

ころ軸受内の力および保持器応力の計算方法

Calculation Methods of Forces and Cage Stresses in Roller Bearings

平成 3 0 年 9 月

坂口 智也

目次

第 1 章 緒論	1
1. 1 本研究の動機および目的	1
1. 2 ころ軸受内の力および保持器応力に関するこれまでの研究	2
1. 2. 1 ころに作用する力の計算式に関する研究	2
1. 2. 2 保持器応力に関する研究	7
1. 3 本研究の方針	12
1. 4 記号	13
第 2 章 ころ軸受内の各種の力の計算式	24
2. 1 緒言	24
2. 2 対象とするころ軸受の形式	27
2. 3 軌道からころ転動面に作用する垂直力 F_{Ni} , F_{No}	29
2. 4 軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗 F_{Ri} , F_{Ro}	33
2. 4. 1 軌道ところ転動面の間の油膜厚さと潤滑領域の関係	33
2. 4. 2 従来の転がり粘性抵抗の計算式	37
2. 4. 3 転がり粘性抵抗の潤滑領域間の不連続性の修正	39
2. 4. 4 転がり粘性抵抗の計算式の修正	41
2. 5 軌道からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力 F_{Pi} , F_{Po}	44
2. 6 軌道からころ転動面に作用するトラクション F_{Ti} , F_{To}	45
2. 6. 1 PE 領域におけるトラクション係数	46
2. 6. 2 PR 領域におけるトラクション係数	51
2. 6. 3 IR 領域におけるトラクション係数	51
2. 7 つばからころ端面に作用する垂直力 F_{FNc} , F_{FNs}	53
2. 8 つばからころ端面に作用するトラクション F_{FTc} , F_{FTs}	56
2. 9 保持器からころ転動面に作用する垂直力 F_{CNf} , F_{CNr}	63
2. 9. 1 剛体保持器モデルによる F_{CNf} および F_{CNr} の計算方法	64
2. 9. 2 弾性保持器モデルによる F_{CNf} および F_{CNr} の計算方法	68
2. 10 保持器からころ転動面に作用するすべり摩擦力 F_{CSf} , F_{CSr}	72
2. 11 保持器からころ端面に作用する垂直力 F_{CNl} , F_{CNm}	74

2. 11. 1 剛体保持器モデルによる F_{CNI} および F_{CNm} の計算方法	75
2. 11. 2 弾性保持器モデルによる F_{CNI} および F_{CNm} の計算方法	75
2. 12 保持器からころ端面に作用するすべり摩擦力 F_{CSl} , F_{CSm}	77
2. 13 結言	78
第 3 章 ころ軸受内の各種の力の計算式の実験的検証	79
3. 1 緒言	79
3. 2 軸受の回転トルクところ軸受内に生じる各種の力の関係	80
3. 2. 1 軌道ところ転動面の間で単位時間に消費されるエネルギー E_{Ri} , E_{Ro} ...	80
3. 2. 2 内輪のつばところ端面の間で単位時間に消費されるエネルギー E_{Fc} , E_{Fs}	83
3. 2. 3 保持器ところの間で単位時間に消費されるエネルギー E_{Cf} , E_{Cr} , E_{Cl} , E_{Cm}	84
3. 3 ラジアル荷重が作用した場合の回転トルクの計算方法	85
3. 3. 1 ころに作用する垂直力	85
3. 3. 2 保持器からころに作用する垂直力	91
3. 4 実験検証	97
3. 4. 1 回転トルクの測定方法	97
3. 4. 2 回転トルクの測定値と計算値の比較	98
3. 5 結言	103
第 4 章 モード合成法で保持器応力を計算するための拘束モードおよびノーマル モードの設定方法	104
4. 1 静止した保持器単体の応力計算における拘束モードとノーマルモードの検 討	105
4. 2 運転中の軸受内の保持器の運動, 力および応力の計算におけるノーマルモ ードの検討	113
4. 3 結言	127
第 5 章 運転中のころ軸受の保持器の運動・保持器の破損実験に対する提案した 計算方法の適用	128
5. 1 保持器の運動	128
5. 1. 1 保持器の運動の測定方法	128

5. 1. 2 保持器の運動の測定値と計算値の比較	130
5. 2 保持器の破損	133
5. 2. 1 保持器の破損実験	133
5. 2. 2 保持器の破損に対する保持器の応力計算値と疲労限度との関係 ...	139
5. 3 結言	149
第 6 章 結論	150
6. 1 緒言	150
6. 2 ころ軸受内の各種の力の計算式	150
6. 3 ころ軸受内の各種の力の計算式の実験的検証	150
6. 4 モード合成法で保持器応力を計算するための拘束モードおよびノーマルモードの設定方法	151
6. 5 運転中のころ軸受の保持器の運動・保持器の破損実験に対する提案した計算方法の適用	151
6. 6 結言	152
付録 1 平行に線接触する場合の転がり粘性抵抗力 F'_R の計算式	153
付録 1. 1 PE 領域における転がり粘性抵抗力 F'_R	153
付録 1. 2 PR 領域においての転がり粘性力 F'_R	153
付録 1. 3 IR 領域においての転がり粘性抵抗力 F'_{RIR}	154
付録 2 線接触下でのトラクション係数 ϕ	154
付録 2. 1 PR 領域においてのトラクション係数 ϕ	154
付録 2. 2 IR 領域においてのトラクション係数 ϕ	155
付録 3 点接触をスライス法で計算した場合の妥当性	156
付録 4 Craig-Bampton のモード合成法	161
謝辞	165
文献	166

第 1 章 緒論

1. 1 本研究の動機および目的

製鉄機械や鉄道車両などに使用される自動調心ころ軸受および円すいころ軸受では、外部の振動衝撃や回転速度の変化が激しくなると、保持器の破損が問題になる^{(1)~(3)}。そのため、ころ軸受の設計では、保持器に生じる応力（保持器応力）を正確に求め、保持器の強度を過剰でなく必要十分に設計することが必要である。これまでに、保持器応力の測定が行われてきた^{(4)~(7)}が、コストや時間的な制約から、保持器応力を計算で正確に求めることがより重要になっている。

保持器応力を計算で正確に求めるためには、ころ軸受内の種々の力を計算する必要がある。これまでに、ヘルツ接触部での垂直力および転がり／すべり接触する際の接線方向の各種の力（転がり粘性抵抗^{(8)~(10)}、転がり方向の油膜力⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾、トラクション⁽¹¹⁾）については、点接触および線接触に対して計算式が提案されている。しかし、自動調心ころ軸受のように複雑な形状のころの場合や、軌道輪にミスアライメントがある場合、転がり粘性抵抗^{(8)~(10)}および転がり方向の油膜力については、従来の計算式をそのまま適用することができない。また、保持器に作用する力については、ヘルツ接触部以外を剛体とみなした解析^{(12)~(17)}が古くから行われてきた。しかし、実際には、ヘルツ接触による変形量に比べて桁違いに大きい弾性変形が保持器全体で生じる。そのため、保持器を剛体と仮定した解析では、保持器に作用する力が過大に評価される問題⁽¹⁷⁾も生じる。

近年、保持器に作用する力をより正確に計算で求めるために、保持器全体の変形を考慮した転がり軸受の動解析¹が行われている^{(18)~(25)}。これらの解析^{(18)~(25)}では、保持器全体の変形を考慮するために、保持器を単純なばねで置き換えたモデル^{(18)~(20)}、剛体のポケットとこれらを連結するばねからなるモデル⁽²¹⁾⁽²²⁾、有限要素モデル⁽²³⁾、およびモード合成法（拘束モードとノーマルモードの重ね合わせにより物体の弾性変形を計算する方法）⁽²⁴⁾によるモデル⁽²⁵⁾などが用いられている。保持器全体の弾性変形を考慮した解析で得られる保持器に作用する力は、保持器を剛体と仮定した解析に比べ、測定結果に近づく傾向にある。しかし、保持器全体の弾性変形を考慮した解析であっても、保持器を単純なばねで置き換えたモデ

¹ 運動方程式を数値積分し、対象物の運動を求めること。

ル, および剛体のポケットとばねからなるモデルなどの比較的単純なモデルでは, 保持器の変形が保持器面内の 2 次元に限られたものとなっている. 有限要素法では, 要素数の大きいモデルを用いれば保持器に作用する力ならびに保持器応力についても, 測定結果に近い計算結果を得ることが期待できるが, 現状では, 計算時間の制約から要素数を小さく設定せざるを得ない⁽²³⁾. 保持器応力は, モード合成法⁽²⁴⁾でも計算することが原理上可能であるが, モード合成法を使用する場合に必要な拘束モードおよびノーマルモードの設定方法がこれまでの研究では示されていない. なお, これまでの研究では, 保持器応力の測定結果と計算結果の比較がほとんど行われていない.

本研究では, 自動調心ころ軸受のように複雑な形状のころの場合, 軌道輪にミスライメントがある場合でも保持器応力を計算可能にするため, スライス法⁽²⁶⁾を適用して, 軌道輪および保持器からころに作用する力の計算式を導出する. ころに作用する力の計算式に着目した理由は, 以下の 2 点である.

1. ころから保持器に作用する力は, 保持器からころに作用する力の反力で表すことができる.
2. ころから保持器に作用する力を動解析で計算する場合, 軌道およびつばからころに作用する力の計算精度が重要である.

次に, 保持器応力を短時間で正確に計算するために, モード合成法を使用し, 従来, その設定方法が明確でなかった拘束モードおよびノーマルモードの設定方法を明らかにする. 最後に, 以上で提案した計算方法の有効性を実験により検証する.

1. 2 ころ軸受内の力および保持器応力に関するこれまでの研究

本節では, 軸受内でころに作用する力および保持器応力に関するこれまでの研究において, 得られた知見と課題について述べ, 次に, これまでの研究についての結論をまとめる.

1. 2. 1 ころに作用する力の計算式に関する研究

良好に潤滑され, 転がり/すべり接触するころ転動面と内輪軌道の間で生じる力

は, Fig. 1.1²に示すように, 軌道からころおよびころから軌道に対して, それぞれ, 垂直力 F_{Ni} , F_{iNi} , 転がり粘性抵抗 F_{Ri} , F_{iRi} , 転がり方向の油膜力 F_{Pi} , F_{iPi} およびトラクション F_{Ti} , F_{iT_i} が作用する⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾. ここで, ω_b はころの回転角速度, ω_i は内輪の回転角速度, ω_c は保持器の回転角速度, u_{Obi} はころの表面速度, u_{Oi} は内輪の表面速度である. ころから軌道に作用する F_{Ni} , F_{Ri} , F_{Pi} および F_{Ti} は, 軌道からころに作用する F_{Ni} , F_{Ri} , F_{Pi} および F_{Ti} から, それぞれ, 求めることができる⁽¹⁰⁾. そこで, ここでは, 軌道および保持器の柱からころ転動面に作用する力の計算式について, これまでの研究 (Fig. 1.2) で得られた知見および課題を述べる.

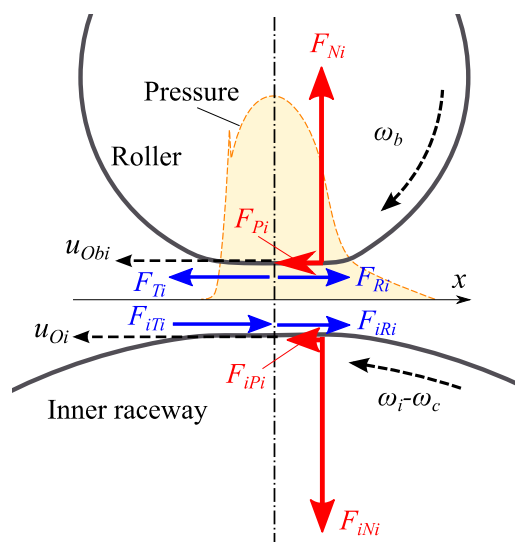


Fig. 1.1 Interaction forces in rolling-sliding contact between roller and inner raceway under lubrication

² 油膜圧力により物体に作用する力の垂直方向成分および転がり方向成分は, 垂直力および転がり方向の油膜力である. これらの合力によって転がり接触する物体に生じるモーメントはゼロとなる⁽¹⁰⁾. そのため, Fig. 1.1 では, 接触中心からオフセットした位置を始点として, 力ベクトルを記載した. 油膜のせん断応力による力の内, 純転がり運動下で生じる成分が転がり粘性抵抗⁽¹⁰⁾, すべり運動により生じる成分がトラクション⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾である. なお, トラクションは, 転がり/すべり接触する2物体において, 高速側では運転方向と逆方向, 低速側では運転方向に作用する⁽¹¹⁾.

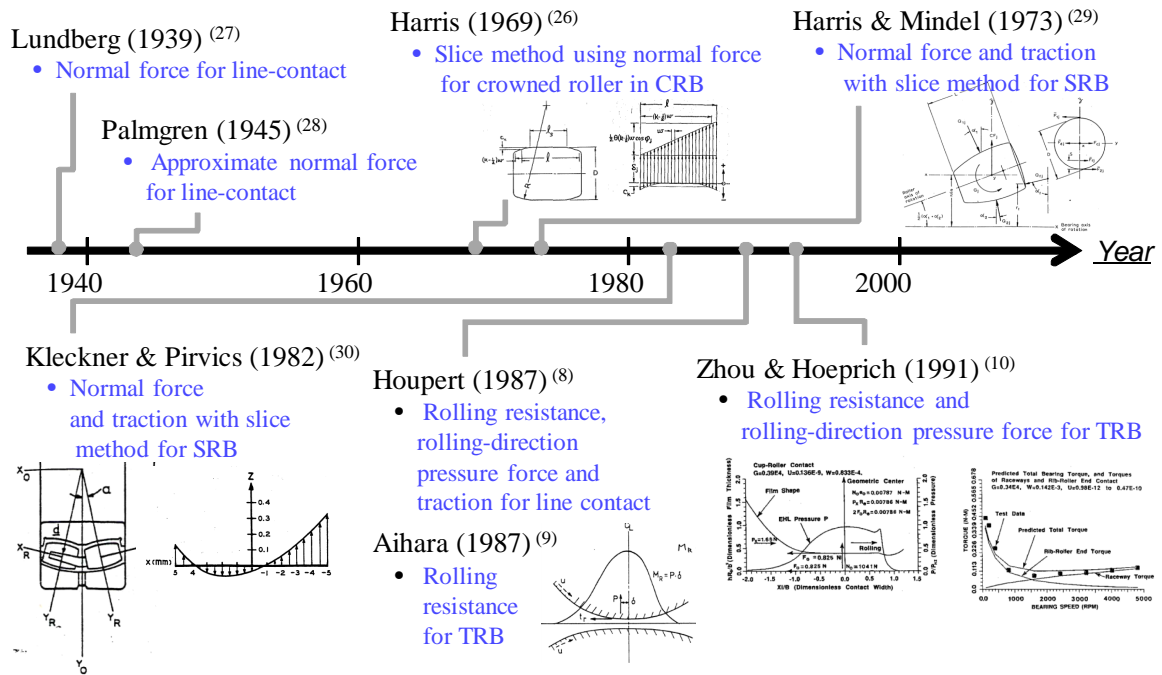


Fig. 1.2 History of force formulas of raceways on rollers (CRB: Cylindrical Roller Bearing, SRB: Spherical Roller Bearing, TRB: Tapered Roller Bearing)

(a) 軌道からころ転動面に作用する垂直力

ころ軸受における軌道ところ転動面の接触は、線接触となる場合が多い。線接触における変位-垂直力の関係式は、Lundberg⁽²⁷⁾により、最初に提案され、その後、Palmgren⁽²⁸⁾により簡略化された式が提案された。

自動調心ころ軸受や、軌道輪にミスアライメントがある場合、軌道からころ転動面に作用する垂直力を、線接触に対する変位-垂直力の関係式をそのまま用いて計算することはできない。Harris⁽²⁶⁾は、このような場合の垂直力を計算するために、軌道ところ転動面の接触部を長さ方向に分割して垂直力を計算する方法(スライス法)を提案した。Harrisら⁽²⁹⁾およびKlecknerら⁽³⁰⁾は、自動調心ころ軸受の垂直力の計算にスライス法を適用した。

なお、油潤滑下であっても、油膜厚さが軌道ところ転動面の弾性接近量に比べて少なくとも2桁小さい⁽²⁹⁾ことから、油膜厚さを無視した状態で、軌道からころ転動面に作用する垂直力を計算することが、広く行われている(9)(10)(13)(14)(18)~(20)(26)(29)。

(b) 軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗力

転がり粘性抵抗力の計算式に関して、Houpert⁽⁸⁾は、ころ軸受すなわち線接触に対する計算式を提案した。Aihara⁽⁹⁾および Zhou ら⁽¹⁰⁾も、円すいころ軸受を対象に計算式を提案し、比較的高速に回転する円すいころ軸受の回転トルクの主要因であることを示した。さらに、この力から求めた回転トルクの計算値が実測値とよく合うことも示した。ただし、いずれも、複雑な形状のころに適用する計算式は示されていない。また、潤滑領域を考慮した場合の計算式については、実験検証が行われていない。

(c) 軌道からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力

線接触に対する転がり方向の油膜力の計算式は、Houpert⁽⁸⁾および Zhou ら⁽¹⁰⁾により提案されている。ただし、いずれも、複雑な形状のころに適用する計算式は示されていない。

(d) 軌道からころ転動面に作用するトラクション

軌道からころ転動面に作用するトラクションの計算方法には、多くの提案^{(8)(12)~(14)(18)(29)~(32)}がある。接触部の油膜の潤滑領域を考慮した計算には Houpert⁽⁸⁾の提案があるが、その有効性は検証されていない。また、複雑な形状のころに適用する計算式も示されていない。

(e) 保持器からころ転動面に作用する垂直力、

保持器からころ転動面に作用する垂直力は、軌道からころ転動面に作用する垂直力の場合と同様に扱う⁽¹³⁾ことが報告されている。

(f) 保持器からころ転動面に作用する接線方向の力（転がり粘性抵抗力，転がり方向の油膜力，すべり摩擦力）

保持器からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗力および転がり方向の油膜力は、いずれも、Houpert⁽⁸⁾が報告している。保持器からころ転動面に作用するすべり摩擦力は、垂直力に摩擦係数をかけて求める⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾⁽¹⁸⁾ことが行われている。また、流体潤滑を想定して、油膜によるせん断応力から摩擦力を計算する⁽⁸⁾⁽¹³⁾ことも提案されている。しかし、複雑な形状のころに適用する計算式は示されておらず、実験検証も行われていない。油膜による力を求める際の前提条件である、保持器ところ転動面の間に、十分な油が存在していることを確認する方法は、提案されていない。

(g) ころに作用する計算式に関するこれまでの研究のまとめ

以上より，ころ軸受内のころに作用する力の計算式に関する研究で得られた結論をまとめると次のようになる．

- (1) 軌道からころ転動面に作用する垂直力の計算では，線接触に対する変位－垂直力の計算式をスライス法と組み合わせることで，自動調心ころ軸受のような複雑な形状のころや，軌道輪にミスアライメントがある場合にも適用できる計算式が提案されている．
- (2) 軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗力和および転がり方向の油膜力の計算では，油膜の潤滑領域を考慮した上で，実験検証が十分に行われている計算式は報告されていない．また，自動調心ころ軸受に適用できる計算式は提示されていない．
- (3) 軌道からころ転動面に作用するトラクションの計算では，油膜の潤滑領域を考慮した上で，実験検証が十分に行われている計算式は報告されていない．また，自動調心ころ軸受に適用できる計算式は提示されていない．
- (4) 保持器からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗力和およびすべり摩擦力の計算では，油膜の力学的影響を考慮した計算式が提案されているが，油が十分に存在することの推定はできていない．また，自動調心ころ軸受にも適用できる計算式も提示されていない．

上記の(2)および(3)より，これまでの研究では，Table 1.1 に示すように，油膜の潤滑領域を考慮した上で，自動調心ころ軸受に対応できる転がり粘性抵抗力和

Table 1.1 Formulas of forces acting on rollers

Type	Cylindrical and tapered roller bearings	Spherical roller bearings
Normal force	○ (Harris ⁽²⁶⁾)	○ (Harris-Mindel ⁽²⁹⁾)
Rolling resistance	○ (Zhou-Hoeprich ⁽¹⁰⁾)	×
Pressure force in rolling direction	○ (Zhou-Hoeprich ⁽¹⁰⁾)	×
Traction	○ (Houpert ⁽⁸⁾)	△

転がり方向の油膜力およびトラクションの計算式は、十分に確立されていないことがわかる。

1. 2. 2 保持器応力に関する研究

保持器応力の測定および計算に関するこれまでの研究の流れを、Fig. 1.3 に示す。以下に、各研究で得られた知見と課題を示す。

(a) So らの研究⁽⁴⁾

So らは、回転中の円筒ころ軸受の保持器のリブに発生する応力を、光弾性法により測定した。そして、ラジアル荷重下の円筒ころ軸受では、負荷圏の出入り口付近でころが保持器の柱と接触し、保持器の応力が高くなることを示した。しかし、この研究では、保持器応力の計算方法は示されていない。

(b) 角田の研究⁽⁵⁾⁽⁶⁾

角田は、ひずみゲージ法により、玉軸受の保持器に作用する力を測定した。また、保持器の中心が運転中に同じ位置に留まると仮定して、玉と保持器の最大接触力を求め、保持器に作用する力の発生機構を説明した。しかし、実際の保持器はふれまわり運動をすることもあるため^{(33)~(35)}、この仮定には問題がある。なお、この研究では、保持器応力の計算方法は示されていない。

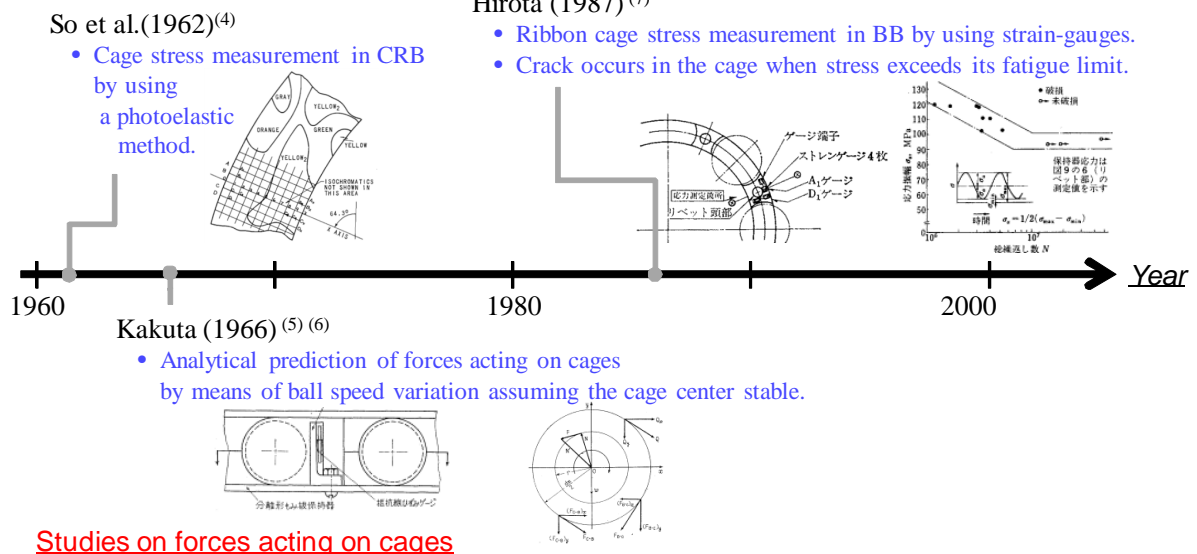
(c) 広田の研究⁽⁷⁾

広田は、ひずみゲージ法により玉軸受の波形保持器の応力を測定し、保持器のリベット部またはポケット中央部に生じる応力が材料の疲労限度に達すると、保持器が疲労破壊することを明らかにした。なお、広田は、保持器応力の計算において保持器のばね定数を考慮する必要があるとしているが、保持器応力の計算方法を示していない。

(d) Walters の研究⁽¹²⁾

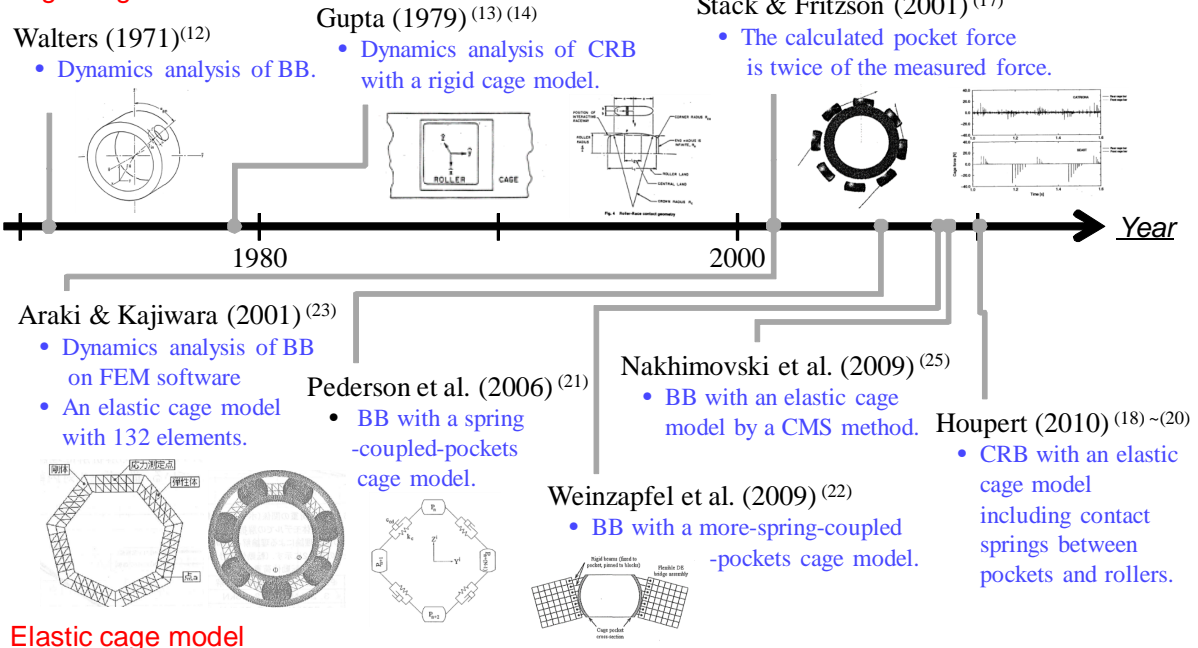
Walters は、保持器の 6 自由度の運動を考慮した玉軸受の解析プログラム BASDAP (Ball and Separator Dynamics Analysis Program) を発表した。BASDAP では、保持器は剛体で、ポケットと玉の間の流体潤滑膜による相互作用力を考慮した保持器モデルが使用された。Walters は、BASDAP による保持器の運動の計算結果が実験結果に一致することを示しているが、保持器に作用する力の計算値と測定値の比較を行っていない。なお、この研究でも保持器応力の計算方法は示されていない。

Studies on cage stresses



(a) Experimental studies on cage stresses and forces acting on cages

Rigid cage model



Elastic cage model

(b) Computational studies on bearing dynamics for cage stress calculation

Fig. 1.3 History of cage stress studies for rolling bearings (CRB: Cylindrical Roller Bearing, BB: Ball Bearing, FEM: Finite Element Method, CMS: Component Mode Synthesis)

(e) Gupta の研究^{(13)~(16)}

Gupta は，転動体と保持器の 6 自由度の運動を考慮した円筒ころ軸受および玉

軸受の解析プログラム ADORE (Advanced Dynamics of Rolling Elements) を発表した。ADORE では、保持器のポケットと玉の間のヘルツ接触を考慮し、保持器はヘルツ接触を除いて剛体としたモデル (剛体保持器モデル) が使用された。Gupta は保持器に作用する力の計算値と測定値の比較を行っていない。なお、この研究でも保持器応力の計算方法は示されていない。

(f) Stacke らの研究⁽¹⁷⁾

Stacke らは、転動体と保持器の 6 自由度の運動を考慮した玉軸受およびころ軸受の解析プログラム BEAST (BEARING Simulation Toolbox) を発表した。この研究でも剛体保持器モデルが使用された。Stacke らは、玉軸受の保持器に作用する力について、BEAST による計算値が測定値の約 2 倍であることを示した。なお、この研究でも保持器応力の計算方法は示されていない。

(g) Houpert の研究^{(18)~(20)}

Houpert は、ころと保持器の接触力の計算精度を向上するために保持器全体の弾性変形を考慮した円筒ころ軸受の解析プログラム CAGEDYN を開発した。Houpert は、保持器全体の弾性変形を考慮するために、保持器のポケットの柱にころが接触した際の保持器全体の変形量と復元力の関係をあらかじめ有限要素法で求め、これを等価ばねに置き換えた。CAGEDYN では、このようにして求めた保持器全体の等価ばねを、ころとポケットの間のヘルツ接触によるばねと直列に配置したモデルが使用された。しかし、Houpert の研究では、保持器全体の弾性変形を表す等価ばねのばね定数の求め方は示されていない。また、保持器に作用する力の計算値と測定値の比較も行われていない。なお、この研究でも保持器応力の計算方法は示されていない。

(h) Pederson らの研究⁽²¹⁾

Pederson らは、保持器全体の弾性変形を考慮した玉軸受の解析プログラム FCM (Flexible Cage Model) を開発した。FCM では、剛体とみなした保持器の各ポケット部を保持器面内に配置された引張圧縮方向のばねおよびねじり方向のばねでそれぞれ連結したモデルにより、保持器全体の弾性変形が考慮された。なお、このモデルでは、玉と保持器のヘルツ接触は考慮されているが、保持器全体の弾性変形は保持器面内の 2 次元に限定された。Pederson らは、FCM による保持器に作用する力の計算値がポケットを連結するばねを無視した場合の 2 分の 1 になるこ

とを示したが、測定値との比較を行っていない。なお、この研究でも保持器応力の計算方法は示されていない。

(i) **Weinzapfel らの研究**⁽²²⁾

Weinzapfel らは、上記の FCM を用いてポケット間の連結ばねの本数を増した場合の計算を行い、これらのばねがない場合の計算値との比較を行った。Weinzapfel らは、ポケット間の連結ばねの本数を増した場合の保持器に作用する力の最大値は、連結ばねがない場合に比べて、10 分の 1 になることを示した。しかし、保持器に作用する力の計算値と測定値の比較は行っていない。なお、この研究でも保持器応力の計算方法は示されていない。

(j) **荒木らの研究**⁽²³⁾

荒木らは、玉軸受の保持器応力を有限要素法により計算した。荒木らは、保持器を、132 個の 2 次元のシェル要素および保持器のポケットの中心と玉の中心を滑らかに拘束する連結要素でモデル化し、玉と保持器のヘルツ接触を無視した。荒木らは、彼らのモデルによる保持器応力の計算値の時間変化が、実験で得た保持器のひずみの時間変化に対応することを示したが、2 次元の簡易形状の保持器モデルであるため、保持器応力の計算値と測定値の比較は行っていない。荒木らは、計算時間の制約から、保持器を簡易的なモデルで再現したが、保持器の応力分布を正確に計算するためには、実形状に対して要素分割した保持器モデルが必要であることを指摘している³。

(k) **Nakhimovski らの研究**⁽²⁵⁾

Nakhimovski らは、保持器全体での弾性変形をモード合成法により考慮した解析プログラムを開発した。Nakhimovski らは、この解析プログラムを使用することにより保持器が破損し軸受から外れる運転条件の予測に成功している。なお、

³ 本研究の第 5 章の保持器応力の計算のように、要素数 2 万 7 千個で、弾性保持器モデルを作成すれば、有限要素法で得た応力分布の計算精度は測定値と比較し得る程度になると予想される。ただし、その場合、256 GB 以上の内部メモリを搭載した最新の PC を用いたとしても、転動体と保持器の接触問題を含む数値積分になるため、計算時間は数ヵ月オーダーになり、通常の軸受設計業務で使用することは困難である。

モード合成法を用いれば、保持器応力の計算も原理上可能であるが、Nakhimovskiらの研究では、保持器応力の計算結果は示されていない。また、モード合成法を使用するに当たり必要となる拘束モードおよびノーマルモードの設定方法も示されていない。

(1) 保持器応力に関するこれまでの研究のまとめ

以上より、転がり軸受の保持器応力および保持器に作用する力に関する研究で得られた結論をまとめると次のようになる。

- (1) 光弾性法およびひずみゲージ法により、保持器応力の測定が行われてきた。しかし、光弾性法では保持器の近傍での測定空間の確保、ひずみゲージ法では配線経路の確保が困難な場合が多い。また、コストや時間的な制約から、実機と同じ運転条件下で保持器応力を測定できない場合も多い。
- (2) 保持器の中心が運転中に同じ位置に留まると仮定して、玉と保持器の最大接触力を求めることで、保持器に作用する力の発生機構の説明がされているが、実際の保持器はふれまわる場合もあることが知られている。
- (3) 保持器全体の弾性変形を無視し、ポケットと転動体間のヘルツ接触のみを考慮した保持器モデル（剛体保持器モデル）を用いた場合の保持器に作用する力の計算値は、測定値の2倍程度になる。一方、保持器全体の弾性変形を考慮するために、保持器を単純なばねで置き換えたモデル、あるいは剛体のポケットとこれらを連結するばねからなるモデルを用いた場合の保持器に作用する力の計算値は、剛体保持器モデルを用いた場合の計算値よりも小さいことが示されている。しかし、保持器を単純なばねで置き換えたモデル、あるいは剛体のポケットとこれらを連結するばねからなるモデルを用いた場合の保持器応力の計算結果は示されていない。
- (4) 保持器応力を有限要素法によって計算する試みが行われている。計算時間の制約から、要素数の少ない保持器モデルが用いられているが、保持器応力を正確に計算するためには、要素数を増加しなければならないことが指摘されている。
- (5) 保持器全体の弾性変形をモード合成法でモデル化し、転動体から保持器に作用する力が計算されている。しかし、モード合成法を使用するに当たり必要となる拘束モードおよびノーマルモードの設定方法が示されていない。

(6) 保持器応力の測定値と計算値の比較が行われていない。

上の(1)～(6)より，これまでの研究では，転がり軸受の保持器に作用する力については詳しく研究されているものの，保持器応力の計算方法は十分に確立されていないことがわかる。

1. 3 本研究の方針

ころ軸受の保持器応力を短時間で正確に計算するためには，少なくとも以下の事柄について研究する必要があると思われる。

- (1) 自動調心ころ軸受や軌道輪にミスアライメントがある場合でも適用できるころ軸受内に生じる各種の力の計算式
- (2) ころ軸受内に生じる各種の力の計算式の有効性についての実験的検証
- (3) ころと保持器の運動および保持器全体の弾性変形を考慮した保持器モデルの提示，およびそれに基づく保持器に作用する力と保持器応力の計算方法の提案
- (4) 保持器応力の計算時間と計算精度の検討
- (5) 保持器応力に関する実験的検証

以下の各章では，上に沿って，次の順序で研究し，最後の第 6 章でころ軸受の保持器応力の計算方法に関して得られた結論をまとめる。

第 1 章「緒論」では，転がり軸受の保持器に作用する力および保持器応力に関するこれまでの研究を概観して，解明すべき事柄を整理し，本研究の目的について述べている。

第 2 章「ころ軸受内の各種の力の計算式」では，保持器応力を計算する上で必要となる，自動調心ころ軸受や軌道輪にミスアライメントがある場合でも適用可能な，ころ軸受内に生じる各種の力の計算式を示す。なお，ここでは，低速回転で油潤滑されたころ軸受を対象とする。

第 3 章「ころ軸受内の各種の力の計算式の実験的検証」では，第 2 章で提示したころ軸受内に生じる各種の力の計算式の有効性を検証する。ころ軸受内で生じる各種の力を個別に実験で検証することが困難であるため，ころ軸受の回転トル

クに換算し、回転トルクの実験値と比較することで、第2章で提案したころ軸受内に生じる各種の力の計算式の有効性を検証する。

第4章「モード合成法で保持器応力を計算するための拘束モードおよびノーマルモードの設定方法」では、第2章で示したころ軸受内に生じる各種の力の計算式を汎用マルチボディ解析ソフトウェア（Adams 2013.2⁽³⁶⁾）に組み込み、モード合成法に基づいて保持器応力の計算を行う。そして、保持器のポケット隅部の応力を精度よく短時間に計算するために、モード合成法における拘束モードおよびノーマルモードの設定方法を提案する。

第5章「運転中のころ軸受の保持器の運動・保持器の破損実験に対する提案した計算方法の適用」では、まず、実験において、運転中の円すいころ軸受の保持器の運動および保持器応力を測定する。次に、第4章までで提案した計算式と方法を用いて、保持器の運動および保持器応力を計算し、実験結果と比較する。以上により、提案した保持器応力の計算方法の有効性を検証する。

第6章「結論」では、以上の各章で得られたころ軸受内の力および保持器応力の計算方法に関する結言をまとめて述べる。

1. 4 記号

本研究で用いる記号を以下に記す。

a	転がり方向と直交する方向の接触楕円の半径, m
A_{o1}	負荷前の外輪軌道上の接触部中央の点
A_{o2}	負荷後の外輪軌道上の接触部中央の点
A_1	トラクション計算における定数
b	転がり方向の接触楕円の半径, または線接触部の接触半幅, m
b^*	点接触と等価な平均圧力を有する線接触部の有効接触半幅, m
\mathbf{B}	有限要素の形状により定まる変位からひずみへの変換行列
$\cos \tau$	補助変数
C	比熱, J/(kg·K)
C_{cs}	保持器応力の補正係数 $=1/(1+\varepsilon_{ma})$
C_{m1}	保持器のラジアル方向の変位計 S_{r1} および S_{r3} に対する加重平均の重みづけ係数

C_{m2}	保持器のラジアル方向の変位計 S_{r2} および S_{r4} に対する加重平均の重みづけ係数
C_t	熱修正係数
d_{clx}, d_{cly}	保持器の大径側のリブの X 軸および Y 軸方向の変位, m
d_{cx}, d_{cy}	保持器の中心の X 軸および Y 軸方向の変位, m
d_{czmx}	X 軸の負側における保持器の大径側のリブのアキシアル方向変位, m
d_{czpx}	X 軸の正側における保持器の大径側のリブのアキシアル方向変位, m
d_{czmy}	Y 軸の負側における保持器の大径側のリブのアキシアル方向変位, m
d_{czpy}	Y 軸の正側における保持器の大径側のリブのアキシアル方向変位, m
d_C	保持器全体の弾性変形による接触点の垂直方向移動量, m
$d_{a1} \sim d_{a4}$	保持器のアキシアル方向変位の測定値, m
$d_{r1} \sim d_{r4}$	保持器のラジアル方向変位の測定値, m
d_{rg}	保持器のラジアル方向の変位計と保持器のリブの平均距離, m
D	デボラ数
D_F	ころ端面の曲率半径の中心からつばの接触点までの距離, m
D_s	保持器のアキシアル方向の変位計間の距離, m
e	軌道ところの接触中心から油膜の圧力中心までの距離, m
E	縦弾性係数, Pa
\mathbf{E}	ひずみから応力への変換行列
E^*	軌道輪ところの材料の等価弾性係数, Pa
E_C^*	保持器ところの材料の等価弾性係数, Pa
\mathbf{f}_B	境界点に作用する力ベクトル, N
f_{CN}	保持器からころに作用する単位長さ当たりの垂直力, N
f_{iNi}	ころ転動面から内輪軌道に作用する単位長さ当たりの垂直力, N/m
f_{iPi}	ころ転動面から内輪軌道に作用する単位長さ当たりの転がり方向の油膜力, N/m

f_{iRi}	ころ転動面から内輪軌道に作用する単位長さ当たりの転がり粘性抵抗力, N/m
$f_{iT i}$	ころ転動面から内輪軌道に作用する単位長さ当たりのトラクション, N/m
f_N	軌道からころ転動面に作用する単位長さ当たりの垂直力, N/m
f_{oNo}	ころ転動面から外輪軌道に作用する単位長さ当たりの垂直力, N/m
f_{oPo}	ころ転動面から外輪軌道に作用する単位長さ当たりの転がり方向の油膜力, N/m
f_{oRo}	ころ転動面から外輪軌道に作用する単位長さ当たりの転がり粘性抵抗力, N/m
f_{oTo}	ころ転動面から外輪軌道に作用する単位長さ当たりのトラクション, N/m
f_P	軌道からころ転動面に作用する単位長さ当たりの転がり方向の油膜力, N/m
f_R	軌道からころ転動面に作用する単位長さ当たりの転がり粘性抵抗力, N/m
f_T	軌道からころ転動面に作用する単位長さ当たりのトラクション, N/m
F_a	アキシアル荷重, N
F_{CC}	ころから保持器に作用する力, N
F_{CCN}	ころから保持器に作用する垂直力, N
F_{CN}	保持器からころに作用する垂直力, N
F_{CP}	保持器からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力, N
F_{CR}	保持器からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗力, N
F_{CS}	保持器からころ転動面に作用するすべり摩擦力, N
F_D	潤滑油および空気からころに作用する流体の抗力, N
F_{FN}	つばからころ端面に作用する垂直力, N
F_{FT}	つばからころ端面に作用するトラクション, N
F_N	軌道からころ転動面に作用する垂直力, N
F_P	軌道からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力, N

F'_P	平行に線接触する場合の軌道からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力, N
F_r	ラジアル荷重, N
F_R	軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗, N
F'_R	平行に線接触する場合の軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗, N
F_T	軌道からころ転動面に作用するトラクション, N
F'_T	平行に線接触する場合の軌道からころに作用するトラクション, N
g	重力加速度, m/s^2
g_1	線接触に対する潤滑領域判別チャートにおける粘性パラメータ
g_3	線接触に対する潤滑領域判別チャートにおける弾性パラメータ
g_E	点接触に対する潤滑領域判別チャートにおける弾性パラメータ
g_V	点接触に対する潤滑領域判別チャートにおける粘性パラメータ
G	軌道輪ところの接触における材料パラメータ
G_C	保持器ところの接触における材料パラメータ
G_L	潤滑油のせん断弾性係数, Pa
h_{cen}	中央膜厚, m
h_{min}	最小膜厚, m
H_{min}	無次元最小膜厚
I_{bx}	ころの X_b 軸まわりの慣性モーメント, kg m^2
I_{bz}	ころの Z_b 軸まわりの慣性モーメント, kg m^2
j	スライス番号
j_0	接触に関与するスライスの最小番号
j_M	接触部中央のスライス番号
k	楕円比 ($=a/b$) , 保持器の柱のスライス番号
k_0	接触に関与する保持器の柱のスライスの最小番号
\mathbf{K}_{BB}	境界点の剛性行列
$\mathbf{K}_{BI}, \mathbf{K}_{IB}$	境界点と内点との間の剛性行列
K_b	ころの熱伝導率, W/(m K)
K_{race}^*	ころと内・外輪の線接触の非線形ばね定数, $\text{N/m}^{10/9}$

K_{CN}	保持器ところの点接触の非線形ばね定数, $N/m^{3/2}$
K_{FN}	つばところ端面の点接触の非線形ばね定数, $N/m^{3/2}$
\mathbf{K}_{II}	内点の剛性行列
K_L	潤滑油の熱伝導率, $W/(m \text{ K})$
$\{2K/(\pi\mu)\}$	$\cos \tau$ によって決まる定数
l	軌道ところ転動面の有効接触長さ, m
l_{be}	ころ転動面の長さ, m
l_{bm}	ころ転動面の最大径部と転動面の中央部のアキシアル方向距離, m
l_C	保持器ところ転動面の有効接触長さ, m
l_{Cg}	保持器の大径側のリブの端面から保持器の重心までのアキシアル方向距離, m
l_{Cl}	保持器の大径側のリブから保持器の中心までのアキシアル方向距離, m
l_{Cp}	保持器の大径側のリブの端面から保持器のポケットところとの接点までのアキシアル方向距離, m
l_{el}	ころ中心からころ端面までの距離, m
l_{Fco}	内輪の中つばの外径側の幅, m
L_t	熱修正係数の計算に用いる無次元パラメータ
m_b	ころの質量, kg
m_C	保持器の質量, kg
m_o	外輪の質量, kg
m_L	潤滑油によって決まる定数
\mathbf{M}_{BB}	境界点の質量行列
M_{BRG}	軸受の回転トルク, $N \text{ m}$
M_C	保持器からころに作用するすべり摩擦力による回転トルク, $N \text{ m}$
M_F	つばからころ端面に作用するトラクションによる回転トルク, $N \text{ m}$
M_P	転がり方向の油膜力による回転トルク, $N \text{ m}$
M_R	転がり粘性抵抗による回転トルク, $N \text{ m}$
M_T	トラクションによる回転トルク, $N \text{ m}$
\mathbf{M}_{II}	内点の質量行列

n	有効接触長さにおけるスライスの個数
n_b	保持器の柱のスライスの個数
$n_{b\text{con}}$	1つの接触部において接触している保持器の柱のスライスの個数
n_{con}	1つの接触部において接触しているスライスの個数
\mathbf{N}_D	拘束モードおよびノーマルモードの運動方程式から得られる固有ベクトルを並べた行列
$\mathbf{O}_b\text{-}X_bY_bZ_b$	ころに対して設定した移動座標系
\mathbf{O}_C	保持器上の基準位置
$\mathbf{O}\text{-}XYZ$	内輪中心に設定した静止座標系
\mathbf{O}_o	外輪中心
P_a	アキシアル内部すきま, m
P_d	ラジアル内部すきま, m
P_{max}	最大接触圧力, Pa
P_{mean}	平均接触圧力, Pa
\mathbf{Q}^*	モード座標ベクトル, m
\mathbf{Q}_C	拘束モードのモード座標ベクトル, m
\mathbf{Q}_N	ノーマルモードのモード座標ベクトル, m
r_b	ころ転動面のクラウニング半径, m
r_e	ころ端面の曲率半径, m
r_i	内輪の溝半径, m
r_i^*	内輪側接触部のアキシアル方向等価曲率半径, m
r_o	外輪の溝半径, m
r_o^*	外輪側接触部のアキシアル方向等価曲率半径, m
r_p	保持器の柱のアキシアル方向の曲率半径, m
R_b	ころ転動面の半径, m
$R_{b/f}$	保持器の前方の柱ところの接触点におけるころ半径, m
$R_{b/r}$	保持器の後方の柱ところの接触点におけるころ半径, m
R_{Cl}	保持器の大径側のリブの半径, m
R_{Cp}	保持器のポケットとところとの接触点までの半径, m
R_e	ころの中心線からつばとところ端面の接触点までの距離, m

R_E	ころの中心線から保持器のリブところ端面の接触点までの距離, m
R_F	軌道輪の中心線からつばところ端面の接触点までの距離, m
R_i	内輪軌道半径, m
R_o	外輪軌道半径, m
R_{rb}	軌道輪の中心線からころ転動面までの距離, m
R^*	等価半径, m
R_{per}^*	転がり方向に直交する方向の等価半径, m
R_{rol}^*	転がり方向の等価半径, m
s	すべり率
$S_{a1} \sim S_{a4}$	保持器のアキシアル方向の変位計
S_{mean}	無次元せん断応力
$S_{r1} \sim S_{r4}$	保持器のラジアル方向の変位計
t	時間, s
t_a	軸の回転周期, s
t_{po}	外輪に対すころの通過周期, s
T_L	潤滑油の温度, K
\mathbf{u}_B	境界点の変位ベクトル, m
\mathbf{u}_I	内点の変位ベクトル, m
u_O	軌道輪の表面速度, m/s
u_{Ob}	ころの表面速度, m/s
u_{Oe}	ころ端面の表面速度, m/s
u_{OF}	つばの表面速度, m/s
Δu	すべり速度, m/s
U	速度パラメータ
w	スライスの幅, m
W	荷重パラメータ
X_T	PE 領域下のトラクション計算の定数
z	一列あたりのころの個数
Z_{el}	内輪の中つばところ端面の接触点の Z_b 座標(<0), m
Z_L	潤滑油の定数

Z_s	軌道ところ転動面の接触部の単位長さ当たり垂直力 f_N ところ中心線の交点の Z_b 座標, m
α_0	潤滑油の粘度－圧力係数, Pa^{-1}
α_r	転がり方向の等価半径に対する転がり方向に直交する方向の等価半径の比
β	潤滑油の粘度－温度係数, K^{-1}
γ	傾斜角, rad
γ_b	ころの傾斜角, rad
γ_C	X_b 軸に対する保持器ポケットの柱の傾斜角, rad
γ_{Ca}	Y_b 軸に対する保持器ポケットの柱の傾斜角, rad
γ_{Cr}	Z 軸に対する保持器ポケットの柱の傾斜角, rad
γ_F	つば面の傾斜角, rad
δ	軌道ところ転動面の弾性接近量, m
δ_C	保持器ところの弾性接近量, m
$\delta_{C(\text{rigid})}$	剛体保持器モデルにおける保持器ところの弾性接近量, m
δ_F	つばところ端面の弾性接近量, m
δ_M	軌道ところ転動面の接触部中央の弾性接近量, m
δ_n	θ_o 方向の内・外輪の軌道ところ転動面の接触部中央の弾性接近量の和, m
δ_s	ころに対する外輪のラジアル面内変位, m
δ_X	外輪の X 軸方向変位, m
δ_Y	外輪の Y 軸方向変位, m
δ_Z	外輪の Z 軸方向変位, m
ε_m	有限要素法で求めた保持器のポケット隅部の最大主応力に対するモード合成法で求めた最大主応力の誤差率
ε_{ma}	有限要素法で求めた保持器のポケット隅部の最大主応力に対するモード合成法で求めた最大主応力の誤差率の平均値
$\mathbf{\varepsilon}_t$	時間 t におけるひずみベクトル
E_R	軌道ところ転動面の間で単位時間に消費されるエネルギー, W
E_C	保持器ところの間で単位時間に消費されるエネルギー, W

E_F	内輪のつばとところ端面の間で単位時間に消費されるエネルギー, W
ζ	潤滑油温度上昇計算式における定数, s^3K/kg
η	潤滑油の粘度, $Pa \cdot s$
$(-d\eta/dT_L)$	温度に対する潤滑油の粘度低下の傾き, $Pa \cdot s/K$
η_0	大気圧下の潤滑油の粘度, $Pa \cdot s$
θ	接触角, rad
θ_{oa}	外輪が力ゼロで一行のすべてのところと接したときの外輪接触角, rad
μ	ヘルツ計算における定数
μ_s	摩擦係数
ν	ポアソン比
ν_{Hz}	ヘルツ計算における定数
ν_L	潤滑油の動粘度, m^2/s
ν_{L40}	40℃における潤滑油の動粘度, m^2/s
ν_{L100}	100℃における潤滑油の動粘度, m^2/s
ρ_b	ころの密度, kg/m^3
ρ_L	大気圧下の潤滑油の密度, kg/m^3
σ_{CMS}	モード合成法で求めた保持器のポケット隅部の最大主応力, Pa
σ_{FE}	有限要素法で求めた保持器のポケット隅部の最大主応力, Pa
σ_t	応力ベクトル, Pa
Σ	無次元せん断速度
$\Sigma\rho$	主曲率の和, $1/m$
τ_L	潤滑油の特性応力, Pa
φ	一行内のころ番号
φ_{ns}	重力に起因した垂直力を保持器ポケットに与える非負荷圏の最初のころの番号
φ_{ne}	重力に起因した垂直力を保持器ポケットに与える非負荷圏の最後のころの番号
ϕ	軌道ところ転動面の接触部におけるトラクション係数
ϕ_F	つばところ端面の接触部におけるトラクション係数

Φ	接触部における無次元温度上昇量
Φ_C	拘束モードのモード座標ベクトルから内点の変位ベクトルへの変換行列
Φ_N	ノーマルモードのモード座標ベクトルから内点の変位ベクトルへの変換行列
χ	ころの列番号
ψ	ころの円周方向角度, rad
ω	固有角振動数, rad/s
ω_b	ころの自転角速度, rad/s
ω_C	保持器の回転角速度, rad/s
ω_i	内輪の回転角速度, rad/s
ω_o	外輪の回転角速度, rad/s

下付き添字

b	ころ, またはころ転動面
B	ころ大端面が保持器のリブに接触する保持器の下側にあるころの番号
c	内輪の中つば
C	保持器ところの接触部
f	保持器の前方の柱
F	つばとところ端面の接触部
i	内輪軌道, または内輪側
IR	等粘度－剛体領域
j	スライス番号
k	保持器の柱の分割番号
l	ころの大端面, 保持器の大径側のリブ, 内輪の大つば, 保持器のポケットの大径側の隅部, 保持器の柱の大径側領域
m	保持器の小径側のリブ, 保持器の柱の小径側領域
Md	拘束モードおよびノーマルモードの次元数の和
Mn	ノーマルモードで考慮されるモードの総数

o	外輪軌道，または外輪側
(point)	点接触
P_{\max}	最大接触圧力が生じるスライス
\underline{PR}	高圧粘度－剛体領域
r	保持器の後方の柱
race	軌道
s	ころの小端面，内輪の小つば，保持器のポケットの大径側の隅部
T	保持器を支持する保持器の上側にあるころの番号
φ	一列内のころ番号
χ	ころの列番号

