つ上層のフロント位置 l は、内部抵抗係数 f_i 、出口密度フルード数 Fr_D 、水深比 h_a 、抵抗係数比 α 、連行係数 E に依存することがわかった。

本研究は、文部省科学研究費、総合 A (密度流現象における連行概念の統一とその応用) により行われた。記して謝意を表す。

Appendix

基礎方程式 (3) ~ (7) は、連行がない場合に解析解をもつ。以下、この事を示す。今、定常状態を考えているので、連行がない場合には、上層流速 $u_1 = 0$ であり、上下両層の密度、流量の流下方向への変化はない。つまり、基礎式 (4), (5) は

$$q_1 = 0, \quad q_2 = \text{const.} \quad (16)$$

$$\rho_1 = \text{const.}, \quad \rho_2 = \text{const.} \quad (17)$$

となり、さらに (6), (7) は簡単化されて、それぞれ以下ようになる。

$$\frac{dh_1}{dx} + \frac{dh_2}{dx} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{u_2^2}{gh_1} \frac{f_i}{2} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{dh_1}{dx} + \left(1 - \frac{q_2^2}{gh_2^3}\right) \frac{dh_2}{dx} \\ &= -\frac{u_2^2}{gh_2} \frac{f_i + f_b}{2} \end{aligned} \quad (19)$$

(18), (19) 両式から dh_1/dx を消去すると、下層の厚み、つまり、界面位置を与える式が次の様に求まる。

$$\frac{dh_2}{dx} = -\frac{1}{2} \frac{F_{i2}^2}{1 - F_{i2}^2} \left\{ \left(\frac{h_2}{h_1} + 1 \right) f_i + f_b \right\} \quad (20)$$

さて、ここで、

$$\begin{aligned} F_{i2}^2 &= \frac{q_2^2}{\varepsilon gh_2^3} = \frac{q_2^2}{\varepsilon gh^3} \left(\frac{h}{h_2} \right)^3 \\ &= F_{r2}^2 \left(\frac{h}{h_2} \right)^3 \end{aligned} \quad (21)$$

とおく。全水深 h が一定であるという近似をもちいると、上式の F_{r2} は一定であることに注意。 f_i 及び f_b が一定であると仮定すると、(20) は、簡単な変数分離型の常微分方程式となり、容易に積分できる。境界条件

$$\begin{aligned} x=0 \text{ で } h_2 &= h \\ x=l \text{ で } h_2 &= h-D \end{aligned} \quad (22)$$

で (20) を積分すると、結局、本文中の (12) が得られる。

参考文献

- 1) Uda, M. : Researches on "siome" of current rip in the seas and oceans, *Geophys. Mag.*, Vol. 11, pp. 307-372, 1938.
- 2) Garvine, R. W. and J. D. Monk : Frontal structure of a river plume, *Water Resour. Res.*, Vol. 79 pp. 2251-2259, 1974.
- 3) Kashiwamura, M. and S. Yoshida : Flow pattern at a river mouth, *IAHR, Novosibirsk, Symp.*, 1972.
- 4) 柏村正和 : 河川水の海上への拡がり, *水工学シリーズ* 75-B-7, 土木学会水理委員会, 1975.
- 5) Takano, K. : On the velocity distribution off the mouth of the river, *J. Oceanogr. Soc. Jap.*, Vol. 10, pp. 60-64, 1954.
- 6) 福岡捷二・福岡祐介・守屋祥一・新庄高久 : 河口密度流の流動機構と塩水くさびの河口条件, *土木学会論文報告集*, 第 327 号, pp. 123-133, 1982.
- 7) 早川典生・福岡祐介・岩本逸郎 : 河川水の海上への拡がりに関する実験的研究, 第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 590-593, 1983.
- 8) 柳哲雄・武岡英隆・秋山秀樹 : 河口フロントの生成・維持機構 (I) - フロントの潮時・季節変化, 1984 年度日本海洋学会春季大会講演要旨集, pp. 110, 1984.
- 9) Garvine, R. W. : Dynamics of small-scale oceanic fronts, *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 4, pp. 557-569, 1974.
- 10) Garvine, R. W. : An integral hydrodynamic model of upper ocean frontal dynamics: part 1. Development and analysis, *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 9, pp. 1-18, 1979.
- 11) 福岡捷二・福岡祐介・中村健一 : 2 次元貯水池密度流の潜り込み水深と界面形状, *土木学会論文報告集*, 第 302 号, pp. 55-65, 1980.
- 12) 玉井信行 : 連行を考慮した漸変二層流の基礎方程式について, *土木学会論文報告集*, 第 324 号, pp. 95-102, 1982.
- 13) 金子安雄 : 二層流境界面抵抗係数の一例, 第 13 回海岸工学講演会論文集, pp. 283-287, 1966.