第 2 章 ころ軸受内の各種の力の計算式

2. 1 緒言

保持器応力を求めるには、まず、ころ軸受内に生じる各種の力の計算式を明らかにする必要がある。

ころ軸受の座標系および各部品回転角速度を Fig. 2.1 に示す。Fig. 2.1 (a)に示すように、ころ軸受は、外輪が角速度 ω_o で回転し、内輪が角速度 ω_i で回転しているとする。なお、Fig. 2.1 において、O-XYZ は軸受に対して設定した座標系であり、O は軸受中心を表す。また、 $O_b-X_bY_bZ_b$ はころに対して設定した移動座標系であり、 O_b はころの中心を表す。 ω_c は保持器の回転角速度、 ω_b はころの自転角速度である。なお、本文中における記号とその単位については、1.4 節にまとめて示してあるので、参照されたい。

ころ軸受内に生じる各種の力の計算式の導出にあたっては、ころ中心を固定して考え、ころに作用する力を検討するのが慣例である⁽³¹⁾。そこで、Fig. 2.1 (a)に示す系を、ころ中心を固定した Fig. 2.1 (b)に示す系に置き換えて検討すること

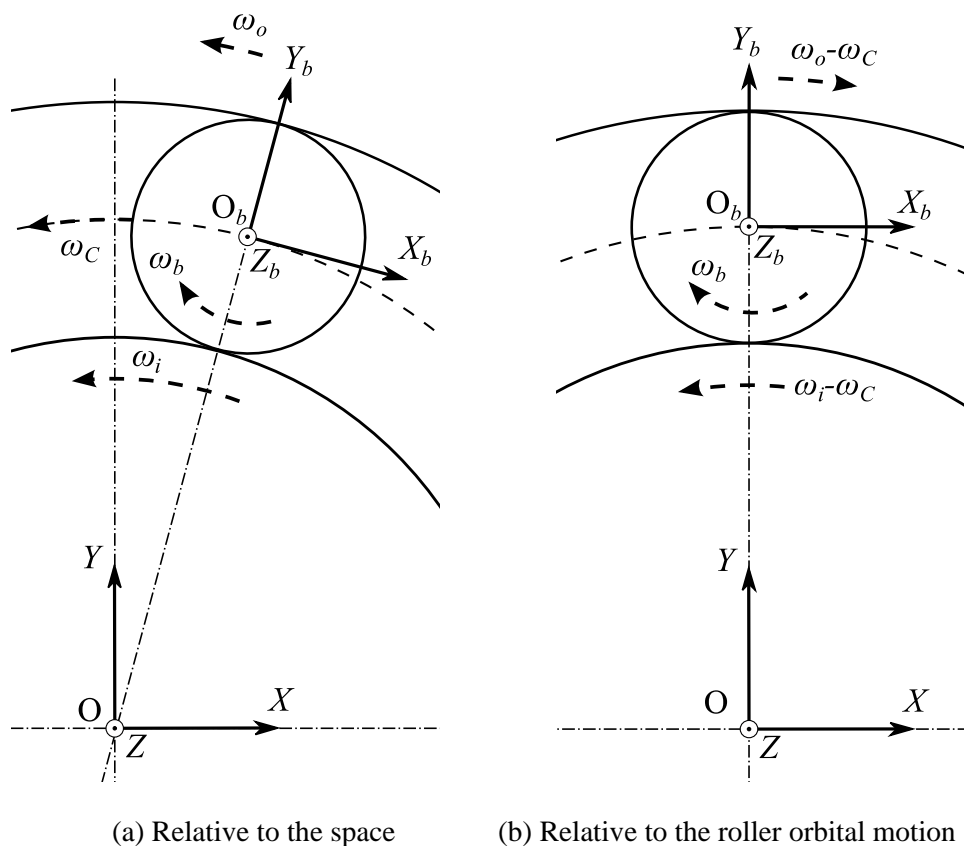


Fig. 2.1 Coordinate systems and angular velocities of bearing components

する⁽³¹⁾．Fig. 2.1 (b)では，ころ中心を固定するために各部品を保持器と逆方向に回転させている．そのため，外輪は $\omega_o - \omega_c$ および内輪は $\omega_i - \omega_c$ の回転角速度をそれぞれ持つことになる．以下では，Fig. 2.1 (b)に示す系を用いて，ころに作用する各種の力の計算式について述べる．

これまでの研究^{(8)~(10)(30)(32)}より，油潤滑下のころ軸受では，ころに対して Fig. 2.2 に示すような力が作用すると考えられる．なお，Fig. 2.2 は，一例として，自動調心ころ軸受の場合を示している．図において， F_N は軌道からころ転動面に作用する垂直力， F_R は軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗， F_P は軌道からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力， F_T は軌道からころ転動面に作用するトラクション， e は軌道ところの接触中心から油膜の圧力中心までの距離， f_N は軌道からころ転動面に作用する単位長さ当たりの垂直力， F_{FN} はつばからころ端面に作用する垂直力， F_{FT} はつばからころ端面に作用するトラクション， F_{CN} は保持器からころに作用する垂直力， F_{CS} は保持器からころに作用するすべり摩擦力， F_{CR} は保持器からころに作用する転がり粘性抵抗， F_{CP} は保持器からころに作用する転がり方向の油膜力である．また，各記号における下付き添字 i は内輪軌道， o は外輪軌道， c は内輪の中つば， s は小つばあるいは保持器の小径側のリブ， f は保持器の前方の柱， r は保持器の後方の柱， l は保持器の大径側のリブに関することを表す．

Fig. 2.2 に基づけば，ころに作用する力を以下のように分類することができる．なお，当然であるが，軸受内では，個々に示す 13 種類の力の反力がころからころに接触する部品あるいは流体に作用する．

- (1) 軌道からころ転動面に作用する垂直力 F_{Ni} , F_{No} ⁽²⁶⁾⁽²⁹⁾⁽³⁰⁾
- (2) 軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗 F_{Ri} , F_{Ro} ^{(8)~(10)}
- (3) 軌道からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力 F_{Pi} , F_{Po} ⁽³²⁾⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾
- (4) 軌道からころ転動面に作用するトラクション F_{Ti} , F_{To} ^{(8)(12)~(14)(18)(29)~(32)}
- (5) つば⁴からころ端面に作用する垂直力 F_{FNc} , F_{FNs} ⁽¹³⁾⁽²⁹⁾⁽³⁰⁾

⁴ ころ転動面の形状が非対称形の自動調心ころ軸受を対象とする．そのため，中つばを有する．

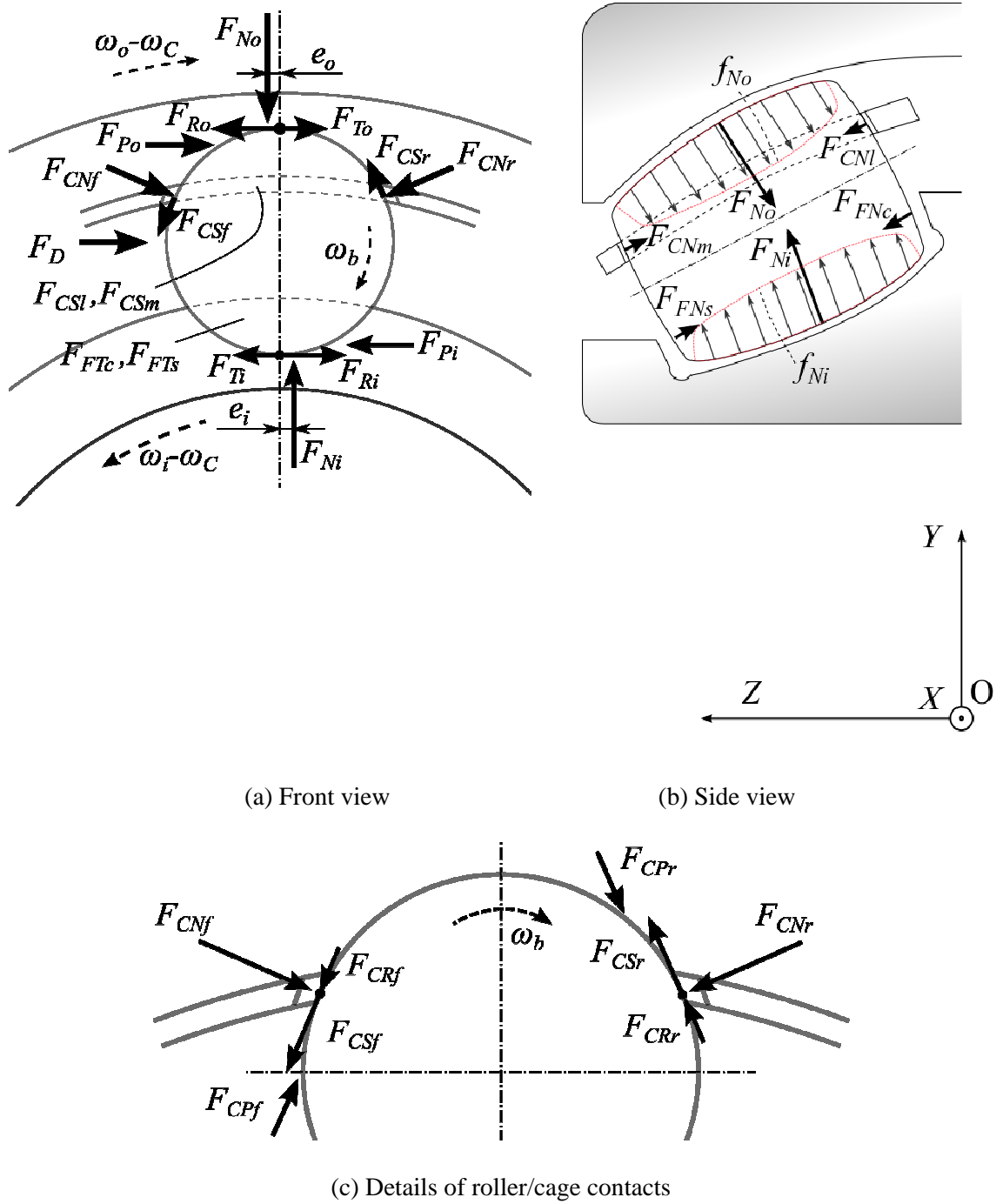


Fig. 2.2 Forces acting on roller

(6) つばからころ端面に作用するトラクション F_{FTc} , F_{FTs} ⁽³⁰⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾

(7) 保持器からころ転動面に作用する垂直力 F_{CNf} , F_{CNr} ⁽³⁰⁾

(8) 保持器からころ転動面に作用するすべり摩擦力 F_{CSf} , F_{CSr} ⁽³⁰⁾

(9) 保持器からころ端面に作用する垂直力 F_{CNl} , F_{CNm}

(10)保持器からころ端面に作用するすべり摩擦力 F_{CSl} , F_{CSm} ⁽⁸⁾

(11)保持器からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗 F_{CRf} , F_{CRr} ⁽⁸⁾

(12)保持器からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力 F_{CPf} , F_{CPr} ⁽⁸⁾

(13)潤滑油および空気からころに作用する流体の抗力 F_D ⁽¹³⁾

ここで、(1)～(6)は軌道からころに作用する力、(7)～(12)は保持器からころに作用する力、(13)は潤滑油および空気からころに作用する力である。

上記(1)～(4)に示す軌道からころに作用する力については、1. 2. 1 項(g)に記したように、自動調心ころ軸受のころに対する、(2)軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗および(3)軌道からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力の計算式は示されていない⁽²⁹⁾⁽³⁰⁾。これらに加えて、トラクションの計算で必要となるトラクション係数については、種々の潤滑状態に対して簡便な計算方法が得られていないなどの問題がある⁽⁸⁾⁽²⁹⁾⁽³⁰⁾。さらに、保持器からころに作用する力のうち、(11)転がり粘性抵抗、(12)転がり方向の油膜力に関する計算式が提案されている⁽⁸⁾が、ころと保持器の相対位置が変化する場合の計算は難しい。以上からわかるように、油潤滑下のころ軸受では、ころに作用する力の計算に未だ多くの問題がある⁵。

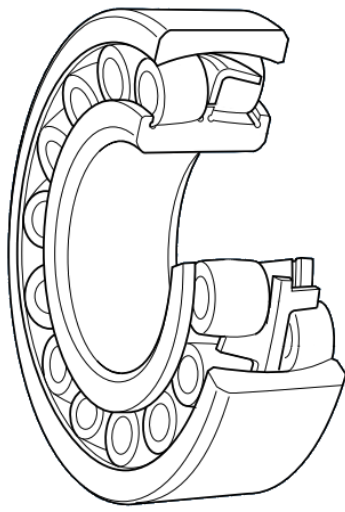
軸受が低回転速度で運転される場合、ポケット部における油膜圧力は低く、境界潤滑状態とみなすことができ、上記(11)および(12)の油膜による力を無視することができる。また、上記(13)のころに作用する流体の抗力も無視でき、ころに作用する力を求めることが比較的容易になる。

そこで、本章では、低回転速度で運転される油潤滑されたころ軸受を対象とし、上記(1)から(10)の 10 種のころに作用する力の計算式を検討する。

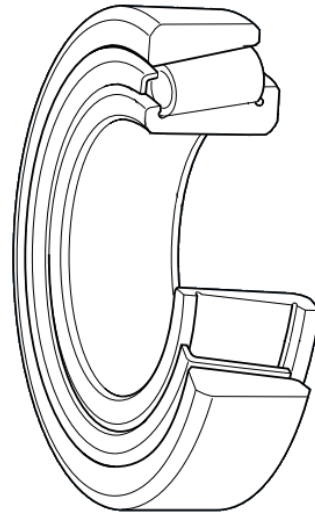
2. 2 対象とするころ軸受の形式

代表的なころ軸受には、Fig. 2.3 に示すように、自動調心ころ軸受、円すいころ軸受、円筒ころ軸受、および針状ころ軸受などがある。本章では、油潤滑下の自

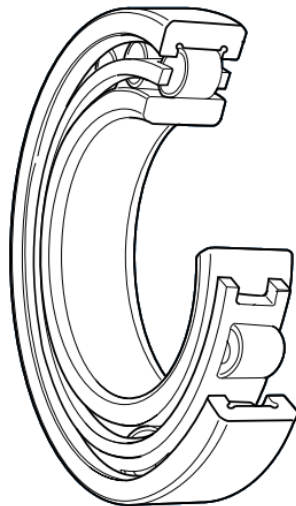
⁵ Zhou らは、つばところ端面の接触部において、すべり率が高い場合に、転がり粘性抵抗および転がり方向の油膜力が、トラクションに比べ小さく無視できるとしている⁽¹⁰⁾。そこで、本研究でも、Zhou らと同様に考えることにする。



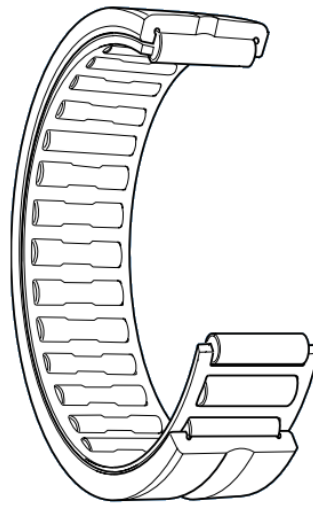
(a) Spherical roller bearing



(b) Tapered roller bearing



(c) Cylindrical roller bearing



(d) Needle roller bearing

Fig. 2.3 Types of roller bearings⁽³⁷⁾

自動調心ころ軸受を主な対象とし，ころ軸受内に生じる各種の力の計算式を検討することとする．なお，円すいころ軸受，円筒ころ軸受および針状ころ軸受は，自動調心ころ軸受に比べて形状が単純である．そのため，これらの軸受に対しても，自動調心ころ軸受に対する本章の計算式を適用することができる．

2. 3 軌道からころ転動面に作用する垂直力 F_{Ni} , F_{No}

軌道からころ転動面に作用する垂直力 F_{Ni} , F_{No} は、自動調心ころ軸受や、軌道輪にミスアライメントがある場合にも適用できる、Harris のスライス法⁽²⁶⁾⁽²⁹⁾を用いて求めることとする。そして、これまでの研究⁽²⁹⁾⁽³⁸⁾⁽³⁹⁾と同様に油潤滑下であっても、油膜厚さを無視した状態で、垂直力を求めることとする。

Palmgren の研究⁽²⁸⁾により、軌道と円筒状のころ転動面が平行に線接触する場合、軌道ところ転動面の弾性接近量 δ と垂直力 F_N は、次式の関係を持つことが知られている⁽³⁸⁾。

$$\delta = 0.39 \left(\frac{8F_N}{E^*} \right)^{0.9} l^{-0.8} \quad (2.1)$$

ここで、 E^* は軌道輪ところの材料の等価弾性係数、 l は軌道ところ転動面の有効接触長さを表す。 E^* は次式で与えられる。

$$E^* = 2 \left(\frac{1 - \nu_{\text{race}}^2}{E_{\text{race}}} + \frac{1 - \nu_b^2}{E_b} \right)^{-1} \quad (2.2)$$

ただし、 ν はポアソン比、 E は縦弾性係数であり、下付き添字 **race** は軌道、 b はころに関することを表す。

式(2.1)より、 F_N は次式で与えられる。

$$F_N = 0.356 E^* l^{\frac{8}{9}} \delta^{\frac{10}{9}} \quad (2.3)$$

軌道からころ転動面に作用する単位長さ当たりの垂直力 f_N は、 F_N を有効接触長さ l で割ることで、次式のように書くことができる。

$$f_N = 0.356 E^* l^{-\frac{1}{9}} \delta^{\frac{10}{9}} \quad (2.4)$$

自動調心ころ軸受や、軌道輪にミスアライメントがある場合に対応するため、平行に線接触することを前提とした上記の線接触の式を、接触部を長さ方向に微小に分割したスライス片ごとに計算し（スライス法）、軌道からころ転動面に作用する垂直力を求める⁽²⁶⁾⁽²⁹⁾。

いま、Fig. 2.4 に例示するように、内輪および外輪軌道からころ転動面に作用す

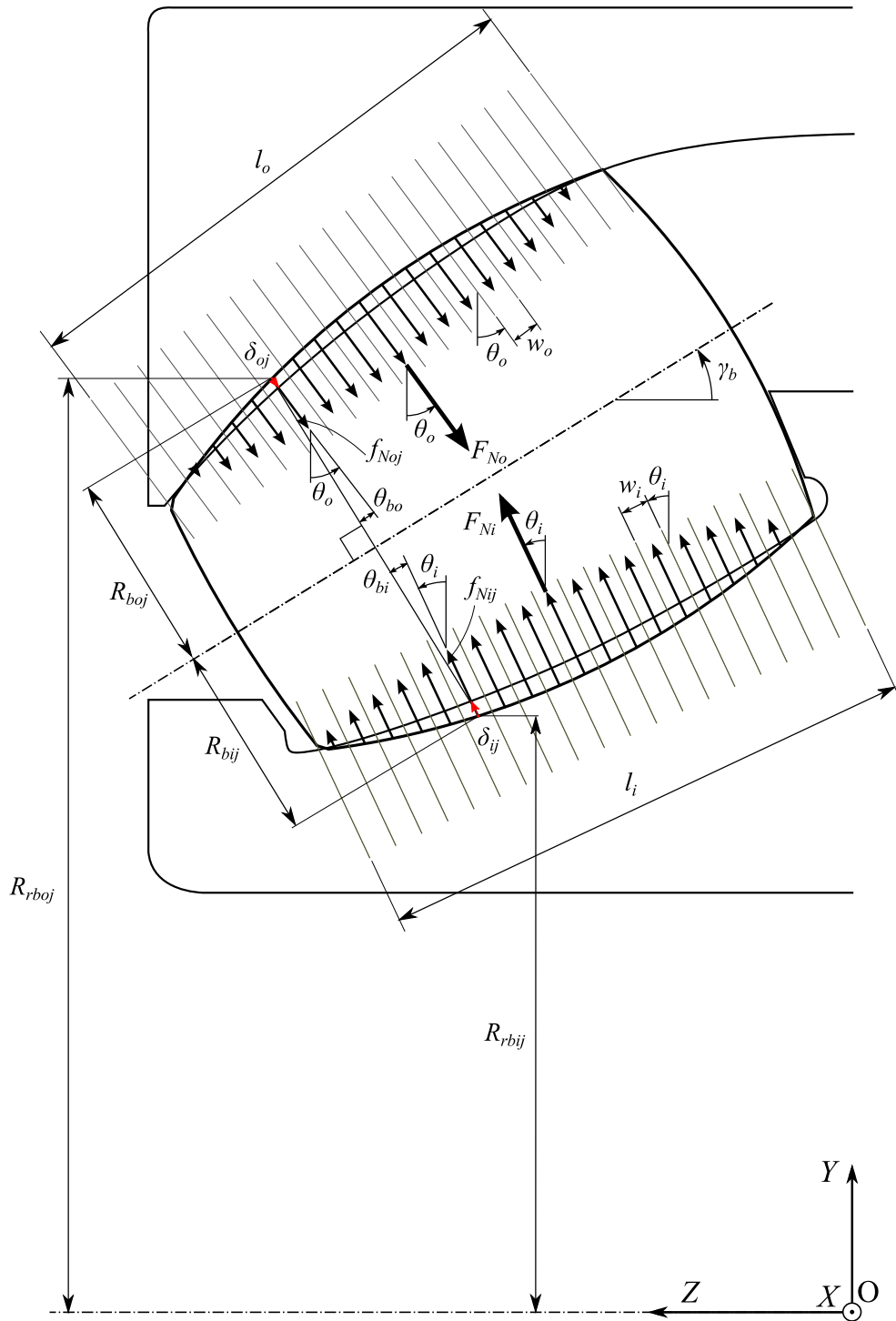


Fig. 2.4 Slices of the contact between roller and raceways

る垂直力 F_{Ni} , F_{No} に平行な方向で、それぞれの接触部をスライスする． Fig. 2.4 において、 R_{rb} は軌道輪の中心線からころ転動面までの距離、 δ は軌道ところ転動面の弾性接近量、 θ は接触角、 R_b はころ転動面の半径、 γ_b はころの傾斜角、 l は有

効接触長さ， w はスライスの幅， n は有効接触長さにおけるスライスの個数であり，各記号の添字 i は内輪側， o は外輪側， j は番号 j のスライスに関することを表す．内・外輪の軌道ところ転動面の有効接触長さ l_i ， l_o は，次式のように表される．なお， l_i および l_o の方向は，それぞれ内輪側および外輪側のスライス線に垂直な方向である．

$$\left. \begin{aligned} l_i &= n_i w_i \\ l_o &= n_o w_o \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

内輪側では， n_i 個のスライスのうち，スライス番号 j が $j_{0i} \sim (j_{0i} + n_{\text{coni}} - 1)$ の n_{coni} 個のスライスにおいて，内輪軌道ところ転動面が接触し，垂直力が生じているとする．一方，外輪側では， n_o 個のスライスのうち，スライス番号 j が $j_{0o} \sim (j_{0o} + n_{\text{cono}} - 1)$ の n_{cono} 個のスライスにおいて，外輪軌道ところ転動面が接触し，垂直力が生じているとする．内輪側および外輪側の番号 j のスライスにおける単位長さ当たりの垂直力 f_{Nij} ， f_{Noj} は，式(2.4)および(2.5)に基づいて，次式で与えられる⁽²⁶⁾．

$$\left. \begin{aligned} f_{Nij} &= 0.356 E_i^* (n_{\text{coni}} w_i)^{\frac{1}{9}} \delta_{ij}^{\frac{10}{9}} \\ f_{Noj} &= 0.356 E_o^* (n_{\text{cono}} w_o)^{\frac{1}{9}} \delta_{oj}^{\frac{10}{9}} \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

ここで， E_i^* および E_o^* は，それぞれ内・外輪ところの材料の等価弾性係数であり，次式で与えられる．

$$\left. \begin{aligned} E_i^* &= 2 \left(\frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \nu_b^2}{E_b} \right)^{-1} \\ E_o^* &= 2 \left(\frac{1 - \nu_o^2}{E_o} + \frac{1 - \nu_b^2}{E_b} \right)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

δ_{ij} および δ_{oj} は，Fig. 2.5 に示す幾何学的な関係から，次式で与えられる．

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ij} &= (R_{ij} - R_{bij}) \cos \theta_i \\ \delta_{oj} &= (R_{boj} - R_{oj}) \cos \theta_o \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

ただし， R_{ij} および R_{oj} は，それぞれ番号 j のスライスにおける内・外輪の軌道の半径であり，その他の記号は Fig. 2.4 と同様である．内・外輪の軌道ところ転動面の接触は，それぞれ $\delta_{ij} > 0$ ， $\delta_{oj} > 0$ となるとときに生じる．そのため，これらに

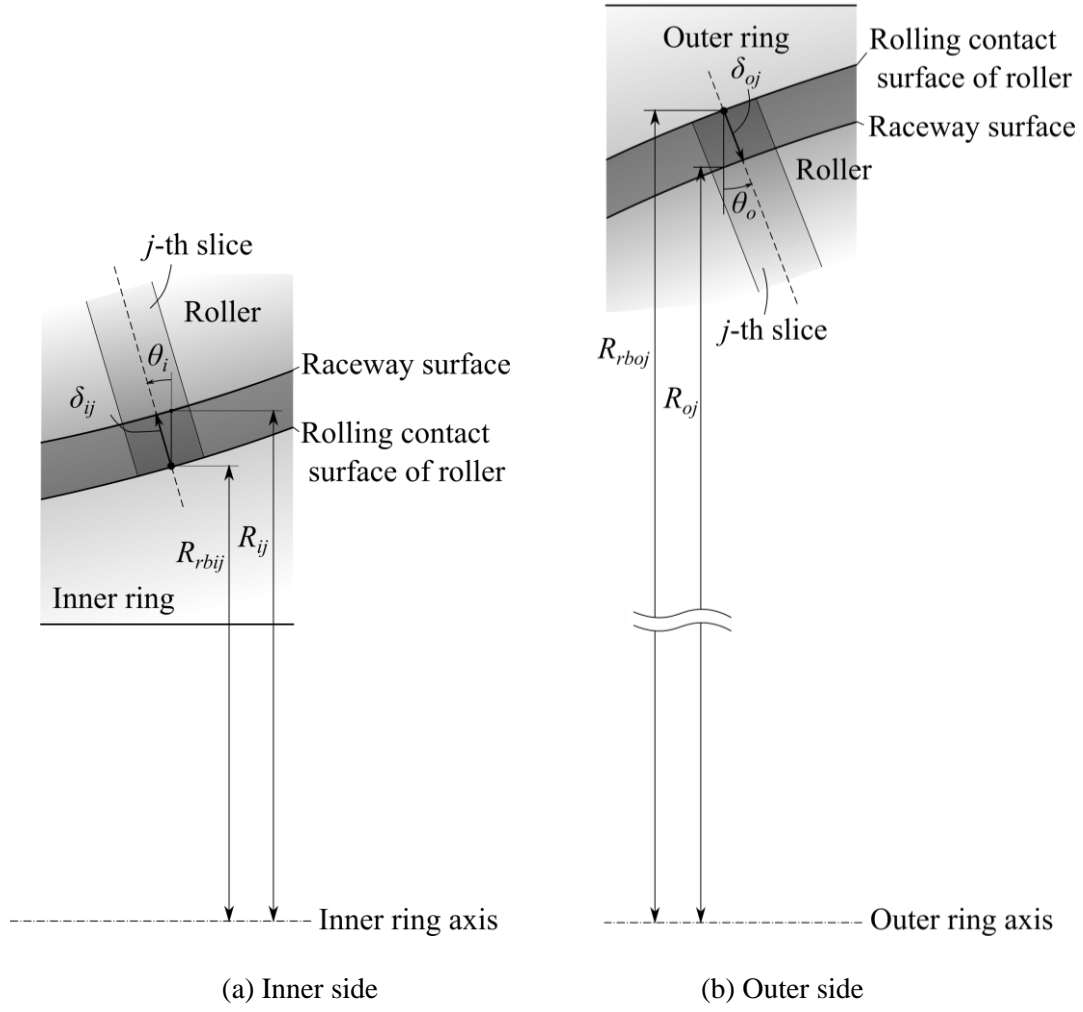


Fig. 2.5 Contact deformation

じて j_{0i} , n_{coni} , j_{0o} および n_{cono} を定める必要がある．なお， δ_{ij} , δ_{oj} は，Fig. 2.5 に示す方向を正とする．また， f_{Nij} , f_{Noj} の正の方向も，それぞれ δ_{ij} , δ_{oj} と同じである．

以上より，内・外輪の軌道からころ転動面に作用する垂直力 F_{Ni} , F_{No} は，次式のように書き表すことができる．

$$\left. \begin{aligned} F_{Ni} &= w_i \sum_{j=j_{0i}}^{j_{0i}+n_{coni}-1} f_{Nij} \\ F_{No} &= w_o \sum_{j=j_{0o}}^{j_{0o}+n_{cono}-1} f_{Noj} \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

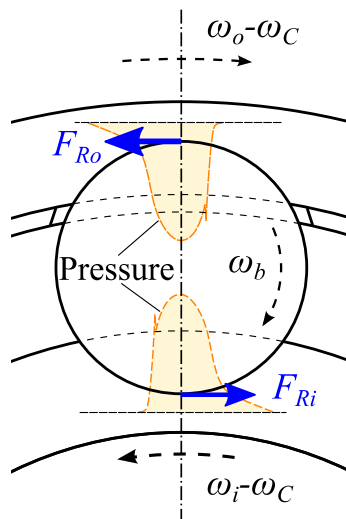


Fig. 2.6 Rolling resistance forces of raceways on roller

2. 4 軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗力 F_{Ri} , F_{Ro}

ころ軸受は、通常、軌道ところ転動面の間に油膜が形成される条件下で使用される。油膜の形成にともない、軌道およびころ転動面には、転がり粘性抵抗力 (Fig. 2.6) が作用する^{(8)~(10)}。ここでは、自動調心ころ軸受や、軌道輪にミスアライメントがある場合にも適用できる、油膜の潤滑領域を考慮した、軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗力の計算式を検討する。

2. 4. 1 軌道ところ転動面の間の油膜厚さと潤滑領域の関係

まず、転がり粘性抵抗力の計算に必要な油膜厚さの計算式を検討する。

軌道ところ転動面の間の油膜厚さには、潤滑油粘度の圧力による変化および軌道ところ転動面の接触部の弾性変形が大きく影響する。そのため、油膜厚さは、通常、以下の4つの領域（潤滑領域）に分けて議論される⁽⁴⁰⁾⁽⁴¹⁾。

- (1) 高圧粘度－弾性体領域（PE 領域）⁶
- (2) 高圧粘度－剛体領域（PR 領域）
- (3) 等粘度－剛体領域（IR 領域）
- (4) 等粘度－弾性体領域（IE 領域）⁷

線接触に対する潤滑領域の判別は、一般に、Fig. 2.7 に示す Hooke チャート⁽⁴¹⁾により行われている。一方、コンピュータ上で潤滑領域の判別を行うためには、

⁶ いわゆる弾性流体潤滑（EHL）の状態である。

⁷ ソフト EHL とも呼ばれ、ゴムや樹脂などの軟質材料の接触時に現れる⁽⁴²⁾。

チャート形式よりも式の形式で与えられた方が便利である．Hooke チャートに示される潤滑領域⁽⁴¹⁾を，式の形式で示したものが Table 2.1 である．なお，Fig. 2.7 および Table 2.1 において， g_1 は線接触における粘性パラメータ， g_3 は線接触における弾性パラメータであり，それぞれ以下の式により与えられる⁽⁴¹⁾．

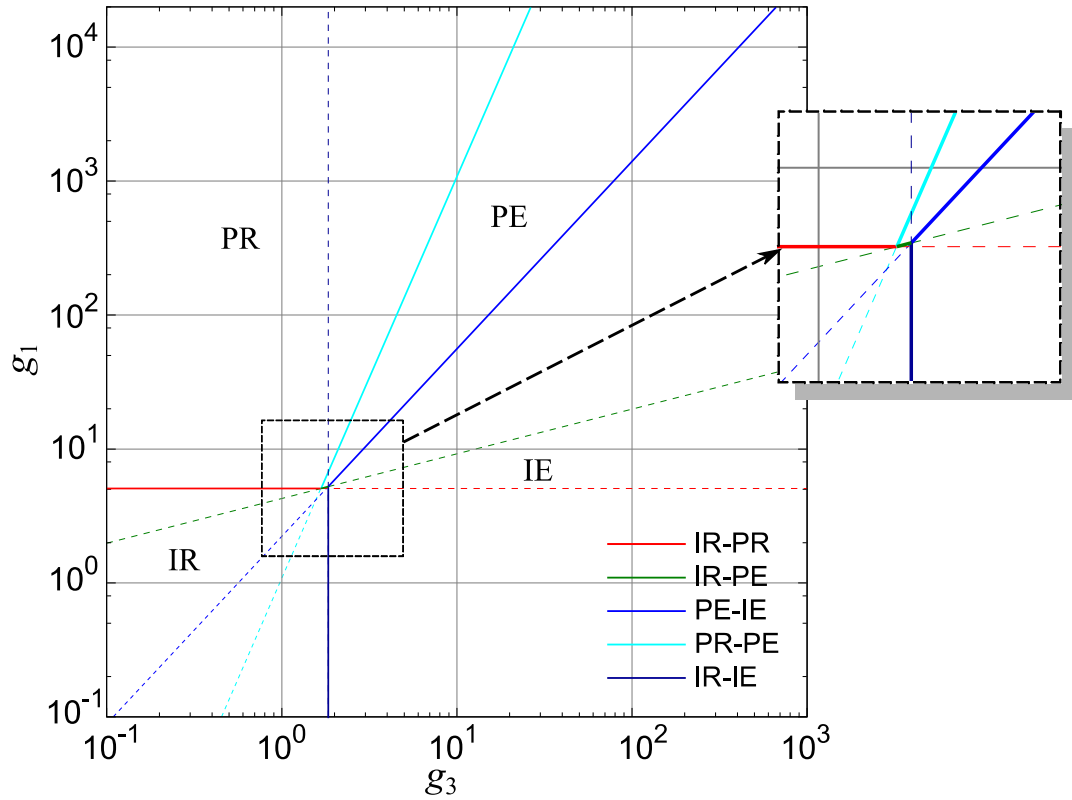


Fig. 2.7 Hooke chart

Table 2.1 Discriminations for each lubrication regime for line contacts

Regime	Discrimination
PE	$4.27g_3^{1/3} \leq g_1$ and $2.23g_3^{1.4} \leq g_1$ and $g_1 \leq 1.08g_3^3$
PR	$5.07 \leq g_1$ and $1.08g_3^3 \leq g_1$
IR	$(g_1 \leq 5.07 \text{ or } g_1 \leq 4.27g_3^{1/3})$ and $g_3 \leq 1.84$
IE	$1.84 \leq g_3$ and $g_1 \leq 2.23g_3^{1.4}$

$$g_1 = GU^{-1/2}W^{3/2} \quad (2.10)$$

$$g_3 = U^{-1/2}W \quad (2.11)$$

ここで、 G は軌道輪ところの接触における材料パラメータ、 U は速度パラメータ、 W は荷重パラメータであり、それぞれ以下の式で与えられる⁽⁴¹⁾。

$$G = \alpha_0 E^* \quad (2.12)$$

$$U = \frac{\eta_0 u_a}{E^* R^*} \quad (2.13)$$

$$W = \frac{f_N}{E^* R^*} \quad (2.14)$$

ただし、 α_0 は潤滑油の粘度－圧力係数、 E^* は軌道輪ところの材料の等価弾性係数（式(2.7)参照）、 η_0 は大気圧下の潤滑油の粘度、 u_a は転がり速度、 R^* は等価半径、 f_N は軌道からころ転動面に作用する単位長さ当たりの垂直力（式(2.6)参照）である。式(2.10)～(2.14)は、内輪側および外輪側のそれぞれについて検討する必要がある。以下の諸式を伴って計算される。

式(2.12)中の潤滑油の粘度－圧力係数 $\alpha_0[\text{Pa}^{-1}]$ は、内輪側および外輪側に対して、次式で与えられる⁽⁴³⁾。

$$\begin{aligned} \alpha_{0i} &= \left\{ 0.1657 + 0.2332 \log(\nu_{Li} \times 10^6) \right\} m_L \times 10^{-8} \\ \alpha_{0o} &= \left\{ 0.1657 + 0.2332 \log(\nu_{Lo} \times 10^6) \right\} m_L \times 10^{-8} \end{aligned} \quad (2.15)$$

ここで、式中の下付き添字 i および o はそれぞれ、内輪側および外輪側を表す。また、 m_L は潤滑油によって決まる定数であり、

$$m_L = \frac{\log \log(\nu_{L40} \times 10^6 + 0.7) - \log \log(\nu_{L100} \times 10^6 + 0.7)}{\log 373.15 - \log 313.15} \quad (2.16)$$

で与えられる⁽⁴⁴⁾。ここで、 ν_{L40} および $\nu_{L100}[\text{m}^2/\text{s}]$ は、 40°C および 100°C における潤滑油の動粘度である。式(2.15)における ν_{Li} および $\nu_{Lo}[\text{m}^2/\text{s}]$ は、内輪側および外輪側の潤滑油の動粘度であり、次に示す ASTM-Walther の式⁽⁴⁴⁾で与えられる。

$$\begin{aligned} \nu_{Li} &= \left\{ 10^{10^{-m_L \log(T_{Li}/313.15) + \log \log(\nu_{L40} \times 10^6 + 0.7)}} - 0.7 \right\} 10^{-6} \\ \nu_{Lo} &= \left\{ 10^{10^{-m_L \log(T_{Lo}/313.15) + \log \log(\nu_{L40} \times 10^6 + 0.7)}} - 0.7 \right\} 10^{-6} \end{aligned} \quad (2.17)$$

ここで、 T_{Li} および T_{Lo} [K] は、内輪側および外輪側の潤滑油の温度である。式(2.13)の計算に必要な内輪側および外輪側の転がり速度 u_{ai} , u_{ao} は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} u_{ai} &= \frac{(\omega_i - \omega_c) R_i + \omega_b R_b}{2} \\ u_{ao} &= \frac{(\omega_o - \omega_c) R_o + \omega_b R_b}{2} \end{aligned} \quad (2.18)$$

ここで、 ω_i は内輪の回転角速度、 ω_c は保持器の回転角速度、 ω_b はころの自転角速度、 R_i は内輪軌道半径、 R_o は外輪軌道半径、 R_b はころ転動面の半径を表す。式(2.13)および(2.14)の計算に必要な内輪側および外輪側の等価半径 R_i^* , R_o^* は、次式で与えられる⁽⁴¹⁾。

$$\begin{aligned} R_i^* &= \left(\frac{\cos \theta_i}{R_i} + \frac{\cos \theta_{bi}}{R_b} \right)^{-1} \\ R_o^* &= \left(-\frac{\cos \theta_o}{R_o} + \frac{\cos \theta_{bo}}{R_b} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (2.19)$$

ここで、 θ_i は内輪接触角、 θ_o は外輪接触角、 θ_{bi} はころの内輪軌道との接触角、 θ_{bo} はころの外輪軌道との接触角である。

以上は、一般的な潤滑領域の決定方法である。なお、スライス法を適用した場合、軌道ところ転動面の間の1つの接触部における潤滑領域は、当該接触部において単位長さ当たりの垂直力 f_N が最大となるスライスによって決定されると仮定する。すなわち、 f_N が最大となるスライスに対して、式(2.10)～(2.19)および Table 2.1 により潤滑領域を求め、それを当該接触部の潤滑領域とした。

ところで、ころ軸受の潤滑状態に関する調査結果によれば、ころ軸受の内部で大きな負荷を受けるころは、ほとんどが PE 領域すなわち弾性流体潤滑 (EHL) の状態で使用される⁽⁴⁴⁾。PR 領域でも使用される場合はあるが、IR 領域での使用

は極まれであり，IE 領域では使用されない⁽⁴⁴⁾．そこで，以下では，PE 領域（EHL の状態），PR 領域および IR 領域における軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗について検討することとする．

2. 4. 2 従来の転がり粘性抵抗力の計算式

これまでの研究で得られた PE 領域⁽¹⁰⁾，PR 領域⁽⁸⁾，および IR 領域⁽⁸⁾における軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗力 F'_R の計算式を Table 2.2 に示す⁸．なお， F'_R の計算式は，軌道ところが平行に線接触することを前提としている．Table 2.2 において， C_t は熱修正係数， H_{\min} は無次元最小膜厚，下付き添字 PR は PR 領域，IR は IR 領域に関することを表す．なお，その他の記号および下付き添字は，2.3 節および 2.4.1 項と同様である．ころと内・外輪の軌道の各接触部における熱修正係数 C_{ti} ， C_{to} は，次式で与えられる⁽⁴⁵⁾．

Table 2.2 Formulas of rolling resistance for line contact

Regime	Formula of rolling resistance F'_R
PE	$F'_{Ri} = \frac{C_{ti} 29.2 R_i^* (G_i U_i)^{0.648} W_i^{0.246}}{\alpha_{0i}} l_i$ $F'_{Ro} = \frac{C_{to} 29.2 R_o^* (G_o U_o)^{0.648} W_o^{0.246}}{\alpha_{0o}} l_o$
PR	$F'_{Ri} = \left[1 - 0.155 \ln \left\{ 1 - 2.12 G_i U_i H_{\min \underline{PR}i}^{-1.5} \right\} \right] 3.82 E_i^* l_i R_i^* U_i H_{\min \underline{IR}i}^{-0.509}$ $F'_{Ro} = \left[1 - 0.155 \ln \left\{ 1 - 2.12 G_o U_o H_{\min \underline{PR}o}^{-1.5} \right\} \right] 3.82 E_o^* l_o R_o^* U_o H_{\min \underline{IR}o}^{-0.509}$
IR	$F'_{Ri} = 3.82 E_i^* l_i R_i^* U_i H_{\min \underline{IR}i}^{-0.509}$ $F'_{Ro} = 3.82 E_o^* l_o R_o^* U_o H_{\min \underline{IR}o}^{-0.509}$

⁸ Table 2.2 中の PR 領域および IR 領域に対する計算式は，オリジナルの式を変形したものである．これらの式の変形過程については付録 1（153 ページ）を参照されたい．

$$\left. \begin{aligned} C_{ti} &= \frac{1-13.2(P_{\max i} / E_i^*) L_{ti}^{0.42}}{1+0.213(1+2.23s_i^{0.83}) L_{ti}^{0.64}} \\ C_{to} &= \frac{1-13.2(P_{\max o} / E_o^*) L_{to}^{0.42}}{1+0.213(1+2.23s_o^{0.83}) L_{to}^{0.64}} \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

ここで, P_{\max} は最大接触圧力, L_t は熱修正係数の計算に用いる無次元パラメータ, s はすべり率を表す. ころと内・外輪の軌道の各接触部における最大接触圧力 $P_{\max i}$, $P_{\max o}$, 熱修正係数の計算に用いる無次元パラメータ L_{ti} , L_{to} , すべり率 s_i , s_o は, それぞれ, 以下の式で与えられる⁽⁴⁵⁾.

$$\left. \begin{aligned} P_{\max i} &= \sqrt{\frac{E_i^* f_{Ni}}{2\pi R_i^*}} \\ P_{\max o} &= \sqrt{\frac{E_o^* f_{No}}{2\pi R_o^*}} \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

$$\left. \begin{aligned} L_{ti} &= \left(-\frac{d\eta}{dT_L} \right)_i \frac{1}{K_{Li}} \left| \frac{u_{Oi} + u_{Obi}}{2} \right|^2 \\ L_{to} &= \left(-\frac{d\eta}{dT_L} \right)_o \frac{1}{K_{Lo}} \left| \frac{u_{Oo} + u_{Ob o}}{2} \right|^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

$$\left. \begin{aligned} s_i &= 2 \left| \frac{u_{Oi} - u_{Obi}}{u_{Oi} + u_{Obi}} \right| \\ s_o &= 2 \left| \frac{u_{Oo} - u_{Ob o}}{u_{Oo} + u_{Ob o}} \right| \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

ここで, $(-d\eta/dT_L)$ は温度に対する潤滑油の粘度低下の傾き, T_L は潤滑油の温度, K_L は潤滑油の熱伝導率, u_o は軌道輪の表面速度, u_{ob} はころの表面速度である. 内輪側および外輪側の温度に対する潤滑油の粘度低下の傾き $(-d\eta/dT_L)_i$, $(-d\eta/dT_L)_o$ は, 次式で表される⁹.

⁹ 対象温度に対して $\pm 5\text{K}$ の温度における粘度を ASTM-Walther の式⁽⁴⁴⁾で計算し, その差分から求めた.

$$\left. \begin{aligned} \left(-\frac{d\eta}{dT_L} \right)_i &= \rho_L \left\{ 10^{10^{-m_L \log\left(\frac{T_{Li}-5}{313.15}\right) + \log\log(v_{L40} \times 10^6 + 0.7)}} - 10^{10^{-m_L \log\left(\frac{T_{Li}+5}{313.15}\right) + \log\log(v_{L40} \times 10^6 + 0.7)}} \right\} 10^{-7} \\ \left(-\frac{d\eta}{dT_L} \right)_o &= \rho_L \left\{ 10^{10^{-m_L \log\left(\frac{T_{Lo}-5}{313.15}\right) + \log\log(v_{L40} \times 10^6 + 0.7)}} - 10^{10^{-m_L \log\left(\frac{T_{Lo}+5}{313.15}\right) + \log\log(v_{L40} \times 10^6 + 0.7)}} \right\} 10^{-7} \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

ここで、 ρ_L は大気圧下の潤滑油の密度である．内輪側および外輪側の潤滑油の熱伝導率 K_{Li} 、 K_{Lo} は、次式で与えられる⁽⁴⁶⁾．

$$\left. \begin{aligned} K_{Li} &= \left(1.33 + 0.60 \times 10^{-9} \frac{\pi P_{\max i}}{4} \right) \frac{117}{\rho_L} \{ 1 - 0.00054 (T_{Li} - 273.15) \} \\ K_{Lo} &= \left(1.33 + 0.60 \times 10^{-9} \frac{\pi P_{\max o}}{4} \right) \frac{117}{\rho_L} \{ 1 - 0.00054 (T_{Lo} - 273.15) \} \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

Table 2.2 中の $H_{\min \underline{PR}i}$ 、 $H_{\min \underline{PR}o}$ は、Houpert の手法⁽⁸⁾に従い次式で与えられる．

$0.195 G_i U_i^{-0.5} W_i^{1.5} \leq 2.53$ 、 $0.195 G_o U_o^{-0.5} W_o^{1.5} \leq 2.53$ の場合

$$\left. \begin{aligned} H_{\min \underline{PR}i} &= 4.9 U_i W_i^{-1} e^{0.0517 G_i U_i^{-0.5} W_i^{1.5}} \\ H_{\min \underline{PR}o} &= 4.9 U_o W_o^{-1} e^{0.0517 G_o U_o^{-0.5} W_o^{1.5}} \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

$0.195 G_i U_i^{-0.5} W_i^{1.5} > 2.53$ 、 $0.195 G_o U_o^{-0.5} W_o^{1.5} > 2.53$ の場合

$$\left. \begin{aligned} H_{\min \underline{PR}i} &= \left(\frac{0.195 G_i U_i^{-0.5} W_i^{1.5}}{1 - e^{-0.195 G_i U_i^{-0.5} W_i^{1.5}}} \right)^{\frac{2}{3}} \\ H_{\min \underline{PR}o} &= \left(\frac{0.195 G_o U_o^{-0.5} W_o^{1.5}}{1 - e^{-0.195 G_o U_o^{-0.5} W_o^{1.5}}} \right)^{\frac{2}{3}} \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

Table 2.2 中の $H_{\min \underline{IR}i}$ 、 $H_{\min \underline{IR}o}$ は、次式で与えられる⁽⁸⁾．

$$\left. \begin{aligned} H_{\min \underline{IR}i} &= 4.9 \frac{U_i}{W_i} \\ H_{\min \underline{IR}o} &= 4.9 \frac{U_o}{W_o} \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

2. 4. 3 転がり粘性抵抗力の潤滑領域間の不連続性の修正

ラジアル荷重および合成荷重下のころ軸受では、ころの公転運動にしたがい負荷圏内のころ転動面と軌道面の接触圧力が変化する．Table 2.1 および Table 2.2 に基づけば、接触圧力が変化的ることにより、油膜の潤滑領域が変化するもので、

使用する転がり粘性抵抗力の式を変える必要がある．Table 2.1 および Table 2.2 に基づいて，自動調心ころ軸受のころ転動面と内輪軌道の接触部の転がり粘性抵抗力を計算した例を Fig. 2.8 に示す¹⁰．この図の例では，最大接触圧力約 0.5 GPa が，PR 領域と PE 領域の境界になっている．図から明らかなように，Table 2.2 に基づいて転がり粘性抵抗力を計算すると，PR 領域と PE 領域の境界では，PR 領域の転がり粘性抵抗力が PE 領域に比べ非常に大きくなり，不連続性が生じる．PE 領域の転がり粘性抵抗力については，多くの実験が行われ⁽⁹⁾⁽⁴⁷⁾，Table 2.2 に示した PE 領域の式が実験と良く一致することが判明している⁽¹⁰⁾．一方，PR 領域の転がり粘性抵抗力については，実験検証例がない⁽⁸⁾．よって，転がり粘性抵抗力の計算値の不連続性の原因は，Table 2.2 の PR 領域の転がり粘性抵抗力の計算式によるものと推定される．

Table 2.3 の諸式⁽⁴¹⁾を用い，Fig. 2.8 に対応する最小膜厚を計算した結果を Fig. 2.9 に示す．この図から，最小膜厚は，PR 領域と PE 領域で比較的近い値となることがわかる．なお，ころ転動面と軌道面の接触部の潤滑領域が PR 領域あるいは PE 領域と判断される場合は，いずれも，Hooke チャート⁽⁴¹⁾において PR 領域と PE 領域の境界線付近であることが知られている⁽⁴⁴⁾．

以上のことから，ころ転動面と軌道面の接触部では，PR 領域と判別された場合であっても，PE 領域に近い状態であると考えることができる．そこで，PR 領域

Table 2.3 Film thickness formulas for lubrication regimes for line contacts

Regime	Minimum film thickness formula
PE	$1.65g_1^{0.75}g_3^{-0.25}UW^{-1}R^*$
PR	$1.66g_1^{2/3}UW^{-1}R^*$
IR	$4.9UW^{-1}R^*$

¹⁰ Houpert⁽⁸⁾は，Table 2.2 の PR 領域の式中における $1-2.12G_iU_iH_{\min PRi}^{-1.5}$ ， $1-2.12G_oU_oH_{\min PRo}^{-1.5}$ の下限を 0.05 までしか計算していない．そのため，Fig. 2.8 でも，これらの最小値は 0.05 として計算し，プロットした．

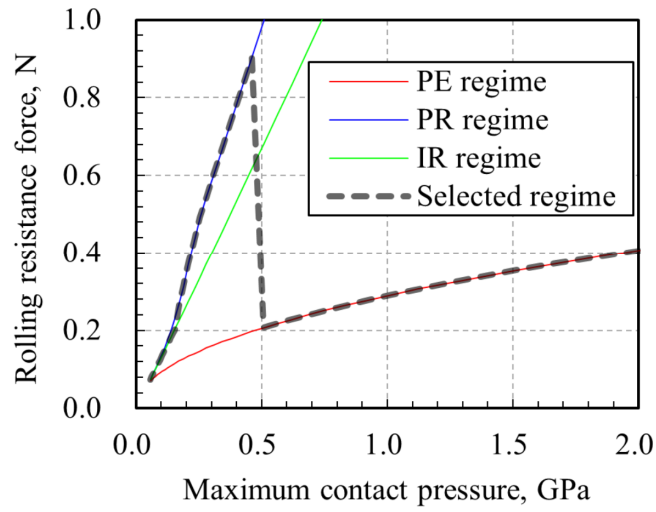


Fig. 2.8 Calculated rolling resistance forces in PE, PR and IR regimes and selected regime based on Table 2.1 method($U = 3.16 \cdot 10^{-11}$, $R^* = 0.00583$ m, $\alpha_0 = 20 \cdot 10^{-9}$ Pa $^{-1}$, $E^* = 2.26 \cdot 10^{11}$ Pa)

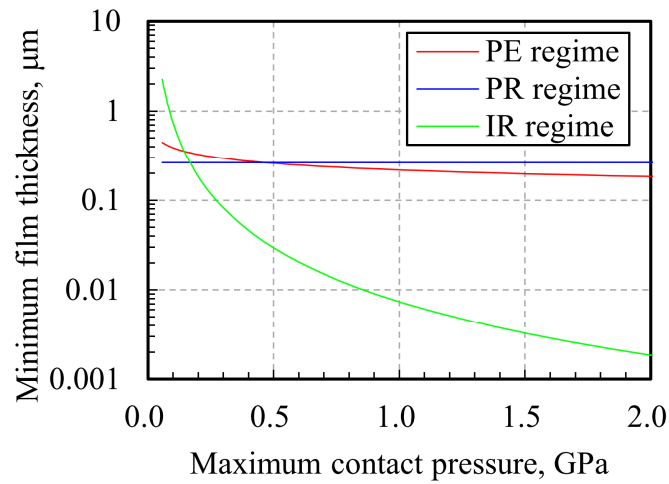


Fig. 2.9 Minimum film thicknesses by formulas for PE, PR and IR regimes ($U = 3.16 \cdot 10^{-11}$, $R^* = 0.00583$ m, $\alpha_0 = 20 \cdot 10^{-9}$ Pa $^{-1}$, $E^* = 2.26 \cdot 10^{11}$ Pa)

と PE 領域の境界における転がり粘性抵抗力の不連続性を避けるために、本研究では、PR 領域と判別される場合でも、PE 領域用の計算式を用いて、転がり粘性抵抗力を計算することとする。

2. 4. 4 転がり粘性抵抗力の計算式の修正

Table 2.2 に記した F'_R の計算式は、軌道とところが平行に線接触することを前提

としているため、自動調心ころ軸受や、軌道輪にミスアライメントがある場合などへ直接適用できない。そこで、ここでは、スライス法⁽²⁶⁾を導入し、自動調心ころ軸受や、軌道輪にミスアライメントがある場合にも対応できるように、転がり粘性抵抗力の計算式を修正する。

スライス法を用いれば、内・外輪の軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗力 F_{Ri} , F_{Ro} は、次式のように書き表される。

$$\left. \begin{aligned} F_{Ri} &= w_i \sum_{j=j_{0i}}^{j_{0i}+n_{con i}-1} f_{Rij} \\ F_{Ro} &= w_o \sum_{j=j_{0o}}^{j_{0o}+n_{con o}-1} f_{Roj} \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

ここで、 f_R は軌道からころ転動面に作用する単位長さ当たりの転がり粘性抵抗力であり、下付き添字 j は番号 j のスライスに関することを表す。

式(2.29)中の f_{Rij} , f_{Roj} は、Table 2.2 中の F'_R を軌道ところ転動面の有効接触長さで割ることで与えられる。PE, PR および IR の各潤滑領域における f_{Rij} , f_{Roj} を、それぞれ、以下に示す。

i) PE および PR 領域

潤滑領域が PE および PR となる場合の軌道ところ転動面の接触部における番号 j のスライスにおいて、内・外輪の軌道からころ転動面に作用する単位長さ当たりの転がり粘性抵抗力 f_{Rij} , f_{Roj} は、Table 2.2 中の PE 領域の F'_R を軌道ところ転動面の有効接触長さで割ることで、次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} f_{Rij} &= \frac{C_{tiPmax} 29.2 R_{ij}^* (G_i U_{ij})^{0.648} W_{ij}^{0.246}}{\alpha_{0i}} \\ f_{Roj} &= \frac{C_{toPmax} 29.2 R_{oj}^* (G_o U_{oj})^{0.648} W_{oj}^{0.246}}{\alpha_{0o}} \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

ただし、 C_{tiPmax} および C_{toPmax} は、最大接触圧力 P_{max} が生じるスライスにおける熱修正係数である。下付き添字 $Pmax$ は最大接触圧力が生じるスライスに関することを表す。 C_{tiPmax} および C_{toPmax} は、次式で与えられる⁽⁴⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned} C_{tiP\max} &= \frac{1-13.2(P_{\max i} / E_i^*) L_{tiP\max}^{0.42}}{1+0.213(1+2.23s_{iP\max}^{0.83}) L_{tiP\max}^{0.64}} \\ C_{toP\max} &= \frac{1-13.2(P_{\max o} / E_o^*) L_{toP\max}^{0.42}}{1+0.213(1+2.23s_{oP\max}^{0.83}) L_{toP\max}^{0.64}} \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

最大接触圧力 P_{\max} が生じるスライスを基準にすれば，ころと内・外輪の軌道の最大接触圧力 $P_{\max i}$, $P_{\max o}$, 熱修正係数の計算に用いる無次元パラメータ $L_{tiP\max}$, $L_{toP\max}$, すべり率 $s_{iP\max}$, $s_{oP\max}$ は，以下の式で与えられる⁽⁴⁵⁾.

$$\left. \begin{aligned} P_{\max i} &= \sqrt{\frac{E_i^* f_{NiP\max}}{2\pi R_{iP\max}^*}} \\ P_{\max o} &= \sqrt{\frac{E_o^* f_{NoP\max}}{2\pi R_{oP\max}^*}} \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

$$\left. \begin{aligned} L_{tiP\max} &= \left(-\frac{d\eta}{dT_L} \right)_i \frac{1}{K_{Li}} \left| \frac{u_{OiP\max} + u_{ObiP\max}}{2} \right|^2 \\ L_{toP\max} &= \left(-\frac{d\eta}{dT_L} \right)_o \frac{1}{K_{Lo}} \left| \frac{u_{OoP\max} + u_{OboP\max}}{2} \right|^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

$$\left. \begin{aligned} s_{iP\max} &= 2 \left| \frac{u_{OiP\max} - u_{ObiP\max}}{u_{OiP\max} + u_{ObiP\max}} \right| \\ s_{oP\max} &= 2 \left| \frac{u_{OoP\max} - u_{OboP\max}}{u_{OoP\max} + u_{OboP\max}} \right| \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

P_{\max} が生じるスライスにおける内・外輪の軌道およびころの表面速度 $u_{OiP\max}$, $u_{OoP\max}$, $u_{ObiP\max}$, $u_{OboP\max}$ は，Fig. 2.1 および Fig. 2.4 に基づいて，以下の式で表すことができる．

$$\left. \begin{aligned} u_{OiP\max} &= |\omega_i - \omega_C| \left(R_{rbiP\max} + \frac{\delta_{iP\max}}{2} \cos \theta_i \right) \\ u_{OoP\max} &= |\omega_o - \omega_C| \left(R_{rboP\max} - \frac{\delta_{oP\max}}{2} \cos \theta_o \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{ObiP\max} &= \omega_b \left\{ R_{biP\max} - \frac{\delta_{iP\max}}{2} \cos(\gamma_b - \theta_i) \right\} \\ u_{OboP\max} &= \omega_b \left\{ R_{boP\max} - \frac{\delta_{oP\max}}{2} \cos(\theta_o - \gamma_b) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

ii) IR 領域

IR 領域における f_{Rij} , f_{Roj} は, Table 2.2 の IR 領域における F'_R を軌道ところ転動面の有効接触長さで割ることで, 次式のように表される.

$$\left. \begin{aligned} f_{Rij} &= 1.70 E_i^* R_{ij}^* U_{ij} \left(\frac{W_{iP\max}}{U_{iP\max}} \right)^{0.509} \\ f_{Roj} &= 1.70 E_o^* R_{oj}^* U_{oj} \left(\frac{W_{oP\max}}{U_{oP\max}} \right)^{0.509} \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

2. 5 軌道からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力 F_{Pi} , F_{Po}

これまでの研究によれば, 軌道ところが平行に線接触する場合, 軌道からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力 F'_P (Fig. 2.10) は, 次式で求められることが知られている⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾.

$$F'_P = \frac{2R^* F'_R}{R_b} \quad (2.38)$$

ここで, F'_R は平行に線接触する場合の軌道からころ転動面に作用する転がり粘性

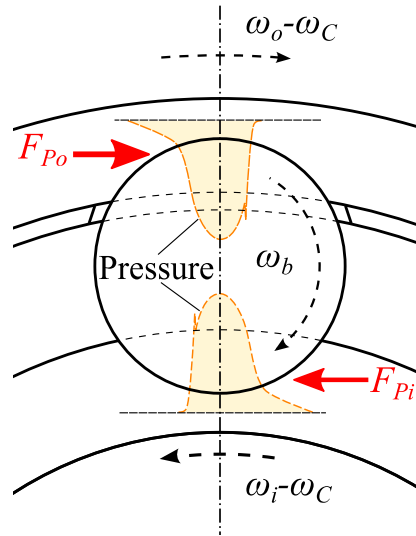


Fig. 2.10 Pressure forces of raceways on rollers in rolling direction

抵抗力, R^* は等価半径, R_b はころ転動面の半径を表す.

スライス法⁽²⁶⁾を用いれば, 内・外輪の軌道からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力 F_{Pi} , F_{Po} は, 次式のように表される.

$$\left. \begin{aligned} F_{Pi} &= w_i \sum_{j=j_{0i}}^{j_{0i}+n_{con i}-1} f_{Pij} \\ F_{Po} &= w_o \sum_{j=j_{0o}}^{j_{0o}+n_{con o}-1} f_{Roj} \end{aligned} \right\} \quad (2.39)$$

ここで, f_P は軌道からころ転動面に作用する単位長さ当たりの転がり方向の油膜力であり, 記号の下付き添字は 2.3 節と同じである. 接触部の番号 j のスライスにおける f_{Pij} , f_{Roj} は, 次式のように表される.

$$\left. \begin{aligned} f_{Pij} &= \frac{2R_{ij}^* f_{Rij}}{R_{bj}} \\ f_{Roj} &= \frac{2R_{oj}^* f_{Roj}}{R_{bj}} \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

ただし, f_R は PE, PR および IR の各潤滑領域において軌道からころ転動面に作用する単位長さ当たりの転がり粘性抵抗力 (式(2.30)および(2.37)参照) である.

2. 6 軌道からころ転動面に作用するトラクション F_{Ti} , F_{To}

軌道ところ転動面の接触部において, 互いの表面速度に差がある場合, Fig. 2.11

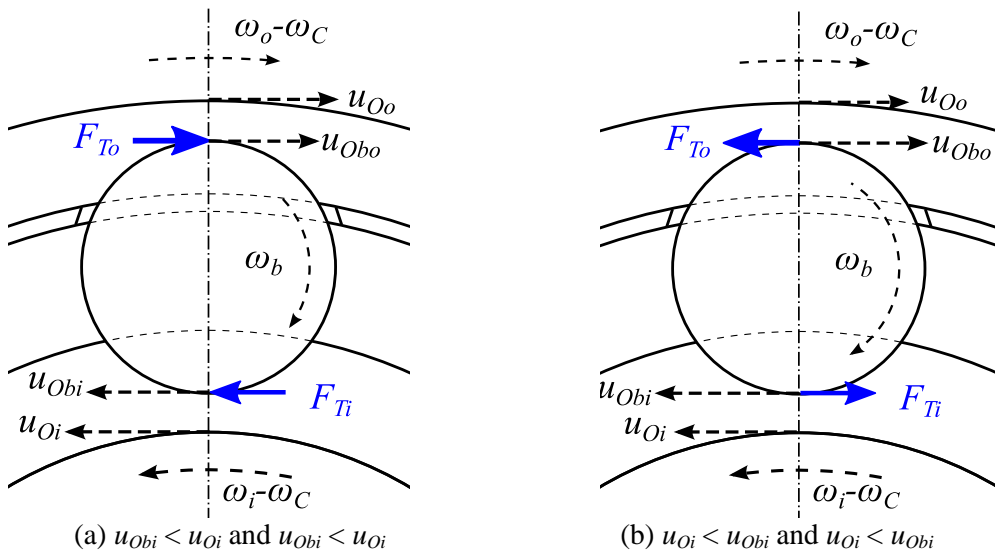


Fig. 2.11 Tractions of raceways on rollers

に示すように，軌道からころ転動面にトラクション F_{Ti} および F_{To} が作用する．例えば，自動調心ころ軸受が Fig. 2.1 (b) に示す速度で運動する場合，内・外輪の軌道およびころ転動面の表面速度 u_{Oi} , u_{Oo} , u_{Obi} および $u_{Ob o}$ は，Fig. 2.12 に示すような分布となるため，トラクションが常に発生する．そこで，ここでは，内・外輪の軌道からころ転動面に作用するトラクション F_{Ti} および F_{To} の計算式を検討する．

軌道ところ転動面の接触部における番号 j のスライスにおいて，内・外輪の軌道からころ転動面に作用する単位長さ当たりのトラクション f_{Tij} , f_{Toj} は，次式で与えられる．

$$\left. \begin{aligned} f_{Tij} &= \phi_{ij} f_{Nij} \\ f_{Toj} &= \phi_{oj} f_{Noj} \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

ここで， ϕ はトラクション係数であり，記号の下付き添字は 2.3 節と同じである．PE, PR および IR の 3 つの潤滑領域⁽⁴⁴⁾における ϕ の計算式⁽⁸⁾⁽⁴⁸⁾は，2.6.1 項～2.6.3 項で詳述する．

式(2.41)より，内・外輪の軌道からころ転動面に作用するトラクション F_{Ti} , F_{To} は，次式のように書き表される．

$$\left. \begin{aligned} F_{Ti} &= w_i \sum_{j=j_{0i}}^{j_{0i}+n_{con i}-1} f_{Tij} \\ F_{To} &= w_o \sum_{j=j_{0o}}^{j_{0o}+n_{con o}-1} f_{Toj} \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

2. 6. 1 PE 領域におけるトラクション係数

潤滑領域が PE となる場合の内輪側および外輪側の接触部の番号 j のスライスにおけるトラクション係数 ϕ_{ij} , ϕ_{oj} は，村木らの非等温粘弾性モデル⁽⁴⁸⁾に基づいて，次のように書き表すことができる．

$$\left. \begin{aligned} \phi_{ij} &= \frac{S_{mean ij} \tau_L}{P_{mean ij}} \\ \phi_{oj} &= \frac{S_{mean oj} \tau_L}{P_{mean oj}} \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

ここで， S_{mean} は無次元せん断応力， τ_L は潤滑油の特性応力， P_{mean} は平均接触圧力

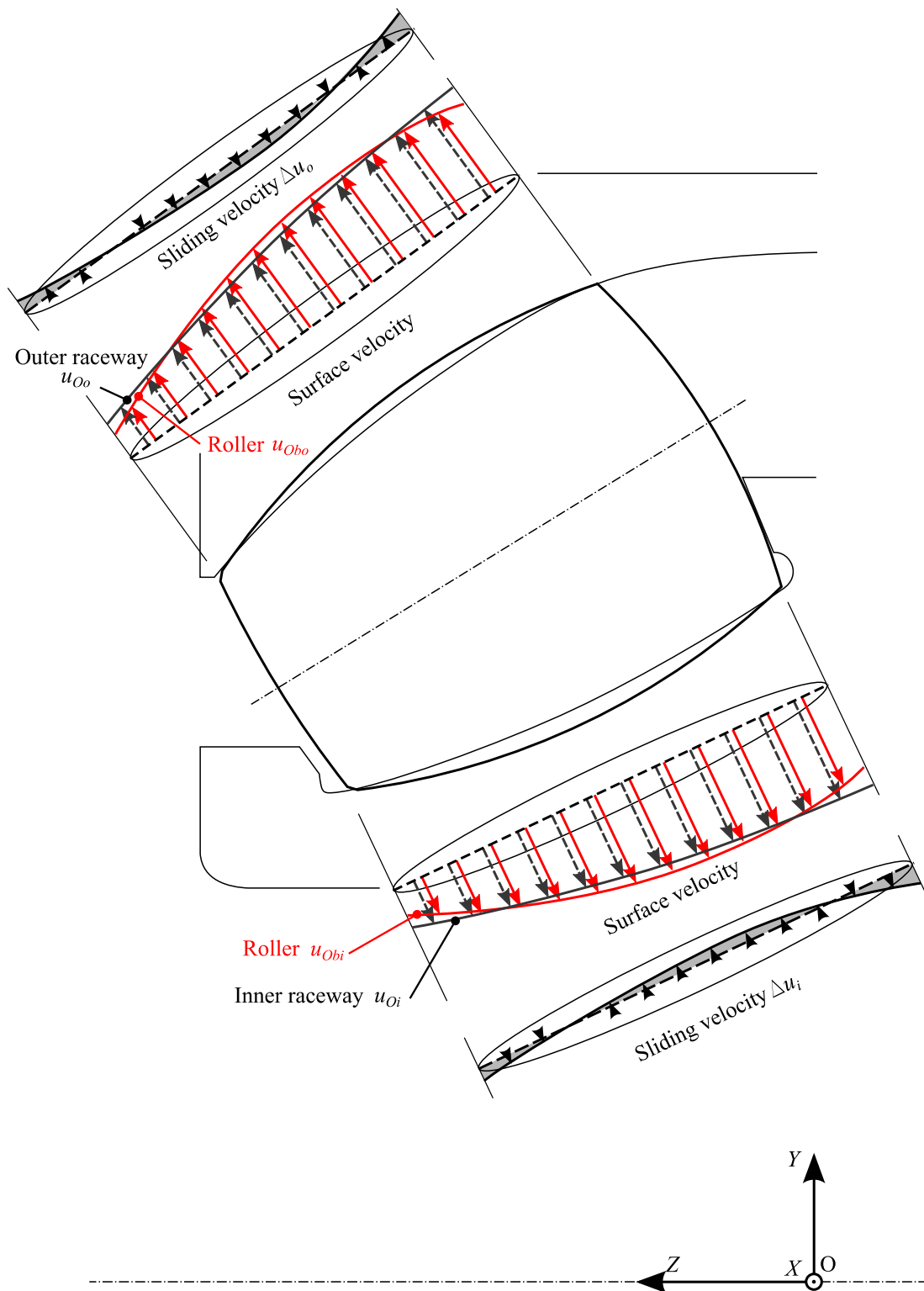


Fig. 2.12 Sliding velocity distributions between roller and raceways

である．なお，各記号の下付き添字は 2.3 節と同じであり，以降の式においても同様である． $P_{\text{mean}ij}$ および $P_{\text{mean}oj}$ は，次式で与えられる⁽⁴⁸⁾．

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{mean}ij} &= \sqrt{\frac{\pi E_i^* f_{Nij}}{32 R_{ij}^*}} \\ P_{\text{mean}oj} &= \sqrt{\frac{\pi E_o^* f_{Noj}}{32 R_{oj}^*}} \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

式(2.43)中の $S_{\text{mean}ij}$ および $S_{\text{mean}oj}$ の計算式は、次に示す定数 X_{Tij} および X_{Toj} に依存する．

$$\left. \begin{aligned} X_{Tij} &= \frac{D_{ij}}{\Sigma_{ij}} \sinh^{-1} \left[\Sigma_{ij} e^{\frac{-\Phi_{ij} \Sigma_{ij} \left\{ 1 - \frac{D_{ij}}{4 \Sigma_{ij}} \ln(2 \Sigma_{ij}) \right\} \ln(2 \Sigma_{ij})}{1 + \Phi_{ij} \Sigma_{ij} \left\{ 1 - \frac{D_{ij}}{2 \Sigma_{ij}} \ln(2 \Sigma_{ij}) \right\}}} \right] \\ X_{Toj} &= \frac{D_{oj}}{\Sigma_{oj}} \sinh^{-1} \left[\Sigma_{oj} e^{\frac{-\Phi_{oj} \Sigma_{oj} \left\{ 1 - \frac{D_{oj}}{4 \Sigma_{oj}} \ln(2 \Sigma_{oj}) \right\} \ln(2 \Sigma_{oj})}{1 + \Phi_{oj} \Sigma_{oj} \left\{ 1 - \frac{D_{oj}}{2 \Sigma_{oj}} \ln(2 \Sigma_{oj}) \right\}}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

ここで、 Σ は無次元せん断速度、 D はデボラ数、 Φ は接触部での無次元温度上昇量である． Σ_{ij} , Σ_{oj} , D_{ij} , D_{oj} , Φ_{ij} および Φ_{oj} は、以下の式により求められる^{(48)~(50)}．

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_{ij} &= \frac{\eta_0 e^{\left\{ \ln(\eta_0) + 9.67 \right\} \left\{ -1 + \left(1 + 5.1 \times 10^{-9} P_{\text{mean}ij} \right)^{Z_{Li}} \right\}}}{\tau_L h_{\text{cen}i}} \left| \Delta u_{ij} \right| \\ \Sigma_{oj} &= \frac{\eta_0 e^{\left\{ \ln(\eta_0) + 9.67 \right\} \left\{ -1 + \left(1 + 5.1 \times 10^{-9} P_{\text{mean}oj} \right)^{Z_{Lo}} \right\}}}{\tau_L h_{\text{ceno}}} \left| \Delta u_{oj} \right| \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

$$\left. \begin{aligned} D_{ij} &= \frac{\eta_0 e^{\left\{ \ln(\eta_0) + 9.67 \right\} \left\{ -1 + \left(1 + 5.1 \times 10^{-9} P_{\text{mean}ij} \right)^{Z_{Li}} \right\}}}{G_L b_{ij}} u_{aij} \\ D_{oj} &= \frac{\eta_0 e^{\left\{ \ln(\eta_0) + 9.67 \right\} \left\{ -1 + \left(1 + 5.1 \times 10^{-9} P_{\text{mean}oj} \right)^{Z_{Lo}} \right\}}}{G_L b_{oj}} u_{aoj} \end{aligned} \right\} \quad (2.47)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{ij} &= \frac{\beta \zeta_{ij} \tau_L^2 h_{\text{cen } i}}{\eta_0 e^{\left\{ \ln(\eta_0) + 9.67 \right\} \left\{ -1 + \left(1 + 5.1 \times 10^{-9} P_{\text{mean } ij} \right)^{Z_{Li}} \right\}}} \\ \Phi_{oj} &= \frac{\beta \zeta_{oj} \tau_L^2 h_{\text{cen } o}}{\eta_0 e^{\left\{ \ln(\eta_0) + 9.67 \right\} \left\{ -1 + \left(1 + 5.1 \times 10^{-9} P_{\text{mean } oj} \right)^{Z_{Lo}} \right\}}} \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

ただし、 η_0 は大気圧下の潤滑油の粘度、 Z_L は潤滑油の定数、 Δu はすべり速度、 h_{cen} は中央膜厚、 u_a は転がり速度、 G_L は潤滑油のせん断弾性係数、 b は線接触部の接触半幅、 β は潤滑油の粘度－温度係数 [K^{-1}]、 ζ は潤滑油の温度上昇の計算式における定数 [$\text{s}^3 \text{K/kg}$] である。 Z_{Li} および Z_{Lo} は次式により求められる⁽⁴⁹⁾⁽⁵⁰⁾。

$$\left. \begin{aligned} Z_{Li} &= \frac{\alpha_{0i}}{5.1 \times 10^{-9} (\ln(\eta_0) + 9.67)} \\ Z_{Lo} &= \frac{\alpha_{0o}}{5.1 \times 10^{-9} (\ln(\eta_0) + 9.67)} \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

ここで、 α_0 は潤滑油の粘度－圧力係数である（式(2.15)参照）。式(2.46)中の Δu_{ij} 、 Δu_{oj} 、および式(2.47)中の u_{aij} 、 u_{aoj} は、以下の式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_{ij} &= u_{Oij} - u_{Obij} \\ \Delta u_{oj} &= u_{Ooj} - u_{Oboj} \end{aligned} \right\} \quad (2.50)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{aij} &= \frac{u_{Oij} + u_{Obij}}{2} \\ u_{aoj} &= \frac{u_{Ooj} + u_{Oboj}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.51)$$

ここで、 u_o は軌道輪の表面速度、 u_{ob} はころの表面速度である。 u_{Oij} 、 u_{Ooj} 、 u_{Obij} および u_{Oboj} は、Fig. 2.1 および Fig. 2.4 より、以下の式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_{Oij} &= \left| \omega_i - \omega_c \right| \left(R_{rbij} + \frac{\delta_{ij}}{2} \cos \theta_i \right) \\ u_{Ooj} &= \left| \omega_o - \omega_c \right| \left(R_{rboj} - \frac{\delta_{oj}}{2} \cos \theta_o \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{Obij} &= \omega_b \left\{ R_{bij} - \frac{\delta_{ij}}{2} \cos(\gamma_b - \theta_i) \right\} \\ u_{Oboj} &= \omega_b \left\{ R_{boj} - \frac{\delta_{oj}}{2} \cos(\theta_o - \gamma_b) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.53)$$

式(2.46)および(2.48)中の h_{ceni} および h_{ceno} は、内・外輪の軌道ところの接触部において P_{\max} が生じるスライスにおける中央膜厚で代表させることにする． h_{ceni} および h_{ceno} は、Pan-Hamrock の計算式⁽⁵¹⁾⁽⁵²⁾¹¹と熱修正係数 $C_{tP\max}$ ⁽⁴⁵⁾（式(2.31)参照）の積により、次式のように書き表される．

$$\left. \begin{aligned} h_{ceni} &= 2.922 C_{iiP\max} R_{iP\max}^* G_i^{0.470} U_{iP\max}^{0.692} W_{iP\max}^{-0.166} \\ h_{ceno} &= 2.922 C_{toP\max} R_{oP\max}^* G_o^{0.470} U_{oP\max}^{0.692} W_{oP\max}^{-0.166} \end{aligned} \right\} \quad (2.54)$$

式(2.47)中の b_{ij} および b_{oj} は、次式で与えられる⁽⁵³⁾．

$$\left. \begin{aligned} b_{ij} &= \sqrt{\frac{8f_{Nij} R_{ij}^*}{\pi E_i^*}} \\ b_{oj} &= \sqrt{\frac{8f_{Noj} R_{oj}^*}{\pi E_o^*}} \end{aligned} \right\} \quad (2.55)$$

式(2.48)中の ζ_{ij} および ζ_{oj} は、次式で与えられる⁽⁴⁸⁾．

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{ij} &= \frac{0.96b_{ij}^{0.5}}{|\pi K_b \rho_b C_b u_{aij}|^{0.5}} + \frac{h_{ceni}}{12K_{Li}} \\ \zeta_{oj} &= \frac{0.96b_{oj}^{0.5}}{|\pi K_b \rho_b C_b u_{aoj}|^{0.5}} + \frac{h_{ceno}}{12K_{Lo}} \end{aligned} \right\} \quad (2.56)$$

ただし、 K_b はころの熱伝導率、 ρ_b はころの密度、 C_b はころの比熱、 K_L は潤滑油の熱伝導率（式(2.25)参照）である．

式(2.43)中の S_{meanij} および S_{meanoj} は、 X_{Tij} および X_{Toj} に基づき、式(2.57)および(2.58)で与えられる⁽⁴⁸⁾¹²．

¹¹ Pan-Hamrock の文献(51)に記載の最小膜厚の計算式はミスタイプされている．本研究では、正しくタイプされている文献(52)に従い記載している．

¹² 式(2.58)により S_{meanij} および S_{meanoj} を計算する際、Brent 法⁽⁵⁴⁾を用いた．

$X_{Tij} \geq 2$, $X_{Toj} \geq 2$ の場合

$$\left. \begin{aligned} S_{\text{mean } ij} &= \frac{\Sigma_{ij}}{D_{ij}} \\ S_{\text{mean } oj} &= \frac{\Sigma_{oj}}{D_{oj}} \end{aligned} \right\} \quad (2.57)$$

$X_{Tij} < 2$, $X_{Toj} < 2$ の場合

$$\left. \begin{aligned} S_{\text{mean } ij} - \left\{ 1 - \frac{D_{ij}}{4\Sigma_{ij}} \sinh^{-1} \left(\Sigma_{ij} e^{-\Phi_{ij} \Sigma_{ij} S_{\text{mean } ij}} \right) \right\} \sinh^{-1} \left(\Sigma_{ij} e^{-\Phi_{ij} \Sigma_{ij} S_{\text{mean } ij}} \right) &= 0 \\ S_{\text{mean } oj} - \left\{ 1 - \frac{D_{oj}}{4\Sigma_{oj}} \sinh^{-1} \left(\Sigma_{oj} e^{-\Phi_{oj} \Sigma_{oj} S_{\text{mean } oj}} \right) \right\} \sinh^{-1} \left(\Sigma_{oj} e^{-\Phi_{oj} \Sigma_{oj} S_{\text{mean } oj}} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.58)$$

2. 6. 2 PR 領域におけるトラクション係数

PR 領域における ϕ_{ij} , ϕ_{oj} は, Houpert の式⁽⁸⁾に基づいて, 次のように書き表すことができる. 式の詳細な導出過程については, 付録 2. 1 に示す.

$$\left. \begin{aligned} \phi_{ij} &= \left\{ 1 - 0.32 \left(1 - 2.12 G_i U_{iP \max} H_{\min \underline{PR} i}^{-1.5} \right)^{-0.347} \ln \left(1 - 2.12 G_i U_{iP \max} H_{\min \underline{PR} i}^{-1.5} \right) \right\} \frac{1.38 U_{ij} s_{ij} \left(\frac{W_{iP \max}}{U_{iP \max}} \right)^{0.56}}{W_{ij}} \\ \phi_{oj} &= \left\{ 1 - 0.32 \left(1 - 2.12 G_o U_{oP \max} H_{\min \underline{PR} o}^{-1.5} \right)^{-0.347} \ln \left(1 - 2.12 G_o U_{oP \max} H_{\min \underline{PR} o}^{-1.5} \right) \right\} \frac{1.38 U_{oj} s_{oj} \left(\frac{W_{oP \max}}{U_{oP \max}} \right)^{0.56}}{W_{oj}} \end{aligned} \right\} \quad (2.59)$$

ここで, $H_{\min \underline{PR}}$ は PR 領域における無次元最小膜厚 (式(2.26)および(2.27)参照), s はすべり率であり, その他の記号および添字は 2.6.1 項と同様である. 内輪側および外輪側の番号 j のスライスにおけるすべり率 s_{ij} , s_{oj} は, 次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} s_{ij} &= 2 \left| \frac{u_{Oij} - u_{Obij}}{u_{Oij} + u_{Obij}} \right| \\ s_{oj} &= 2 \left| \frac{u_{Ooj} - u_{Oboj}}{u_{Ooj} + u_{Oboj}} \right| \end{aligned} \right\} \quad (2.60)$$

2. 6. 3 IR 領域におけるトラクション係数

IR 領域における ϕ_{ij} , ϕ_{oj} は, Houpert の式⁽⁸⁾に基づいて, 次のように表すことができる. なお, 式の詳細な導出過程については, 付録 2. 2 を参照されたい.

$$\left. \begin{aligned} \phi_{ij} &= \frac{1.38U_{ij}s_{ij}}{W_{ij}} \left(\frac{W_{iP\max}}{U_{iP\max}} \right)^{0.56} \\ \phi_{oj} &= \frac{1.38U_{oj}s_{oj}}{W_{oj}} \left(\frac{W_{oP\max}}{U_{oP\max}} \right)^{0.56} \end{aligned} \right\} \quad (2.61)$$

式(2.43), (2.59)および(2.61)に基づいて, 自動調心ころ軸受のころ転動面と内輪軌道の接触部のトラクション係数を計算した例を Fig. 2.13 に示す. なお, この計算では, すべり率 $s_{ij}=s_{oj}=0.01$ とし, 他の条件は Fig. 2.8 および Fig. 2.9 と同様とした. この図の例では, 最大接触圧力約 0.2 GPa が IR 領域と PR 領域の境界, 最大接触圧力 0.5 GPa が PR 領域と PE 領域の境界になっている. この図から明らかなように, 式(2.43), (2.59)および(2.61)に基づいてトラクション係数を計算すると, IR 領域と PR 領域の境界ではトラクション係数の計算値の変化は小さい. しかし, PR 領域と PE 領域の境界では, PR 領域のトラクション係数が PR 領域に比べて大きく, 接触圧力の変化に対して不連続性が生じる. PE 領域のトラクション係数については, 式(2.43)で示した PE 領域の式が種々の運転条件における実験と良く一致することが判明している⁽⁴⁶⁾⁽⁴⁸⁾. 一方, PR 領域のトラクション係数については, 実験検証例がない⁽⁸⁾. よって, トラクション係数の計算値の不連続性の原因は, 式(2.59)の PR 領域のトラクション係数の計算式によるものと推定される.

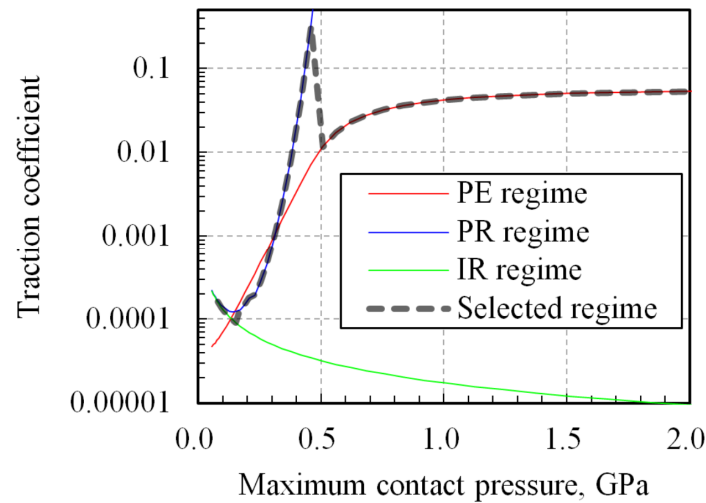


Fig. 2.13 Calculated traction coefficient in PE, PR and IR regimes and selected regime based on Table 2.1 method ($U = 3.16 \cdot 10^{-11}$, $R^* = 0.00583$ m, $\alpha_0 = 20 \cdot 10^{-9}$ Pa⁻¹, $E^* = 2.26 \cdot 10^{11}$ Pa, Slip ratio = 0.01)

2.4.3項で述べたように, 最小膜厚は, PR 領域と PE 領域で比較的近い値となる. また, ころ転動面と軌道面の接触部の潤滑領域が PR 領域あるいは PE 領域と判断される場合は, いずれも Hooke チャート⁽⁴¹⁾において PR 領域と PE 領域の境界線付近である⁽⁴⁴⁾.

以上のことから, ころ転動面と軌道面の接触部では, PR 領域と判別された場合であっても, PE 領域に近い状態であると考えることができる. そこで, PR 領域と PE 領域の境界におけるトラクション係数の不連続性を避けるために, 本研究では, PR 領域と判別される場合でも, PE 領域用の計算式を用いて, トラクション係数を計算することとする.

2. 7 つばからころ端面に作用する垂直力 F_{FNc} , F_{FNs}

ここでは, つばからころ端面に作用する垂直力 F_{FNc} , F_{FNs} (Fig. 2.14) の計算式を検討する.

最近の自動調心ころ軸受は, Fig. 2.15 に示すように, つばところ端面が点接触

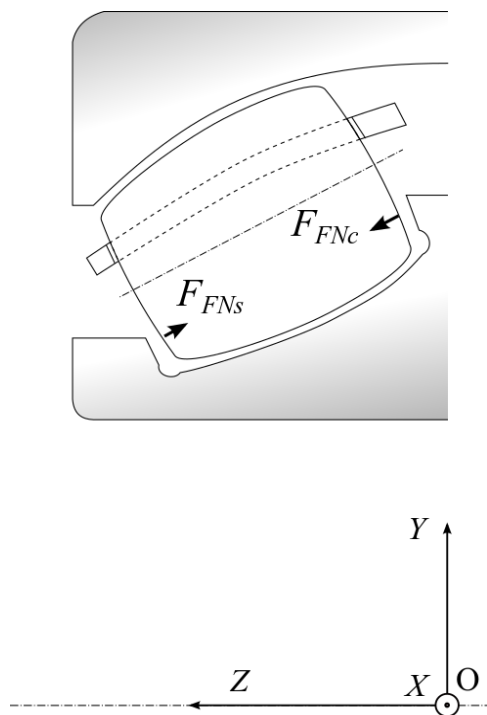


Fig. 2.14 Normal forces of flanges on roller end faces

するように設計される¹³。Fig. 2.15において、 R_F は軌道輪の中心線からつばところ端面の接触点までの距離、 γ_F はつば面の傾斜角、 r_e はころ端面の曲率半径、 D_F はころ端面の曲率半径の中心からつばの接触点までの距離、 R_e はころ中心線からつばところ端面の接触点までの距離、各記号の下付き添字 l はころの大端面、 s はころに対してはころの小端面、つばに対しては小つば、 c は内輪の中つばに関することを表す。

ヘルツの点接触理論⁽⁵³⁾に基づけば、つばからころ端面に作用する垂直力 F_{FNc} 、 F_{FNs} とそれによる弾性接近量 δ_{Fc} 、 δ_{Fs} の関係は、それぞれ、以下のように表される。

$$\left. \begin{aligned} F_{FNc} &= K_{FNc} \delta_{Fc}^{\frac{3}{2}} \\ F_{FNs} &= K_{FNs} \delta_{Fs}^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.62)$$

ここで、 K_{FN} はつばところ端面の点接触の非線形ばね定数である。 δ_{Fc} および δ_{Fs} は、Fig. 2.15 に示す幾何学的な関係から、次式のように表すことができる。

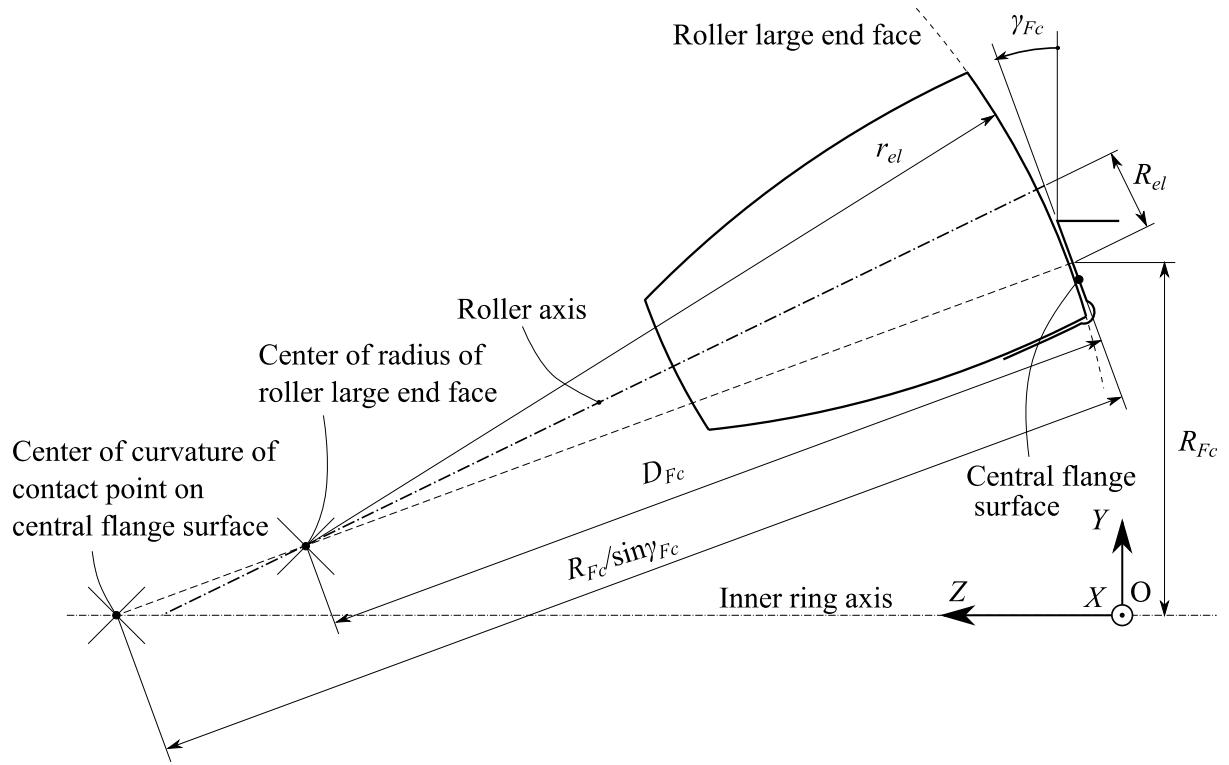
$$\left. \begin{aligned} \delta_{Fc} &= r_{el} - D_{Fc} \\ \delta_{Fs} &= r_{es} - D_{Fs} \end{aligned} \right\} \quad (2.63)$$

また、式(2.62)の K_{FNc} および K_{FNs} は、次式で与えられる⁽⁵³⁾。

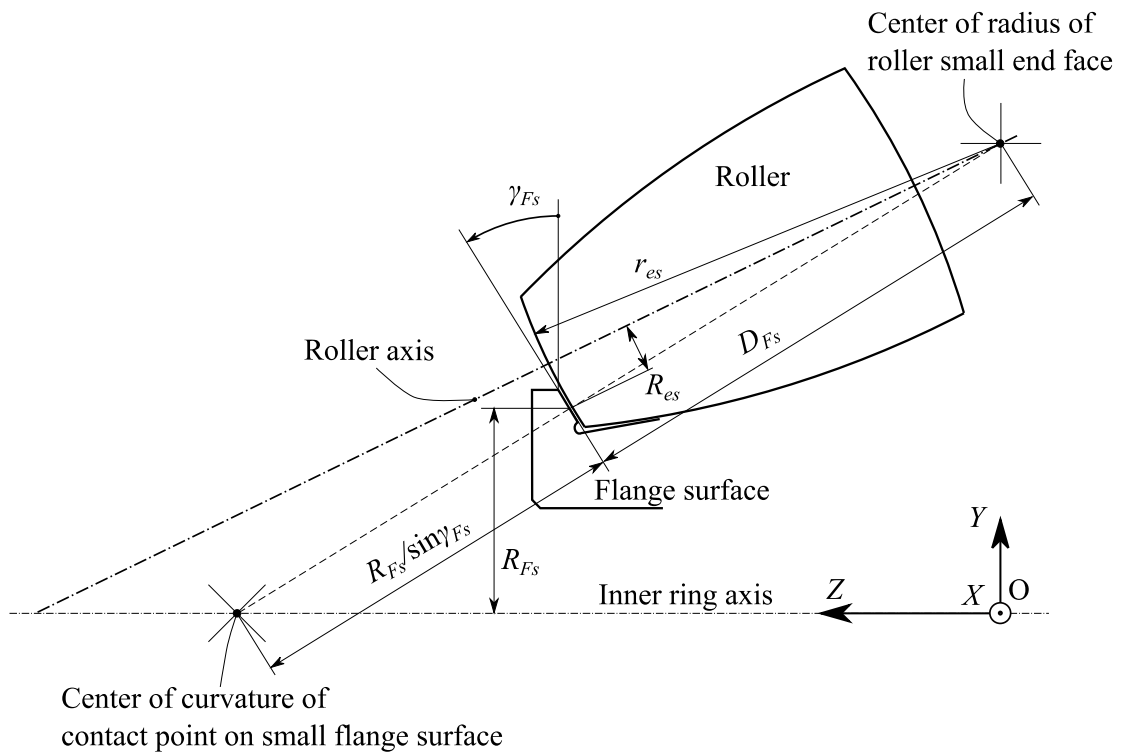
$$\left. \begin{aligned} K_{FNc} &= \frac{2E_l^*}{3} \sqrt{\frac{2}{\left(\frac{2K}{\pi\mu}\right)_{Fc}^3 \sum \rho_{Fc}}} \\ K_{FNs} &= \frac{2E_l^*}{3} \sqrt{\frac{2}{\left(\frac{2K}{\pi\mu}\right)_{Fs}^3 \sum \rho_{Fs}}} \end{aligned} \right\} \quad (2.64)$$

ここで、 E_l^* は内輪ところの材料の等価弾性係数（式(2.7)参照）、 $2K/(\pi\mu)$ は補助変数 $\cos \tau$ によって決まる定数、 $\sum \rho$ は主曲率の和であり、各記号の下付き添え字 F はつばところ端面の接触部、その他の下付き添字は Fig. 2.15 と同じである。

¹³ 円筒ころ軸受では、つばところ端面の接触は面接触となるよう古くから設計されてきたが、最近では油膜形成性を良好にするために、ころ端面を球面にし、つばところ端面が点接触となるように設計されつつある⁽⁵⁵⁾。



(a) Contact between flange and roller large end face



(b) Contact between flange and roller small end face

Fig. 2.15 Contacts between flanges and roller ends

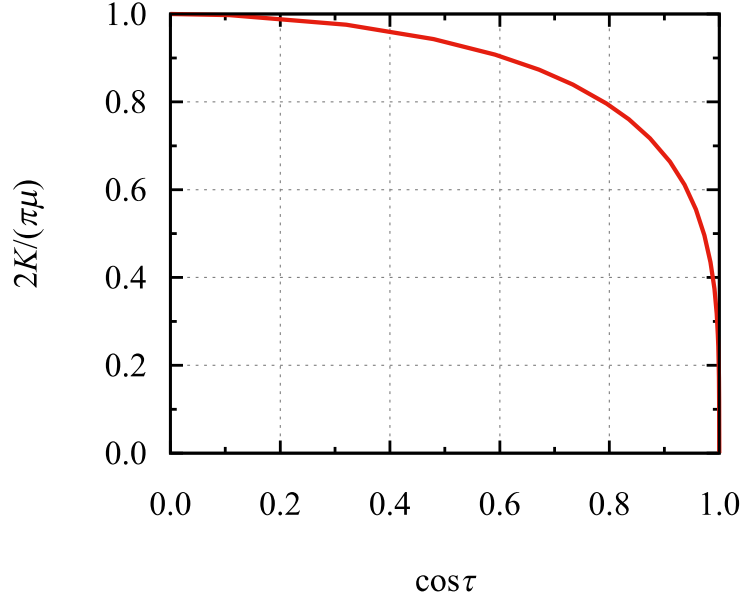


Fig. 2.16 Relation between $2K/(\pi\mu)$ and $\cos \tau$

$2K/(\pi\mu)$ と $\cos \tau$ には Fig. 2.16 に示す関係がある⁽⁵³⁾。なお、中つば・小つばところ端面の接触における補助変数 $\cos \tau_{Fc}$ 、 $\cos \tau_{Fs}$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \cos \tau_{Fc} &= \frac{\left| \frac{-\sin \gamma_{Fc}}{R_{Fc}} - \frac{1}{\infty} \right| + \left| \frac{1}{r_{el}} - \frac{1}{r_{el}} \right|}{\sum \rho_{Fc}} = \frac{\sin \gamma_{Fc}}{R_{Fc} \sum \rho_{Fc}} \\ \cos \tau_{Fs} &= \frac{\left| \frac{\sin \gamma_{Fs}}{R_{Fs}} - \frac{1}{\infty} \right| + \left| \frac{1}{r_{es}} - \frac{1}{r_{es}} \right|}{\sum \rho_{Fs}} = \frac{\sin \gamma_{Fs}}{R_{Fs} \sum \rho_{Fs}} \end{aligned} \right\} \quad (2.65)$$

ここで、 $\sum \rho_{Fc}$ および $\sum \rho_{Fs}$ は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sum \rho_{Fc} &= \frac{-\sin \gamma_{Fc}}{R_{Fc}} + \frac{1}{\infty} + \frac{1}{r_{el}} + \frac{1}{r_{el}} = \frac{-\sin \gamma_{Fc}}{R_{Fc}} + \frac{2}{r_{el}} \\ \sum \rho_{Fs} &= \frac{\sin \gamma_{Fs}}{R_{Fs}} + \frac{1}{\infty} + \frac{1}{r_{es}} + \frac{1}{r_{es}} = \frac{\sin \gamma_{Fs}}{R_{Fs}} + \frac{2}{r_{es}} \end{aligned} \right\} \quad (2.66)$$

2. 8 つばからころ端面に作用するトラクション F_{FTc} 、 F_{FTs}

つばからころ端面に作用するトラクション (Fig. 2.17) については、これまで油潤滑下の円すいころ軸受の内輪の大つばところ大端面の接触部を対象として、多くの研究が行われている^{(56)~(60)}。Gadallah ら⁽⁵⁷⁾は、この内輪の大つばところ大端面の接触部の油膜が、低荷重下においては IR 領域となるが、荷重の増加または速

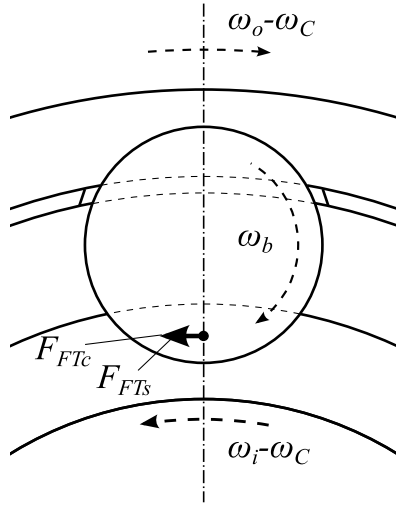


Fig. 2.17 Traction of flanges on roller end faces

度の低下に伴い，PR および PE 領域に変化することを示した．さらに，彼らは，内輪の大つばと大端面の接触部の潤滑領域は運転条件により変化するが，当該接触部のトラクションは簡易な EHL 理論（すなわち PE 領域）に基づく計算値とほぼ一致することを示した．しかし，Gadallah らの研究では，油膜厚さの計算方法が詳述されていないため，彼らの計算結果を再現することはできない．Gadallah ら⁽⁵⁷⁾の研究を踏まえて，Zhang ら⁽⁵⁸⁾，Jiang ら⁽⁵⁹⁾，Colin ら⁽⁶⁰⁾，Zhou ら⁽¹⁰⁾は，つばと端面の接触部に対して，PE 領域を想定して，油膜厚さおよびトラクションの計算を行っている．本研究では，つばと端面の間のトラクションを，Zhou ら⁽¹⁰⁾の研究を参考にし，Chittenden らの式⁽⁶¹⁾⁽⁶²⁾に熱修正係数⁽⁴⁵⁾を乗じて中央膜厚を求め，この中央膜厚で隔てられた平行な 2 つのヘルツ接触面間における非等温・非ニュートン（粘弾性）モデルの油膜のせん断応力より求めることとする．

平行な 2 つの接触面間における非等温・粘弾性を考慮した油膜のトラクションの近似計算式⁽⁴⁶⁾⁽⁴⁸⁾を用いれば，内輪の中つばと大端面の間のトラクション F_{FTc} および内輪の小つばと小端面の間のトラクション F_{FTs} は，次のように書き表される．

$$\left. \begin{aligned} F_{FTc} &= \pi a_{Fc} b_{Fc} \tau_L S_{\text{mean}Fc} \\ F_{FTs} &= \pi a_{Fs} b_{Fs} \tau_L S_{\text{mean}Fs} \end{aligned} \right\} \quad (2.67)$$

ここで， S_{mean} は無次元せん断応力， τ_L は潤滑油の特性応力， a は転がり方向と直

交する方向の接触楕円の半径， b は転がり方向の接触楕円の半径であり，各記号の下付き添字は Fig. 2.15 と同じであり， F はつばとところ端面の接触部， c は内輪の中つば， s は内輪の小つばに関することを表す（以降の式においても同じである）． a_{Fc} ， a_{Fs} ， b_{Fc} および b_{Fs} は，次式で与えられる⁽⁵³⁾．

$$\left. \begin{aligned} a_{Fc} &= \mu_{Fc} \sqrt[3]{\frac{3F_{Fc}}{E_i^* \sum \rho_{Fc}}} \\ a_{Fs} &= \mu_{Fs} \sqrt[3]{\frac{3F_{Fs}}{E_i^* \sum \rho_{Fs}}} \end{aligned} \right\} \quad (2.68)$$

$$\left. \begin{aligned} b_{Fc} &= \nu_{HzFc} \sqrt[3]{\frac{3F_{Fc}}{E_i^* \sum \rho_{Fc}}} \\ b_{Fs} &= \nu_{HzFs} \sqrt[3]{\frac{3F_{Fs}}{E_i^* \sum \rho_{Fs}}} \end{aligned} \right\} \quad (2.69)$$

ここで， μ および ν_{Hz} はヘルツ計算における定数， $\sum \rho$ は主曲率の和である． μ および ν_{Hz} と $\cos \tau$ には，Fig. 2.18 に示す関係がある⁽⁵³⁾．式(2.67)中の $S_{\text{mean}Fc}$ および $S_{\text{mean}Fs}$ の計算式は，次に示す定数 X_{TFc} および X_{TFs} に依存する．

$$\left. \begin{aligned} X_{TFc} &= \frac{D_{Fc}}{\Sigma_{Fc}} \sinh^{-1} \left[\frac{-\Phi_{Fc} \Sigma_{Fc} \left\{ 1 - \frac{D_{Fc}}{4 \Sigma_{Fc}} \ln(2 \Sigma_{Fc}) \right\} \ln(2 \Sigma_{Fc})}{1 + \Phi_{Fc} \Sigma_{Fc} \left\{ 1 - \frac{D_{Fc}}{2 \Sigma_{Fc}} \ln(2 \Sigma_{Fc}) \right\}} \right] \\ X_{TFs} &= \frac{D_{Fs}}{\Sigma_{Fs}} \sinh^{-1} \left[\frac{-\Phi_{Fs} \Sigma_{Fs} \left\{ 1 - \frac{D_{Fs}}{4 \Sigma_{Fs}} \ln(2 \Sigma_{Fs}) \right\} \ln(2 \Sigma_{Fs})}{1 + \Phi_{Fs} \Sigma_{Fs} \left\{ 1 - \frac{D_{Fs}}{2 \Sigma_{Fs}} \ln(2 \Sigma_{Fs}) \right\}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.70)$$

ここで， Σ_{Fc} ， Σ_{Fs} ， D_{Fc} ， D_{Fs} ， Φ_{Fc} および Φ_{Fs} は，以下の諸式により求められる^{(48)~(50)(63)}．

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_{Fc} &= \frac{\eta_0 e^{\left\{ \ln(\eta_0) + 9.67 \right\} \left\{ -1 + \left(1 + 5.1 \times 10^{-9} P_{\text{mean}Fc} \right)^{Z_{Li}} \right\}}}{\tau_L h_{\text{cen}Fc}} \left| \Delta u_{Fc} \right| \\ \Sigma_{Fs} &= \frac{\eta_0 e^{\left\{ \ln(\eta_0) + 9.67 \right\} \left\{ -1 + \left(1 + 5.1 \times 10^{-9} P_{\text{mean}Fs} \right)^{Z_{Li}} \right\}}}{\tau_L h_{\text{cen}Fs}} \left| \Delta u_{Fs} \right| \end{aligned} \right\} \quad (2.71)$$

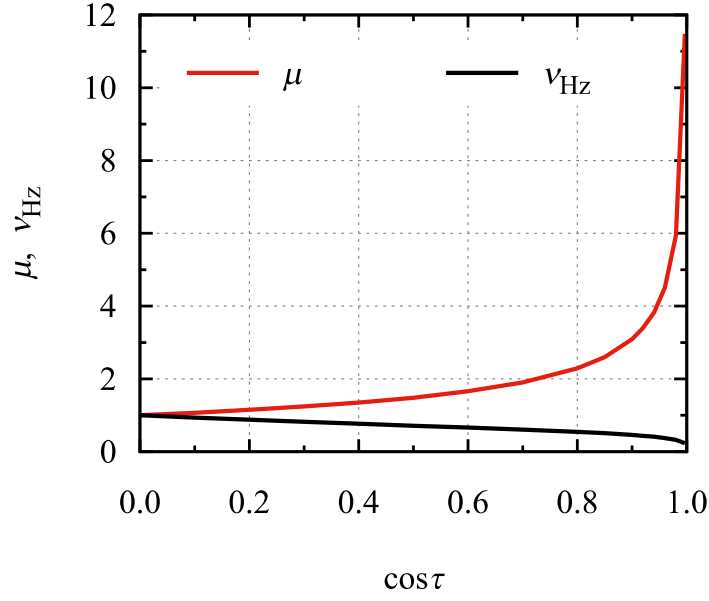


Fig. 2.18 Values of μ and ν_{Hz} vs. $\cos \tau$

$$\left. \begin{aligned} D_{Fc} &= \frac{\eta_0 e^{\{\ln(\eta_0)+9.67\}\left\{-1+\left(1+5.1 \times 10^{-9} P_{\text{mean}Fc}\right)^{Z_{Li}}\right\}}}{G_L b_{Fc}^*} u_{aFc} \\ D_{Fs} &= \frac{\eta_0 e^{\{\ln(\eta_0)+9.67\}\left\{-1+\left(1+5.1 \times 10^{-9} P_{\text{mean}Fs}\right)^{Z_{Li}}\right\}}}{G_L b_{Fs}^*} u_{aFs} \end{aligned} \right\} \quad (2.72)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{Fc} &= \frac{\beta \zeta_{Fc} \tau_L^2 h_{\text{cen}Fc}}{\eta_0 e^{\{\ln(\eta_0)+9.67\}\left\{-1+\left(1+5.1 \times 10^{-9} P_{\text{mean}Fc}\right)^{Z_{Li}}\right\}}} \\ \Phi_{Fs} &= \frac{\beta \zeta_{Fs} \tau_L^2 h_{\text{cen}Fs}}{\eta_0 e^{\{\ln(\eta_0)+9.67\}\left\{-1+\left(1+5.1 \times 10^{-9} P_{\text{mean}Fs}\right)^{Z_{Li}}\right\}}} \end{aligned} \right\} \quad (2.73)$$

ただし, η_0 は大気圧下の潤滑油の粘度, P_{mean} は平均接触圧力, Z_L は潤滑油の定数, Δu はすべり速度, h_{cen} は中央膜厚, u_a は転がり速度, G_L は潤滑油のせん断弾性係数, b^* は点接触と等価な平均圧力を有する線接触部の有効接触半幅, β は潤滑油の粘度—温度係数 [K^{-1}], ζ は潤滑油の温度上昇の計算式における定数 [$\text{s}^3 \text{K/kg}$] である. $P_{\text{mean}Fc}$ および $P_{\text{mean}Fs}$ は, 次式で求められる⁽⁶³⁾.

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{mean}Fc} &= \frac{F_{Fc}}{\pi a_{Fc} b_{Fc}} \\ P_{\text{mean}Fs} &= \frac{F_{Fs}}{\pi a_{Fs} b_{Fs}} \end{aligned} \right\} \quad (2.74)$$

ここで、 F_{FN} はつばからころ端面に作用する垂直力である． Z_{Li} は式(2.49)で与えられる． Δu_{Fc} 、 Δu_{Fs} 、 u_{aFc} および u_{aFs} は、次式で与えられる．

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_{Fc} &= u_{OFc} - u_{Oel} \\ \Delta u_{Fs} &= u_{OFs} - u_{Oes} \end{aligned} \right\} \quad (2.75)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{aFc} &= \frac{u_{OFc} + u_{Oel}}{2} \\ u_{aFs} &= \frac{u_{OFs} + u_{Oes}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.76)$$

ここで、 u_{Oe} はころ端面の表面速度、 u_{OF} はつばの表面速度である．つばおよびころ端面の表面速度 u_{OFc} 、 u_{OFs} 、 u_{Oel} および u_{Oes} は、Fig. 2.15 に示す幾何学的な関係から、以下の式で表される．

$$\left. \begin{aligned} u_{OFc} &= |\omega_i - \omega_c| R_{Fc} \\ u_{OFs} &= |\omega_i - \omega_c| R_{Fs} \end{aligned} \right\} \quad (2.77)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{Oel} &= \omega_b R_{el} \\ u_{Oes} &= \omega_b R_{es} \end{aligned} \right\} \quad (2.78)$$

式(2.72)中の b_{Fc}^* および b_{Fs}^* は、次式で与えられる⁽⁶³⁾⁽⁶⁴⁾．

$$\left. \begin{aligned} b_{Fc}^* &= \frac{8b_{Fc}}{3\pi(1.0003 + 0.5968\alpha_{rFc})} \\ b_{Fs}^* &= \frac{8b_{Fs}}{3\pi(1.0003 + 0.5968\alpha_{rFs})} \end{aligned} \right\} \quad (2.79)$$

ここで、 α_r は転がり方向の等価半径に対する転がり方向に直交する方向の等価半径の比である．式(2.73)中の ζ_{Fc} および ζ_{Fs} は、次式で表される⁽⁴⁸⁾．

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{Fc} &= \frac{0.96b_{Fc}^{*0.5}}{(\pi K_b \rho_b C_b u_{aFc})^{0.5}} + \frac{h_{cenFc}}{12K_{LFc}} \\ \zeta_{Fs} &= \frac{0.96b_{Fs}^{*0.5}}{(\pi K_b \rho_b C_b u_{aFs})^{0.5}} + \frac{h_{cenFs}}{12K_{LFs}} \end{aligned} \right\} \quad (2.80)$$

ただし、 K_b はころの熱伝導率、 ρ_b はころの密度、 C_b はころの比熱、 K_L は潤滑油の熱伝導率である． K_{LFc} および K_{LFs} は、次式で与えられる⁽⁴⁶⁾．

$$\left. \begin{aligned} K_{LFc} &= \left(1.33 + 0.60 \times 10^{-9} P_{\text{mean}Fc}\right) \frac{117}{\rho_L} \left\{1 - 0.00054(T_{Li} - 273.15)\right\} \\ K_{LFs} &= \left(1.33 + 0.60 \times 10^{-9} P_{\text{mean}Fs}\right) \frac{117}{\rho_L} \left\{1 - 0.00054(T_{Li} - 273.15)\right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.81)$$

ここで、 ρ_L は大気圧下の潤滑油の密度、 T_L は潤滑油の温度である．式(2.71)および(2.73)内の中央膜厚 $h_{\text{cen}Fc}$ および $h_{\text{cen}Fs}$ は、Zhou らの計算方法⁽¹⁰⁾に従い、次式のように PE 領域用の Chittenden らの式⁽⁶¹⁾⁽⁶²⁾と熱修正係数⁽⁴⁵⁾の積で与える．

$$\left. \begin{aligned} h_{\text{cen}Fc} &= C_{tFc} R_{\text{rol}Fc}^* 4.31 G_i^{0.49} U_{(\text{point})Fc}^{0.68} W_{(\text{point})Fc}^{-0.073} \left\{1 - e^{-1.23 \alpha_{tFc}^{2/3}}\right\} \\ h_{\text{cen}Fs} &= C_{tFs} R_{\text{rol}Fs}^* 4.31 G_i^{0.49} U_{(\text{point})Fs}^{0.68} W_{(\text{point})Fs}^{-0.073} \left\{1 - e^{-1.23 \alpha_{tFs}^{2/3}}\right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.82)$$

ここで、 C_t は熱修正係数、 R_{rol}^* は転がり方向の等価半径、 G_i は内輪ところの材料パラメータ、 $U_{(\text{point})}$ および $W_{(\text{point})}$ はそれぞれ点接触に対する速度パラメータおよび荷重パラメータである． C_{tFc} および C_{tFs} は、次式で与えられる⁽⁴⁵⁾．

$$\left. \begin{aligned} C_{tFc} &= \frac{1 - 13.2(P_{\text{max}Fc} / E_i^*) L_{tFc}^{0.42}}{1 + 0.213(1 + 2.23 s_{Fc}^{0.83}) L_{tFc}^{0.64}} \\ C_{tFs} &= \frac{1 - 13.2(P_{\text{max}Fs} / E_i^*) L_{tFs}^{0.42}}{1 + 0.213(1 + 2.23 s_{Fs}^{0.83}) L_{tFs}^{0.64}} \end{aligned} \right\} \quad (2.83)$$

ここで、 E_i^* は内輪ところの材料の等価弾性係数、 P_{max} は最大接触圧力、 L_t は熱修正係数の計算に用いる無次元パラメータ、 s はすべり率である． E_i^* は式(2.7)で与えられる．ころと内・外輪の軌道の最大接触圧力 $P_{\text{max}Fc}$ 、 $P_{\text{max}Fs}$ 、熱修正係数の計算に用いる無次元パラメータ L_{tFc} 、 L_{tFs} 、すべり率 s_{Fc} 、 s_{Fs} は、以下の式で与えられる⁽⁴⁵⁾．

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{max}Fc} &= \frac{3}{2} P_{\text{mean}Fc} \\ P_{\text{max}Fs} &= \frac{3}{2} P_{\text{mean}Fs} \end{aligned} \right\} \quad (2.84)$$

$$\left. \begin{aligned} L_{tFc} &= \left(-\frac{d\eta}{dT_L} \right)_{Fc} \frac{u_{aFc}^2}{K_{LFc}} \\ L_{tFs} &= \left(-\frac{d\eta}{dT_L} \right)_{Fs} \frac{u_{aFs}^2}{K_{LFs}} \end{aligned} \right\} \quad (2.85)$$

$$\left. \begin{aligned} s_{Fc} &= \left| \frac{\Delta u_{Fc}}{u_{aFc}} \right| \\ s_{Fs} &= \left| \frac{\Delta u_{Fs}}{u_{aFs}} \right| \end{aligned} \right\} \quad (2.86)$$

$R_{\text{rol}Fc}^*$, $R_{\text{rol}Fs}^*$, α_{rFc} および α_{rFs} は, Fig. 2.15 より, 次式で表される.

$$\left. \begin{aligned} R_{\text{rol}Fc}^* &= \left(-\frac{\sin \gamma_{Fc}}{R_{Fc}} + \frac{1}{r_{el}} \right)^{-1} \\ R_{\text{rol}Fs}^* &= \left(\frac{\sin \gamma_{Fc}}{R_{Fs}} + \frac{1}{r_{es}} \right)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (2.87)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{rFc} &= -\frac{r_{el} \sin \gamma_{Fc}}{R_{Fc}} + 1 \\ \alpha_{rFs} &= \frac{r_{es} \sin \gamma_{Fs}}{R_{Fs}} + 1 \end{aligned} \right\} \quad (2.88)$$

式(2.82)中の G_i , $U_{(\text{point})Fc}$, $U_{(\text{point})Fs}$, $W_{(\text{point})Fc}$ および $W_{(\text{point})Fs}$ は, 次式で与えられる⁽⁶¹⁾⁽⁶²⁾.

$$G_i = \alpha_{0i} E_i^* \quad (2.89)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{(\text{point})Fc} &= \frac{\eta_0 u_{aFc}}{E_i^* R_{\text{rol}Fc}^*} \\ U_{(\text{point})Fs} &= \frac{\eta_0 u_{aFs}}{E_i^* R_{\text{rol}Fs}^*} \end{aligned} \right\} \quad (2.90)$$

$$\left. \begin{aligned} W_{(\text{point})Fc} &= \frac{F_{FNc}}{E_i^* R_{\text{rol}Fc}^{*2}} \\ W_{(\text{point})Fs} &= \frac{F_{FNs}}{E_i^* R_{\text{rol}Fs}^{*2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.91)$$

以上の式において, α_{0i} は内輪側における潤滑油の粘度－圧力係数であり, 式(2.15)で与えられる. 式(2.67)中の $s_{\text{mean}Fc}$ および $s_{\text{mean}Fs}$ は, X_{TFc} および X_{TFs} に基づき, 式(2.92)および(2.93)で与えられる⁽⁴⁸⁾¹⁴.

¹⁴本研究では, Brent 法⁽⁵⁴⁾を用いて, 式(2.93)の $s_{\text{mean}Fc}$ および $s_{\text{mean}Fs}$ を求めた.

$X_{TFc} \geq 2, X_{TFs} \geq 2$ の場合

$$\left. \begin{aligned} S_{\text{mean} Fc} &= \frac{\Sigma_{Fc}}{D_{Fc}} \\ S_{\text{mean} Fs} &= \frac{\Sigma_{Fs}}{D_{Fs}} \end{aligned} \right\} \quad (2.92)$$

$X_{TFc} < 2, X_{TFs} < 2$ の場合

$$\left. \begin{aligned} S_{\text{mean} Fc} - \left\{ 1 - \frac{D_{Fc}}{4\Sigma_{Fc}} \sinh^{-1} \left(\Sigma_{Fc} e^{-\Phi_{Fc} \Sigma_{Fc} S_{\text{mean} Fc}} \right) \right\} \sinh^{-1} \left(\Sigma_{Fc} e^{-\Phi_{Fc} \Sigma_{Fc} S_{\text{mean} Fc}} \right) &= 0 \\ S_{\text{mean} Fs} - \left\{ 1 - \frac{D_{Fs}}{4\Sigma_{Fs}} \sinh^{-1} \left(\Sigma_{Fs} e^{-\Phi_{Fs} \Sigma_{Fs} S_{\text{mean} Fs}} \right) \right\} \sinh^{-1} \left(\Sigma_{Fs} e^{-\Phi_{Fs} \Sigma_{Fs} S_{\text{mean} Fs}} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.93)$$

2. 9 保持器からころ転動面に作用する垂直力 F_{CNf} , F_{CNr}

ここでは保持器からころ転動面に作用する垂直力 (Fig. 2.19) の計算方法を検討する．保持器からころ転動面に作用する垂直力には，保持器の前方の柱からころ転動面に作用する垂直力 F_{CNf} および保持器の後方の柱からころ転動面に作用する垂直力 F_{CNr} がある． F_{CNf} および F_{CNr} の算出にあたっては，ヘルツ接触部を除き保持器を剛体とみなした剛体保持器モデル，および保持器全体の弾性変形を考慮した弾性保持器モデルを用いることが考えられる．剛体保持器モデルによる計算値は実測値より大きいと予想される⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾が，計算が容易であるとともに弾性保持器

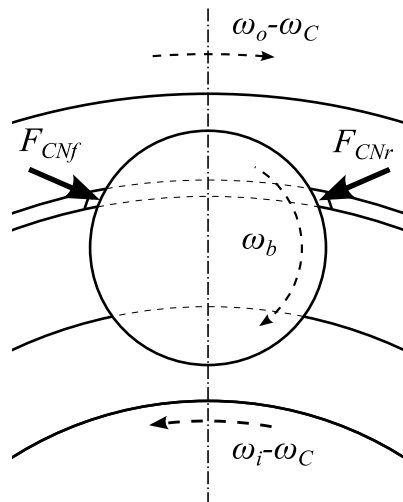


Fig. 2.19 Normal forces of cage pocket bars on roller

モデルの計算方法を論じる上で基礎となる．そこで，以下では，まず，剛体保持器モデル，次に弾性保持器モデルを用いた F_{CNf} , F_{CNr} の計算方法を述べる．

ところで，保持器ところ転動面は，自動調心ころ軸受では点接触，円すいころ軸受，針状ころ軸受および円筒ころ軸受では線接触となる．そこで，剛体保持器モデルおよび弾性保持器モデルのそれぞれにおいて，点接触および線接触の場合における F_{CNf} , F_{CNr} の計算方法を検討する．

2. 9. 1 剛体保持器モデルによる F_{CNf} および F_{CNr} の計算方法

ここでは，剛体保持器モデルにおける保持器の前方・後方の柱からころ転動面に作用する垂直力 F_{CNf} , F_{CNr} を検討する． F_{CNf} , F_{CNr} を計算するには，保持器の柱ところ転動面の接触の中心点が必要となる．そこで，保持器の柱の表面を多数の微小な三角形で要素分割し，保持器の前方・後方のそれぞれの柱において，ころ転動面の干渉量が最大となる節点をヘルツ接触の中心点と仮定することとした．以下に，点接触および線接触の場合を詳述する．

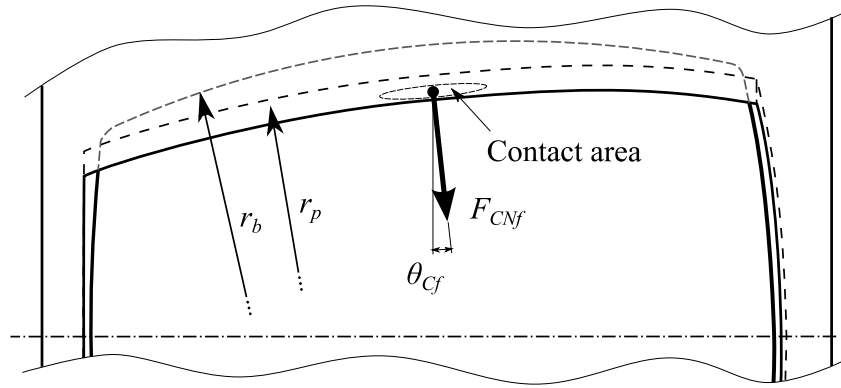
i) 保持器ところ転動面が点接触する場合

まず，保持器ところ転動面が点接触する場合の F_{CNf} , F_{CNr} の計算方法を検討する．簡単化のため，Fig. 2.20 に例示するように，干渉量が最大となる節点にのみ F_{CNf} および F_{CNr} が作用するものとする．Fig. 2.20 における r_p は保持器の柱のアキシャル方向の曲率半径， r_b はころ転動面のクラウニング半径， θ は接触角である．また，下付き添字 f は保持器の前方の柱， r は保持器の後方の柱に関することを表す．

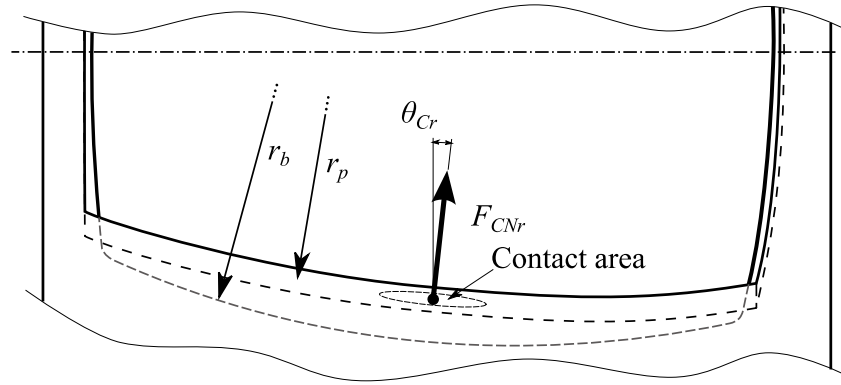
点接触の場合の F_{CNf} , F_{CNr} は，ヘルツの点接触理論⁽⁵³⁾に従い，次式のように書き表される．

$$\left. \begin{aligned} F_{CNf} &= K_{CNf} \delta_{Cf(\text{rigid})}^{\frac{3}{2}} \\ F_{CNr} &= K_{CNr} \delta_{Cr(\text{rigid})}^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.94)$$

ここで， K_{CN} は保持器ところの点接触の非線形ばね定数， $\delta_{C(\text{rigid})}$ は剛体保持器モデルにおける保持器ところの弾性接近量であり，下付き添字は Fig. 2.20 と同じである． $\delta_{Cf(\text{rigid})}$ および $\delta_{Cr(\text{rigid})}$ はいずれも干渉量が最大となる節点における保持器の柱ところ転動面の間の干渉量に等しい． K_{CNf} および K_{CNr} は，次式で与えられる⁽⁵³⁾．



(a) Front bar of cage pocket



(b) Rear bar of cage pocket

Fig. 2.20 Normal forces of cage pocket bars on roller in spherical roller bearings for rigid cage model

$$\left. \begin{aligned} K_{CNf} &= \frac{2E_C^*}{3} \sqrt{\frac{2}{\left(\frac{2K}{\pi\mu}\right)_{Cf}^3 \sum \rho_{Cf}}} \\ K_{CNr} &= \frac{2E_C^*}{3} \sqrt{\frac{2}{\left(\frac{2K}{\pi\mu}\right)_{Cr}^3 \sum \rho_{Cr}}} \end{aligned} \right\} \quad (2.95)$$

ここで、 E_C^* は保持器ところの材料の等価弾性係数、 $2K/(\pi\mu)$ は $\cos \tau$ によって決まる定数、 $\Sigma \rho$ は主曲率の和であり、各記号の下付き添字 C は保持器ところの接触部に関することを表す。 E_C^* 、 $\cos \tau_{Cf}$ 、 $\cos \tau_{Cr}$ 、 $\Sigma \rho_{Cf}$ および $\Sigma \rho_{Cr}$ は、次式で与えられる

(53)

$$E_C^* = 2 \left(\frac{1-\nu_C^2}{E_C} + \frac{1-\nu_b^2}{E_b} \right)^{-1} \quad (2.96)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum \rho_{Cf} &= \frac{1}{\infty} - \frac{1}{r_p} + \frac{\cos \theta_{Cf}}{R_{b/f}} + \frac{1}{r_b} \\ \sum \rho_{Cr} &= \frac{1}{\infty} - \frac{1}{r_p} + \frac{\cos \theta_{Cr}}{R_{b/r}} + \frac{1}{r_b} \end{aligned} \right\} \quad (2.97)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \tau_{Cf} &= \frac{\left| \frac{1}{\infty} + \frac{1}{r_p} \right| + \left| \frac{\cos \theta_{Cf}}{R_{b/f}} - \frac{1}{r_b} \right|}{\sum \rho_{Cf}} \\ \cos \tau_{Cr} &= \frac{\left| \frac{1}{\infty} + \frac{1}{r_p} \right| + \left| \frac{\cos \theta_{Cr}}{R_{b/r}} - \frac{1}{r_b} \right|}{\sum \rho_{Cr}} \end{aligned} \right\} \quad (2.98)$$

ただし、 E は縦弾性係数、 ν はポアソン比、 $R_{b/f}$ および $R_{b/r}$ はそれぞれ保持器の前方・後方の柱ところの接触点におけるころ半径である。なお、式(2.94)中の $2K/(\pi\mu)$ と補助変数 $\cos \tau$ には、Fig. 2.16 の関係がある。また、 F_{CNf} および F_{CNr} の向きは、干渉量が最大となる節点において、保持器の前方・後方の柱ところ転動面のクラウニング半径の中心へ向かう方向とする。

ii) 保持器ところ転動面が線接触する場合

次に、剛体保持器モデルにおいて、保持器ところ転動面が線接触する場合の F_{CNf} および F_{CNr} の計算方法を検討する。剛体保持器モデルにおいて、保持器の柱ところ転動面が平行に線接触する場合、保持器の柱ところの転動面の干渉量（すなわち弾性接近量）は、クラウニング部を除きころの母線方向で一定となる。この場合、保持器の前方・後方の柱ところ転動面の弾性接近量 $\delta_{Cf(\text{rigid})}$ 、 $\delta_{Cr(\text{rigid})}$ と垂直力 F_{CNf} 、 F_{CNr} の関係は、次に示す Palmgren の式で与えられる⁽²⁸⁾⁽³⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{Cf(\text{rigid})} &= 0.39 \left(\frac{8}{E_C^*} \right)^{0.9} F_{CNf}^{0.9} l_C^{-0.8} \\ \delta_{Cr(\text{rigid})} &= 0.39 \left(\frac{8}{E_C^*} \right)^{0.9} F_{CNr}^{0.9} l_C^{-0.8} \end{aligned} \right\} \quad (2.99)$$

ここで、 l_C は保持器ところ転動面の有効接触長さを表す。式(2.99)より、 F_{CNf} およ

び F_{CNr} は、次式のように書き表される．

$$\left. \begin{aligned} F_{CNf} &= 0.356 E_C^* l_C^{\frac{8}{9}} \delta_{Cf(\text{rigid})}^{\frac{10}{9}} \\ F_{CNr} &= 0.356 E_C^* l_C^{\frac{8}{9}} \delta_{Cr(\text{rigid})}^{\frac{10}{9}} \end{aligned} \right\} \quad (2.100)$$

回転中の転がり軸受では、保持器ところが互いに傾く場合も生じると考えられる．その場合、保持器の柱ところ転動面の干渉量（弾性接近量）は、ころの母線方向で変化する．そこで、Fig. 2.21 に示すようにスライス法⁽²⁶⁾を用いて、母線方向の干渉量の変化を考慮した F_{CNf} 、 F_{CNr} を計算することとする．以下に、円すいころ軸受における F_{CNf} 、 F_{CNr} の計算方法を示す．

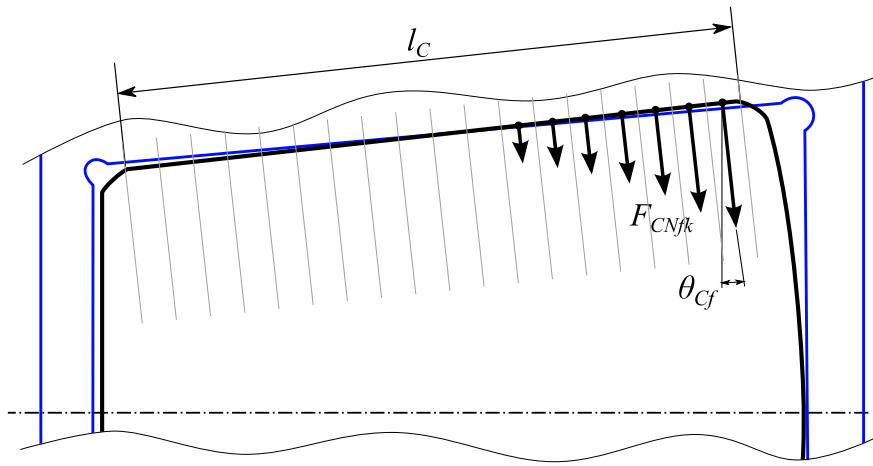
保持器の前方・後方の柱からころの転動面に作用する単位長さ当たりの垂直力 f_{CNf} 、 f_{CNr} は、次式で与えられる．

$$\left. \begin{aligned} f_{CNf} &= 0.356 E_C^* l_C^{\frac{1}{9}} \delta_{Cf(\text{rigid})}^{\frac{10}{9}} \\ f_{CNr} &= 0.356 E_C^* l_C^{\frac{1}{9}} \delta_{Cr(\text{rigid})}^{\frac{10}{9}} \end{aligned} \right\} \quad (2.101)$$

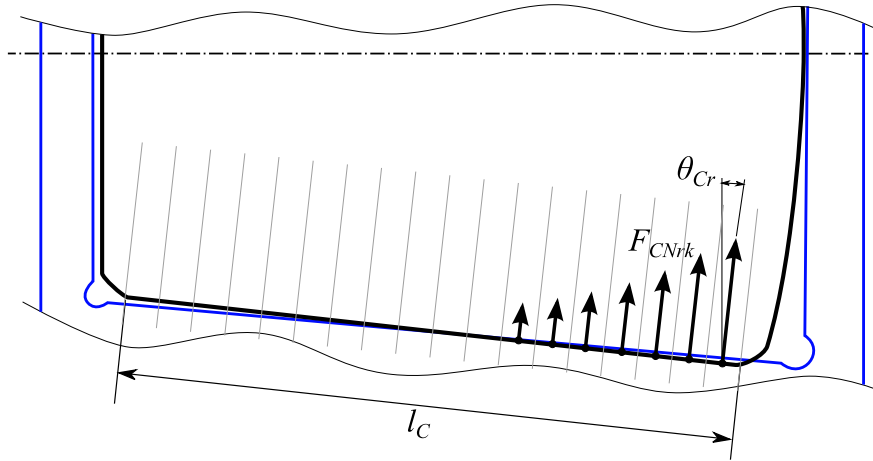
スライス番号 k_{0f} 、 k_{0r} から $(k_{0f}+n_{bconf}-1)$ 、 $(k_{0r}+n_{bconr}-1)$ で保持器の前方・後方の柱ところが接触する場合、保持器の前方・後方の柱のスライス番号 k の保持器の柱からころ転動面に作用する垂直力 F_{CNfk} 、 F_{CNrk} は、スライス法⁽²⁶⁾により、次式のように書き表される．

$$\left. \begin{aligned} F_{CNfk} &= 0.356 E_C^* \left(\frac{l_C}{n_b} \right)^{\frac{8}{9}} n_{bconf}^{\frac{1}{9}} \delta_{Cfk(\text{rigid})}^{\frac{10}{9}} \\ F_{CNrk} &= 0.356 E_C^* \left(\frac{l_C}{n_b} \right)^{\frac{8}{9}} n_{bconr}^{\frac{1}{9}} \delta_{Crk(\text{rigid})}^{\frac{10}{9}} \end{aligned} \right\} \quad (2.102)$$

ここで、 n_b は保持器の柱のスライスの個数、 $\delta_{Cfk(\text{rigid})}$ および $\delta_{Crk(\text{rigid})}$ は、剛体保持器モデルでスライス番号 k の保持器の前方・後方の柱ところ転動面の弾性接近量である． $\delta_{Cfk(\text{rigid})}$ および $\delta_{Crk(\text{rigid})}$ は、保持器の前方・後方の各柱のスライス番号 k の分割面内において干渉量が最大となる節点における保持器ところ転動面の間の干渉量で代表することとする．



(a) Front bar of cage pocket



(b) Rear bar of cage pocket

Fig. 2.21 Normal forces of cage pocket bars on roller in tapered roller bearings for rigid cage model

よって、剛体保持器モデルにおいて保持器の前方・後方の柱からころ転動面に作用する垂直力 F_{CNf} , F_{CNr} は、次式のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} F_{CNf} &= 0.356 E_C^* \left(\frac{l_C}{n_b} \right)^{\frac{8}{9}} n_{bconf}^{-\frac{1}{9}} \sum_{k=k_{0f}}^{k_{0f}+n_{bconf}-1} \delta_{Cfk(\text{rigid})}^{\frac{10}{9}} \\ F_{CNr} &= 0.356 E_C^* \left(\frac{l_C}{n_b} \right)^{\frac{8}{9}} n_{bconr}^{-\frac{1}{9}} \sum_{k=k_{0r}}^{k_{0r}+n_{bconr}-1} \delta_{Crk(\text{rigid})}^{\frac{10}{9}} \end{aligned} \right\} \quad (2.103)$$

なお、 F_{CNf} および F_{CNr} の方向はころ転動面に対して垂直な方向とする。

2. 9. 2 弾性保持器モデルによる F_{CNf} および F_{CNr} の計算方法

ここでは、弾性保持器モデルにおいて、保持器の前方・後方の柱からころ転動

面に作用する垂直力 F_{CNf} , F_{CNr} を検討する．

弾性保持器モデルにおける F_{CNf} , F_{CNr} を求めるには，保持器全体の弾性変形および弾性接触部で生じる垂直力を同時に計算する必要がある．そして，この計算には，有限要素法（FEM）を用いる方法⁽²³⁾およびモード合成法を用いる方法⁽²⁵⁾がある．

FEM では，保持器を微小な要素に分割して，接触部のヘルツ変形を含む保持器の変形とともに， F_{CNf} , F_{CNr} が計算される．FEM では，要素数が多いほど計算精度は高いが，計算量は膨大になる．なお，FEM で計算した F_{CNf} , F_{CNr} については，第 3 章の解析で使用する．

一方，モード合成法では，互いに線形独立な変形モードの和により保持器の変形が計算される．そして，FEM に比べ極めて少ない計算量で保持器全体の変形を計算できる．しかし，モード合成法では接触領域のヘルツ変形を変形モードに導入することは難しいため，モード合成法における弾性保持器モデルでは，ヘルツ理論に基づき， F_{CNf} , F_{CNr} を計算する必要がある．以下では，モード合成法を用いた場合の弾性保持器モデルにおける F_{CNf} , F_{CNr} の計算方法を述べる．

i) 保持器ところ転動面が点接触する場合

まず，弾性保持器モデルにおいて，保持器の前方・後方の柱ところ転動面が点接触する場合の F_{CNf} , F_{CNr} の計算方法を検討する．

いま，剛体保持器モデルにおける保持器の前方・後方の柱ところ転動面の干渉量（弾性接近量）が，それぞれ $\delta_{Cf(\text{rigid})}$ および $\delta_{Cr(\text{rigid})}$ であるとする．弾性保持器モデルでは，保持器ところの干渉量が最大となる位置において，保持器全体の変形により，前方・後方の柱の接触点が d_{Cf} および d_{Cr} だけ垂直方向に移動する．したがって，弾性保持器モデルにおける保持器の前方・後方の柱ところ転動面の干渉量（弾性接近量） δ_{Cf} , δ_{Cr} は，次式のようにになると考えられる．

$$\left. \begin{aligned} \delta_{Cf} &= \delta_{Cf(\text{rigid})} - d_{Cf} \\ \delta_{Cr} &= \delta_{Cr(\text{rigid})} - d_{Cr} \end{aligned} \right\} \quad (2.104)$$

弾性保持器モデルでの保持器の前方・後方の柱ところ転動面に作用する垂直力 F_{CNf} , F_{CNr} は，ヘルツの点接触理論⁽⁵³⁾に基づいて求めることができる．ヘルツの点接触理論により， F_{CNf} , F_{CNr} を計算する場合，厳密には，保持器の柱の長手

方向の曲率半径の変化を考慮する必要があるが、ここでは、簡単化のために、変形後の曲率半径は変形前と同じと仮定して取り扱うこととする。このような仮定の下で、 F_{CNf} および F_{CNr} は、次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} F_{CNf} &= \begin{cases} K_{CNf} \delta_{Cf}^{\frac{3}{2}} & \text{for } \delta_{Cf} > 0 \\ 0 & \text{for } \delta_{Cf} \leq 0 \end{cases} \\ F_{CNr} &= \begin{cases} K_{CNr} \delta_{Cr}^{\frac{3}{2}} & \text{for } \delta_{Cr} > 0 \\ 0 & \text{for } \delta_{Cr} \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.105)$$

ii) 保持器ところ転動面が線接触する場合

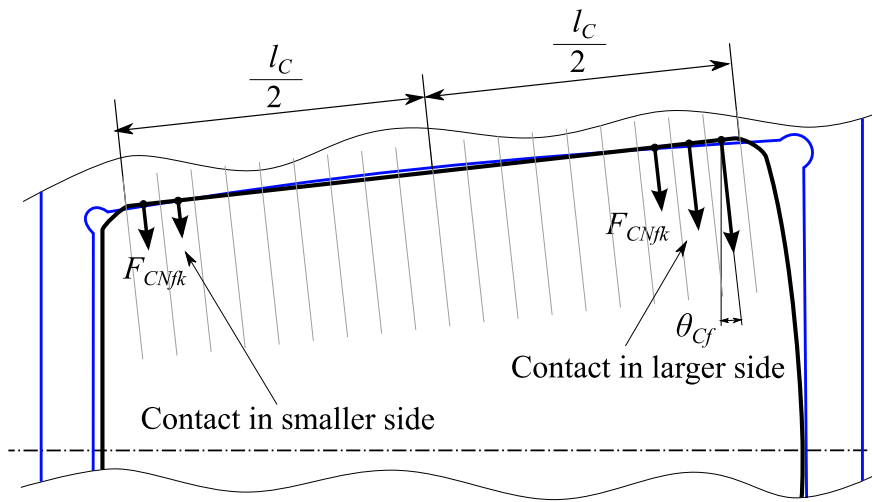
次に、弾性保持器モデルにおいて、保持器の前方・後方の柱ところ転動面が線接触する場合の F_{CNf} 、 F_{CNr} の計算方法を検討する。

弾性保持器モデルの場合、保持器全体の弾性変形により柱が変形する結果、保持器の前方・後方の柱のスライス番号 k では、接触点が d_{Cfk} および d_{Crk} だけ垂直方向に移動する。したがって、弾性保持器モデルでは、保持器の前方・後方の柱のスライス番号 k における弾性接近量 δ_{Cfk} 、 δ_{Crk} は、次式のようにになると考えられる。

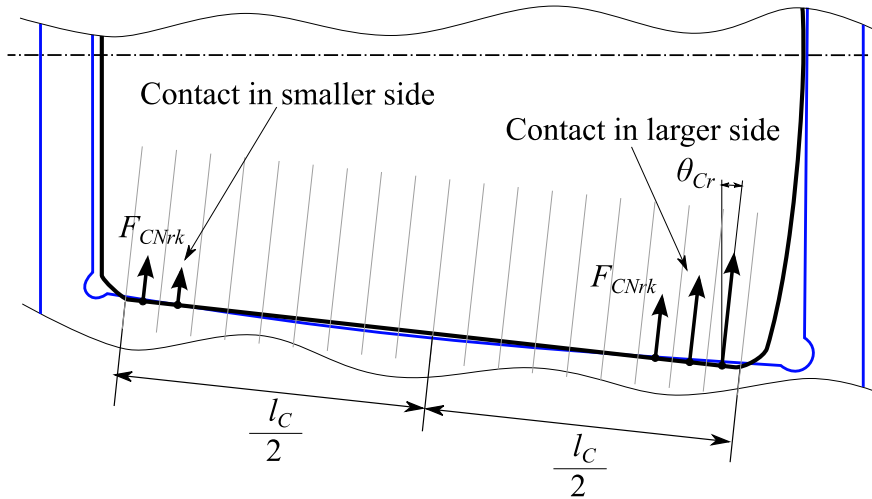
$$\begin{aligned} \delta_{Cfk} &= \delta_{Cfk(\text{rigid})} - d_{Cfk} \\ \delta_{Crk} &= \delta_{Crk(\text{rigid})} - d_{Crk} \end{aligned} \quad (2.106)$$

保持器の柱の変形が生じた場合、Fig. 2.22に示すように前方・後方の柱において、ころの小径側および大径側の2箇所それぞれ接触することがある。そこで、小径側および大径側の接触箇所ごとにスライス法⁽²⁶⁾に基づき垂直力を計算することとする。

保持器の前方・後方の柱において、小径側ではスライス番号 k_{0fm} 、 k_{0rm} から $(k_{0fm} + n_{bconfm} - 1)$ 、 $(k_{0rm} + n_{bconrm} - 1)$ でころと接触し、大径側ではスライス番号 k_{0fl} 、 k_{0rl} から $(k_{0fl} + n_{bconfl} - 1)$ 、 $(k_{0rl} + n_{bconrl} - 1)$ でころと接触する場合、保持器の前方・後方の柱のスライス番号 k からころ転動面に作用する垂直力 F_{CNfk} 、 F_{CNrk} は、次式のように表すことができる。



(a) Front bar of cage pocket



(b) Rear bar of cage pocket

Fig. 2.22 Normal forces of cage pocket bars on roller in tapered roller bearings for elastic cage model

$$\begin{aligned}
F_{CNfk} &= \left\{ \begin{array}{ll} 0.356E_C^* \left(\frac{l_C}{n_b} \right)^{\frac{8}{9}} n_{bconfm}^{-\frac{1}{9}} \delta_{Cfk}^{\frac{10}{9}} & \text{for } \delta_{Cfk} > 0 \text{ and for smaller side} \\ 0.356E_C^* \left(\frac{l_C}{n_b} \right)^{\frac{8}{9}} n_{bconfl}^{-\frac{1}{9}} \delta_{Cfk}^{\frac{10}{9}} & \text{for } \delta_{Cfk} > 0 \text{ and for larger side} \\ 0 & \text{for } \delta_{Cfk} \leq 0 \end{array} \right\} \\
F_{CNrk} &= \left\{ \begin{array}{ll} 0.356E_C^* \left(\frac{l_C}{n_b} \right)^{\frac{8}{9}} n_{bconrm}^{-\frac{1}{9}} \delta_{Crk}^{\frac{10}{9}} & \text{for } \delta_{Crk} > 0 \text{ and for smaller side} \\ 0.356E_C^* \left(\frac{l_C}{n_b} \right)^{\frac{8}{9}} n_{bconrl}^{-\frac{1}{9}} \delta_{Crk}^{\frac{10}{9}} & \text{for } \delta_{Crk} > 0 \text{ and for larger side} \\ 0 & \text{for } \delta_{Crk} \leq 0 \end{array} \right\}
\end{aligned} \tag{2.107}$$

よって、保持器の前方・後方の柱からころ転動面に作用する垂直力 F_{CNf} , F_{CNr} は、次式のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} F_{CNf} &= \sum_{k=1}^{n_b} F_{CNfk} \\ F_{CNr} &= \sum_{k=1}^{n_b} F_{CNrk} \end{aligned} \right\} \tag{2.108}$$

ここで、 F_{CNf} および F_{CNr} の方向はころ転動面に対して垂直な方向とする。

なお、モード合成法で計算される F_{CNf} , F_{CNr} については、第 4 章以降における保持器の弾性変形および発生応力の計算で使用する。

2. 10 保持器からころ転動面に作用するすべり摩擦力 F_{CSf} , F_{CSr}

ここでは、保持器の前方・後方の柱からころ転動面に作用するすべり摩擦力 F_{CSf} , F_{CSr} (Fig. 2.23) の計算方法を検討する。なお、記号の下付き添字 f は保持器の前方の柱、 r は保持器の後方の柱に関することを表す。

i) 保持器ところ転動面が点接触する場合

保持器ところの転動面が点接触する場合の F_{CSf} , F_{CSr} は、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} F_{CSf} &= \mu_s F_{CNf} \\ F_{CSr} &= \mu_s F_{CNr} \end{aligned} \right\} \tag{2.109}$$

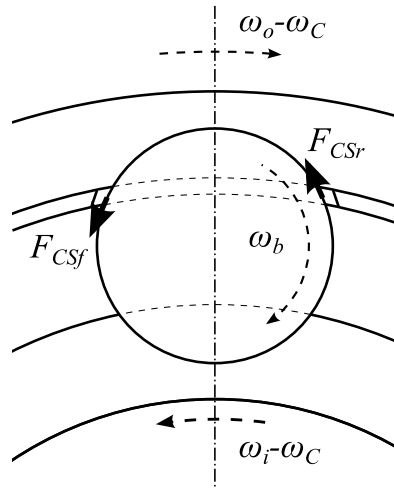


Fig. 2.23 Sliding friction forces of cage pocket bars on roller

ここで， μ_s は摩擦係数である．

保持器の柱の表面粗さはころ軸受の場合で数 μm の大きさがあり⁽⁸⁾，保持器とろ転動面の接触部は境界潤滑となる場合が多い．本研究では，保持器とろ転動面の接触部が境界潤滑であることを考慮し，さらにこれまでの転がり軸受の研究⁽¹⁸⁾⁽²²⁾を参考にして，保持器が鋼製の場合に $\mu_s=0.12$ ，樹脂製の場合に $\mu_s=0.06$ と仮定する．

ii) 保持器とろ転動面が線接触する場合

次に，保持器とろ転動面が線接触する場合の F_{CSf} ， F_{CSr} の計算方法を検討する．保持器の柱からろ転動面に作用する垂直力の分布を考慮するために保持器の柱のスライスごとに，すべり摩擦力を求める．よって，保持器の前方・後方の柱のスライス番号 k からろ転動面に作用する摩擦力 F_{CSfk} ， F_{CSrk} は，次式で与えられる．

$$\left. \begin{aligned} F_{CSfk} &= \mu_s F_{CNfk} \\ F_{CSrk} &= \mu_s F_{CNrk} \end{aligned} \right\} \quad (2.110)$$

保持器の柱からろ転動面に作用する摩擦力は，各スライスの摩擦力の和であり，向きが同じ場合，次式のように表される．

$$\left. \begin{aligned} F_{CSf} &= \sum_{k=1}^{n_b} F_{Csfk} \\ F_{CSr} &= \sum_{k=1}^{n_b} F_{Csrk} \end{aligned} \right\} \quad (2.111)$$

2. 11 保持器からころ端面に作用する垂直力 F_{CNl} , F_{CNm}

ここでは，保持器の大径側のリブからころの大端面に作用する垂直力 F_{CNl} および保持器の小径側のリブからころの小端面に作用する垂直力 F_{CNm} (Fig. 2.24) の計算方法を検討する．なお，各記号の下付き添字 l は保持器の大径側のリブ， m は保持器の小径側のリブに関することを表し，以降の検討においても同様である．

保持器の大径側・小径側のリブからころの各端面に作用する垂直力 F_{CNl} , F_{CNm} の計算では，保持器を剛体保持器モデルおよび弾性保持器モデルとして取り扱うことが考えられる．剛体保持器モデルは，計算が容易であるとともに弾性保持器モデルの計算方法を論じる上で基礎となることから，以下では，まず，剛体保持器モデル，次に弾性保持器モデルを用いた F_{CNl} , F_{CNm} の計算方法を述べる．

なお，ころ端面は球面であり，これと接触する保持器のポケット部分は平面であることが多い．そのため， F_{CNl} , F_{CNm} の計算には，後述のように，ヘルツの点接触理論が適用される⁽⁵³⁾．

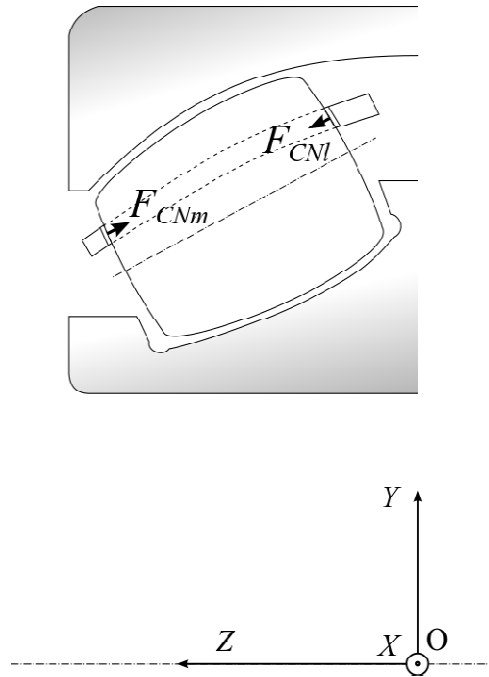


Fig. 2.24 Normal forces of cage ribs on roller end faces

2. 11. 1 剛体保持器モデルによる F_{CNI} および F_{CNm} の計算方法

ここでは、剛体保持器モデルにおける F_{CNI} , F_{CNm} の計算方法を検討する． F_{CNI} , F_{CNm} を計算するには、保持器のリブところ端面の接触の中心点が必要となる．そこで、保持器のリブの表面を多数の微小な三角形で要素分割し、リブところ端面の干渉量が最大となる節点をヘルツ接触の中心点と仮定することにした（Fig. 2.25）．また、簡単化のため、これらの垂直力は、干渉量が最大となる節点にのみ作用するものとする．

保持器のリブからころの各端面に作用する垂直力 F_{CNI} , F_{CNm} は、ヘルツの点接触理論⁽⁵³⁾に従い、次式で表される．

$$\left. \begin{aligned} F_{CNI} &= \frac{2E_C^* \sqrt{r_{el}}}{3} \delta_{Cl(\text{rigid})}^{\frac{3}{2}} \\ F_{CNm} &= \frac{2E_C^* \sqrt{r_{es}}}{3} \delta_{Cm(\text{rigid})}^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.112)$$

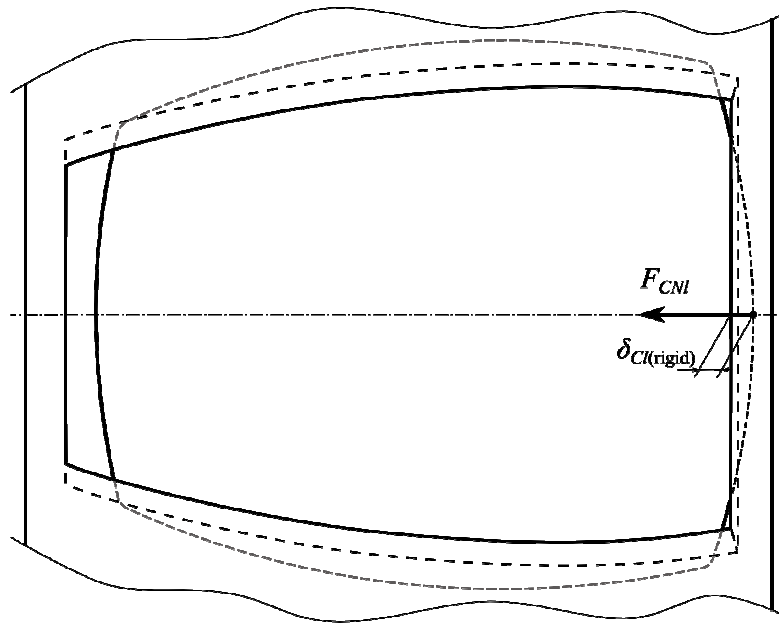
ここで、 E_C^* は保持器ところの材料の等価弾性係数（式(2.96)参照）， $\delta_{C(\text{rigid})}$ は剛体保持器モデルにおける保持器ところの弾性接近量（Fig. 2.25(a)および(b)）， r_{el} はころ大端面の曲率半径， r_{es} はころ小端面の曲率半径である．なお、 F_{CNI} , F_{CNm} の向きは、干渉量が最大となる節点において、ころの各端面の曲率半径の中心へ向かう方向である．

2. 11. 2 弾性保持器モデルによる F_{CNI} および F_{CNm} の計算方法

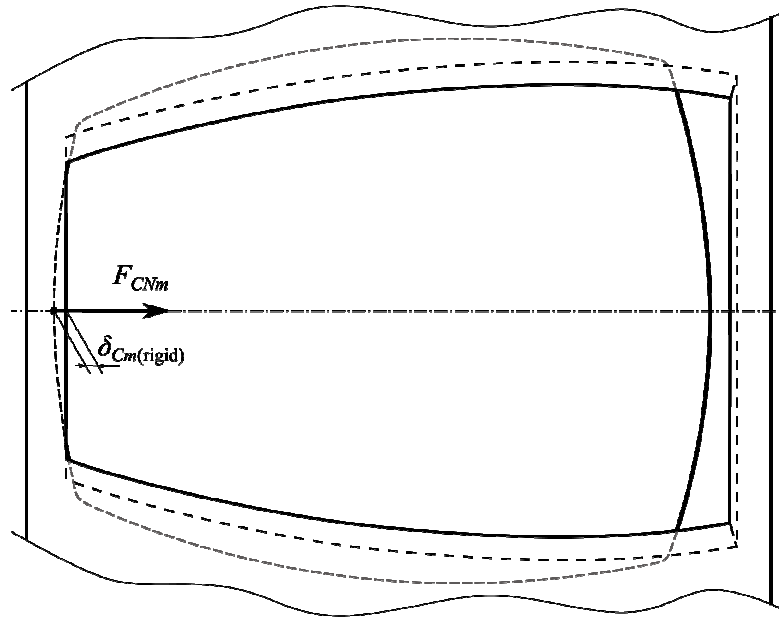
ここでは、弾性保持器モデルにおける F_{CNI} , F_{CNm} の計算方法を検討する．

弾性保持器モデルで F_{CNI} , F_{CNm} を求めるには、2.9.2 項に記したように、有限要素法およびモード合成法を用いる方法が挙げられる．有限要素法では、要素分割したころおよび保持器の間の接触状態を力の釣合いにより計算すれば、保持器の弾性変形および F_{CNI} , F_{CNm} が同時に求められる．モード合成法では、保持器全体の弾性変形量のみが変形モードの線形和により求められるため、 F_{CNI} , F_{CNm} はヘルツ接触理論に基づき計算する必要がある．以下にモード合成法を用いた場合の F_{CNI} , F_{CNm} の計算方法を記す．

まず、剛体保持器モデルにおける保持器の大径側・小径側のリブところ端面の干渉量（弾性接近量）が、 $\delta_{Cl(\text{rigid})}$ および $\delta_{Cm(\text{rigid})}$ であるとする．弾性保持器モデル



(a) Larger rib of cage



(b) Smaller rib of cage

Fig. 2.25 Normal forces of cage ribs on roller end faces spherical roller bearings for rigid cage model

では，保持器ところの干渉量が最大となる位置において，保持器全体の変形により，接触点が d_{CI} および d_{Cm} だけ垂直方向に移動する．したがって，弾性保持器モデルにおける保持器の大径側・小径側のリブところ端面の干渉量（弾性接近量）

δ_{Cl} および δ_{Cm} は, 次式のようにになると考えられる.

$$\left. \begin{aligned} \delta_{Cl} &= \delta_{Cl(\text{rigid})} - d_{Cl} \\ \delta_{Cm} &= \delta_{Cm(\text{rigid})} - d_{Cm} \end{aligned} \right\} \quad (2.113)$$

弾性保持器モデルにおいて保持器からころの大端面・小端面に作用する垂直力 F_{CNI} , F_{CNm} は、ヘルツの点接触理論⁽⁵³⁾に従い、次のように表すことができる.

$$\left. \begin{aligned} F_{CNI} &= \begin{cases} \frac{2E_C^* \sqrt{r_{el}}}{3} \delta_{Cl}^{\frac{3}{2}} & \text{for } \delta_{Cl} > 0 \\ 0 & \text{for } \delta_{Cl} \leq 0 \end{cases} \\ F_{CNm} &= \begin{cases} \frac{2E_C^* \sqrt{r_{es}}}{3} \delta_{Cm}^{\frac{3}{2}} & \text{for } \delta_{Cm} > 0 \\ 0 & \text{for } \delta_{Cm} \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (2.114)$$

2. 12 保持器からころ端面に作用するすべり摩擦力 F_{CSl} , F_{CSm}

ここでは、保持器の大径側・小径側のリブからころ端面に作用するすべり摩擦力 F_{CSl} , F_{CSm} (Fig. 2.26) の計算方法を検討する. ただし, 各記号の下付き添字は 2.11 節と同じである.

剛体保持器モデルおよび弾性保持器モデルにおけるすべり摩擦力の計算は同じ取り扱いが可能で， F_{CSl} ， F_{CSm} は次式で求められる．

$$\left. \begin{aligned} F_{Csl} &= \mu_s F_{Cnl} \\ F_{CSm} &= \mu_s F_{Cnm} \end{aligned} \right\} \quad (2.115)$$

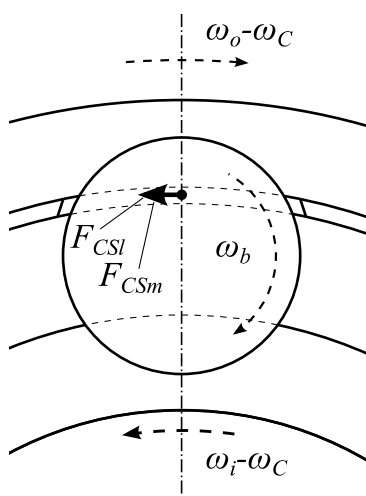


Fig. 2.26 Sliding friction forces of cage ribs on roller end faces

ここで、 μ_s は摩擦係数であり、2. 10 節で述べたように、保持器が鋼製の場合に $\mu_s = 0.12$ 、また樹脂製の場合に $\mu_s = 0.06$ と仮定する。

2. 13 結言

本章では、自動調心ころ軸受や、軌道輪にミスアライメントがある場合にも適用できる、ころ軸受内で生じる下記の 10 種の力の計算式を示した。ころ転動面に作用する力の計算では、線接触用の計算式とスライス法を組み合わせ、転がり粘性抵抗 force および転がり方向の油膜力の計算式を提案した。また、ころ転動面およびころ端面と軌道輪の接触部では、油膜の潤滑領域を考慮した、転がり粘性抵抗 force、転がり方向の油膜力およびトラクションの計算式をそれぞれ示した。

- (1) 軌道からころ転動面に作用する垂直力 F_{Ni} , F_{No}
- (2) 軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗 force F_{Ri} , F_{Ro}
- (3) 軌道からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力 F_{Pi} , F_{Po}
- (4) 軌道からころ転動面に作用する転がり/すべり接触によるトラクション F_{Ti} , F_{To}
- (5) つばからころ端面に作用する垂直力 F_{FNI} , F_{FNS}
- (6) つばからころ端面に作用する転がり/すべり接触によるトラクション F_{FTI} , F_{FTS}
- (7) 保持器からころ転動面に作用する垂直力 F_{CNf} , F_{CNr}
- (8) 保持器からころ転動面に作用するすべり摩擦 force F_{CSf} , F_{CSr}
- (9) 保持器からころ端面に作用する垂直力 F_{CNS} , F_{CNm}
- (10) 保持器からころ端面に作用するすべり摩擦 force F_{CSS} , F_{CSm}

第 3 章 ころ軸受内の各種の力の計算式の実験的検証

3. 1 緒言

本章では，第 2 章で示したころ軸受内に生じる各種の力の計算式の有効性を検証する．

ところで，第 2 章で示したころ軸受内に生じる各種の力，すなわち，(1)軌道からころ転動面に作用する垂直力 F_{Ni} , F_{No} , (2)軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗 F_{Ri} , F_{Ro} , (3)軌道からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力 F_{Pi} , F_{Po} , (4)軌道からころ転動面に作用するトラクション F_{Ti} , F_{To} , (5)つばからころ端面に作用する垂直力 F_{FNC} , F_{FNS} , (6)つばからころ端面に作用するトラクション F_{FTc} , F_{FTs} , (7)保持器からころ転動面に作用する垂直力 F_{CNf} , F_{CNr} , (8)保持器からころ転動面に作用するすべり摩擦力 F_{CSf} , F_{CSr} , (9)保持器からころ端面に作用する垂直力 F_{CNl} , F_{CNm} , (10)保持器からころ端面に作用するすべり摩擦力 F_{CSl} , F_{CSm} を個別に分離して測定することは難しい．しかし，いずれも Table 3.1 に示すように，直接あるいは間接的に軸受内で消費されるエネルギーに関係する．Table 3.1 において， E_R は軌道ところ転動面の間で単位時間に消費されるエネルギー， E_F は内輪のつばと端面の間で単位時間に消費されるエネルギー， E_C は保持器ところの間で単位時間に消費されるエネルギーであり，下付き添字 i は内輪側， o は外輪側， f は保持器の前方の柱， c は内輪の中つば， s は内輪の小つば， r は保持器の後方の

Table 3.1 Relationships between forces acting on rollers and consumption energies

	E_{Ri} , E_{Ro}	E_{Fc} , E_{Fs}	E_{Cf} , E_{Cr}	E_{Cl} , E_{Cm}
F_{Ni} , F_{No}	○	—	—	—
F_{Ri} , F_{Ro}	◎	—	—	—
F_{Pi} , F_{Po}	△	—	—	—
F_{Ti} , F_{To}	◎	—	—	—
F_{FNC} , F_{FNS}	—	○	—	—
F_{FTc} , F_{FTs}	—	◎	—	—
F_{CNf} , F_{CNr}	—	—	○	—
F_{CSf} , F_{CSr}	—	—	◎	—
F_{CNl} , F_{CNm}	—	—	—	○
F_{CSl} , F_{CSm}	—	—	—	◎

Symbol; ◎: Strong, ○: Mideum, △: Indirect via roller rolling motion, —: No

柱， l は保持器の大径側のリブ， m は保持器の小径側のリブに関することを表す．

軸受内の各接触部で単位時間に消費されるこれらのエネルギーにより，軸受の回転トルク M_{BRG} が決まる⁽⁶⁵⁾．このことは，ころ軸受内に生じる各種の力が，軸受内の各接触部で単位時間に消費されるエネルギー，さらには，軸受の回転トルク M_{BRG} に換算できることを意味している．

本章では，第2章で示した計算式で算出したころ軸受内に生じる各種の力と軸受の回転トルクの関係について検討するために，自動調心ころ軸受において，外輪が回転せず，内輪が比較的低速度で回転する場合を例として取り上げる．なお，この自動調心ころ軸受には，純ラジアル荷重 F_r が作用し，外輪はラジアル面内で移動可能であるが，内輪は回転方向を除いて移動が拘束されているとする．そして，まず，第2章で示したころ軸受内に生じる各種の力と軸受の回転トルクの関係を明らかにし，軸受の回転トルクの計算式を示す．次に，自動調心ころ軸受の回転トルクを測定し，回転トルクの測定値と計算値を比較することで，第2章で提案したころ軸受内に生じる各種の力の計算式の有効性を検証する．

3. 2 軸受の回転トルクところ軸受内に生じる各種の力の関係

これまでの研究⁽⁶⁵⁾⁽⁶⁶⁾によれば，外輪が回転せず，内輪が一定の低回転角速度 ω_i で回転する場合，軸受の回転トルク M_{BRG} は，次式のように，軸受内の各接触部で単位時間に消費されるエネルギーの和で表すことができる．

$$M_{BRG} = \frac{1}{\omega_i} \sum_{\chi=1}^2 \sum_{\varphi=1}^z (E_{Ri\chi\varphi} + E_{Ro\chi\varphi} + E_{Fc\chi\varphi} + E_{Fs\chi\varphi} + E_{Cf\chi\varphi} + E_{Cr\chi\varphi} + E_{Cl\chi\varphi} + E_{Cm\chi\varphi}) \quad (3.1)$$

ここで， z は一列あたりのころの個数， φ は一列内のころ番号であり，その他の記号は Table 3.1 と同じである．また， χ および下付き添字 χ はころの列番号， φ は番号 φ のころに関することを表す．

以下の 3.2.1 から 3.2.3 の項では，式(3.1)に示した軸受内の各接触部で単位時間に消費されるエネルギーところに作用する力の関係を示す．

3. 2. 1 軌道ところ転動面の間で単位時間に消費されるエネルギー E_{Ri} , E_{Ro}

まず，軌道ところ転動面の間で単位時間に消費されるエネルギーについて検討する．

外輪が回転せず，内輪が回転する自動調心ころ軸受では，負荷圏内のころおよ

び軌道に対して，Fig. 3.1 に示す力が作用する．図中の f_R , f_T , f_N および f_P は，軌道からころ転動面に作用する単位長さ当たりの転がり粘性抵抗，トラクション，垂直力，および転がり方向の油膜力である．また， f_{iRi} , f_{iT_i} , f_{iN_i} および f_{iP_i} は，ころ転動面から内輪軌道に作用する単位長さ当たりの転がり粘性抵抗，トラクション，垂直力および転がり方向の油膜力である． f_{oRo} , f_{oTo} , f_{oNo} および f_{oPo} は，ころ転動面から外輪軌道に作用する単位長さ当たりの転がり粘性抵抗，トラクション，垂直力および転がり方向の油膜力である．さらに， e は軌道ところの接触中心から油膜の圧力中心までの距離， R_b はころ転動面の半径， R_i は内輪軌道半径， R_o は外輪軌道半径， ω_i は内輪の回転角速度， ω_b はころの自転角速度， ω_c は保持器の回転角速度，添字 i は内輪側， o は外輪側， j は番号 j のスライスに関することを表す．なお，ころの列番号 χ および列内のころ番号 φ は省略した．

軌道ところ転動面の間で単位時間に消費されるエネルギーは，軌道の回転角速度と軌道に対する抵抗モーメントの積およびころの回転角速度ところに対する抵抗

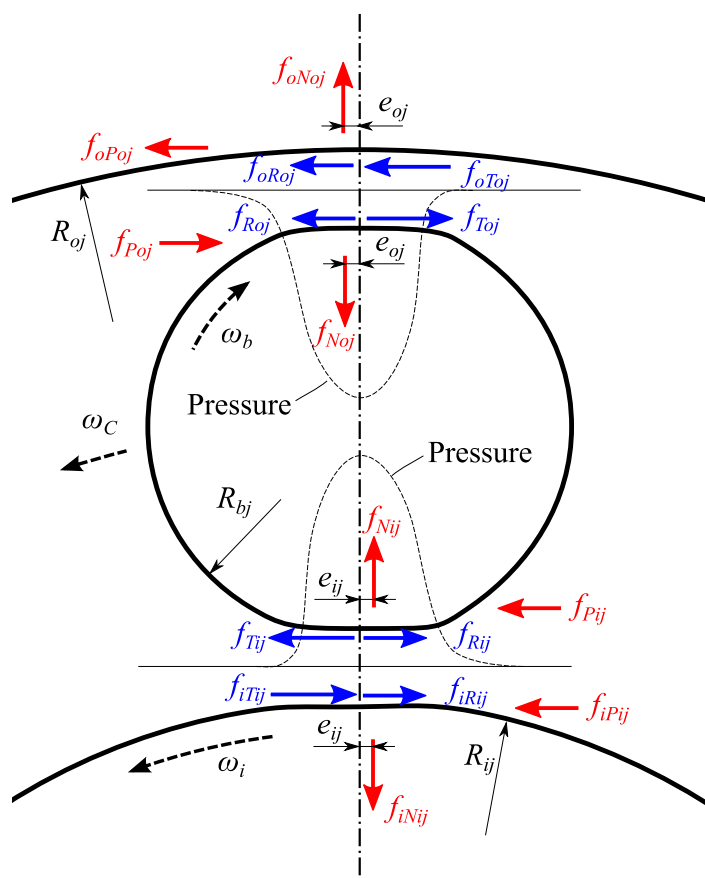


Fig. 3.1 Forces acting on rolling contact surface of roller and raceways

モーメントの積の和⁽⁶⁶⁾で与えられる．内輪側および外輪側の接触部において，軌道ところ転動面の間で単位時間に消費されるエネルギー E_{Ri} および E_{Ro} は，次式のよう書き表される．なお，各力要素の符号は，Fig. 3.1 に示す力の向きを正と定義した．

$$\left. \begin{aligned} E_{Ri} &= w_i \sum_{j=j_{0i}}^{j_{0i}+n_{con i}-1} \left[(\omega_i - \omega_c) \{ R_{ij} (f_{iRij} - f_{iPij} + f_{iTij}) + e_{ij} f_{iNij} \} + \omega_b \{ R_{bj} (f_{Rij} - f_{Pij} - f_{Tij}) + e_{ij} f_{Nij} \} \right] \\ E_{Ro} &= w_o \sum_{j=j_{0o}}^{j_{0o}+n_{con o}-1} \left[\omega_c \{ R_{oj} (f_{oRoj} + f_{oPoj} + f_{oToj}) - e_{oj} f_{oNoj} \} + \omega_b \{ R_{bj} (f_{Roj} - f_{Poj} - f_{Toj}) + e_{oj} f_{Noj} \} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

ここで， w はスライスの幅， j はスライス番号， j_0 は接触に関与するスライスの最小番号， n_{con} は1つの接触部において接触しているスライスの個数である．

式(3.2)において，軌道（あるいはころ）の半径に転がり方向の油膜力を乗じて得られるモーメントは，以下のように，軌道ところの接触中心から油膜の圧力中心までの距離に垂直力を乗じて得られる転がり抵抗モーメントと等しい⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾．

$$\left. \begin{aligned} R_{ij} f_{iPij} &= e_{ij} f_{iNij} \\ R_{oj} f_{oPoj} &= e_{oj} f_{oNoj} \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

$$\left. \begin{aligned} R_{bj} f_{Pij} &= e_{ij} f_{Nij} \\ R_{bj} f_{Poj} &= e_{oj} f_{Noj} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

式(3.3)および(3.4)を式(3.2)に代入すれば，次式が得られる．

$$\left. \begin{aligned} E_{Ri} &= w_i \sum_{j=j_{0i}}^{j_{0i}+n_{con i}-1} \left[(\omega_i - \omega_c) R_{ij} (f_{iRij} + f_{iTij}) + \omega_b R_{bj} (f_{Rij} - f_{Tij}) \right] \\ E_{Ro} &= w_o \sum_{j=j_{0o}}^{j_{0o}+n_{con o}-1} \left[\omega_c R_{oj} (f_{oRoj} + f_{oToj}) + \omega_b R_{bj} (f_{Roj} - f_{Toj}) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

ころ転動面と軌道に作用する単位長さ当たりの転がり粘性抵抗 f_{Rij} ， f_{iRij} ， f_{Roj} ， f_{oRoj} には，次の関係がある⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾．

$$\left. \begin{aligned} f_{Rij} &= f_{iRij} \\ f_{Roj} &= f_{oRoj} \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

また，ころ転動面と軌道に作用する単位長さ当たりのトラクション f_{Tij} ， f_{iTij} ， f_{Toj} ， f_{oToj} には，次の関係がある⁽¹¹⁾．

$$\left. \begin{aligned} f_{Tij} &= f_{iTij} \\ f_{Toj} &= f_{oToj} \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

よって、式(3.5)は次式のように書き表される．

$$\left. \begin{aligned} E_{Ri} &= w_i \sum_{j=j_{0i}}^{j_{0i}+n_{con i}-1} \left[\{(\omega_i - \omega_c)R_{ij} + \omega_b R_{bj}\} f_{Rij} + \{(\omega_i - \omega_c)R_{ij} - \omega_b R_{bj}\} f_{Tij} \right] \\ E_{Ro} &= w_o \sum_{j=j_{0o}}^{j_{0o}+n_{con o}-1} \left[(\omega_c R_{oj} + \omega_b R_{bj}) f_{Roj} + (\omega_c R_{oj} - \omega_b R_{bj}) f_{Toj} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

式(3.8)の[]内の第 1 項および第 2 項は、それぞれ、ころ転動面と軌道の転がり粘性抵抗およびトラクションによる項である．

なお、 f_{Rij} 、 f_{Roj} 、 f_{Tij} および f_{Toj} は、2.4.3 項および 2.6 節で示したように、内・外輪の軌道からころ転動面に作用する垂直力 F_{Ni} 、 F_{No} の影響を間接的に受ける．

3. 2. 2 内輪のつばとところ端面の間で単位時間に消費されるエネルギー E_{Fc} 、 E_{Fs}

次に、内輪のつばとところ端面の間で単位時間に消費されるエネルギーについて検討する．

内輪のつばとところ端面の接触部では、すべり率が高く、トラクションが支配的となる．そこで、内輪の中つばおよび小つばとところ端面の間で単位時間に消費されるエネルギー E_{Fc} および E_{Fs} は、トラクションに基づいて求めることとする．トラクションにより消費されるエネルギーは、接触表面間のすべり速度とトラクションの積で与えられることから、 E_{Fc} および E_{Fs} は、次式で与えられる．

$$\left. \begin{aligned} E_{Fc} &= \{(\omega_i - \omega_c)R_{Fc} - \omega_b R_{el}\} F_{FTc} \\ E_{Fs} &= \{(\omega_i - \omega_c)R_{Fs} - \omega_b R_{es}\} F_{FTs} \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

ここで、 R_F は軌道輪の中心線からつばとところ端面の接触点までの距離、 R_e はころの中心線からつばとところ端面の接触点までの距離、 F_{FT} はつばからころ端面に作用するトラクションであり、下付き添字 c は内輪の中つば、 s は内輪の小つばに関することを表す．式(3.9)中の F_{FTc} および F_{FTs} は、式(2.67)から(2.69)の関係を用いれば、式(3.9)は次式のように書き表される．

$$\left. \begin{aligned} E_{Fc} &= \left\{ (\omega_i - \omega_c) R_{Fc} - \omega_b R_{el} \right\} \pi \mu_{Fc} v_{HzFc} \left(\frac{3F_{FNc}}{E_i^* \sum \rho_{Fc}} \right)^{2/3} \tau_L S_{\text{mean}Fc} \\ E_{Fs} &= \left\{ (\omega_i - \omega_c) R_{Fs} - \omega_b R_{es} \right\} \pi \mu_{Fs} v_{HzFs} \left(\frac{3F_{FNs}}{E_i^* \sum \rho_{Fs}} \right)^{2/3} \tau_L S_{\text{mean}Fs} \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

ここで、 μ および v_{Hz} はヘルツ計算における定数、 E_i^* は内輪ところの材料の等価弾性係数、 $\sum \rho$ は主曲率の和、 F_{FN} はつばからころ端面に作用する垂直力、 τ_L は潤滑油の特性応力、 S_{mean} は無次元せん断応力である。各記号において、下付き添字 F はつばところ端面の接触部、 c は内輪の中つば、 s は内輪の小つばに関することを表す。よって、内輪の中つばおよび小つばところ端面の間で単位時間に消費されるエネルギー E_{Fc} および E_{Fs} は、垂直力 F_{FNc} および F_{FNs} の影響を受ける。

3. 2. 3 保持器ところの間で単位時間に消費されるエネルギー E_{Cf} , E_{Cr} , E_{Cl} , E_{Cm}

つづいて、保持器ところの間で単位時間に消費されるエネルギーについて検討する。

保持器ところはすべり接触するので、保持器ところの間で単位時間に消費されるエネルギーは、保持器ところの間のすべり速度とすべり摩擦力の積で表される。すなわち、保持器の前方・後方の柱ところ転動面の接触部で単位時間に消費されるエネルギー E_{Cf} および E_{Cr} は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} E_{Cf} &= \omega_b R_{b/f} F_{CSf} = \omega_b R_{b/f} \mu_s F_{CNf} \\ E_{Cr} &= \omega_b R_{b/r} F_{CSr} = \omega_b R_{b/r} \mu_s F_{CNr} \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

ここで、 $R_{b/f}$ は保持器の前方の柱ところの接触点におけるころ半径、 $R_{b/r}$ は保持器の後方の柱ところの接触点におけるころ半径、 F_{CS} は保持器からころ転動面に作用するすべり摩擦力、 μ_s は摩擦係数、 F_{CN} は保持器からころに作用する垂直力であり、下付き添字 f は保持器の前方の柱、 r は保持器の後方の柱に関することを表す。本研究では、摩擦係数 μ_s を、2.10節に記したように、保持器が鋼製の場合に0.12、樹脂製の場合に0.06と仮定する⁽¹⁸⁾⁽²²⁾。

さらに、保持器の大径側および小径側のリブところ端面の接触部におけるすべり摩擦により単位時間に消費されるエネルギー E_{Cl} および E_{Cm} は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} E_{Cl} &= \omega_b R_{El} F_{CSl} = \omega_b R_{El} \mu_s F_{CNl} \\ E_{Cm} &= \omega_b R_{Es} F_{CSm} = \omega_b R_{Es} \mu_s F_{CNm} \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

ただし、 R_E はころの中心線から保持器のリブところ端面の接触点までの距離、 F_{CS} は保持器からころ端面に作用するすべり摩擦力、 F_{CN} は保持器からころに作用する垂直力であり、下付き添字 l は保持器の大径側のリブ、 m は保持器の小径側のリブに関することを表す。

3. 3 ラジアル荷重が作用した場合の回転トルクの計算方法

転がり軸受の回転トルクを計算する場合⁽⁶⁵⁾⁽⁶⁶⁾、まず外部荷重から転動体に作用する垂直力の分布を求め、つぎにこの垂直力に基づいて、式(3.1)に示す各接触部で単位時間に消費される種々のエネルギーを求めることが必要となる。そこで、同様の手順で、ラジアル荷重が作用する自動調心ころ軸受の回転トルクの計算方法¹⁵を示す。

後述のように 3.4 節の回転トルクの実験では、自動調心ころ軸受に純ラジアル荷重が作用し、外輪静止で、内輪が一定速度で回転する。本研究で利用した回転トルクの実験装置では、外輪の支持剛性は低く、内輪の支持剛性が非常に高い。そのため、外輪は変位しやすく、内輪は回転方向を除いてほぼ拘束されている。そこで、このような実験条件を考慮して、本節では、自動調心ころ軸受内の力の計算方法を検討する。

3. 3. 1 ころに作用する垂直力

ここでは、ラジアル荷重 F_r が負荷された時のころに作用する垂直力の計算方法について述べる。

ラジアル荷重 F_r が負荷される前後の自動調心ころ軸受の状態を Fig. 3.2 に示す。Fig. 3.2(a)は、 F_r が負荷される前の状態で、外輪およびころセットは内輪に対して同心に配置され、ころは内輪軌道と力ゼロで接している。図中の O-XYZ は内輪中心に設定した静止座標系、 P_d はラジアル内部すきまである。Fig. 3.2(b)および(c)は、 F_r が負荷した後の状態であり、外輪が XYZ 軸方向にそれぞれ δ_x 、 δ_y および δ_z 変位し、外輪の中心 O_o は内輪中心 O から移動している。Fig. 3.2(c)は、ころの円周方向角度が $\psi_{x\phi}$ のころ位置における軸受断面を表している。外輪軌道上の接触部中央の点は、 F_r 負荷前には A_{o1} であるが、負荷後は A_{o2} に移動する。 F_r が負荷され

¹⁵ 回転トルクに及ぼすころのスキューの影響は、潤滑が良好な場合、小さいことを数値解析で確認したため、本検討では省略した。

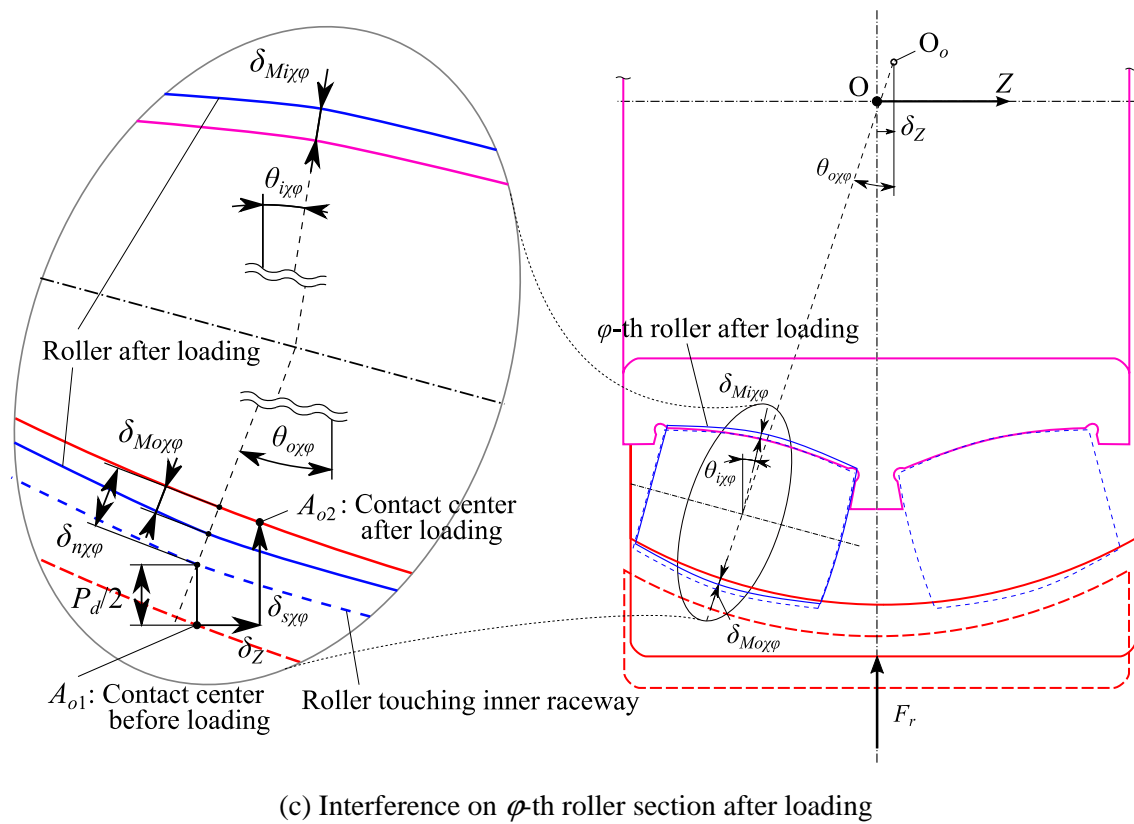
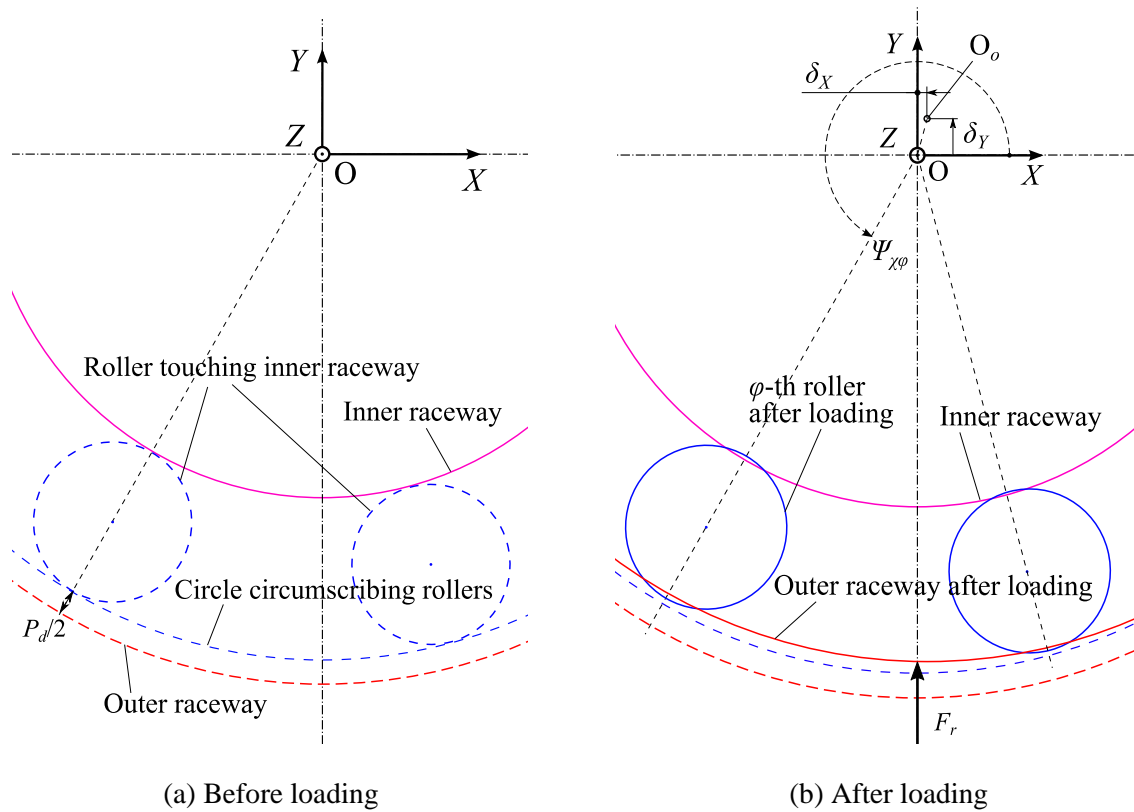


Fig. 3.2 Interference due to radial loading on outer ring

ることにより， χ 列の φ 番のころ位置において，内輪軌道ところ転動面の接触部中央は内輪接触角 $\theta_{i\chi\varphi}$ 方向に $\delta_{Mi\chi\varphi}$ ，外輪軌道ところ転動面の接触部中央は外輪接触角 $\theta_{o\chi\varphi}$ 方向に $\delta_{Mo\chi\varphi}$ 弾性接近する． χ 列の φ 番のころ位置において， $\theta_{o\chi\varphi}$ 方向の内・外輪の軌道ところ転動面の接触部中央の弾性接近量の和 $\delta_{n\chi\varphi}$ は，次式で表される．

$$\delta_{n\chi\varphi} = \delta_{Mo\chi\varphi} + \delta_{Mi\chi\varphi} \cos(\theta_{o\chi\varphi} - \theta_{i\chi\varphi}) \quad (3.13)$$

$\delta_{n\chi\varphi}$ は，外輪の変位に対して Fig. 3.2(c)に示す幾何学的な関係を用いれば，次式のように表すこともできる⁽⁶⁷⁾．

$$\delta_{n\chi\varphi} = (-1)^{\chi+1} \delta_z \sin \theta_{o\chi\varphi} + \left(\delta_{s\chi\varphi} - \frac{P_d}{2} \right) \cos \theta_{o\chi\varphi} \quad (3.14)$$

ここで， $\delta_{s\chi\varphi}$ は χ 列の φ 番のころ位置における外輪の面内変位である． $\delta_{s\chi\varphi}$ は，次式のように，外輪中心の面内変位 (δ_x, δ_y) と， χ 列の φ 番のころ位置方向への単位ベクトルの内積で与えられる．

$$\delta_{s\chi\varphi} = -\delta_x \cos \psi_{\chi\varphi} - \delta_y \sin \psi_{\chi\varphi} \quad (3.15)$$

式(3.14)に式(3.15)を代入すれば，次式が得られる．

$$\delta_{n\chi\varphi} = (-1)^{\chi+1} \delta_z \sin \theta_{o\chi\varphi} + \left(-\delta_x \cos \psi_{\chi\varphi} - \delta_y \sin \psi_{\chi\varphi} - \frac{P_d}{2} \right) \cos \theta_{o\chi\varphi} \quad (3.16)$$

ところで，内輪軌道ところ転動面，および外輪軌道ところ転動面の接触部中央がそれぞれ $\delta_{Mi\chi\varphi}$ および $\delta_{Mo\chi\varphi}$ だけ弾性接近した場合，内輪側および外輪側接触部の各スライスにおける弾性接近量 $\delta_{i\chi\varphi j}$ ， $\delta_{o\chi\varphi j}$ は，次式で与えられる．

$$\begin{aligned} \delta_{i\chi\varphi j} &= \delta_{Mi\chi\varphi} + r_i \left[1 - \sqrt{1 - \left\{ \frac{w_i(j - j_{Mi\chi\varphi})}{r_i} \right\}^2} \right] - r_b \left[1 - \sqrt{1 - \left\{ \frac{w_i(j - j_{Mi\chi\varphi})}{r_b} \right\}^2} \right] \approx \delta_{Mi\chi\varphi} - \frac{\{w_i(j - j_{Mi\chi\varphi})\}^2}{2r_i^*} \\ \delta_{o\chi\varphi j} &= \delta_{Mo\chi\varphi} + r_o \left[1 - \sqrt{1 - \left\{ \frac{w_o(j - j_{Mo\chi\varphi})}{r_o} \right\}^2} \right] - r_b \left[1 - \sqrt{1 - \left\{ \frac{w_o(j - j_{Mo\chi\varphi})}{r_b} \right\}^2} \right] \approx \delta_{Mo\chi\varphi} - \frac{\{w_o(j - j_{Mo\chi\varphi})\}^2}{2r_o^*} \end{aligned} \quad (3.17)$$

上式中の右辺の近似式は，[]内の平方根をマクローリン展開し，2次までの多項式で近似したものである．式(3.17)において， r_i は内輪の溝半径， r_b はころ転動面

のクラウニング半径， w はスライスの幅， j はスライス番号， j_M は接触部中央のスライス番号， r^* は軌道とこころ転動面の接触部のアキシアル方向等価曲率半径，各記号の添字 i は内輪側， o は外輪側， j は番号 j のスライス， χ はこころの列番号， φ は一列内のこころ番号に関することを表す． r_i^* および r_o^* は次式で与えられる．

$$\left. \begin{aligned} r_i^* &= (r_b^{-1} - r_i^{-1})^{-1} \\ r_o^* &= (r_b^{-1} - r_o^{-1})^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

内・外輪の軌道からこころ転動面に作用する垂直力 $F_{Ni\chi\varphi}$ ， $F_{No\chi\varphi}$ は，式(2.6)および(2.9)より，次式で与えられる¹⁶．

$$\left. \begin{aligned} F_{Ni\chi\varphi} &= 0.356 E_i^* n_{coni\chi\varphi}^{-\frac{1}{9}} w_i^{\frac{8}{9}} \sum_{j=j_{0i\chi\varphi}}^{j_{0i\chi\varphi} + n_{coni\chi\varphi} - 1} \delta_{i\chi\varphi j}^{\frac{10}{9}} \\ F_{No\chi\varphi} &= 0.356 E_o^* n_{cono\chi\varphi}^{-\frac{1}{9}} w_o^{\frac{8}{9}} \sum_{j=j_{0o\chi\varphi}}^{j_{0o\chi\varphi} + n_{cono\chi\varphi} - 1} \delta_{o\chi\varphi j}^{\frac{10}{9}} \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

ここで， n_{con} は 1 つの接触部において接触しているスライスの個数， j_0 は接触に関与するスライスの最小番号であり，その他の記号は 3.2 節と同様である． $n_{coni\chi\varphi}$ および $n_{cono\chi\varphi}$ は，式(3.17)において， $\delta_{i\chi\varphi j}$ ， $\delta_{o\chi\varphi j}$ が正となるスライスの個数，そして， $j_{0i\chi\varphi}$ および $j_{0o\chi\varphi}$ は， $\delta_{i\chi\varphi j}$ ， $\delta_{o\chi\varphi j}$ が正となる最小のスライス番号である．

負荷圏内のこころには，Fig. 3.3 に示すように，内・外輪の軌道および内輪の中つばから垂直力が作用する．内・外輪の軌道からこころ転動面に作用する垂直力 $F_{Ni\chi\varphi}$ ， $F_{No\chi\varphi}$ および内輪の中つばからこころ大端面に作用する垂直力 $F_{FNc\chi\varphi}$ の力の釣合い式は， $F_{FNc\chi\varphi}$ の作用線方向および $F_{FNc\chi\varphi}$ に直交する方向に対して以下のように表される．

$$F_{FNc\chi\varphi} = F_{Ni\chi\varphi} \sin(\gamma_{Fc} - \theta_{i\chi\varphi}) + F_{No\chi\varphi} \sin(\theta_{o\chi\varphi} - \gamma_{Fc}) \quad (3.20)$$

$$F_{No\chi\varphi} \cos(\theta_{o\chi\varphi} - \gamma_{Fc}) = F_{Ni\chi\varphi} \cos(\gamma_{Fc} - \theta_{i\chi\varphi}) \quad (3.21)$$

ここで， γ_{Fc} は内輪中つば面の傾斜角である．

外輪には，ラジアル荷重 F_r および各こころからの $F_{No\chi\varphi}$ の反力が作用し， F_r と $F_{No\chi\varphi}$

¹⁶ 荷重が小さい場合，点接触となる．点接触をスライス法で計算する場合，付録 3（156 ページ）に示すように，17% 程度の垂直力の計算誤差を含む．

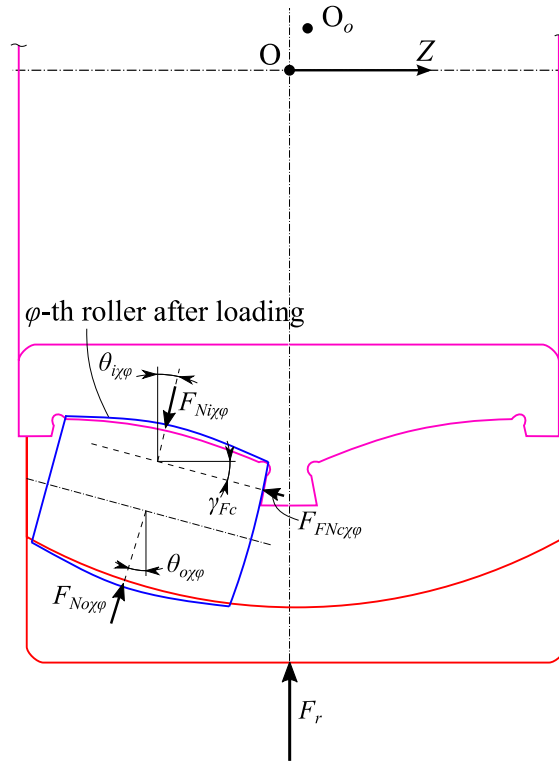


Fig. 3.3 Normal forces of raceways on roller

の反力は釣合う．外輪の X 、 Y および Z 軸方向の力の釣り合い式は以下のように表される．

$$\sum_{\chi=1}^2 \sum_{\varphi=1}^z F_{No\chi\varphi} \cos \theta_{o\chi\varphi} \cos \psi_{\chi\varphi} = 0 \quad (3.22)$$

$$\sum_{\chi=1}^2 \sum_{\varphi=1}^z F_{No\chi\varphi} \cos \theta_{o\chi\varphi} \sin \psi_{\chi\varphi} = -F_r \quad (3.23)$$

$$\sum_{\chi=1}^2 \sum_{\varphi=1}^z (-1)^\chi F_{No\chi\varphi} \sin \theta_{o\chi\varphi} = 0 \quad (3.24)$$

ラジアル荷重下の自動調心ころ軸受では，内・外輪間のアキシアル方向変位が小さいため，各ころの接触角の変化は小さい．そこで，簡単化のために，各ころの内輪側および外輪側の接触角は一定であると仮定する．内輪接触角 θ_i は，外輪接触角 θ_o およびころの接触角 θ_b から，次式のように求めることとする．

$$\theta_i = \theta_o - 2\theta_b \quad (3.25)$$

外輪接触角 θ_o は，Hamrock らの示した以下の 2 つの式⁽⁶⁸⁾を連立して解くことで得

られる．

$$r_o \cos \theta_{oa} = \left(r_o - \frac{P_d}{2} \cos \theta_o \right) \cos \theta_o \quad (3.26)$$

$$P_a = 2r_o (\sin \theta_{oa} - \sin \theta_o) + P_d \cos \theta_o \sin \theta_o \quad (3.27)$$

ここで， r_o は外輪の溝半径， P_a はアキシアルすきま， θ_{oa} は外輪が力ゼロで一列のすべてのころと接したときの外輪接触角である． r_o ， P_a および P_d が与えられれば，式(3.26)と(3.27)より， θ_o および θ_{oa} が求まる．ころの接触角 θ_b は，Fig. 3.4 に示すように，次式で与えられる．

$$\theta_b = \sin^{-1} \left(\frac{l_{bm}}{r_b} \right) \quad (3.28)$$

ここで， l_{bm} はころ転動面の最大直径部と転動面の中央部のアキシアル方向距離である．また，Fig. 3.4 内の l_{be} はころ転動面の長さである．

内・外輪の軌道からころ転動面に作用する垂直力 $F_{Ni\chi\phi}$ ， $F_{No\chi\phi}$ および内輪の中つばからころ大端面に作用する垂直力 $F_{FNc\chi\phi}$ は，以下の計算順序で求めることができる．

- ① 軸受の諸元および F_r を与え，式(3.26)および(3.27)より θ_o ，式(3.28)より θ_b ，式(3.25)より θ_i を求める．なお，簡単化のために， $\theta_{i\chi\phi} \approx \theta_i$ ， $\theta_{o\chi\phi} \approx \theta_o$ とおく．
- ② δ_x ， δ_y ， δ_z を仮定する．

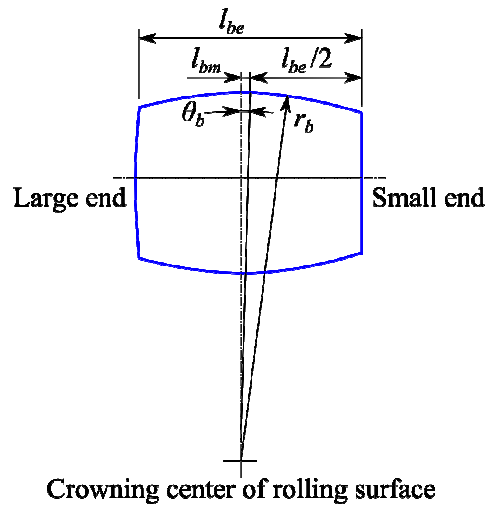


Fig. 3.4 Contact angle of rolling contact surface of roller

- ③ 仮定した δ_x , δ_y , δ_z を式(3.16)へ代入し, $\delta_{n\chi\phi}$ を求める.
- ④ 各ころにおいて, 式(3.13)および(3.21)を満たす $\delta_{Mi\chi\phi}$ および $\delta_{Mo\chi\phi}$ を, 以下の(a)から(e)の計算方法で求める.
- (a) $\delta_{Mo\chi\phi}$ を仮定する.
 - (b) 式(3.13)より, $\delta_{n\chi\phi}$ および $\delta_{Mo\chi\phi}$ から $\delta_{Mi\chi\phi}$ を求める.
 - (c) 式(3.17)より, 弾性接近量 $\delta_{i\chi\phi}$, $\delta_{o\chi\phi}$, 接触しているスライスの個数 $n_{coni\chi\phi}$, $n_{cono\chi\phi}$ および接触に関与するスライスの最小番号 $j_{0i\chi\phi}$, $j_{0o\chi\phi}$ を求める.
 - (d) 式(3.19)より, $F_{Ni\chi\phi}$ および $F_{No\chi\phi}$ を求める.
 - (e) 上で得られた $F_{Ni\chi\phi}$ および $F_{No\chi\phi}$ が式(3.21)を満足すれば, その時の $F_{No\chi\phi}$ を記録し, ステップ⑤へ進む. 満足しない場合は $\delta_{Mo\chi\phi}$ の仮定値を修正し, ステップ(b)に戻る.
- ⑤ ステップ④で得られた $F_{No\chi\phi}$ が式(3.22)から(3.24)を満足すれば, $F_{FNc\chi\phi}$ を式(3.20)より求め, その時の $F_{Ni\chi\phi}$, $F_{No\chi\phi}$, $F_{FNc\chi\phi}$ の値が解となる. 満足しない場合は δ_x , δ_y , δ_z の仮定値を修正し, ステップ③に戻る.

3. 3. 2 保持器からころに作用する垂直力

ここでは, ころと弾性保持器モデルとの間で生じる垂直力の計算方法を検討する.

一般に, 水平回転軸を支えるころ軸受では, 低速回転の場合, 保持器中心は重力の方向に偏心した状態となる⁽⁶⁹⁾. 自動調心ころ軸受において非負荷圏のころおよび保持器が重力の方向に偏心する場合, 保持器に作用する垂直力は Fig. 3.5 のようになると考えられる. Fig. 3.5 において, 図中の F_{CCN} はころから保持器に作用する垂直力, O_c は保持器の基準位置, $O_b-X_bY_bZ_b$ はころに対して設定した移動座標系, ω_b はころの自転角速度, ω_c は保持器の回転角速度, ψ はころの円周方向角度, ϕ はころ番号, γ_c は X_b 軸に対する保持器ポケットの柱の傾斜角, γ_{ca} は Y_b 軸に対する保持器ポケットの柱の傾斜角, γ_{cr} は Z 軸に対する保持器ポケットの柱の傾斜角, l_{cg} は保持器の大径側のリブの端面から保持器の重心までのアキシアル方向距離, l_{cp} は保持器の大径側のリブの端面から保持器のポケットところとの接触点までのアキシアル方向距離, R_{cl} は保持器の大径側のリブの半径, R_{cp} は保持器のポケットところとの接触点までの半径, 下付き添字 f は保持器の前方の柱, r

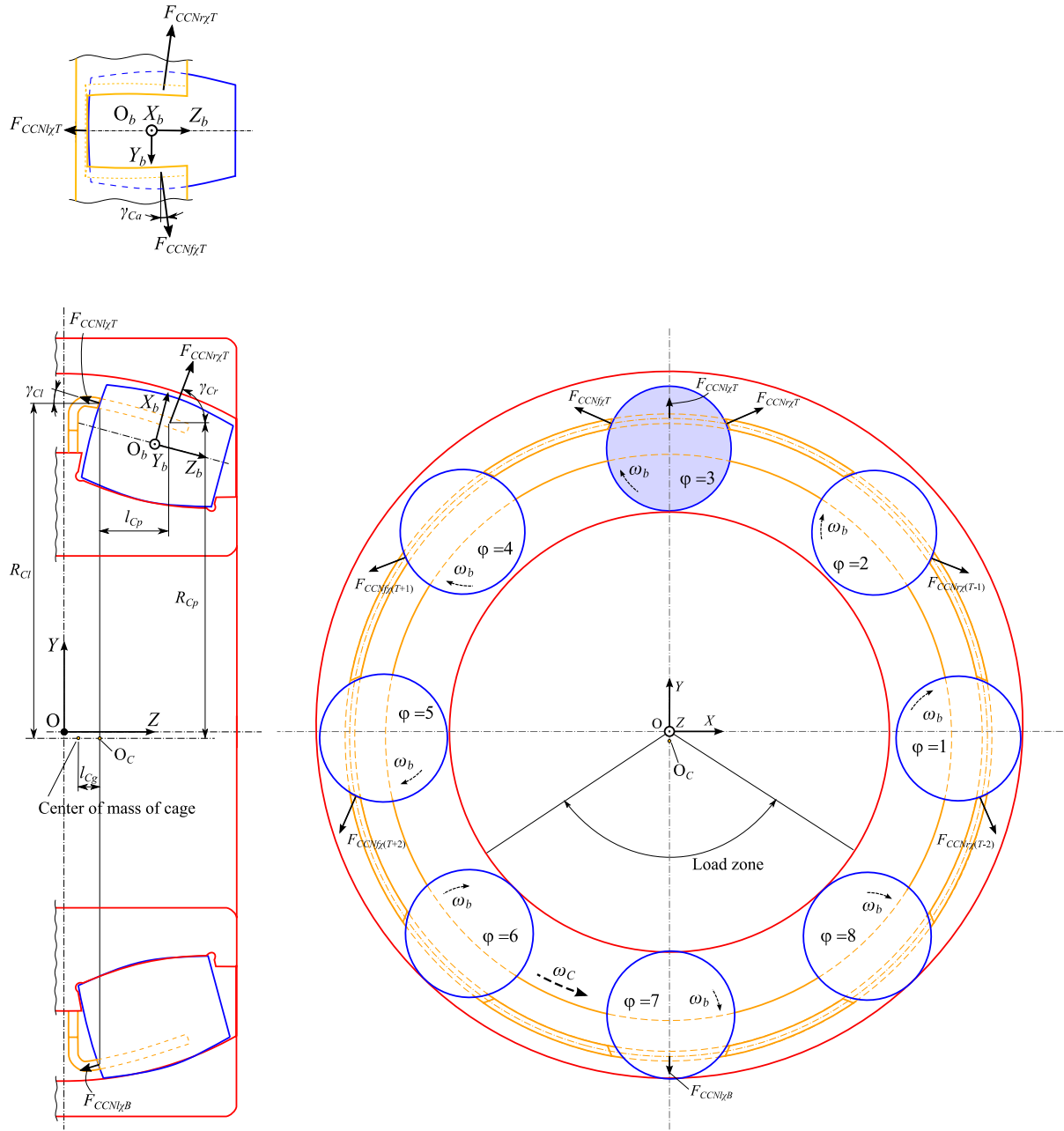


Fig. 3.5 Normal forces of rollers on cage

は保持器の後方の柱， l は保持器の大径側のリブ， χ はころの列番号， T は保持器を支持する保持器の上側にあるころの番号， B はころ大端面が保持器のリブに接触する保持器の下側にあるころの番号に関することを表し，その他の記号は3.3.1項と同じである．本研究で対象とする保持器の場合，保持器が重力によって下方に偏心すると，保持器の上側にあるころが保持器ポケットの柱と接触する．そして，比較的低速であれば，保持器の上側にあるころは保持器のポケットの前方

および後方の柱と同時に接触し，保持器および非負荷圏内のその他のころを支える．そして，保持器のポケットところ転動面の幾何形状から，保持器の自重により，Fig. 3.5 に示すように，保持器は X 軸まわりに傾き，保持器の下側のころの大端面が保持器のリブと接触すると考えられる．

ここで，簡単化のため，保持器に対するころの代表的な 2 つの配置状態において，ころから保持器に作用する垂直力を考える．すなわち，Fig. 3.5 に示すように保持器の上側の Y 軸上にある 1 個のころ（ $\varphi = 3$ のころ）が保持器を支持する場合，および Fig. 3.6 に示すように Y 軸に対してころ間隔の半分だけ移動した位置

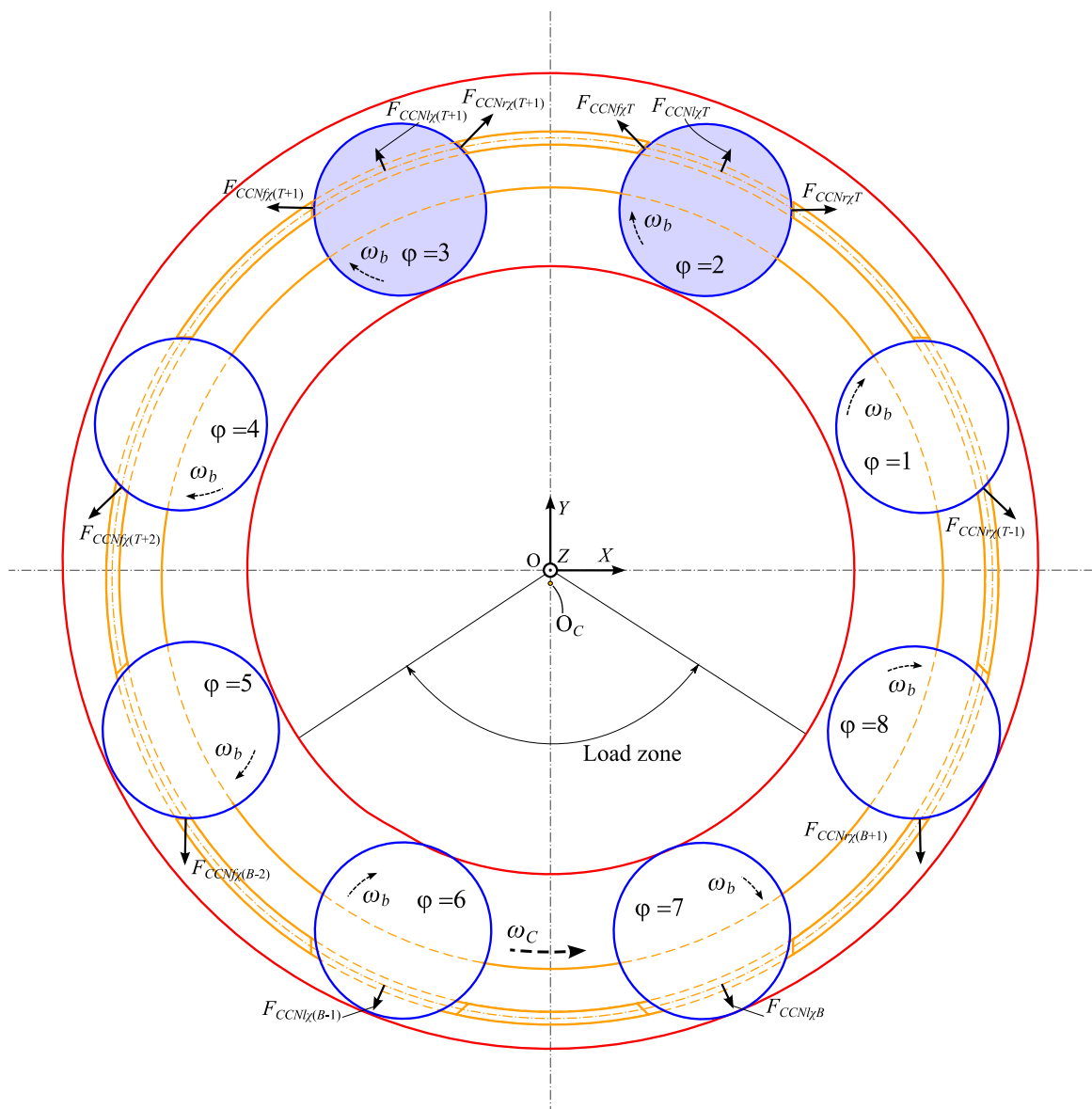


Fig. 3.6 Normal forces of rollers on cage supported by two rollers

にある 2 個のころ（ $\varphi = 2$ および 3 のころ）が保持器を支持する場合を考えることとする． Fig. 3.5 および Fig. 3.6 で示した状態は，いずれも Y 軸に対して左右対称であるため， Fig. 3.7(a) および (b) に示すように，右半分のみを解析対象とした．

1 個のころで保持器を支える場合（Fig. 3.7(a)），保持器の Y および Z 軸方向の力および X 軸まわりのモーメントの釣合いより，以下の 3 つの釣合い式が得られる．

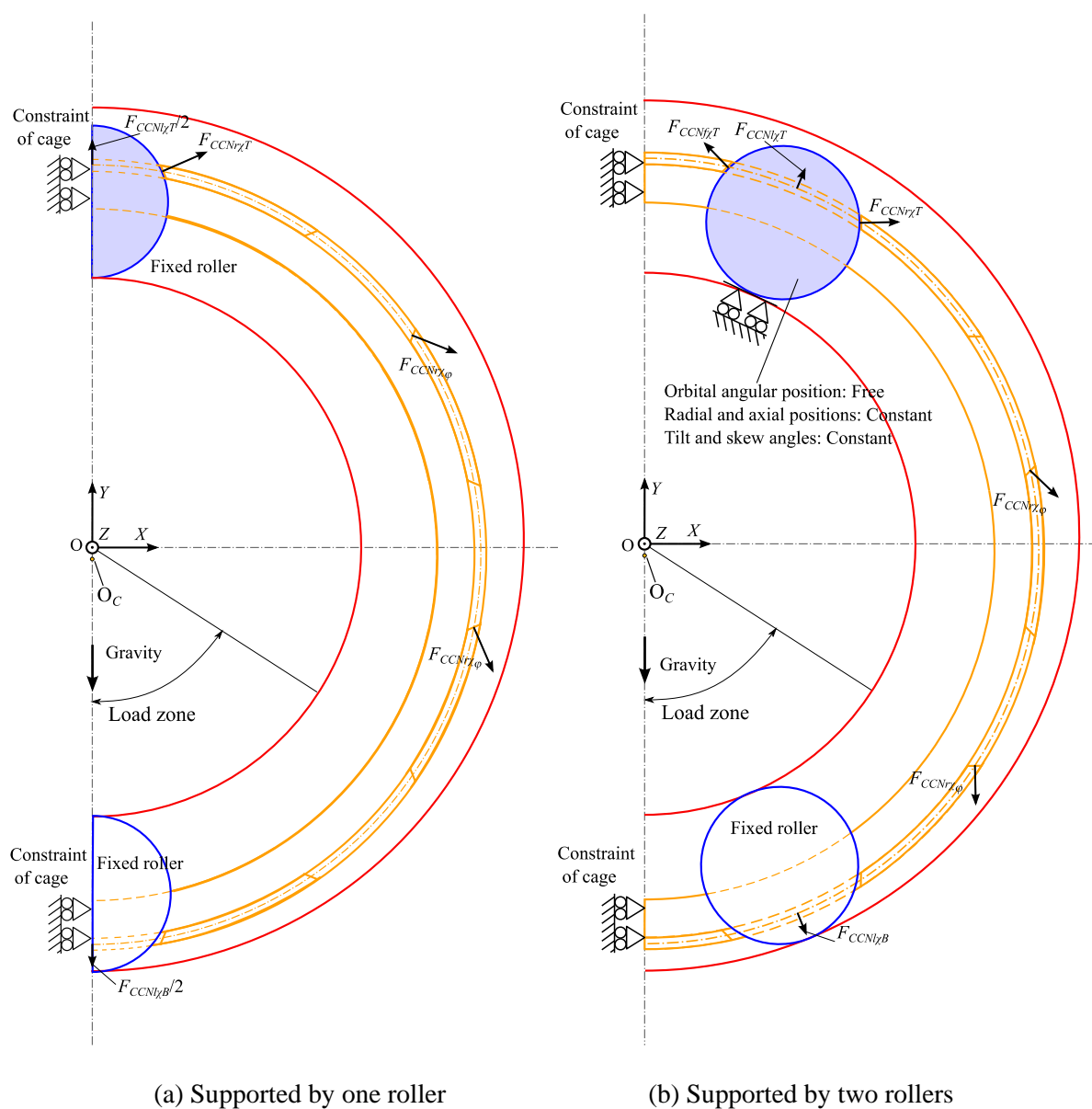


Fig. 3.7 Models for normal forces of rollers on cage supported by rollers

$$\begin{aligned}
& F_{CCNr\chi T} \frac{\sin \psi_{\chi T} \sin(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C - \cos \psi_{\chi T} \cos \gamma_{Ca} \sin \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} + \frac{1}{2} F_{CCNI\chi T} \sin \psi_{\chi T} \sin \gamma_{Cl} \\
& - \frac{1}{2} F_{CCNI\chi B} \sin \psi_{\chi B} \sin \gamma_{Cl} = \frac{m_C g}{2} + \sum_{\varphi=\varphi_{ns}}^{\varphi_{ne}} F_{CCNr\chi\varphi} \frac{\sin \psi_{\chi\varphi} \sin(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C - \cos \psi_{\chi\varphi} \cos \gamma_{Ca} \sin \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}}
\end{aligned} \tag{3.29}$$

$$F_{CCNr\chi T} \frac{\cos(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} - \frac{1}{2} F_{CCNI\chi T} \cos \gamma_{Cl} - \frac{1}{2} F_{CCNI\chi B} \cos \gamma_{Cl} = 0 \tag{3.30}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{m_C g}{2} l_{Cg} + \frac{R_{Cl}}{2} (F_{CCNI\chi T} - F_{CCNI\chi B}) \cos \gamma_{Cl} + R_{Cp} F_{CCNr\chi T} \frac{\cos(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} \\
& + l_{Cp} F_{CCNr\chi T} \frac{\sin \psi_{\chi T} \sin(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C - \cos \psi_{\chi T} \cos \gamma_{Ca} \sin \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} \\
& - l_{Cp} \sum_{\varphi=\varphi_{ns}}^{\varphi_{ne}} F_{CCNr\chi\varphi} \frac{\sin \psi_{\chi\varphi} \sin(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C - \cos \psi_{\chi\varphi} \cos \gamma_{Ca} \sin \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} = 0
\end{aligned} \tag{3.31}$$

ここで、 m_C は保持器の質量、 g は重力加速度、 φ_{ns} および φ_{ne} は重力により非負荷圏のころから保持器ポケットに垂直力を与えるころの最初と最後のころ番号である。

2 個のころで保持器を支える場合 (Fig. 3.7(b))，保持器の Y および Z 軸方向の力および X 軸まわりのモーメントの釣合いおよび保持器を支持するころの公転方向の力の釣合いより，以下の 4 つの釣合い式が得られる。

$$\begin{aligned}
& F_{CCNf\chi T} \frac{\sin \psi_{\chi T} \sin(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C + \cos \psi_{\chi T} \cos \gamma_{Ca} \sin \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} \\
& + F_{CCNr\chi T} \frac{\sin \psi_{\chi T} \sin(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C - \cos \psi_{\chi T} \cos \gamma_{Ca} \sin \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} \\
& + F_{CCNI\chi T} \sin \psi_{\chi T} \sin \gamma_{Cl} - F_{CCNI\chi B} \sin \psi_{\chi B} \sin \gamma_{Cl} \\
& = \frac{m_C g}{2} + \sum_{\varphi=\varphi_{ns}}^{\varphi_{ne}} F_{CCNr\chi\varphi} \frac{\sin \psi_{\chi\varphi} \sin(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C - \cos \psi_{\chi\varphi} \cos \gamma_{Ca} \sin \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}}
\end{aligned} \tag{3.32}$$

$$(F_{CCNf\chi T} + F_{CCNr\chi T}) \frac{\cos(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} - F_{CCNI\chi T} \cos \gamma_{Cl} - F_{CCNI\chi B} \cos \gamma_{Cl} = 0 \tag{3.33}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{m_C g}{2} l_{Cg} + \frac{R_{Cl}}{2} \cos \frac{\pi}{z} (F_{CCNI\chi T} - F_{CCNI\chi B}) \cos \gamma_{Cl} + R_{Cp} (F_{CCnf\chi T} + F_{CCnr\chi T}) \frac{\cos(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} \\
& + l_{Cp} F_{CCnr\chi T} \frac{\sin \psi_{\chi T} \sin(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C - \cos \psi_{\chi T} \cos \gamma_{Ca} \sin \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} \\
& - \sum_{\varphi=\varphi_{ns}}^{\varphi_{ne}} F_{CCnr\chi\varphi} \frac{\sin \psi_{\chi\varphi} \sin(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C - \cos \psi_{\chi\varphi} \cos \gamma_{Ca} \sin \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} = 0
\end{aligned} \tag{3.34}$$

$$\begin{aligned}
& F_{CCnf\chi T} \frac{\cos \psi_{\chi T} \sin(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C - \sin \psi_{\chi T} \cos \gamma_{Ca} \sin \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} \cos \frac{\pi}{z} \\
& - F_{CCnr\chi T} \frac{\cos \psi_{\chi T} \sin(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C + \sin \psi_{\chi T} \cos \gamma_{Ca} \sin \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} \cos \frac{\pi}{z} \\
& + F_{CCnf\chi T} \frac{\sin \psi_{\chi T} \sin(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C + \cos \psi_{\chi T} \cos \gamma_{Ca} \sin \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} \sin \frac{\pi}{z} \\
& - F_{CCnr\chi T} \frac{\sin \psi_{\chi T} \sin(\gamma_{Cr} - \gamma_{Ca}) \cos \gamma_C - \cos \psi_{\chi T} \cos \gamma_{Ca} \sin \gamma_C}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{Ca} + \cos^2 \gamma_C \sin^2 \gamma_{Ca}}} \sin \frac{\pi}{z} = 0
\end{aligned} \tag{3.35}$$

上記の釣合い式を用いて、ころと弾性保持器モデルの接触部の垂直力を求めるに当たり、保持器の弾性変形を計算する必要があるため、汎用の有限要素法(FEM)解析ソフト“NX¹⁷⁾”を用いた。

この解析により得られる $F_{CCnf\chi\varphi}$ 、 $F_{CCnr\chi\varphi}$ および $F_{CCNI\chi\varphi}$ を用いれば、3. 2. 3 項で記した保持器ところの間に単位時間に消費されるエネルギーの計算式において必要となる保持器からころおよびころ端面に作用する垂直力 $F_{CNf\chi\varphi}$ 、 $F_{CNr\chi\varphi}$ 、 $F_{CNI\chi\varphi}$ は、次の式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F_{CNf\chi\varphi} &= F_{CCnf\chi\varphi} \\ F_{CNr\chi\varphi} &= F_{CCnr\chi\varphi} \end{aligned} \right\} \tag{3.36}$$

$$F_{CNI\chi\varphi} = F_{CCNI\chi\varphi} \tag{3.37}$$

¹⁷⁾ Siemens PLM Software 社製。Version 9.0.2 を用いた。

3. 4 実験検証

本節では，自動調心ころ軸受の回転トルクを測定し，回転トルクの測定値と計算値を比較することで，第2章で提案したころ軸受内に生じる各種の力の計算式の有効性を検証する．

3. 4. 1 回転トルクの測定方法

実験用ころ軸受として，自動調心ころ軸受 22212B を用いた．実験用ころ軸受の基本諸元を Table 3.2 に示す．この実験用ころ軸受は複列形であるため，軸受の回転トルクには，ころセットの相対配置が影響する可能性があった．そこで，一方のころセットを他のころセットに対して同相とした場合（In-phase），および一方のころセットを他のころセットに対して半ピッチずらした場合（Staggered）について，回転トルクを測定した．

回転トルクの測定装置の概略図を Fig. 3.8 に示す．Fig. 3.8 に示すように，実験用自動調心ころ軸受の内輪は，両側をアンギュラ玉軸受と円筒ころ軸受で支持された軸の中央に取り付け，回転を与えた．一方，実験用ころ軸受の外輪には，ハウジングおよび静圧エアスライドテーブルを介して，ラジアル荷重 F_r を負荷した．静圧エアスライドテーブルは，軸受ハウジング外径に接触している．なお，静圧エアスライドテーブル自体の摩擦は非常に小さい．このスライドテーブルの移動を静止するために必要な力をロードセルで検出し，それにハウジングの外半径を

Table 3.2 Basic specifications of the tested spherical roller bearing

Outside diameter, mm	110
Bore diameter, mm	60
Width, mm	28
Radius of outer raceway r_o , mm	49.026
Roller radius R_b , mm	5.500
Crowning radius of roller r_b , mm	47.500
Roller length l_{be} , mm	9.663
Axial distance between the center and the maximum diameter of rolling contact surface l_{bm} , mm	1.028
Number of rollers	20×2
Radial internal clearance P_d , mm	0.055
Basic dynamic radial load rating, N	115 000
Basic static radial load rating, N	147 000

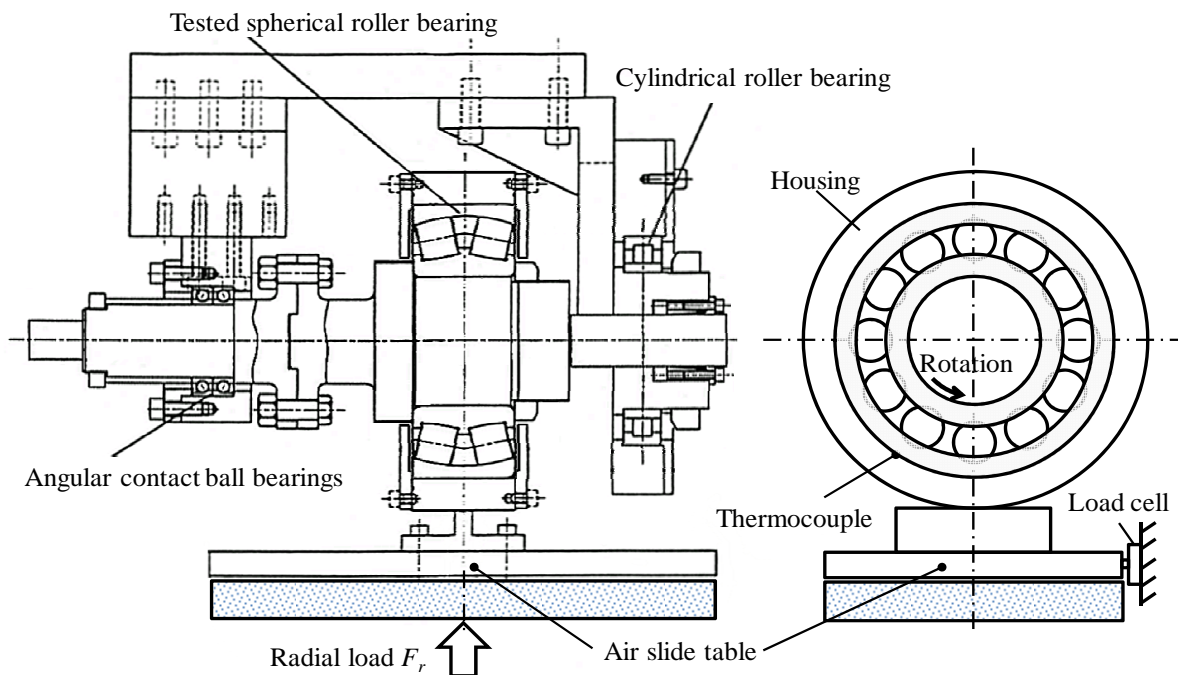


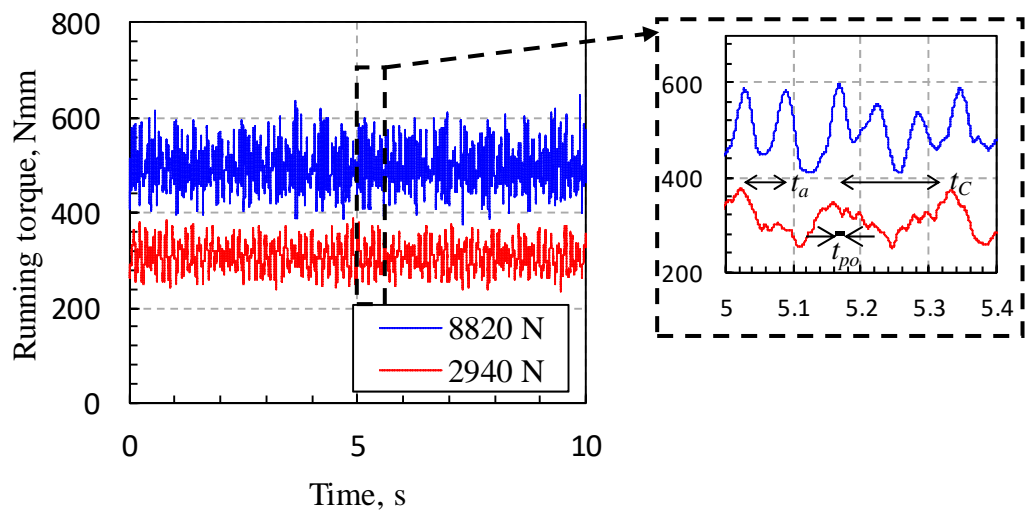
Fig. 3.8 Torque measurement apparatus

乗じることで，実験用ころ軸受の回転トルクの測定値を得た．なお，軸受の回転トルクの測定では，軸受温度が影響すると考えられるため，熱電対を負荷圏近傍の外輪外径面に取り付けて，回転トルク測定中の軸受温度も測定した．回転トルクの測定は，内輪の回転数を $95 \sim 940 \text{ min}^{-1}$ ，ラジアル荷重 F_r を $2940 \sim 8820 \text{ N}$ の範囲で数段階に変え，各運転条件で 3 回繰り返した．実験用ころ軸受の潤滑には，鉱油（ISO VG100）を用いた．なお，回転トルクの測定時の軸受温度は $30 \pm 2 \text{ }^{\circ}\text{C}$ とした．

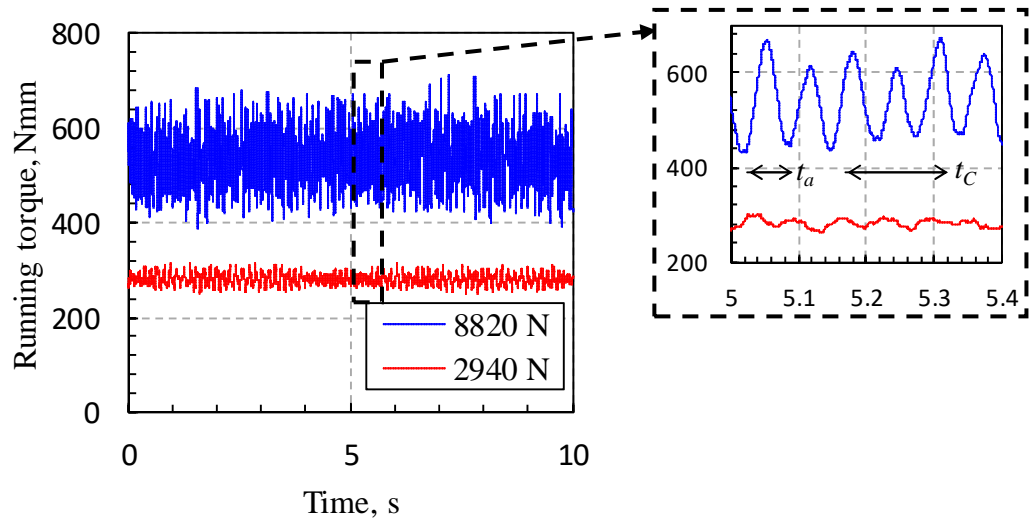
3. 4. 2 回転トルクの測定値と計算値の比較

3. 4. 1 項の測定で得た実験用自動調心ころ軸受の回転トルクの時間波形の例を Fig. 3.9 に示す．Fig. 3.9 より，実験用自動調心ころ軸受の回転トルクは，軸の回転周期 t_a ，保持器の回転周期 t_c および外輪に対するころ通過周期 t_{po} で変動するが，ラジアル荷重 F_r が大きいほど，回転トルクは大きくなる傾向があることがわかる．そこで，回転トルクの測定値と計算値の比較は，回転トルクの時間平均値を用いることにした．

ころの相対配置を In-phase および Staggered とした場合の回転トルクを時間平均した測定値およびその計算値を Fig. 3.10 に示す．なお，Fig. 3.10 中のエラーバ



(a) In-phase arrangement



(b) Staggered arrangement

Fig. 3.9 Typical measured time waveforms of running torque (Rotational speed 940 min^{-1})

一付き○印は測定値，2種の破線は計算値を表す．Fig. 3.10より，回転トルクの計算値は，測定値に対してわずかに高くなる傾向があるが，両者はほぼ一致していることがわかる．なお，この計算におけるころ転動面の1つの有効接触領域のスライス数は25としており，計算値と測定値が一致していることから，スライス数25は概ね妥当と思われる．

種々の回転速度と荷重における時間平均した回転トルクの測定値と計算値をFig. 3.11に示す．Fig. 3.11より，回転トルクの計算値は測定値に対して，高速回

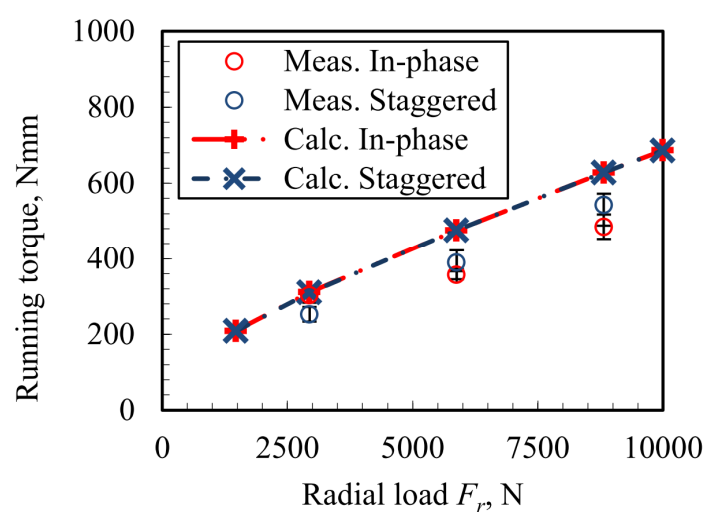


Fig. 3.10 Effect of roller arrangements on measured and calculated running torques

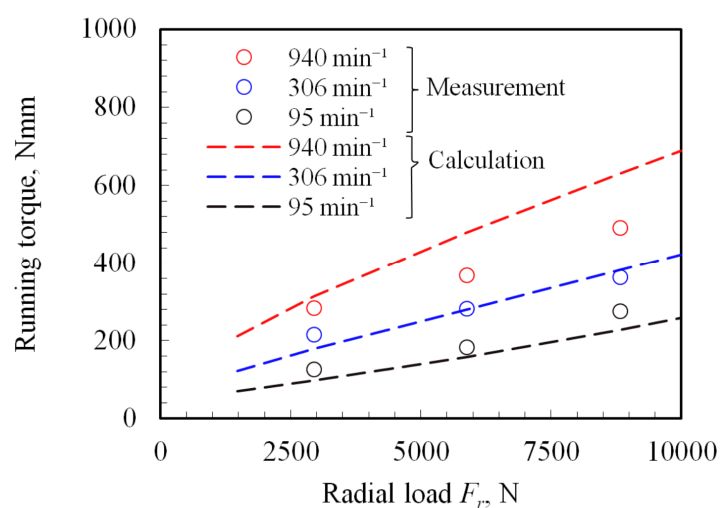


Fig. 3.11 Effect of radial load and rotational speed on measured and calculated running torques

(Average of the in-phase and staggered arrangements of rollers)

転ではやや小さく，低速回転ではやや大きくなる傾向があるものの両者は概ね一致していることがわかる．なお，各種条件における回転トルクの測定値に対する計算値の誤差率を Table 3.3 に示す．Table 3.3 より，第 2 章で提示したところに作用する力の計算式に基づいて回転トルクを計算した場合，測定値に対する計算値の

Table 3.3 Relative error ratios of calculated running torque

Radial load F_r , N	Rotational speed, min^{-1}		
	95	306	940
2940	-23 %	-17 %	10 %
5880	-14 %	-1 %	30 %
8820	-18 %	5 %	28 %

相対誤差率は最大でも 30 %¹⁸であることがわかる。

以上より，第 2 章で示したころ軸受内に生じる各種の力の計算式に基づいて算出した回転トルクが，測定値と概ね一致したことから，第 2 章で提示したころ軸受内に生じる各種の力の計算式の妥当性が確認できた。

なお，回転トルク M_{BRG} の支配要因について検討した結果を Fig. 3.12 に示す。 M_R は内・外輪の軌道ところの接触部における転がり粘性抵抗による回転トルク， M_P は転がり方向の油膜力による回転トルク， M_T はトラクションによる回転トルクであり，下付き添字の o は外輪， i は内輪に関することを表す。また， M_F はつばからころ端面に作用するトラクションによる回転トルク， M_C は保持器からころに作用するすべり摩擦力による回転トルクである。Fig. 3.12 (a)から(c)より，荷重が増加すると，転がり粘性抵抗およびトラクションによる回転トルクがそれぞれ増加し，そして，回転速度が上昇すると，転がり粘性抵抗による回転トルクのみが増加し，全体トルクの支配要因になることがわかる¹⁹。

¹⁸ 高速回転および高荷重下において，回転トルクの測定値が計算値に比べ小さい原因としては，以下の 2 つが考えられる。①ころと軌道の接触部の油膜の温度が測定した外輪外径面の温度よりも高めになること。②油膜形成に必要な油が不十分になること。

¹⁹ 種々の運転条件下での回転トルクや保持器応力を計算（第 4 章および第 5 章参照）する場合，ここで取り上げた 10 種の力は，すべて，考慮する必要がある。

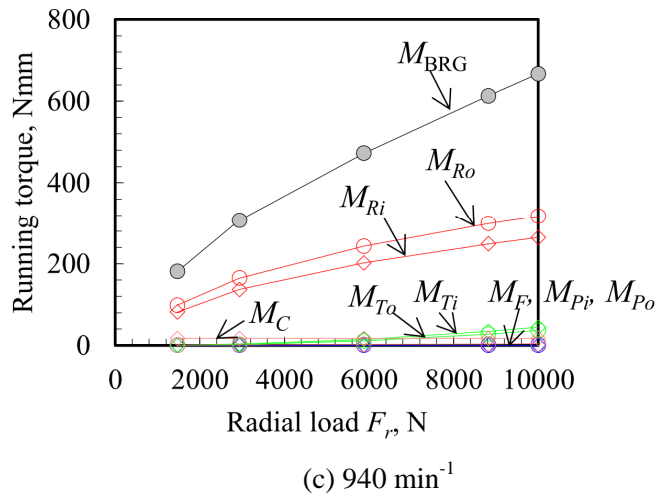
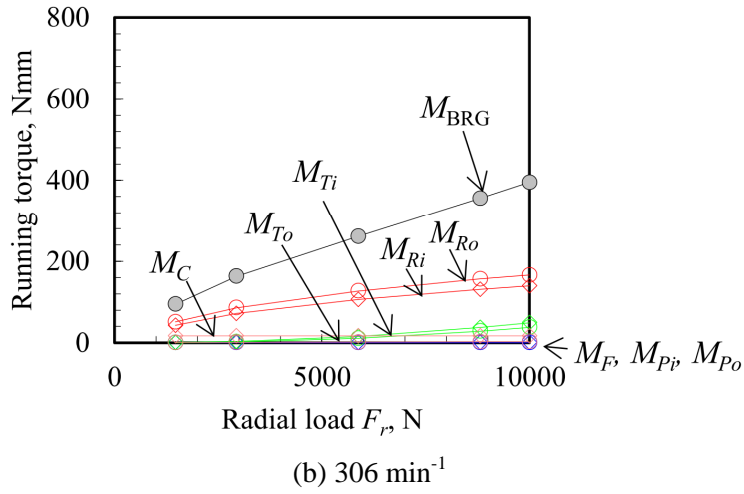
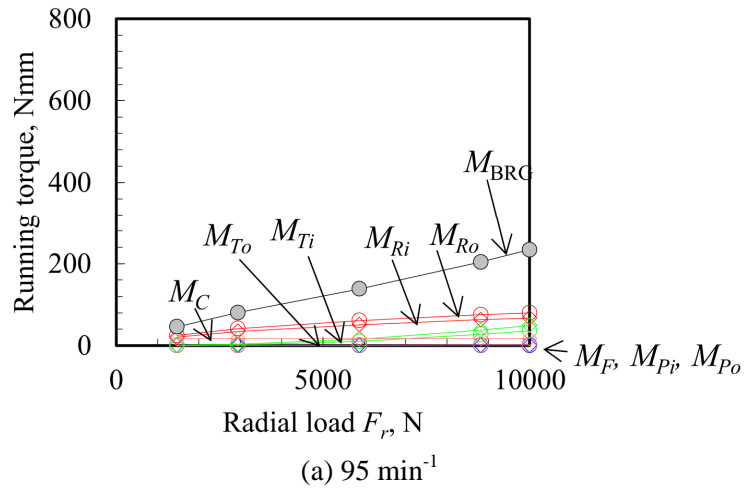


Fig. 3.12 Calculated running torque M_{BRG} and its components due to rolling resistance M_R , pressure force M_P , traction M_T , flange traction M_F and cage sliding friction M_C (Subscript: i = for contact between roller and inner raceway, o = for contact between roller and outer raceway)

3. 5 結言

本章では，第 2 章で提示したころ軸受内に生じる各種の力の計算式の有効性を軸受の回転トルクを用いて検証し，以下の結論を得た．

- (1) 第 2 章で提示したころ軸受内に生じる 10 種の力の計算式に基づいて，ころ軸受の回転トルクを計算する方法を示した．
- (2) 複雑な形状のころを有する自動調心ころ軸受 22212B の回転トルクを，ラジアル荷重および回転速度を数段階に変えて測定し，計算で求めた回転トルクと比較した．その結果，回転トルクの計算値は測定値に対して，最大 30 % の相対誤差で一致した．
- (3) 以上より，第 2 章で提示したころに作用する力の計算式の妥当性を確認した．

第 4 章 モード合成法で保持器応力を計算するための拘束モードおよびノーマルモードの設定方法

ころ軸受の保持器応力は，第 2 章で示した軸受内に生じる各種の力の計算式および軸受モデルを汎用マルチボディ解析（MBA）ソフトウェア Adams 2013.2⁽³⁶⁾（以下，Adams）に組み込むことで，Craig-Bampton によるモード合成法（P. 161 付録 4 参照）⁽²⁴⁾⁽⁷⁰⁾により計算可能となる．

ところで，Craig-Bampton のモード合成法では，拘束モードとノーマルモードの重ね合わせで物体の弾性変形を計算する⁽²⁴⁾⁽⁷⁰⁾．拘束モード（Constraint mode）は，対象物に与えた特定の境界点群に，順次，単位変位を与えた場合に生じる静的な変形モードである．ノーマルモード（Normal mode）は，上記の境界点の変位をゼロとした場合の固有モードである．モード合成法で保持器応力を計算する場合の計算精度は，考慮するモードの総数が多いほど向上するが，計算に要する時間は長くなる．そのため，保持器応力を精度よく短時間で計算するための拘束モードおよびノーマルモードの設定が必要である．

実際の保持器では，ころから保持器のポケットの柱（Pocket bar）に大きな力が作用すると，Fig. 4.1⁽⁷¹⁾のように，保持器のポケットの隅部（Pocket corner）を起点に破損するケースが多い．このことは，保持器のポケット隅部で応力が最も大きくなることを意味している．そこで，本章では，保持器ポケット隅部の応力を精

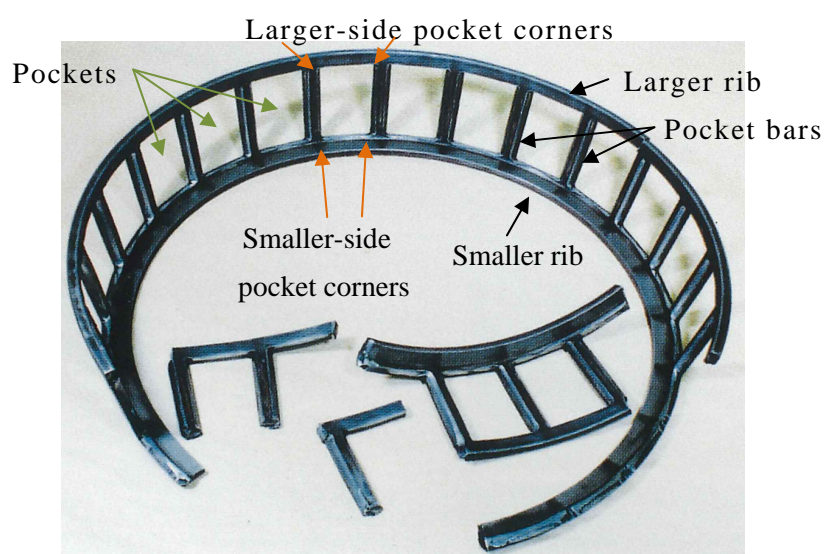


Fig. 4.1 Example of failed cage⁽⁷¹⁾

度よく短時間で計算するための、モード合成法の拘束モードおよびノーマルモードの設定方法を検討する。

4. 1 静止した保持器単体の応力計算における拘束モードとノーマルモードの検討

モード合成法における保持器の拘束モードおよびノーマルモードの設定について検討するために、静止した保持器単体のポケットの柱に静的な力を作用させて、ポケット隅部の応力をモード合成法で計算した。この計算に用いた弾性保持器モデルを Fig. 4.2 に示す。この保持器モデルの作成には、汎用有限要素法ソフトウェア NX I-deas 6.3 (Siemens PLM Software 社製) を使用した。保持器の分割要素には、4 面体 2 次要素を使用した。要素数は 23 565, 節点数は 44 751 である。

保持器応力の計算結果に及ぼす拘束モードの影響を調べるために、Fig. 4.3 に示すように、拘束モードの境界点の位置と数を変えた 4 つのパターンについて検討した。パターン 1 では柱の外径面上の 1 点, パターン 2H では柱の外径面上の周方向の 2 点, パターン 2V では柱の内・外径面上の 2 点, そして, パターン 3A では柱の中央, 大径側および小径側の 3 点である。これらの境界点は、すべての柱に対して設定した。そして、各境界点には、3 方向の単位変位をそれぞれ与えた。なお、上記の拘束モードの設定によるモードの総数は、境界点の総数の 3 倍となる。

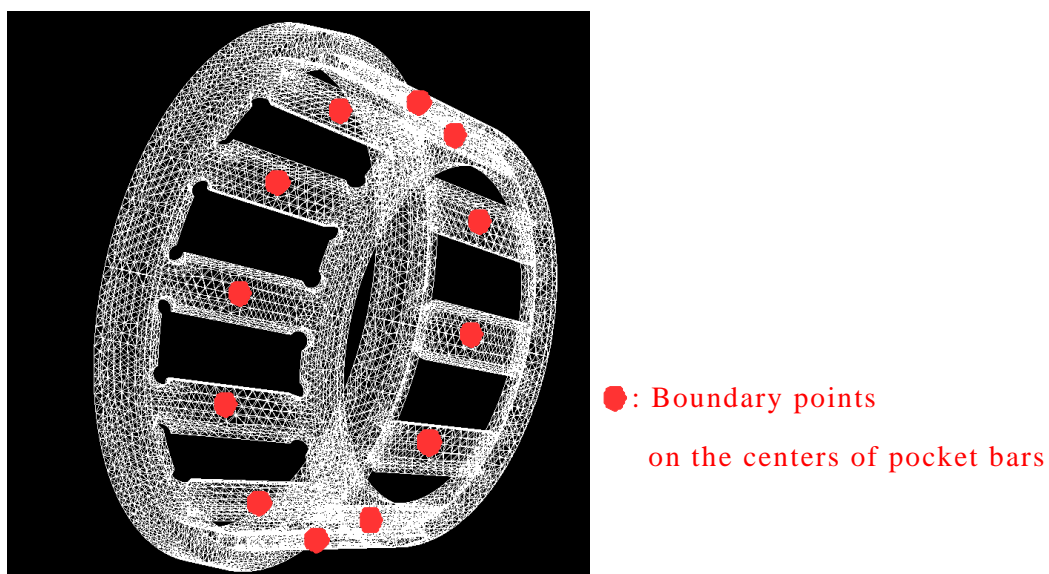


Fig. 4.2 Calculated elastic cage model and boundary points for the constraint mode of pattern 1

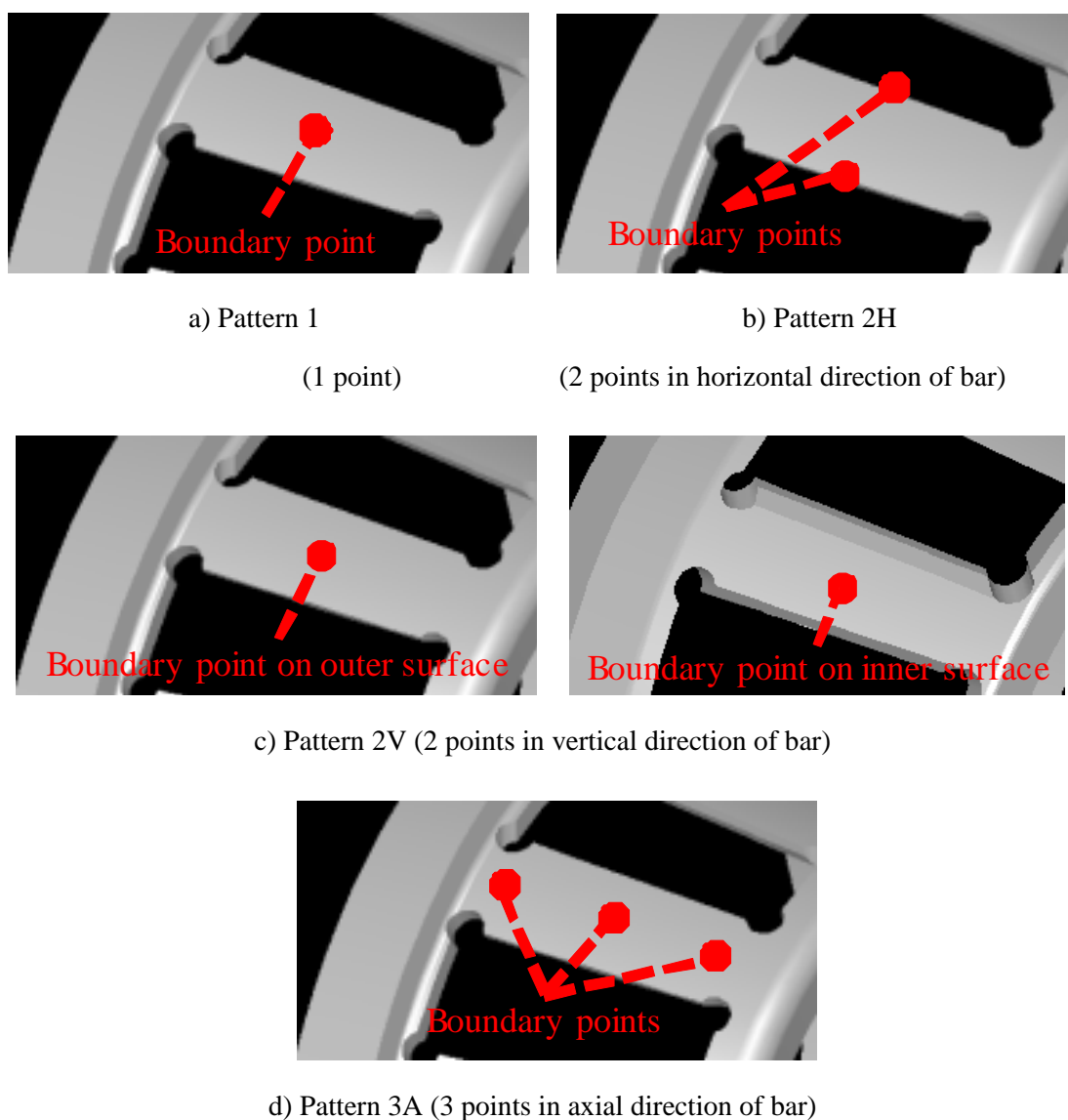


Fig. 4.3 Setting patterns of the constraint mode of component-mode-synthesis method on cage pocket bars

パターン 1 の拘束モードによって表現される変形形状を Fig. 4.4 に示す²⁰。Fig. 4.4 (a) はラジアル方向，(b) は周方向および (c) はアキシアル方向の単位変位をそれぞれ与えた場合であり，その他の境界点の変位は全てゼロの状態である。

上記の拘束モードを評価するための保持器応力の計算は，Fig. 4.5 に示すモデルを用いた。保持器は，Fig. 4.5 に示すように，保持器のリブの 3 箇所において，そ

²⁰ Fig. 4.4 は，境界点に単位変位を直接与えて，有限要素法解析で求めたモード形状である。

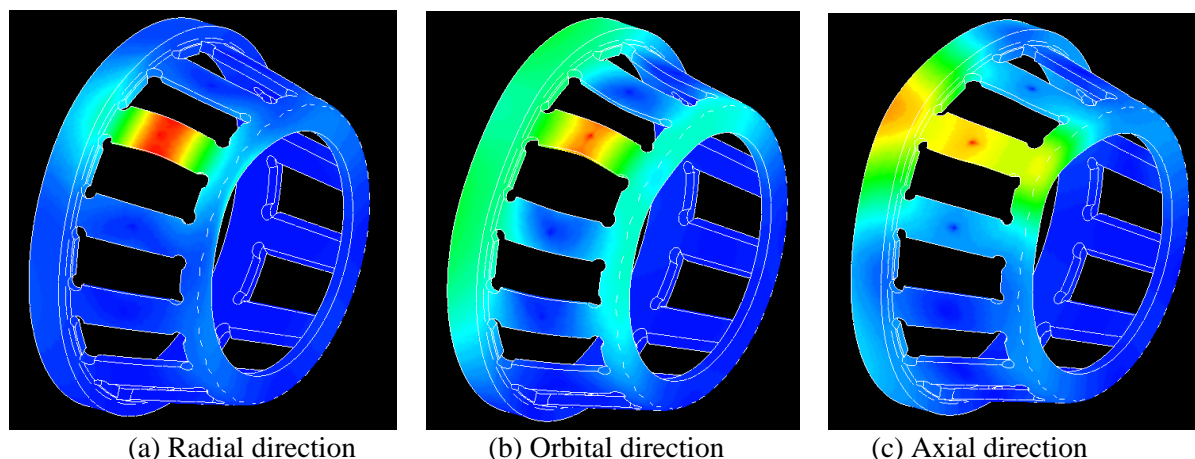


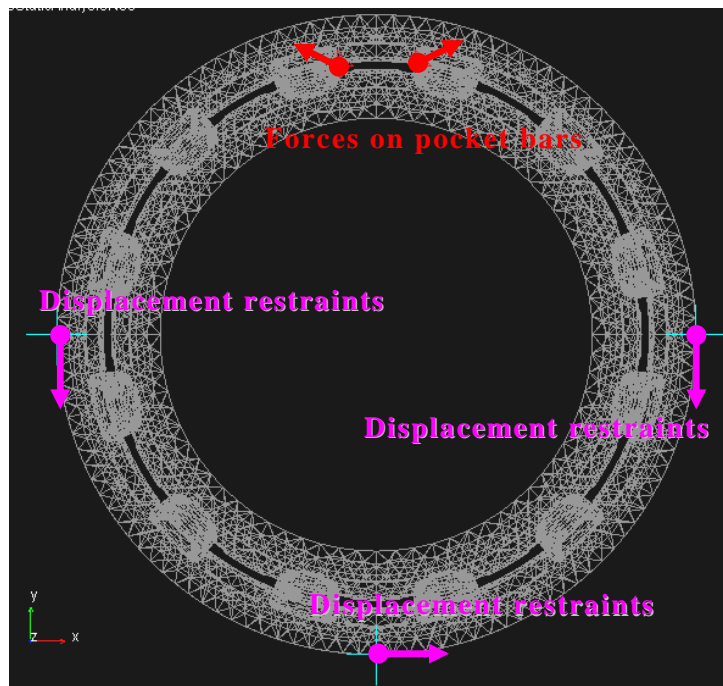
Fig. 4.4 Modal shapes of the constraint mode in the pattern 1 under giving unit displacements to a boundary point on a bar (Contour: displacement)

れぞれ 2 方向の変位を固定した．そして，図中上側の 2 本の柱の中央に対して垂直に 1 N の静的な力を負荷した．

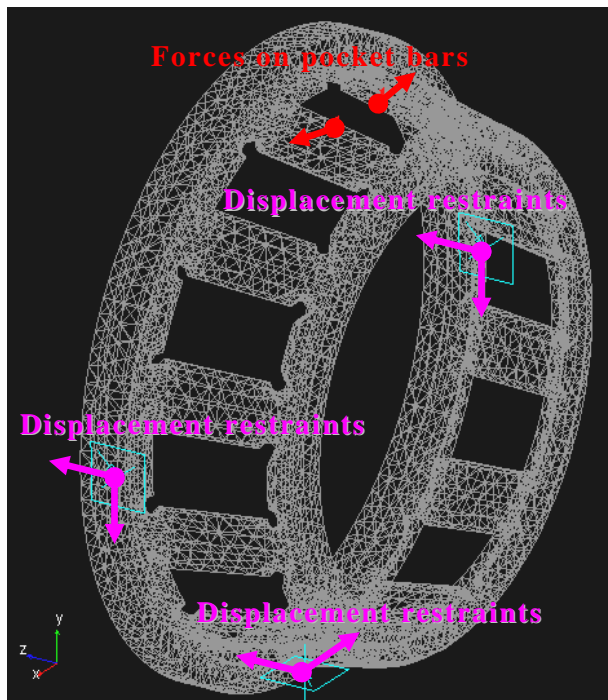
以上の方法により，モード合成法（CMS）で求めた保持器の最大主応力の計算例を Fig. 4.6 に示す．パターン 1 の拘束モードによる計算例であり，ポケットの小径側および大径側の隅部で高い応力が生じていることがわかる²¹．

モード合成法で求めた保持器ポケットの小径側および大径側の隅部の最大主応力を整理した結果を Fig. 4.7 に示す．Fig. 4.7 におけるモード合成法による計算結果は，すべて，ノーマルモードの数がゼロの場合の結果である．なお，Fig. 4.7 では，参考のために，モード合成法の場合と同じ保持器分割要素，拘束条件および荷重条件を使用して，有限要素法（FEM）により求めた最大主応力の計算値も示してある．Fig. 4.7 からわかるように，モード合成法により得られるポケット隅部の応力の計算値は，有限要素法により得られる計算値に比べ，小さい傾向にある．これは，境界点の設定により導入される拘束モードに高次の変形モードが含まれていないためと考えられる．

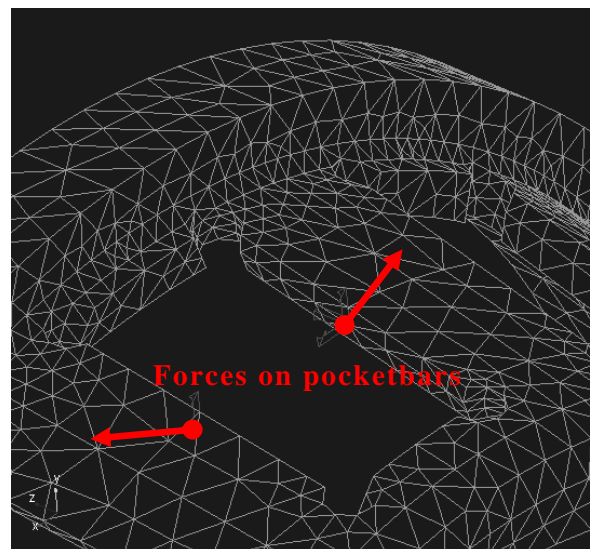
²¹ 境界点を設定したポケットの柱の中央でも比較的高い応力が生じるが，この点に単位変位を与えた場合の変形モードを拘束モードが用いているためである．そのため，境界点近傍の応力は評価対象から外した．



(a) Z side view



(b) Over view



(c) Details of pocket forces

Fig. 4.5 Boundary conditions and forces on a cage

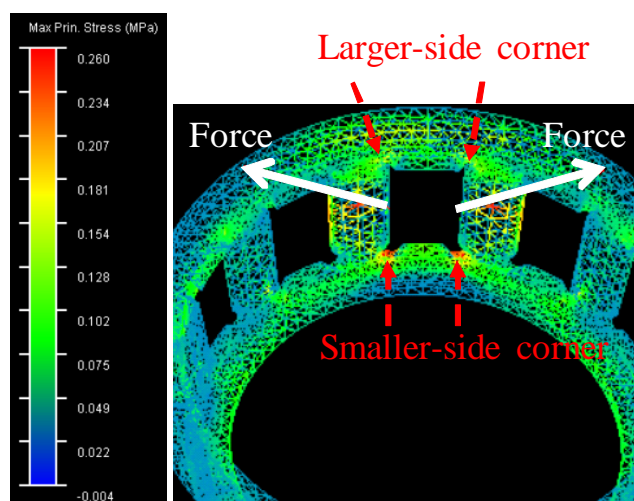


Fig. 4.6 Example of static calculation of cage stresses by the CMS method (Contour: Maximum principal stress, Constraint mode: Pattern 1, Normal modes: None)

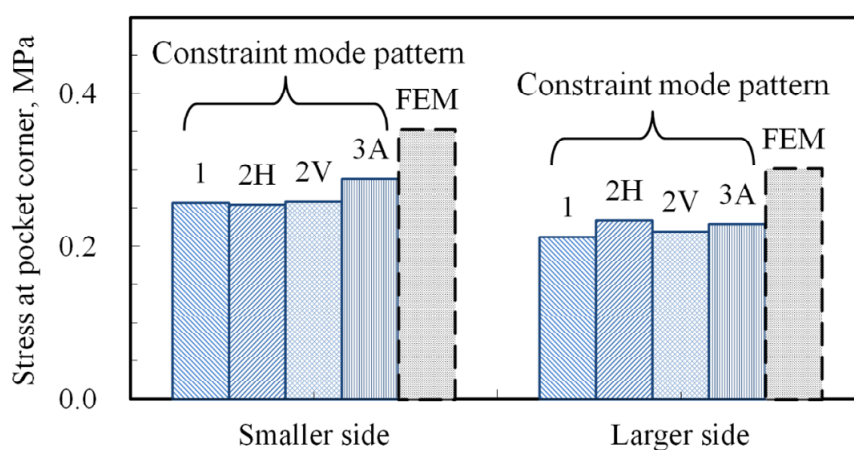


Fig. 4.7 Maximum principal stresses at cage pocket corners (Normal modes: None)

Fig. 4.7 で示したモード合成法による応力の計算精度を定量的に評価するため、平均応力誤差率 $|\varepsilon_{ma}|$ を用いることとする。

$$|\varepsilon_{ma}| = \frac{|\varepsilon_{ml} + \varepsilon_{ms}|}{2} \quad (4.1)$$

ここで、 ε_m は応力誤差率であり、次式で与えられる。なお、下付添え字 l は大径側のポケット隅部、 s は小径側のポケット隅部を表す。

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma_{CMS} - \sigma_{FE}}{\sigma_{FE}} \quad (4.2)$$

ここで、 σ_{CMS} および σ_{FE} は、それぞれモード合成法および有限要素法で求めた保持器のポケット隅部の最大主応力の計算値である。

Fig. 4.7 の結果に対応した平均応力誤差率 $|\varepsilon_{ma}|$ を Fig. 4.8 に示す。Fig. 4.8 の横軸には、弾性保持器モデルで考慮したモードの総数（＝拘束モードおよびノーマルモードの和）がとってある。Fig. 4.8 より、パターン 1、パターン 2V および 2H の平均応力誤差率 $|\varepsilon_{ma}|$ は、ほぼ同等であるが、パターン 3A はわずかに優れることがわかる。よって、検討した 4 つのパターンの中では、パターン 3A が最も計算精度が高いことになる。しかしながら、パターン 3A の計算時間は、Fig. 4.9 に示すように、パターン 1 の 2.2 倍と長い。

Fig. 4.8 および Fig. 4.9 には、パターン 1 にノーマルモード（ノーマルモード数：8, 16, 32, 58, 84 および 336 個）を加えて計算した場合の平均応力誤差率と計算時間の関係を○印で示してある。ノーマルモードのモード形状は、Fig. 4.10 に例示したように、すべての境界点の変位をゼロとした状態で得られる固有値ベクトルである²²。Fig. 4.8 より、モードの総数がほぼ同じ場合、パターン 1 にノーマルモードを加えた場合の平均誤差率（○印）が、ノーマルモードを加えないその他の拘束モードのパターンの場合よりも小さいことがわかる。一方、Fig. 4.9 より、計算時間はモードの総数に依存することがわかる。

以上のことから、パターン 3A よりも、パターン 1 にノーマルモードを加えた方が、同じ計算時間の場合、保持器のポケット隅部の応力を精度よく計算できることが明らかになった。

なお、Fig. 4.9 に示した静解析では、FEM の計算時間は 35 s、モード合成法の計算時間は 1 s 以下であり、いずれも短い。しかし、動解析を行う場合は、この計算を非常に多くの回数、繰り返すことになる。例えば、モード合成法において、静解析での計算時間は 0.2 s であるが、動解析では数十時間オーダーになる。そのため、FEM とモード合成法の計算時間の差は、きわめて大きくなる。

²² この計算で、減衰は考慮されていない。

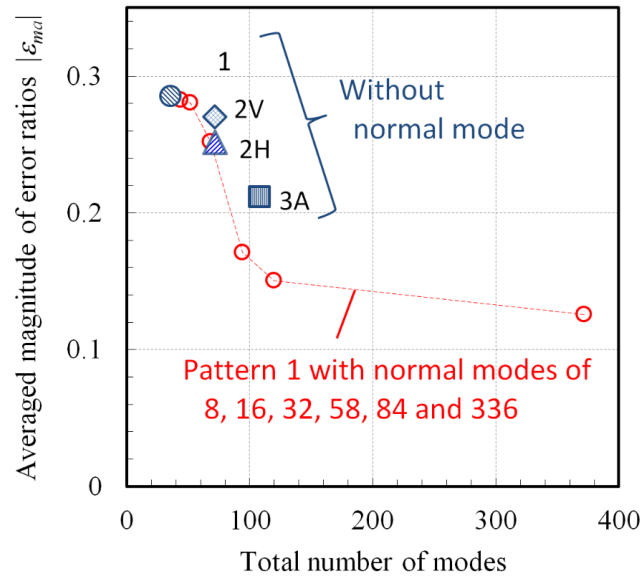


Fig. 4.8 Averaged magnitude of error ratios $|\varepsilon_{ma}|$ vs. total number of modes for the elastic cage model

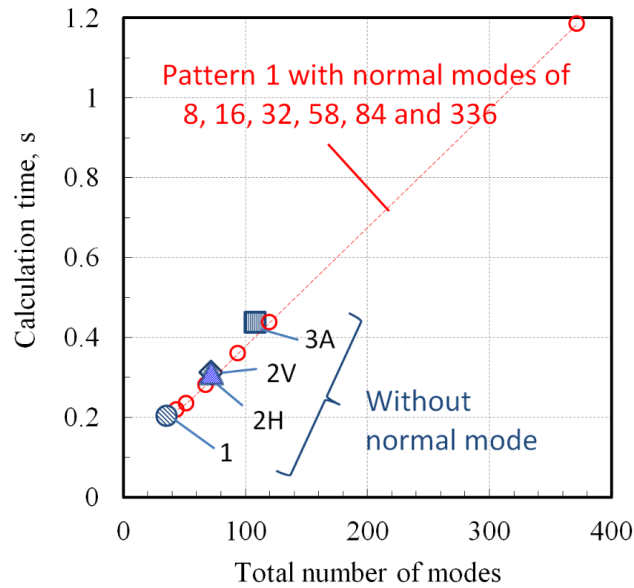


Fig. 4.9 Calculation times of cage stress vs. total number of modes for the elastic cage model by the CMS method (Calculation time by FEM in the same PC: 35 s)

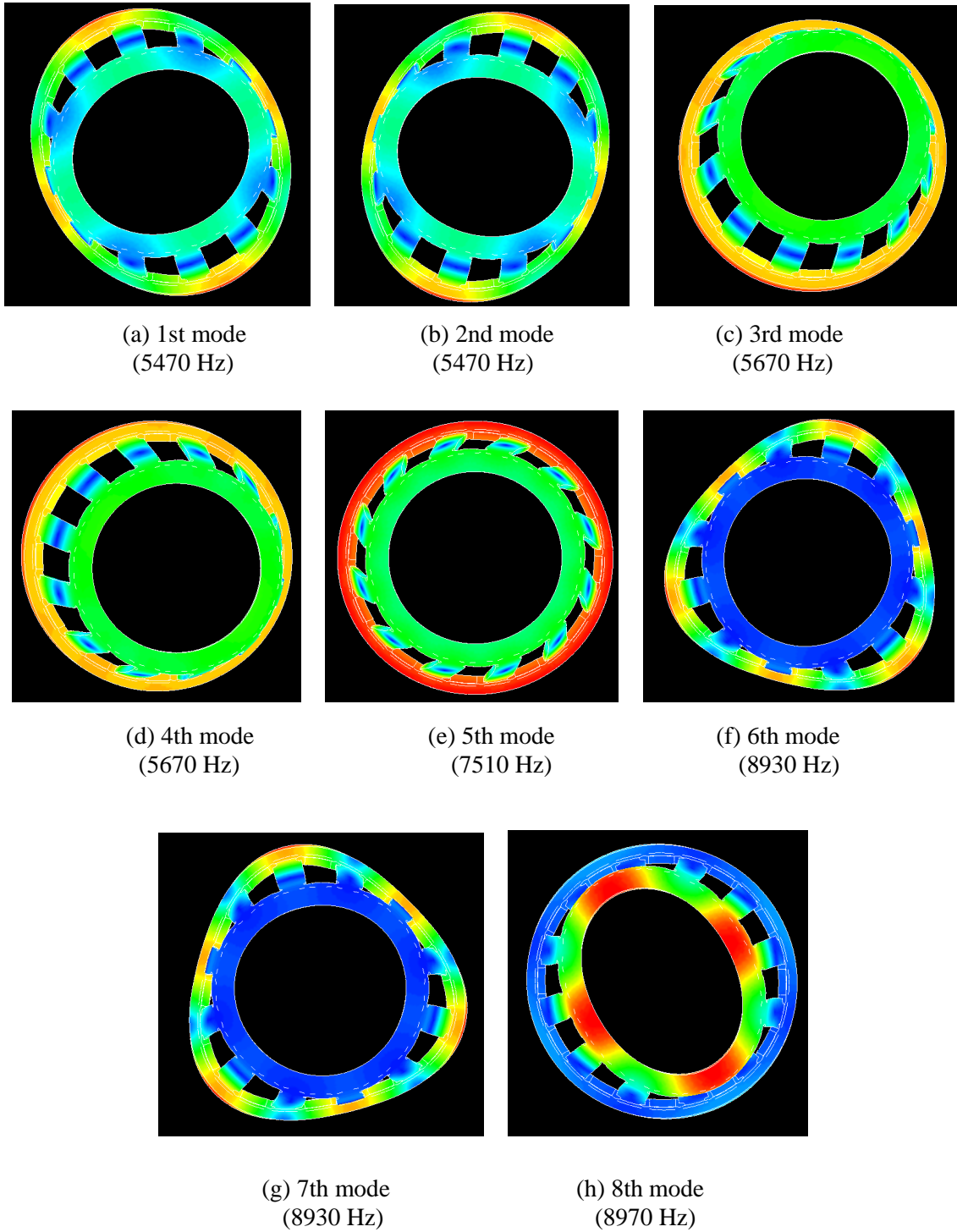


Fig. 4.10 Mode shapes of the normal mode under the constraint mode pattern 1

4. 2 運転中の軸受内の保持器の運動，力および応力の計算におけるノーマルモードの検討

ここでは，4.1 節の結果に基づき，パターン 1 の拘束モードに加えるノーマルモード数について，検討する．この検討のために，内輪が回転する円すいころ軸受内の保持器中心²³の運動，ころから保持器に作用する力および保持器応力の計算を，パターン 1 の拘束モードに加えるノーマルモード数を変えた弾性保持器モデルを用いて行った．なお，参考のために，剛体保持器モデルを用いた場合の計算も行った．そしてこの計算には，マルチボディ解析（MBA）ソフトウェア Adams⁽³⁶⁾を用いた．

計算は，第 5 章の保持器の運動を測定した円すいころ軸受 32310 (Fig. 4.11) を対象にした．外輪はアキシアル荷重を受け，内輪は一定速度で回転する．計算の簡単化のため，内・外輪のラジアル変位および傾きはゼロとし，外輪はアキシアル方向にのみ変位できるとした．軸受の諸元は Table 4.1 のとおりで，ころ数は，実験と同様に，12 個に減らした．Table 4.2 に示すように，計算モデルにおいて，軌道輪およびころは接触部を除き剛体で，ころおよび保持器の運動の自由度は 6 個である．一方，保持器は，各柱の外径面中央点のみに境界点を与えるパターン 1 の拘束モードに加えるノーマルモードの数を種々変えて作成した弾性体モデル，

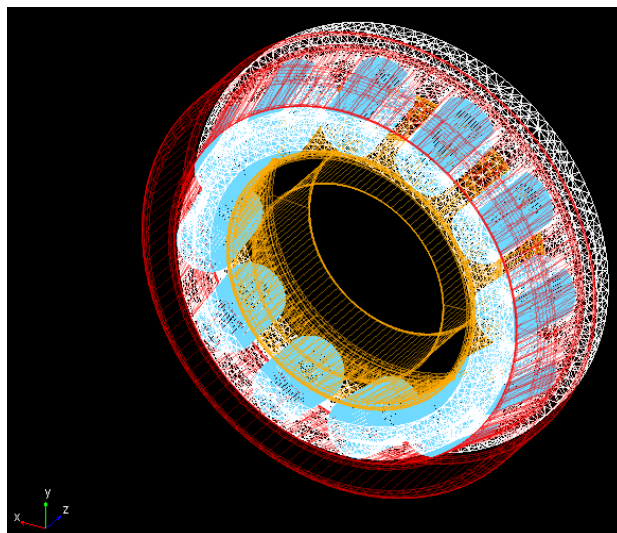


Fig. 4.11 MBA model for a tapered roller bearing

²³ ポケット内のアキシアル方向の中心と同じアキシアル方向位置となる保持器中心軸上の点を，保持器の中心として扱った．

Table 4.1 Specifications of the examined tapered roller bearing

Outside diameter, mm	110
Bore diameter, mm	50
Width, mm	30
Cup tapered angle, deg.	25.91
Roller tapered angle, deg.	4.00
Roller length l_{be} , mm	20
Number of rollers	12
Basic dynamic radial load rating, N	99 750
Cage	Polyamide, Machined

Table 4.2 Parts and their motion degrees for the tapered roller bearing

Parts	Types of parts	Degrees of freedom
Inner ring	Rigid body	0
Outer ring	Rigid body	1 (Axial direction)
Roller	Rigid body	6
Cage	Flexible body	Body motion degree: 6 Flexibility degree: Constraint modes: 3×12 (1 boundary point with 3 DOFs for each bar) Normal modes: 32, 16, 8, 0
	Rigid body	Body motion degree: 6

および比較のための剛体モデルの 2 種類とした。弾性保持器モデルの減衰には、MBA ソフトウェアの初期設定値（100 Hz 未満では 0.01，100 Hz 以上かつ 1000Hz 未満では 0.1，1000Hz 以上では 1 のモード減衰比）⁽⁷⁰⁾を用いた。そのため，検討した保持器でのモード減衰比は 1 である。

パターン 1 の拘束モードに加えるノーマルモード数は，0，8，16 および 32 とした。本検討の保持器における 8 個のノーマルモードには，①保持器の大径側のリブのラジアル方向曲げ 1 次モード（Fig. 4.10(a)および(b)，5470 Hz），②保持器の大径側および小径側のリブのラジアル方向並進モード（Fig. 4.10(c)および(d)，5670 Hz），③保持器の大径側および小径側のリブの周方向回転モード（Fig. 4.10(e)，7510 Hz），④保持器の大径側のリブのラジアル方向曲げ 2 次モード（Fig. 4.10(f)

および(g), 8930 Hz) , ⑤保持器の小径側のリブのラジアル方向曲げ 1 次モード (Fig. 4.10(h), 8970 Hz) が含まれる. 8 個のノーマルモードを考慮すれば, 保持器の形状が異なる場合でも, 小径側または大径側のリブにおけるラジアル方向曲げ 2 次モードの固有値以下のモードが常に考慮できるものと考え, ノーマルモード数 8 を選択した. ノーマルモード数 16 および 32 は, この 2 倍と 4 倍であり, 8 個のノーマルモードで十分な計算精度であるか否かを確認する目的で選定した.

ところで, 弾性保持器モデルの変形は, Fig. 4.4 に示した拘束モードを表すための変換行列 (付録 4 の式(A19)) および Fig. 4.10 に示したノーマルモードを表すための変換行列 (付録 4 の式(A21)) を並べた全体行列に対して, 再度, 直交化して得られるモード形状の重ね合わせ (付録 4 の式(A29)) で, 計算される. この最終のモード形状の一例を Fig. 4.12 に示す. 1 次および 3 次のモード形状を, ノーマルモードの数 (N) で整理した. Fig. 4.12 a) から h) のモード形状は, N によらず, ほぼ同じであり, 1 次は保持器の大径側のリブのラジアル方向曲げ 1 次モード, 3 次は小径側のリブのラジアル方向曲げ 1 次モードである.

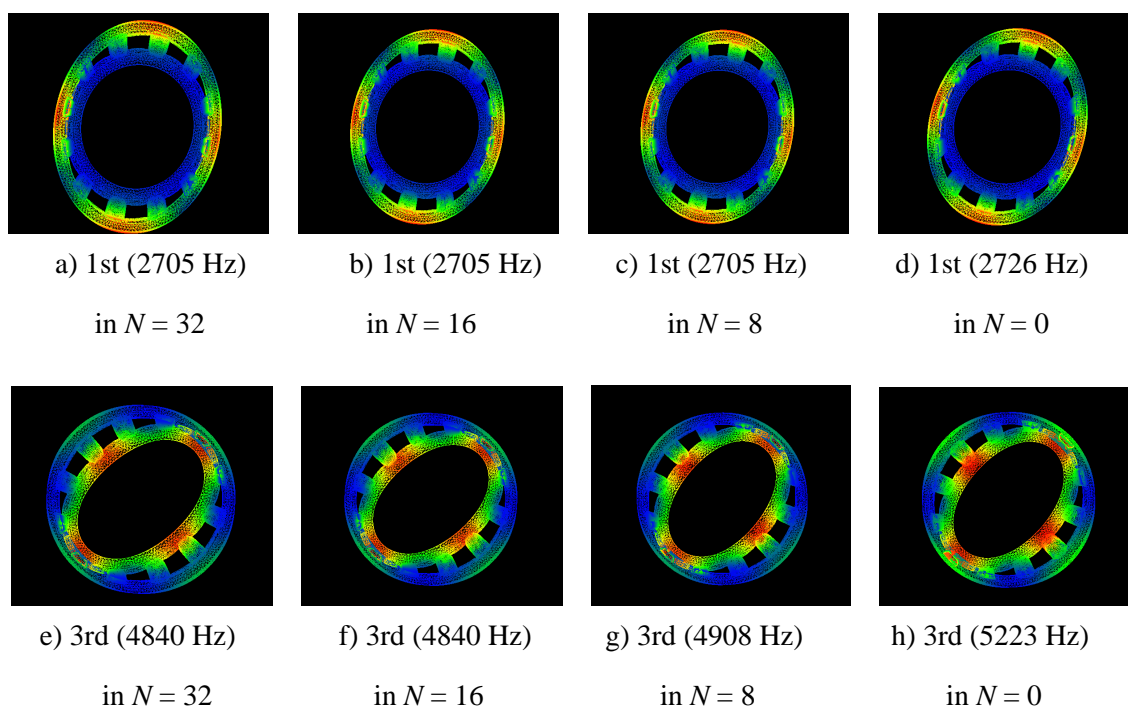


Fig. 4.12 Modal shapes of elastic cage models (N : Number of normal modes)

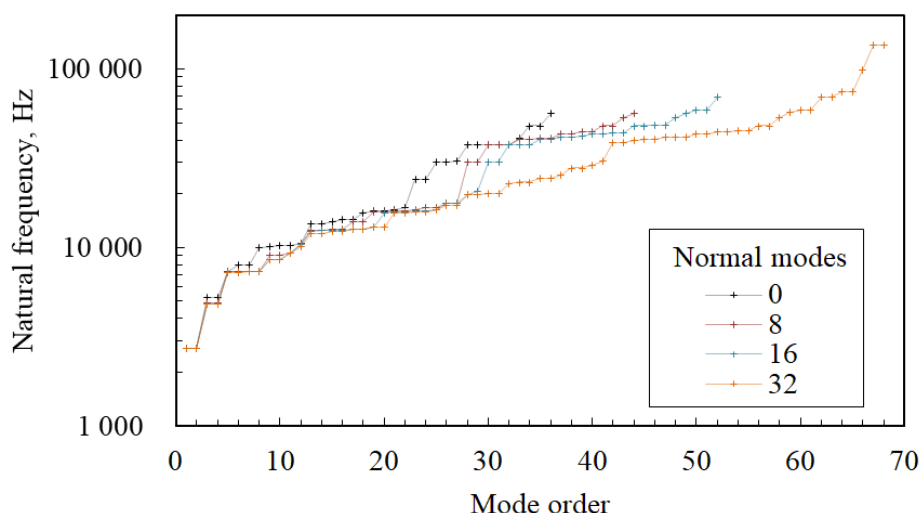


Fig. 4.13 Natural frequencies of elastic cage models

各弾性保持器モデルのモードの次数に対するモード振動数との関係を Fig. 4.13 に示す. Fig. 4.13 より, ノーマルモード数がゼロの場合のモード周波数は, 他のノーマルモード数の場合と比較すると, 低次から, わずかであるが, 異なることがわかる. これは, 拘束モードによる各柱の変形により算出されたモードのためである.

軌道輪に対するころおよび保持器の運動を計算するには, ころと内・外輪, あるいはころと保持器の接触部に対して, Fig. 4.14 に示すように, 第 2 章で詳述した各種の力を Adams 上で定義する必要がある. Adams 上でこれらの力を定義するには, 力要素 **GFORCE** または **VFORCE** を用いる必要がある. **GFORCE** は互いに直交する 3 軸方向の力および 3 軸まわりのモーメント, **VFORCE** は互いに直交する 3 軸方向の力を記述するための力要素である.

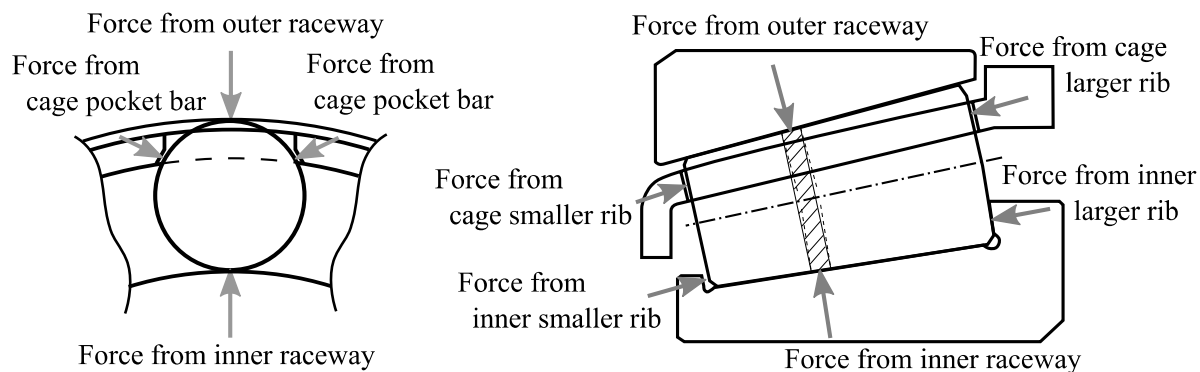


Fig. 4.14 Forces acting on a roller

本研究では，ころと内・外輪の各接触部に対しては力要素 **GFORCE**，ころと保持器の接触部に対しては力要素 **VFORCE** を用いた．ころと保持器の接触部に対して **VFORCE** を用いた理由は，保持器を弾性体として扱う必要があるためである．ころと保持器の接触部の **VFORCE** は，ころと接触する可能性のある保持器の有限要素の各節点に対して設定した．なお，ころ転動面と軌道面の接触部における転がり粘性抵抗力和転がり方向の油膜力に関しては，ころと軌道輪に対して個別に力要素 **GFORCE** を設定した．

弾性保持器モデルおよび剛体保持器モデルをそれぞれ用いて計算した，*XY* 平面に投影された保持器中心の軌跡を Fig. 4.15 に示す．Fig. 4.15 は，アキシアル荷重 F_a が 200 N および 4900 N²⁴ の 2 水準，内輪の回転速度は 1000 min⁻¹，外輪温度は 40℃，潤滑剤は粘度グレード ISO VG100 の鉱油の結果である．なお，計算開始時，保持器と内輪は同心，各ころは保持器のポケットの中央に配置され，内・外輪ところは，荷重ゼロで接触するとした．重力加速度は *Y* 軸の負の方向に働き，内輪は Fig. 4.15 上の反時計方向に回転するとした．Fig. 4.15 は，0.2 s から 0.6 s までの保持器中心の軌跡であり，この間に保持器は 2.5 回転する．Fig. 4.15 (a)から(d)は弾性保持器モデルの場合，Fig. 4.15 (e)は剛体保持器モデルの場合である．

Fig. 4.15 からわかるように， F_a が 200 N では保持器中心は重力方向（下方向）へ常に偏心した状態となり， F_a が 4900 N では，保持器中心の軌跡はほぼ円形となる．ただし，剛体保持器モデルの場合，保持器中心の円形軌跡の半径は，弾性保持器の場合のそれよりも小さく，また，軌跡上の変動もやや大きい．なお， F_a が 4900 N の場合の弾性保持器の中心の円形軌跡の半径は，ころと保持器ポケットのラジアル方向のすきまに一致した．

F_a が 200 N の場合において，各ころから保持器の柱およびリブに作用する力の時間波形を，Fig. 4.16 に示す．また，ノーマルモード数が 8 の場合を例に，ころ

²⁴ F_a は，0 s から 0.19 s までの間，200 N とし，その後，0.20 s まで連続的に 4900 N まで増加させ，計算した．計算開始時（0 s）より 4900 N の F_a を負荷すると，計算初期に与えた等しいころ間隔が保持される．これは，重力でころが偏った状態で運動し始める実験の状態とは異なる．解析を実験に近づけるために，このような方法を採用し，ころ間隔を不均等にした．

から保持器に作用する力の状況を，Fig. 4.17 に示す．Fig. 4.16 において，青線はころからころの公転後方の柱へ作用する力 F_{CCr} ，赤線はころからころの公転前方の柱へ作用する力 F_{CCf} ，緑線はころから保持器の大径側リブ²⁵へ作用する力 F_{CCI} であり，各力は垂直力とすべり摩擦力の和を表す．ころ番号は，回転開始時に x 軸上に存在したころを $\varphi = 1$ とし，公転前方に向かって順に $\varphi = 2, 3, 4, \dots$ と付した (Fig. 4.17) ．

以下では，軸受内で生じているころおよび保持器の運動と力の発生状態，そして，計算結果に及ぼす保持器のモデル化の影響について，順次，考察する．

Fig. 4.17 (a)では $\varphi = 5$ のころ，Fig. 4.17 (b)では $\varphi = 1$ のころが，それぞれ図中の 1 時の位置に存在し，ポケットの両側の柱に対して接触している．そして，これらのころから保持器に作用する力は瞬間的に上昇し (Fig. 4.16(c))，ころと保持器の柱は衝突状態にあることがわかる．保持器は，Fig. 4.15 に示したように，重力方向に偏った状態で回転するため，軌道で案内され公転するころと保持器の柱の相対速度は，ころの公転に同期して，変動する．そして，Fig. 4.17 に示すように図中の上部のころが保持器の柱に接近し，両側の柱と衝突する．なお，アキシアル荷重が 200 N と小さいため，軌道面からころに作用するトラクションが，ころの自重に比べ，小さい．そのため，Fig. 4.17 (a)の $\varphi = 1$ のころのように，5 時の方向付近で，ころは公転後方の柱と比較的強く衝突する場合がある．これらの傾向は，全てのころにおいて同様に生じていることが，Fig. 4.16 より確認できる．

Fig. 4.16 の(a)から(d)を比較すると，弾性保持器モデルでは，ノーマルモード数に関係なく，各ころから保持器に作用する力の時間波形がほぼ同様であることがわかる．また，これらの弾性保持器モデルの場合のころから保持器に作用する力の大きさは，Fig. 4.16 (e)に示す剛体保持器モデルの場合の 5 分の 1 であることもわかる．

²⁵ ころは小径側リブと接触しなかった．円すい形状のころ転動面から保持器の柱に作用する力が頻繁に生じているためである．

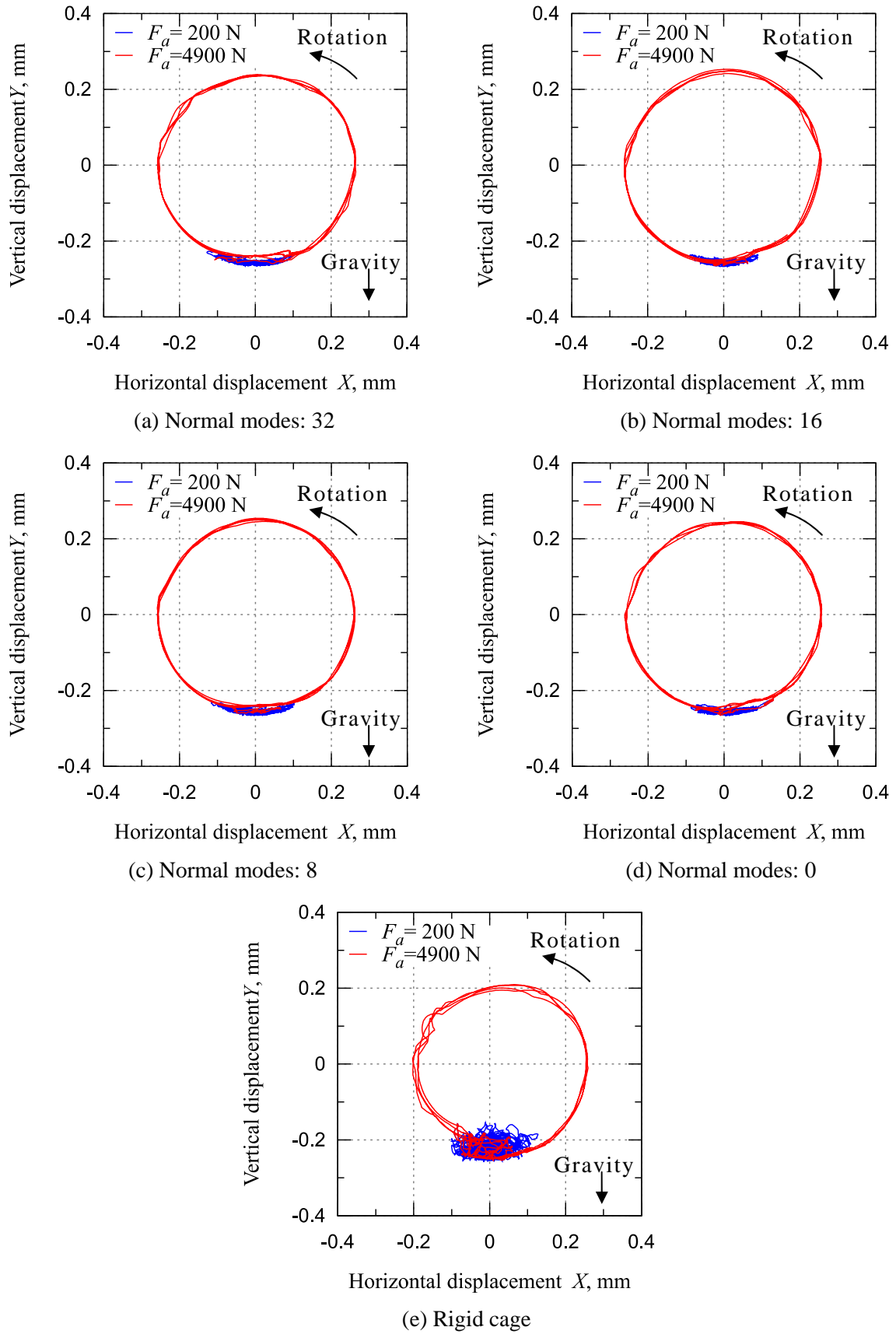


Fig. 4.15 Loci of cage center with various cage models from 0.2 s to 0.6 s

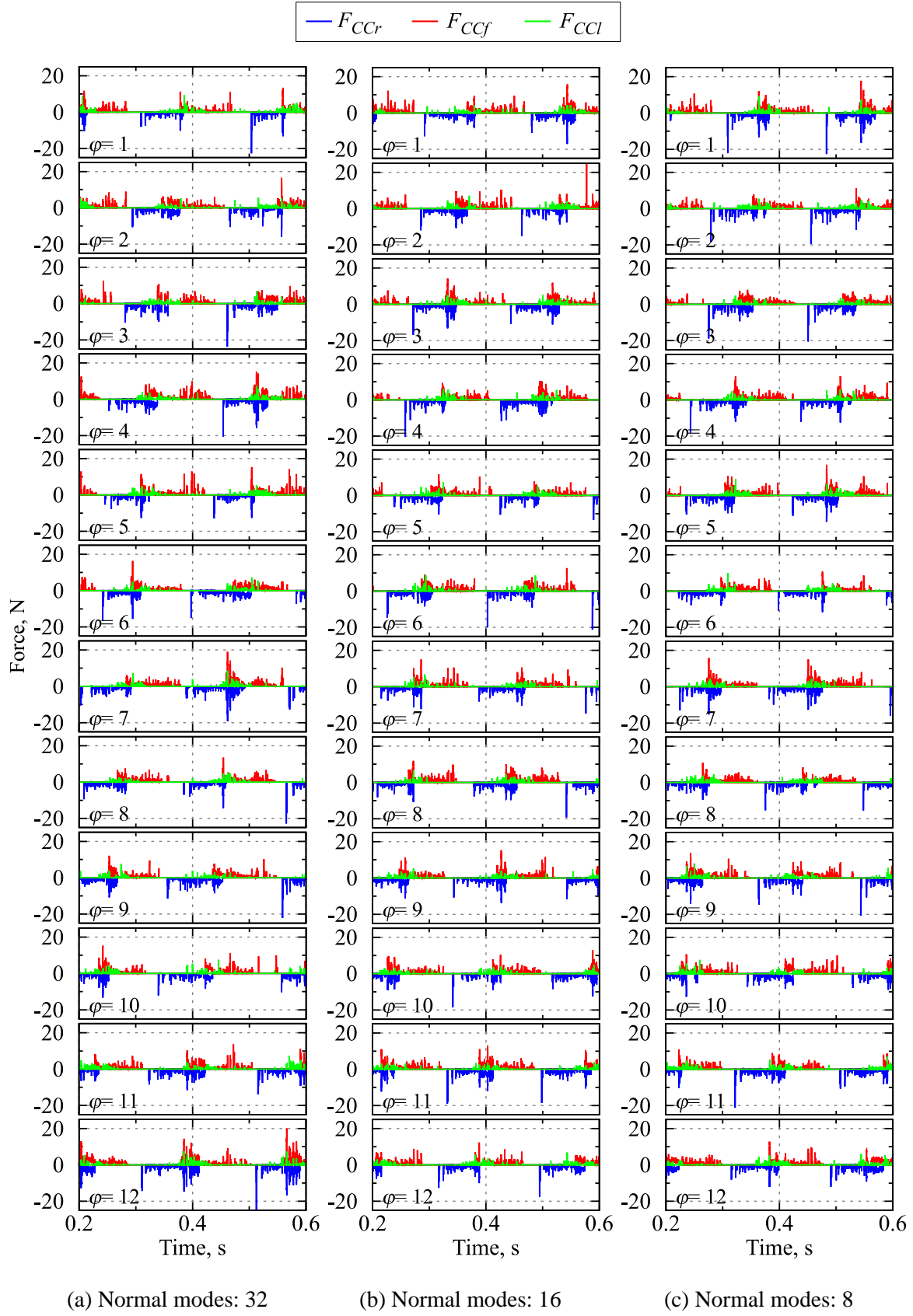


Fig. 4.16 Pocket forces with various cage models under F_a of 200 N

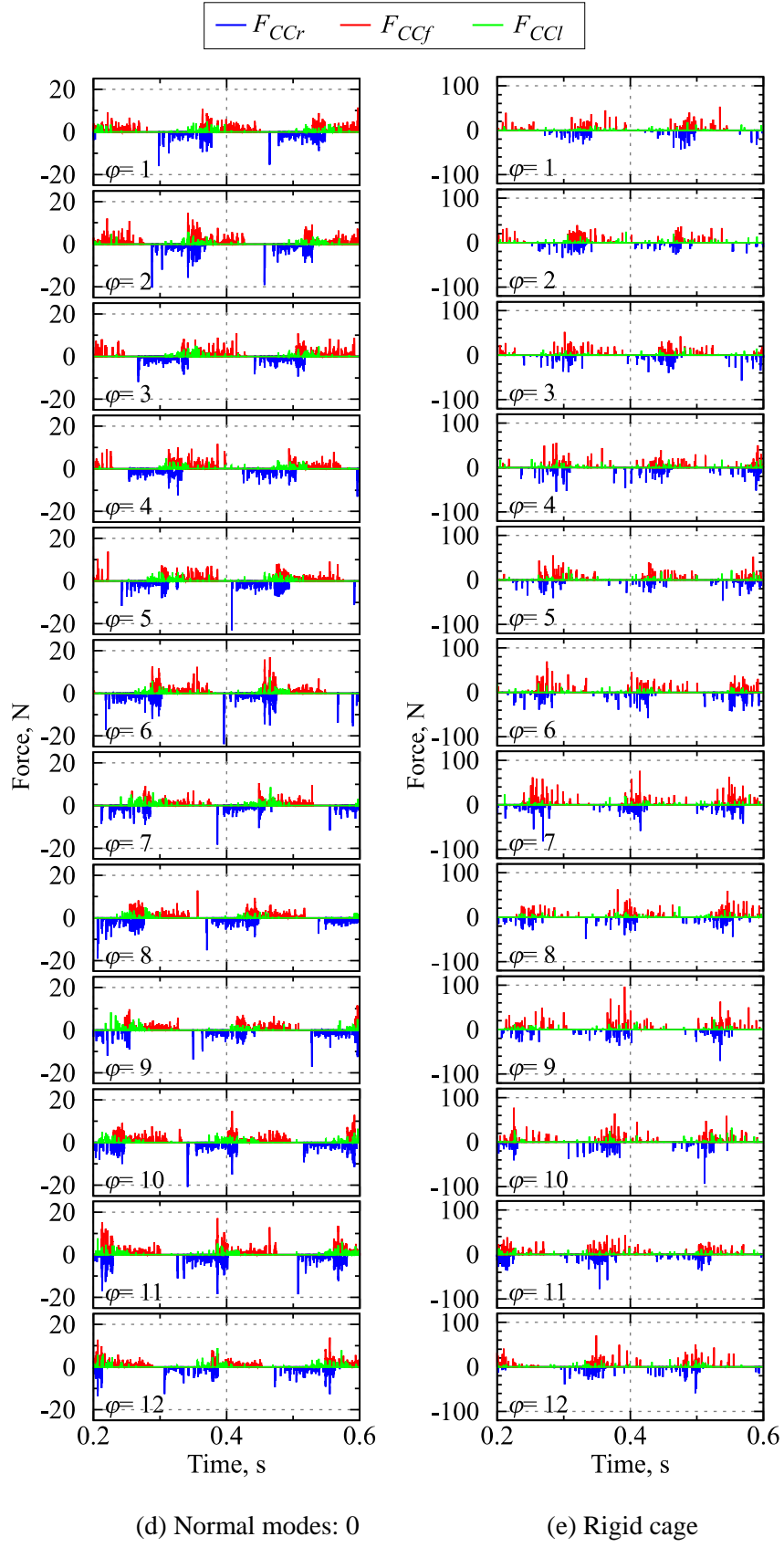


Fig. 4.16 Pocket forces with various cage models under F_a of 200 N (Cont.)

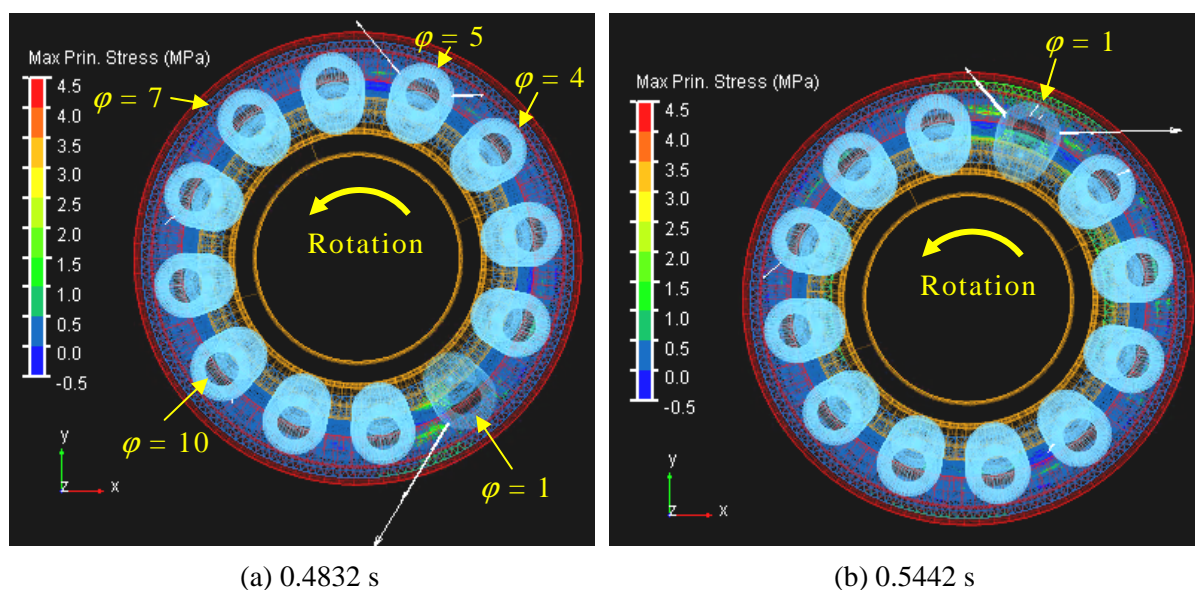


Fig. 4.17 Proces on cage under F_a of 200 N (White arrow: force on cage, Normal modes: 8)

次に、 F_a が 4900 N の場合において、ころから保持器に作用する力の時間波形を、Fig. 4.18 に示す。Fig. 4.18 (a)～(c) に示すノーマルモード数 32, 16 および 8 の場合の時間波形は、ノーマルモード数によらず、ほぼ同じであり、 $\varphi = 1$ のころにおいて、前方および後方の柱と比較的大きな力が生じていることがわかる。一方、Fig. 4.18 (d) に示すノーマルモード数 0 の場合では、 $\varphi = 2$ のころにおいて、比較的大きな力が生じている。

$\varphi = 1$ のころが公転していく過程での、ころから保持器に作用する力の状況を、ノーマルモード数が 8 の場合を例に、Fig. 4.19 に示す。 $\varphi = 1$ のころが 3 時に位置する Fig. 4.19 (a) および、11 時に位置する Fig. 4.19 (b) では、このころがポケットの両側の柱と接触し、比較的大きな力が生じていることがわかる。この時、保持器中心は、 $\varphi = 1$ のころの反対側へ偏心している。そして、 $\varphi = 1$ のころの反対側へ常に偏心した状態を維持しつつ、ころの公転と同期して回転し、保持器中心は円形軌跡を描く。Fig. 4.19 (c) では、 $\varphi = 1$ および 7 のころが保持器を支え、Fig. 4.19 (d) では、 $\varphi = 4$ および 10 のころが保持器を支えていることがわかる。このように、保持器の偏心方向とは反対側に位置するころが、比較的高頻度に保持器と接触し、比較的大きな力を与えることがわかる。

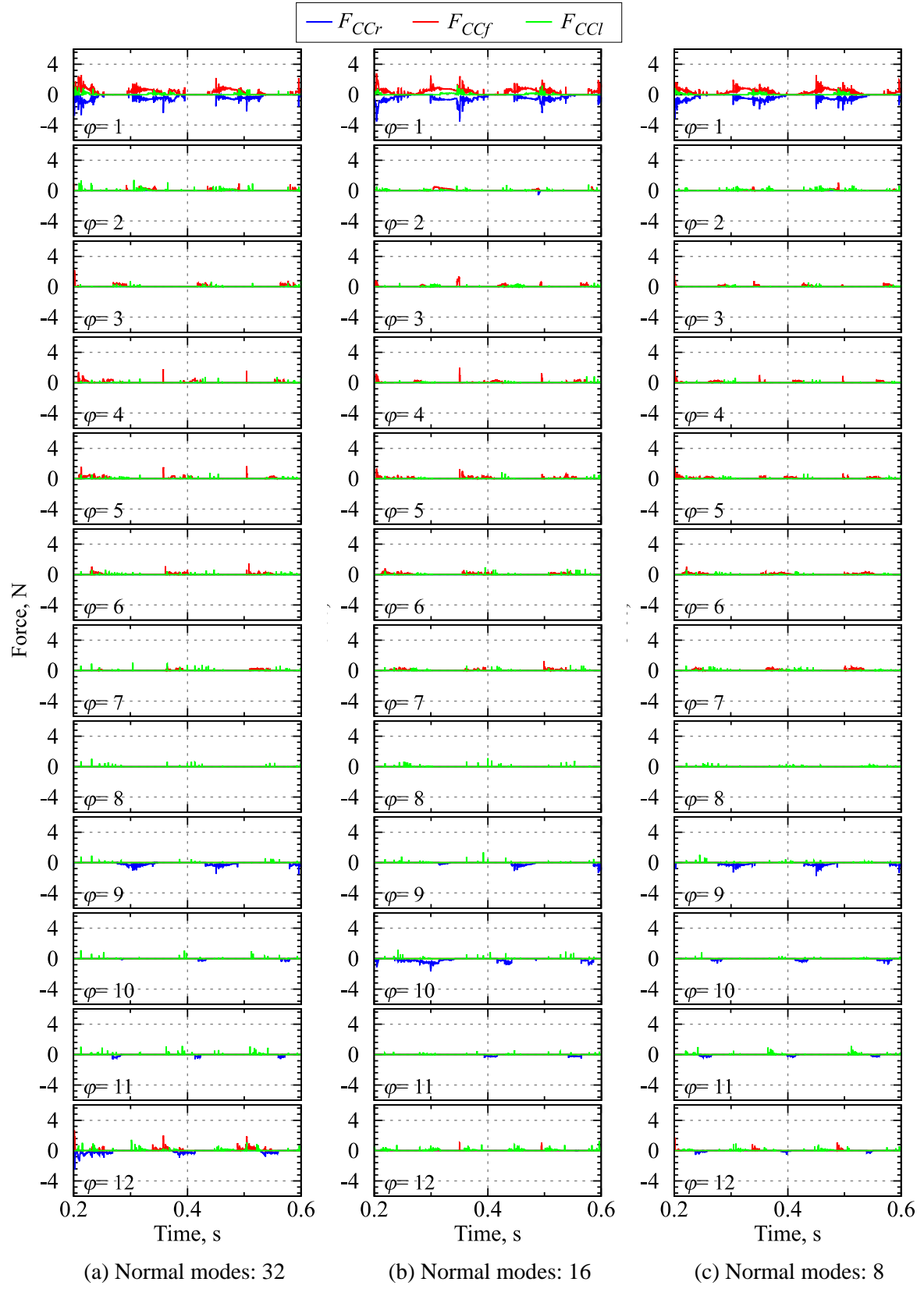


Fig. 4.18 Pocket forces with various cage models under F_a of 4900 N

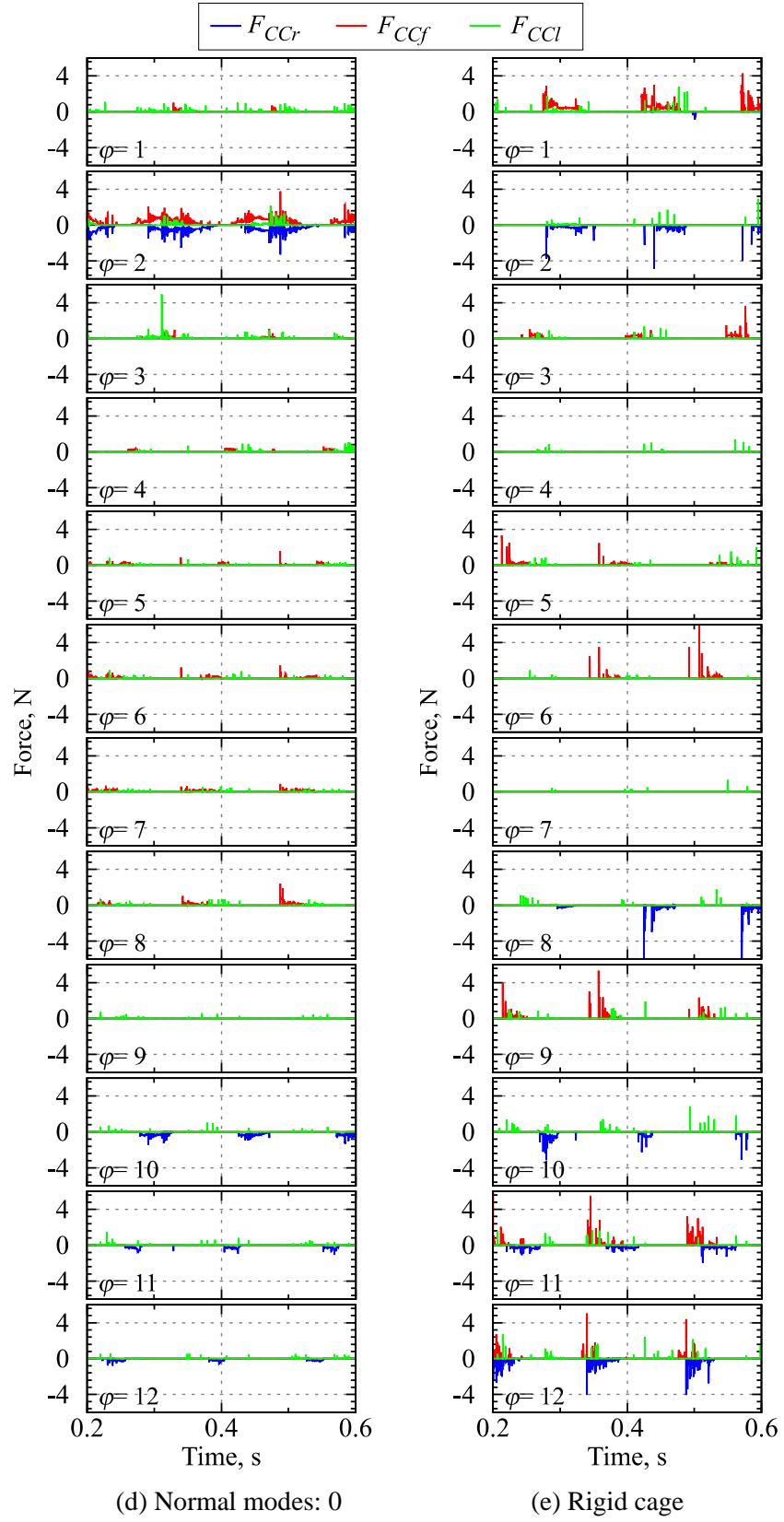


Fig. 4.18 Pocket forces with various cage models under F_a of 4900 N (Cont.)

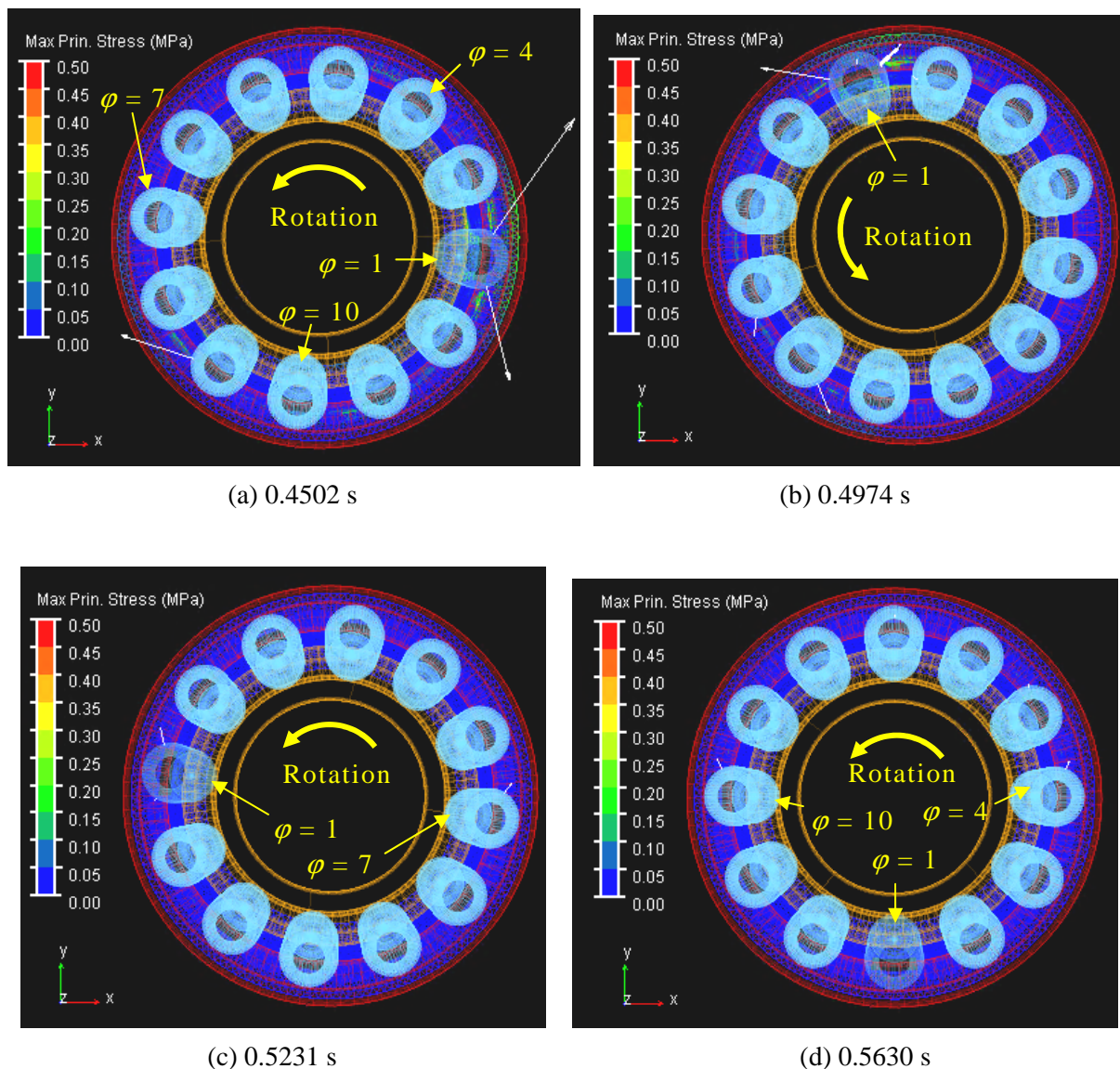


Fig. 4.19 Forces on cage under F_a of 4900N (White arrow: Force on cage, Normal modes: 8)

Fig. 4.18 において，保持器に比較的大きな力を与えるころの番号 ϕ は，Fig. 4.18 (a)から(c)では 1，Fig. 4.18 (d)では 2 であった．すなわち，ノーマルモード数をゼロにすると，8 以上に設定した場合と比べ，計算結果に大きな差異を生じさせる場合があることがわかる．

計算結果に及ぼすノーマルモード数の影響をさらに詳しく調べるために，保持器に生じた最大主応力の計算値とノーマルモード数との関係を整理した． F_a が 4900 N の場合の結果を Fig. 4.20 に示す．Fig. 4.20 からわかるように，最大主応力の計算値は，ノーマルモード数を 0~32 に変えても，ほぼ同様である．ただし，

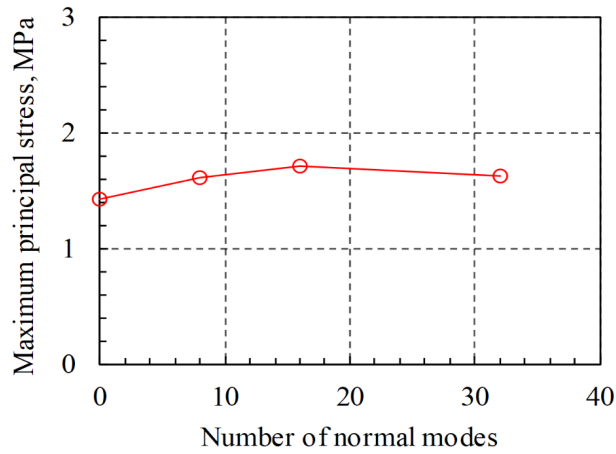


Fig. 4.20 Maximum principal stress of cage from 0.2 s to 0.6 s under F_a of 4900 N

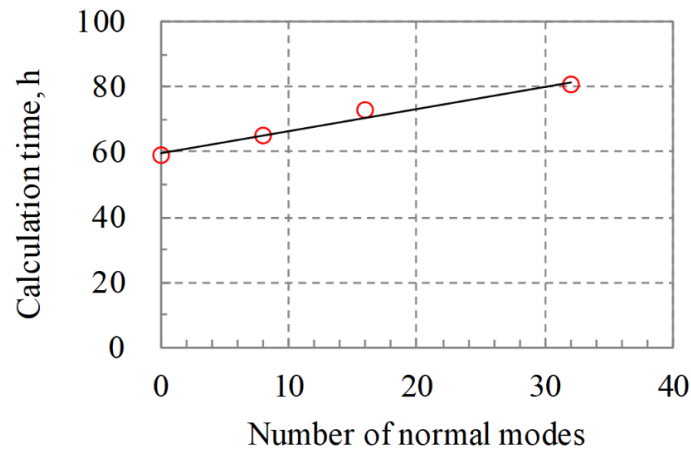


Fig. 4.21 Calculation time of cage stress by dynamic analysis vs. number of normal modes under F_a of 4900 N (Physical time: 0~0.6 s, CPU: Intel Core i7-4790K, Clock speed 4.4 GHz, RAM 16 GBytes)

計算時間は、Fig. 4.21 に示すように、ノーマルモード数の増加とともに直線的に増加する。なお、これらの計算には、Fig. 4.21 に示すように、数十時間を必要とするが、市販 PC で十分に処理できる。

4. 3 結言

本章では，円すいころ軸受の保持器を対象に，保持器ポケットの隅部の応力を精度よく短時間で計算できるモード合成法の設定方法について検討した．得られた結論を以下に示す．

- (1) 保持器の応力を精度よく短時間に計算するためのモード合成法の設定方法は，保持器ポケットの各柱の外径面中央点にのみ境界点を与えた拘束モードを用い，さらに，ノーマルモードを加えることである．
- (2) 上記(1)の拘束モードに加えるノーマルモードの数を 8 以上にすると，より多数のノーマルモードを加えた場合と同様の保持器の運動および応力が得られる．
- (3) 以上から，保持器ポケットの隅部の応力を精度よく短時間で計算するには，拘束モードの設定は上記(1)そしてノーマルモードの数は 8 に設定することが，モード合成法の適切な設定方法であることを確認した．

第 5 章 運転中のころ軸受の保持器の運動・保持器の破損実験に対する提案した計算方法の適用

本章では，運動中の円すいころ軸受の保持器の運動と保持器の破損を説明するために，第 4 章までで提案した計算方法を適用する．そして，提案した保持器の運動および応力の計算方法の有効性を示す．

5. 1 保持器の運動

本節では，内輪が回転する円すいころ軸受の保持器の運動を測定し，第 4 章で示した動解析により求めた計算値との比較を行う．

5. 1. 1 保持器の運動の測定方法

試験軸受として，ころ本数を 12 本へ減らした円すいころ軸受 32310 (Table 4.1 参照) を用いた．保持器の運動の測定には，Fig. 5.1 に示す装置を用いた．Fig. 5.1 に示すように，試験軸受の内輪には一定の回転を与え，外輪には，ハウジングを介して，外輪の上端面および下端面にアキシャル荷重 F_{at} および F_{ab} を加えた．すなわち，試験軸受には， F_{at} と F_{ab} の和がアキシャル荷重 F_a として作用する．なお，アキシャル荷重 F_{at} および F_{ab} を調整することで，外輪の傾きゼロの状態を作った．実験では，Fig. 5.2 に示すように，保持器変位を測定するために大径側に円環部を

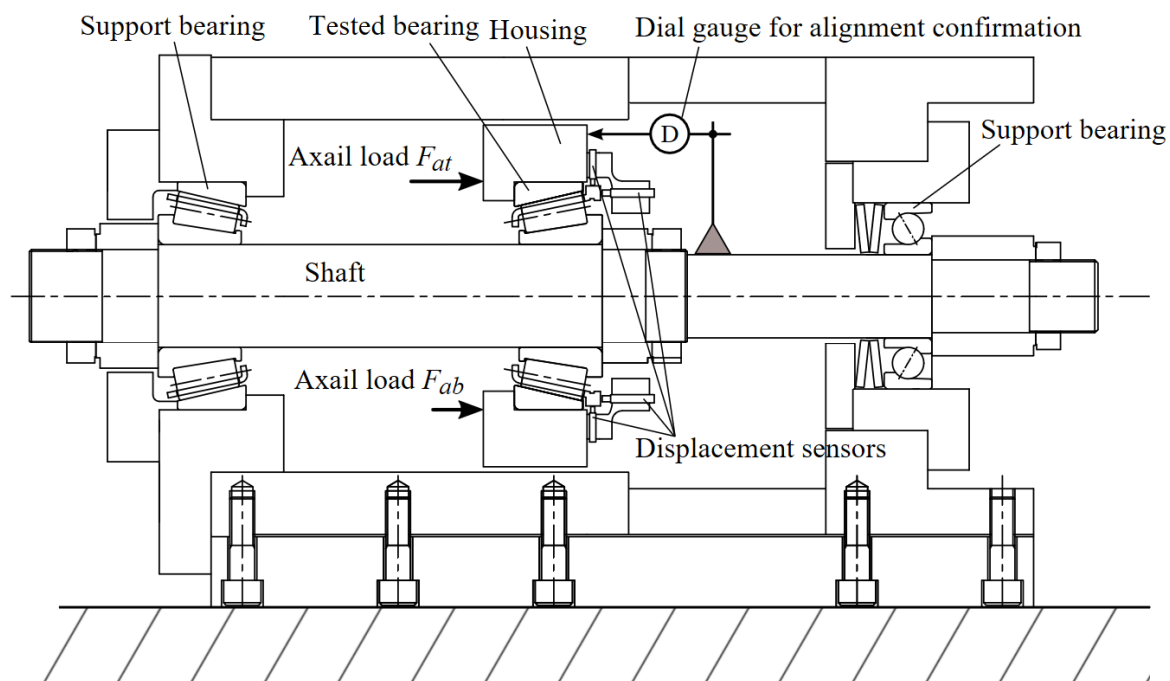


Fig. 5.1 Cage motion measurement apparatus

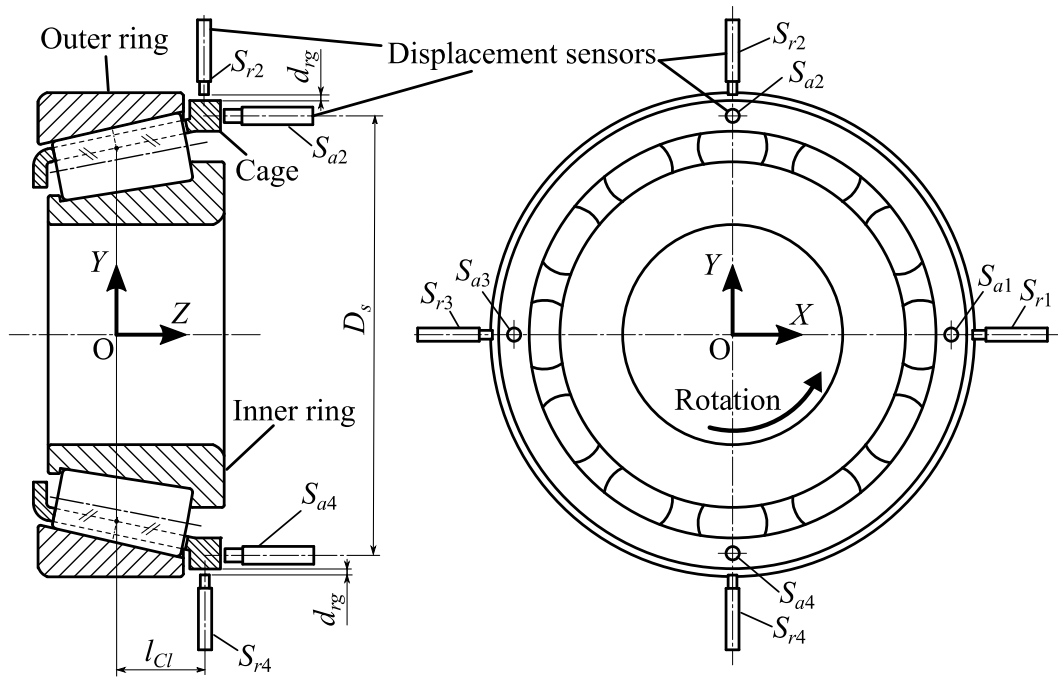


Fig. 5.2 Displacement sensors to measure cage motion

持つ樹脂製保持器を用い、保持器の中心の X 軸方向変位 d_{cx} および Y 軸方向変位 d_{cy} を測定した．なお、この円環部にはアルミ薄膜を貼り付けた²⁶．

d_{cx} および d_{cy} の測定値は、以下の方法で得た．まず、90 度間隔でラジアル方向に渦電流式非接触変位計 $S_{r1} \sim S_{r4}$ (PU-02A, 株式会社電子応用)，アキシアル方向に渦電流式非接触変位計 $S_{a1} \sim S_{a4}$ (PU-03A, 株式会社電子応用) を配置して、保持器のラジアル方向変位 $d_{r1} \sim d_{r4}$ およびアキシアル方向変位 $d_{a1} \sim d_{a4}$ を測定した．Fig. 5.2 に示すように、渦電流式変位計 $S_{r1} \sim S_{r4}$ を X 軸および Y 軸の正負両側に配置した理由は、保持器中心の変位が増加し、1 つの変位計の測定範囲を超える場合でも、保持器中心の変位を測定できるようにするためである．なお、 $d_{r1} \sim d_{r4}$ はラジアル方向内向きを正方向、 $d_{a1} \sim d_{a4}$ は $-Z$ 方向を正方向として記録した．

次に、このように非接触変位計 $S_{r1} \sim S_{r4}$ により測定した保持器のラジアル方向変位 $d_{r1} \sim d_{r4}$ ，および $S_{a1} \sim S_{a4}$ により測定した保持器のアキシアル方向変位 $d_{a1} \sim d_{a4}$ を、次式に代入して、保持器の中心の X 軸方向変位 d_{cx} および Y 軸方向変位 d_{cy} を得た．

²⁶ 測定対象が金属に限定されるため．

$$\begin{aligned}
d_{cx} &= \begin{cases} (d_{r3} - d_{rg}) - l_{Cl} \left(\frac{d_{a2} - d_{a4}}{D_s} \right) & \text{for } \frac{-d_{r1} + d_{r3}}{2} < -0.0001 \\ -C_{m1}(d_{r1} - d_{rg}) + (1 - C_{m1})(d_{r3} - d_{rg}) - l_{Cl} \left(\frac{d_{a2} - d_{a4}}{D_s} \right) & \text{for } -0.0001 \leq \frac{-d_{r1} + d_{r3}}{2} < 0.0001 \\ -(d_{r1} - d_{rg}) - l_{Cl} \left(\frac{d_{a2} - d_{a4}}{D_s} \right) & \text{for } 0.0001 \leq \frac{-d_{r1} + d_{r3}}{2} \end{cases} \\
d_{cy} &= \begin{cases} (d_{r4} - d_{rg}) - l_{Cl} \left(-\frac{d_{a1} - d_{a3}}{D_s} \right) & \text{for } \frac{-d_{r2} + d_{r4}}{2} < -0.0001 \\ -C_{m2}(d_{r2} - d_{rg}) + (1 - C_{m2})(d_{r4} - d_{rg}) + l_{Cl} \left(-\frac{d_{a1} - d_{a3}}{D_s} \right) & \text{for } -0.0001 \leq \frac{-d_{r2} + d_{r4}}{2} < 0.0001 \\ -(d_{r2} - d_{rg}) - l_{Cl} \left(-\frac{d_{a1} - d_{a3}}{D_s} \right) & \text{for } 0.0001 \leq \frac{-d_{r2} + d_{r4}}{2} \end{cases}
\end{aligned} \tag{5.1}$$

ここで、 l_{Cl} は保持器大径側のリブから保持器の中心までのアキシアル方向距離、 D_s は保持器のアキシアル方向の変位計間の距離、 C_{m1} および C_{m2} は保持器のラジアル方向の変位計 S_{r1} , S_{r3} および S_{r2} , S_{r4} に対する加重平均の重みづけ係数、 d_{rg} は保持器のラジアル方向変位計 $S_{r1} \sim S_{r4}$ と保持器リブとの平均距離である。 C_{m1} および C_{m2} は、保持器中心位置に応じて、 S_{r1} , S_{r3} および S_{r2} , S_{r4} の各変位計の出力を滑らかに切り替えるための係数であり、式(5.2)に示すように与えた。 C_{m1} および C_{m2} は、保持器中心の X 軸方向および Y 軸方向の変位 $(-d_{r1} + d_{r3})/2$ および $(-d_{r2} + d_{r4})/2$ が -0.1 mm から 0.1 mm へ変化する際、Fig. 5.3 に示すように、0 から 1 へ滑らかに変化するように設定した。

$$\begin{aligned}
C_{m1} &= -250000 \frac{-d_{r1} + d_{r3}}{2} \left\{ 10^6 \left(\frac{-d_{r1} + d_{r3}}{2} \right)^2 - 0.03 \right\} + 0.5 \\
C_{m2} &= -250000 \frac{-d_{r2} + d_{r4}}{2} \left\{ 10^6 \left(\frac{-d_{r2} + d_{r4}}{2} \right)^2 - 0.03 \right\} + 0.5
\end{aligned} \tag{5.2}$$

5. 1. 2 保持器の運動の測定値と計算値の比較

Table 5.1 の運転条件下で測定された円すいころ軸受の保持器のラジアル平面 (XY 平面) 上の運動を Fig. 5.4 に示す。 Fig. 5.4 よりわかるように、アキシアル荷重 F_a が小さい 200 N の場合、保持器中心の軌跡は円形とはならず、重力方向に偏る。 なお、 $F_a = 200$ N の場合、 1000 min^{-1} に比べて、 2000 min^{-1} で保持器中心の

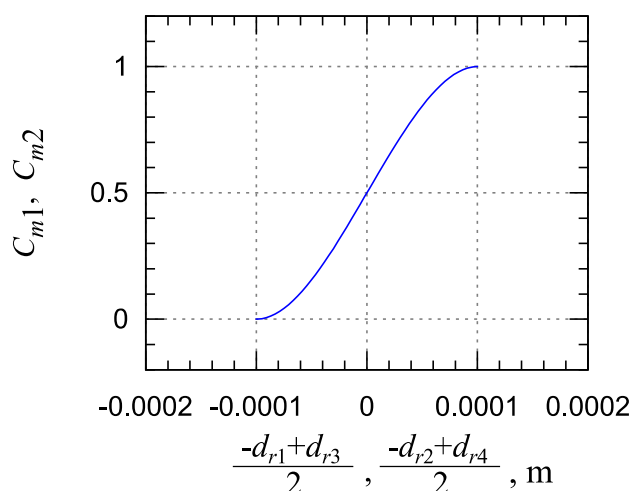


Fig. 5.3 Correction for measured displacements of cage radial motion

Table 5.1 Operating condition to measure cage motion

Axial load F_a , N	200, 4900
Rotational speed, min^{-1}	1000, 2000
Lubricant	Mineral oil (ISO VG 100)
Temperature of outer ring, K	313 ± 10

軌跡の半径が大きい．一方， F_a が大きい 4900 N の場合，保持器中心の軌跡はほぼ円形であり，軌跡の半径は回転速度の影響を受けない．

Fig. 5.5 は，Table 5.1 に示す条件に対して第 4 章で示した方法で計算した保持器中心の運動である． F_a が 200N の場合，保持器中心は重力方向に偏る．しかし， F_a が 200 N で 2000 min^{-1} の場合の保持器中心の軌跡は，測定で得られた Fig. 5.4 (b) のような楕円状ではない．一方， F_a が 4900N の場合，保持器中心の軌跡は実験と同様に，ほぼ円形であり，軌跡の半径は回転速度の影響を受けない．

F_a が 200 N で 2000 min^{-1} の場合の保持器中心の軌跡が，測定で得られた Fig. 5.4 (b) のような楕円状ではない原因の一つは，測定に用いた軸受のころにおける $1 \mu\text{m}$ 程度の直径相互差であると推定された．そこで，このことを確かめるために，1 本のころの直径を他のころに比べ $1 \mu\text{m}$ 大きく設定し（すなわち，ころの直径に相互差を与えて），保持器中心の軌跡を計算した．その結果を Fig. 5.6 に示す．ころの直径の相互差を与えた場合， F_a が 200 N で 2000 min^{-1} の条件下での保持器中心の軌跡の計算結果は円形状になり，実測結果に近い．このことから，保持器

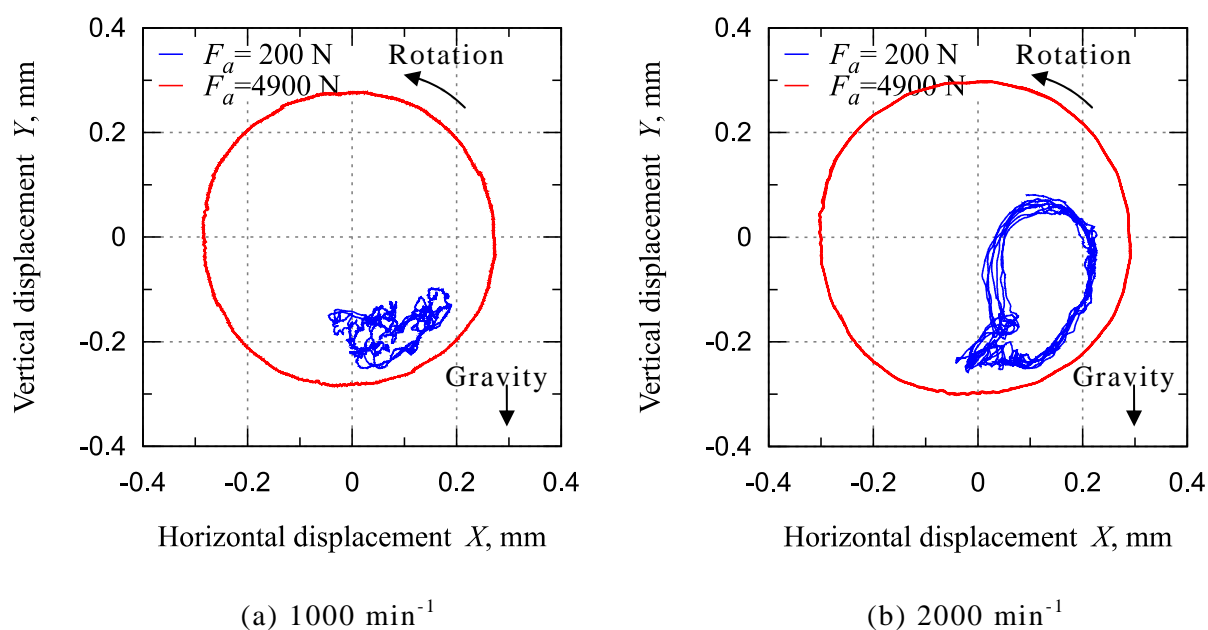


Fig. 5.4 Measured cage motion

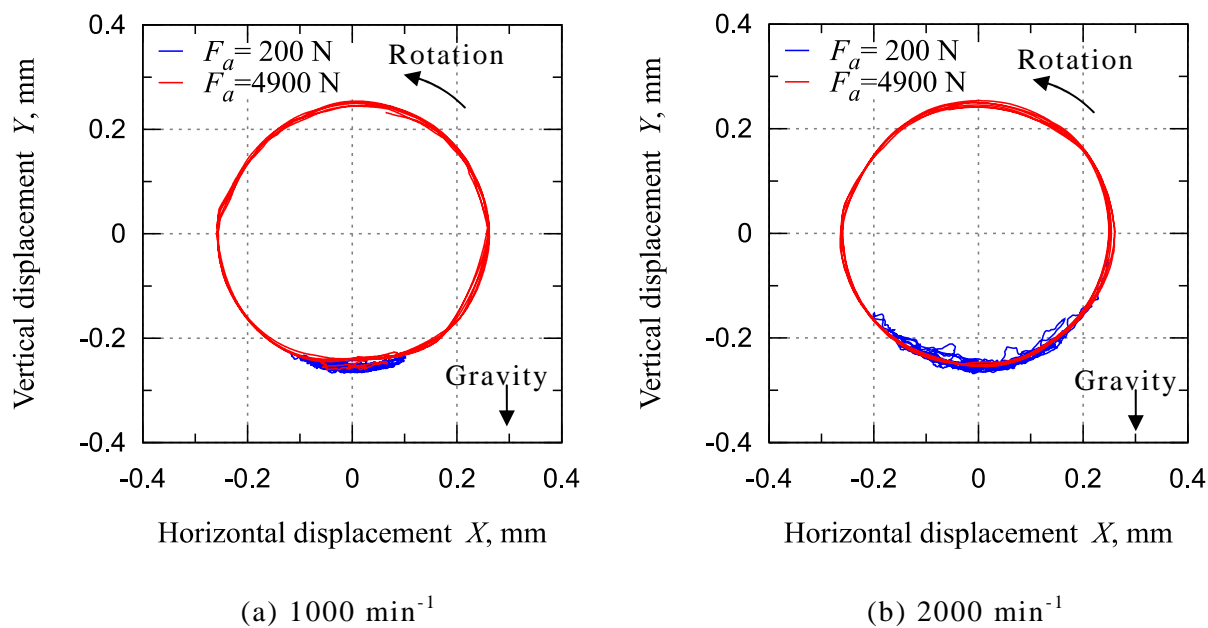


Fig. 5.5 Calculated cage motion with the same-diameter rollers (8 normal modes and 1 boundary point per a pocket bar)

中心の軌跡の計算では、ころの直径の相互差の影響が比較的大きいことが確認できた。

以上より、第4章で示した計算方法で得られる保持器中心の軌跡は、実験結果と概ね一致し、提案した計算方法の有効性が確認できた。

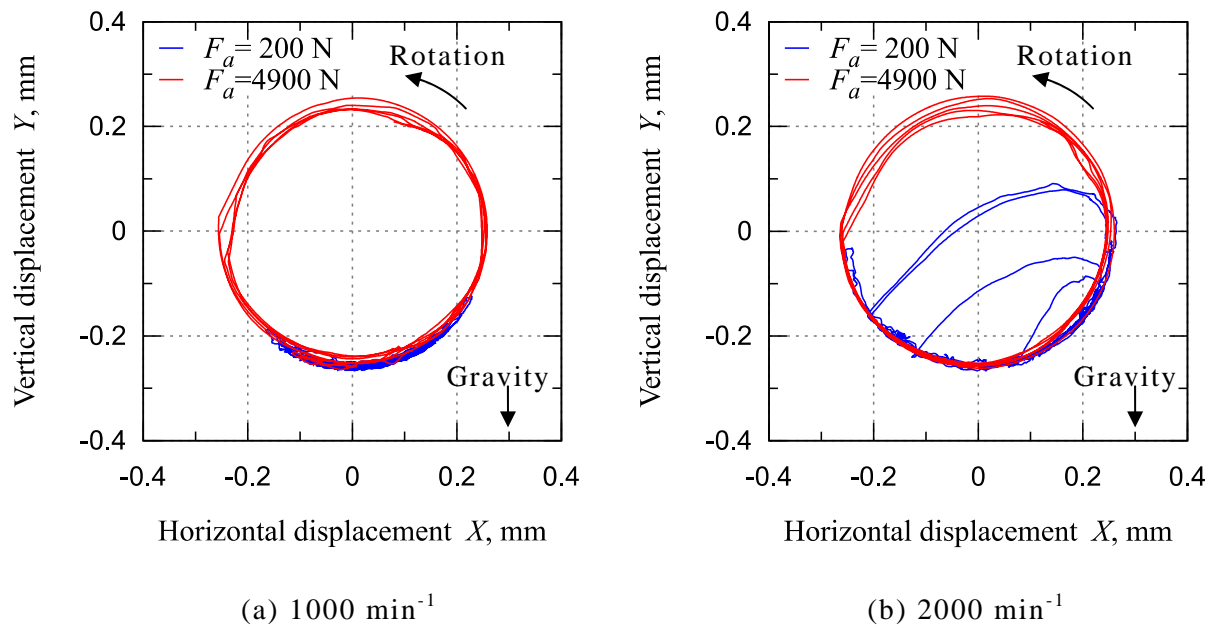


Fig. 5.6 Calculated cage motion with an oversized roller (8 normal modes and 1 boundary point per a pocket bar)

5. 2 保持器の破損

本節では、円すいころ軸受の保持器の破損実験の結果に、第 4 章までで提案した保持器応力の計算方法を適用し、その有効性を示す。

5. 2. 1 保持器の破損実験

保持器の破損実験では、Table 5.2 に示すように、円すいころ軸受 T3 および T5 を試験軸受として用いた。T5 軸受の特徴は、T3 軸受に比べ、保持器の板厚が 3.5 mm から 5 mm へ増加したこと、そして、保持器ポケットのラジアル方向のすきまが 0.4 mm から 0.2 mm へ減少したことである。試験軸受の潤滑にはグリース (Li 石けん-鉱油グリース、基油粘度 $101 \text{ mm}^2/\text{s}$ at 40°C 、ちょう度番号 2) を使用した。なお、試験軸受 1 個あたりのグリース封入量は 15 g とした。

保持器の破損実験に用いた装置を Fig. 5.7 に示す。実験では、試験軸受 T3 (または T5) の 2 個を 1 組とし、0.2 mm のアキシャルすきまを与えた正面組み合わ

Table 5.2 Specifications of tapered roller bearings for cage failure test

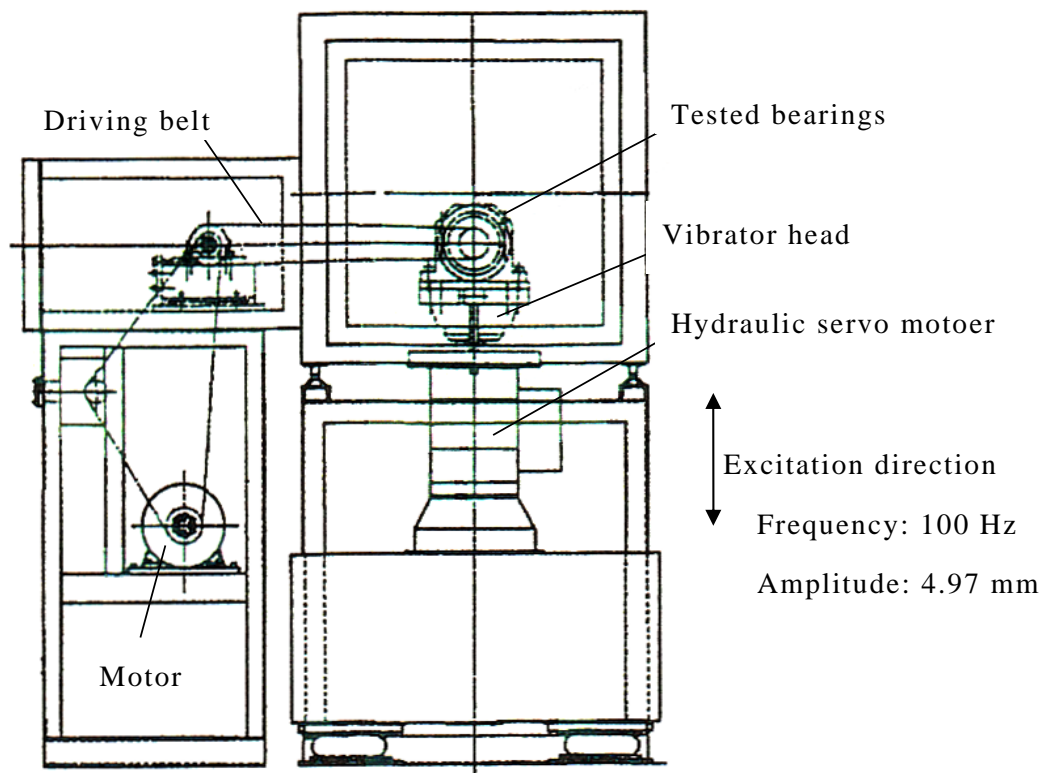
Bearing type	T3	T5
Outside diameter, mm	160	160
Bore diameter, mm	75	75
Width, mm	40	40
Cup tapered angle, deg.	57	57
Roller tapered angle, deg.	7.5	8.5
Roller length l_{be} , mm	23.4	23.8
Number of rollers	14	14
Basic dynamic radial load rating, N	157 000	177 000
Cage type	Pressed steel cage	Pressed steel cage
Material	Low carbon steel	Low carbon steel
Thickness, mm	3.5	5.0
Radial pocket clearance, mm	0.4	0.2
Axial pocket clearance, mm	0.6	0.5

せ状態²⁷で、ハウジングと軸に取り付けた。そして、試験軸受－ハウジング－軸システムを油圧加振機上に設置して、周波数 100 Hz、振幅 4.97 mm で上下方向に正弦波加振²⁸した。このような加振下で、試験軸受の内輪を回転速度 1 000 min⁻¹で回転させた。内輪を回転させるための駆動ベルトの張力により、軸受 1 個あたり 825 N のラジアル荷重が作用する。なお、実験は、原則として、24 時間ごとに中断し、保持器の破損（き裂）の有無を目視で確認した。保持器の破損を確認した場合に、実験を終了し、保持器の破損時間（保持器が破損するまでの実回転時間）と破損箇所を記録した。

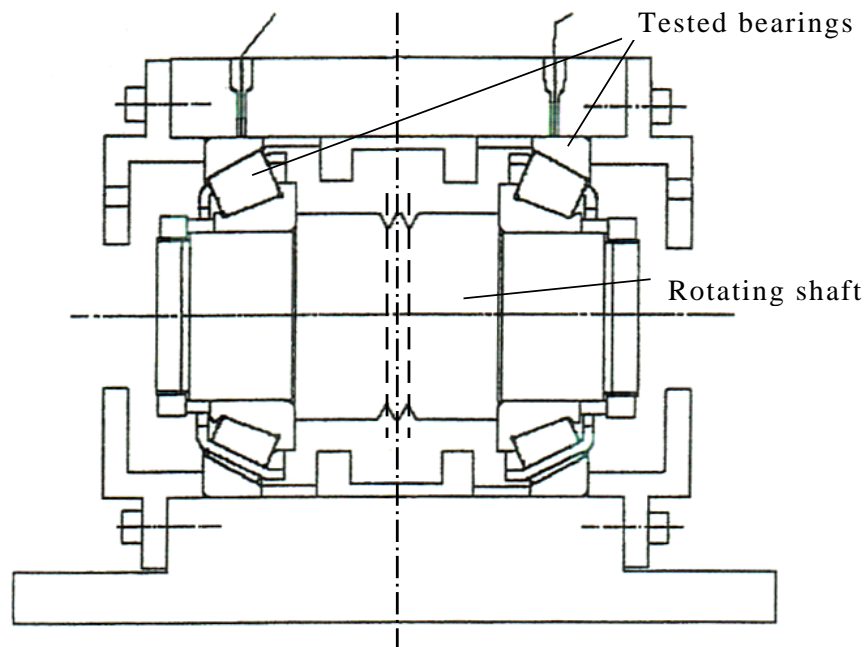
保持器の破損実験の結果を Table 5.3 に示す。Table 5.3 に示すように、実験を行った 2 個の T3 軸受の保持器の破損時間は、それぞれ 263 時間および 498 時間であった。T5 軸受では、保持器のき裂が確認できなかったことから、1000 時間で

²⁷ 正面組み合わせで 1 対の円すいころ軸受が用いられている鉄道車両の駆動歯車装置⁽⁷²⁾を想定した。特に小歯車軸受では、車両走行時の振動の影響を受けて保持器各部に様々な応力が発生するため、保持器の疲労破壊に対する信頼性確保が課題になっている⁽⁷²⁾。

²⁸ 加振条件は、事前に行った保持器の破損実験に基づいて、設定した。



(a) Whole system



(b) Section of tested bearings

Fig. 5.7 Cage fatigue test apparatus

Table 5.3 Bearing operation times to cage failure and failure locations

Bearing type	Operation time to cage failure, h	Failure in cage pocket
T3	263	Smaller corner: 2 Larger corner: 1
T3	498	Smaller corner: 1
T5	Unfailed	None
T5	Unfailed	None

実験を打ち切った。

T3 軸受の保持器の破損状態を Fig. 5.8 に示す。Fig. 5.8 (a)および(b)は破損時間 263 時間、Fig. 5.8 (c)は破損時間 498 時間の T3 軸受の保持器である。Fig. 5.8 (a)および(b)より、破損時間 263 時間の場合、一つのポケット内の小径側および大径側の隅部、および別のポケット内の小径側の隅部でき裂が生じていることがわかる。また、Fig. 5.8 (c)の破損時間 498 時間の場合、ポケット内の小径側隅部のき裂は、赤色の浸透探傷液により確認した。

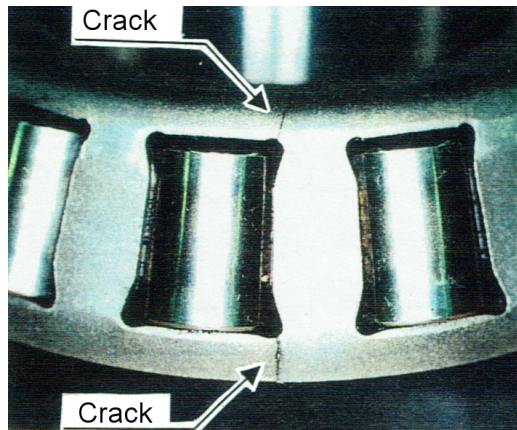
これまでの研究⁽⁷³⁾より、疲労破壊においては、その起点部は塑性変形しないことが知られている。Fig. 5.8 (a)および(b)の T3 保持器では、き裂が生じたポケット内の小径側隅部で塑性変形がほとんど生じていない。よって、T3 保持器の破損は、ポケット小径側隅部を起点にした疲労破壊によるものと推測される。そこで、保持器をさらに詳細に観察し、上記推測をさらに検証することにした。

ところで、これまでの研究^{(73)~(75)}によれば、疲労破壊の起点部には、以下の特徴もある。

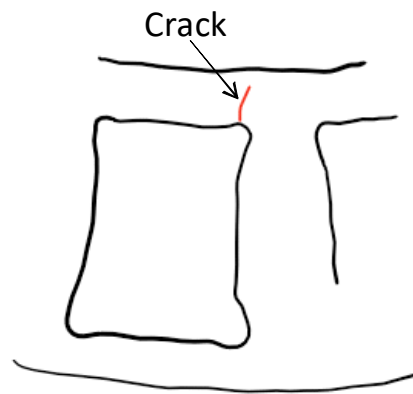
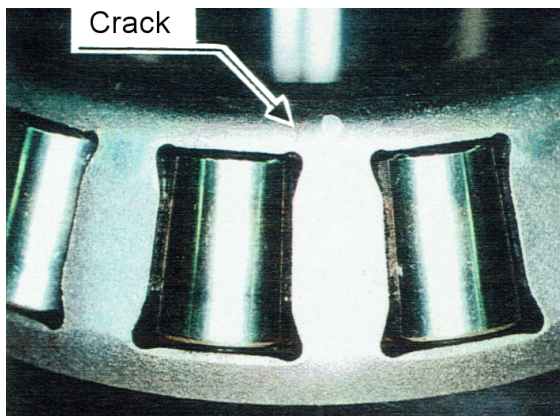
1. 起点部の破面は、比較的滑らかである⁽⁷⁴⁾⁽⁷⁵⁾²⁹
2. 両振り応力下では、磨かれたような様相が現れる場合がある⁽⁷³⁾⁽⁷⁴⁾

Fig. 5.8 (a)の T3 保持器の小径側のリブ部の破断面の観察結果を Fig. 5.9 に示す。Fig. 5.9 (a)に示す向きで、破断面の全体およびこれを拡大した光学写真が Fig. 5.9 (b)および(c)である。Fig. 5.9 (b)および(c)より、ポケット側の破面は比較的滑らかであるが、リブ側の破面上の凹凸は大きいことがわかる。Fig. 5.9 (d)は、Fig. 5.9 (c)

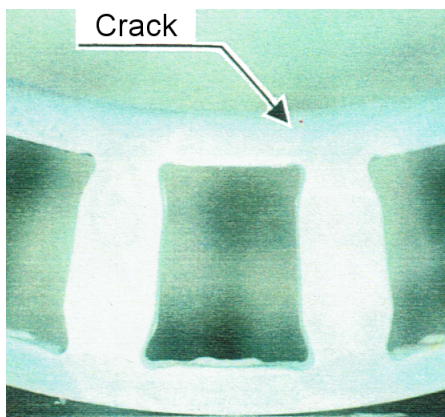
²⁹ 破面の粗さは、き裂伝播速度が遅い箇所では滑らかであり、速い箇所では粗くなる⁽⁷⁵⁾ことによる。



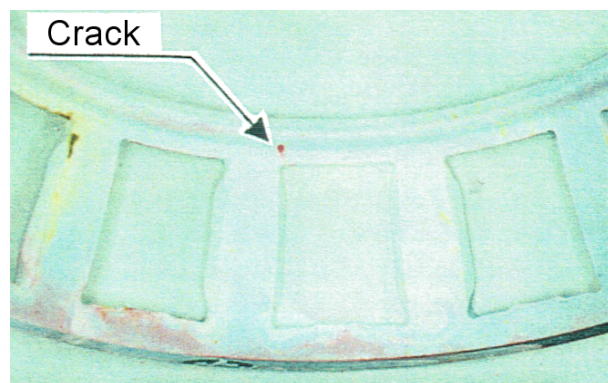
(a) Cracks at the smaller and larger-side pocket corners on the T3 cage after 263-hour operation



(b) The other crack at the smaller-side pocket corner on the T3 cage after 263-hour operation



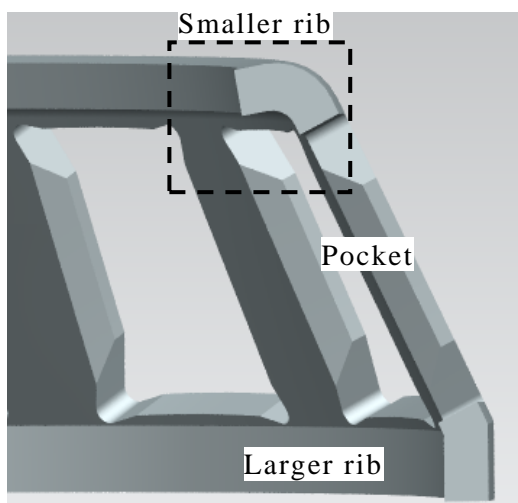
View from outside



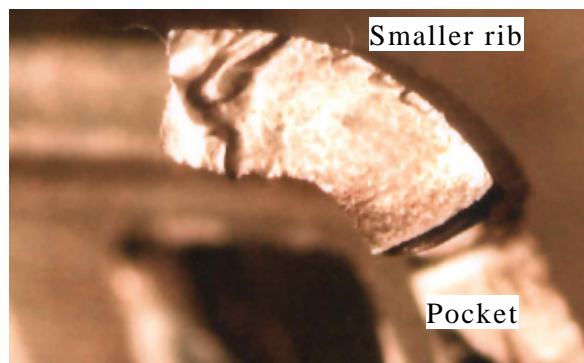
View from inside

(c) A crack stood out with liquid penetrant on the T3 cage after 498-hour operation

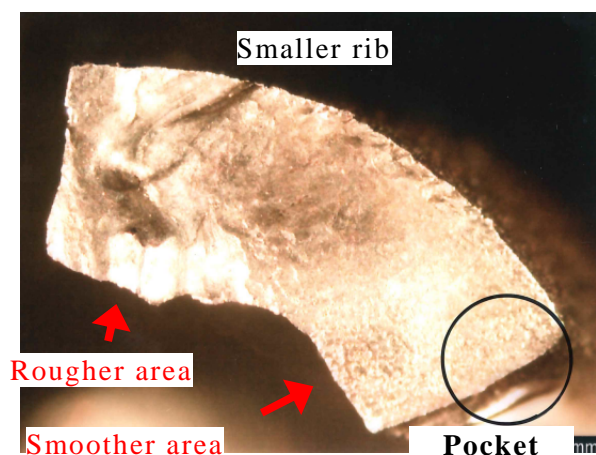
Fig. 5.8 Observed cracks in tested cages



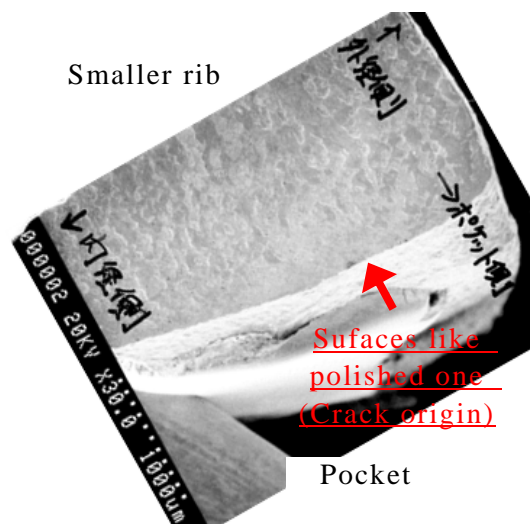
(a) Observed rib section



(b) Optical photo of the smaller rib



(c) Zoomed optical photo



(d) SEM photo at the crack origin

Fig. 5.9 Broken section of the smaller rib of the T3 cage after 263-hour operation

の黒丸部分の電子顕微鏡写真であり、赤い矢印で指示した箇所には、磨かれたような様相が比較的多く存在している。

以上の観察結果は、上記の特徴 1 および 2 と一致している。したがって、T3 保持器の破損はポケット内の小径側隅部（Fig. 5.9 (d)内の赤矢印部）を起点にした疲労破壊によると考えることができる。

なお、本実験条件では、加振による鉛直方向の上下端において、保持器がころ

と強く衝突していると考えられる．保持器ところの強い衝突が，保持器の全ポケットにおいて，均等に生じていると仮定すると，破損時間 263 時間内において，1 つのポケットあたりの衝突回数は， 1.3×10^7 回³⁰となり，炭素鋼の限界繰返し数³¹ $10^6 \sim 10^7$ 回⁽⁷⁶⁾に相当する．したがって，本実験条件は，疲労により保持器が破損し得る条件であったことも確認できた．

5. 2. 2 保持器の破損に対する保持器の応力計算値と疲労限度との関係

ここでは，5.2.1 項の実験と同じ条件で，第 4 章までで提案した方法を用いて，軸受の保持器応力を計算する．そして，保持器の破損する運転条件において，保持器応力の計算値が材料の疲労限度を超え，疲労破壊し得ることを示す．なお，計算の簡単化のために，以下を仮定する．

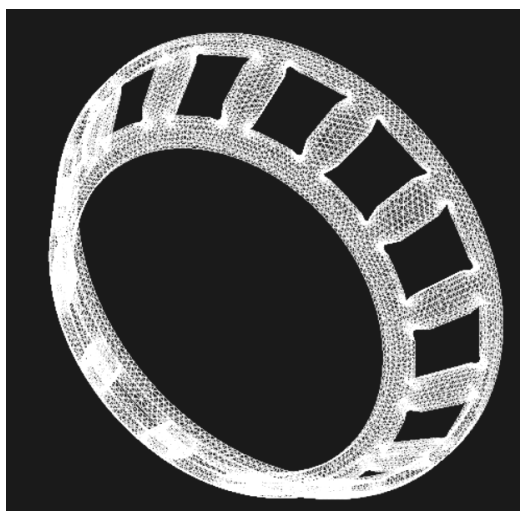
1. 軸は一定速度で回転し，傾きおよびアキシアル方向の変位を考慮しない．
2. 軸を回転させるための駆動ベルトによる軸受荷重は X 方向 (Fig. 5.2 参照) のラジアル荷重 (825 N) または -X 方向のラジアル荷重 (-825 N) として与える．
3. 軌道輪と転動体との接触部のグリース潤滑の特性は，基油の特性で置き換えられると仮定する．基油の想定温度は 40℃ とする．
4. 内・外輪および保持器の中心は，計算開始時には Z 軸 (Fig. 5.2 参照) に配置されている．

計算に用いた T3 および T5 軸受の保持器モデルの要素数は，27332 および 41644 である (Fig. 5.10)．また，以下に示す 0.2 s の運転時間の計算には，30~130 時間を要した³²．

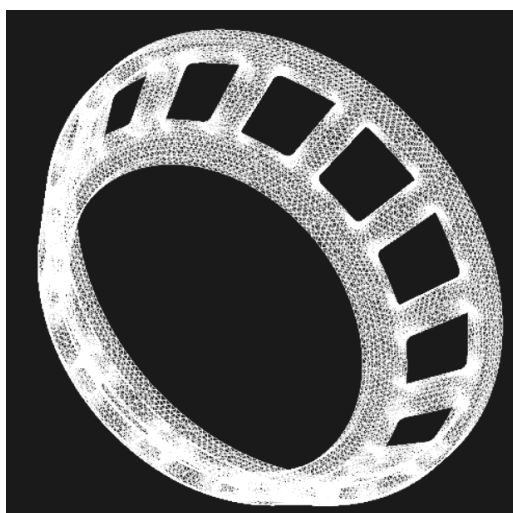
³⁰ $2 \times 100 [\text{Hz}] \times 263 [\text{h}] \times 3600 [\text{s/h}] / 14 [\text{pocket/cage}] = 1.3 \times 10^7$

³¹ S-N 曲線上で，右下がりになる線と水平になる線が交わる点の負荷繰返し数⁽⁷⁶⁾．

³² 計算機の主な仕様は，CPU: Intel Core i7-4790K, Clock speed 4.4 GHz, RAM 16 GBytes である．計算時間の変動は，ころと保持器の衝突状態による．大きな力が生じる際は，運動方程式を時間積分する際の時間刻み幅が短くなるためである．



(a) T3-bearing cage



(b) T5-bearing cage

Fig. 5.10 Elastic cage models for T3 and T5 bearings

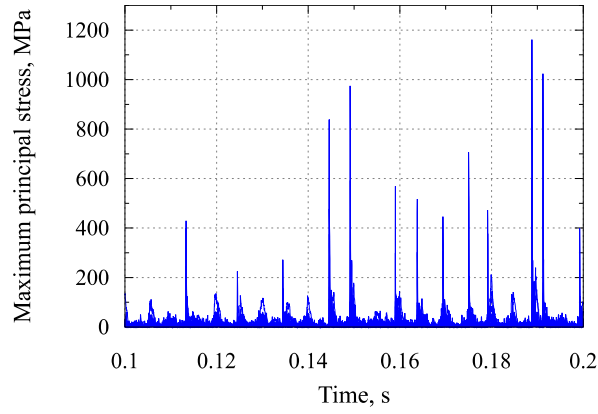
T3 軸受について計算した保持器の小径側および大径側のポケット隅部で生じる最大主応力の時間波形を Fig. 5.11 に示す．Fig. 5.11 では，各時刻において最大の主応力が生じた保持器内の場所を調べ，その場所における最大主応力の時間波形を重ねて表示している．なお，計算開始直後の保持器の運動状態は定常的ではないため，Fig. 5.11 に示すように，運動が定常になる運転時刻 0.1 s 以降の計算結果を評価対象とした．Fig. 5.11 (a)および(c)に示した+X 方向のラジアル荷重下の保持器応力の最大値は，Fig. 5.11 (b)および(d)に示した-X 方向のラジアル荷重下と比べて，やや大きい．また，ポケットの小径側隅部の応力（Fig. 5.11 (a)および(b)）は，大径側隅部の応力（Fig. 5.11 (c)および(d)）と比べて，7% 小さい．

T3 軸受について計算した保持器および外輪の鉛直方向の運動を Fig. 5.12 に示す。Fig. 5.12 に示すように、軸受に対する鉛直方向加振によって、保持器は鉛直方向に振動する。Fig. 5.11 と Fig. 5.12 を比較するとわかるように、Fig. 5.11 における保持器の最大主応力の極大値は、Fig. 5.12 の保持器の鉛直方向の運動の反転とほぼ同期して発生する。Fig. 5.11 において、ポケットの小径側の隅部の応力が上昇した際の、ころから保持器に作用する力および保持器の最大主応力の分布を Fig. 5.13 に示す。Fig. 5.13 (a)は+X 方向のラジアル荷重、(b)は-X 方向のラジアル荷重を負荷した場合であり、いずれも、保持器が-Y 方向の端に近づき、移動方向が反転する直前の時点である。保持器の応力分布を見やすくするために、内・外輪は非表示に、ころは透過表示にしている。Fig. 5.13 より、図中の下側のころが保持器の柱と衝突し、ポケットの小径側の隅部で応力が上昇していることがわかる。

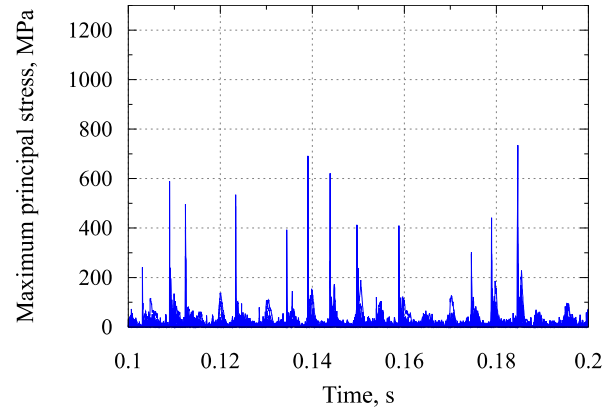
つぎに、T5 軸受の保持器の最大主応力の時間波形を Fig. 5.14 に示す。Fig. 5.14 より、T5 軸受の場合、保持器応力の最大値は、荷重方向の影響をほとんど受けず、またポケットの小径側と大径側の隅部の最大主応力は、同程度であることもわかる。なお、T5 軸受における保持器および外輪の鉛直方向の変位の時間波形は、Fig. 5.15 のとおりであり、保持器の鉛直方向の運動の反転時に保持器応力は増加する傾向がある。

T3 および T5 軸受における保持器ポケットの小径側および大径側の隅部の最大主応力の計算結果 (Fig. 5.11 および Fig. 5.14 参照) および同じ運転時間内の保持器の最小主応力を Table 5.4 に示す。Table 5.4 よりわかるように、保持器応力の計算で得た最大主応力は、最小主応力の絶対値とほぼ等しい。よって、ポケット隅部の応力場は、概ね両振り応力下であるとみなせる。

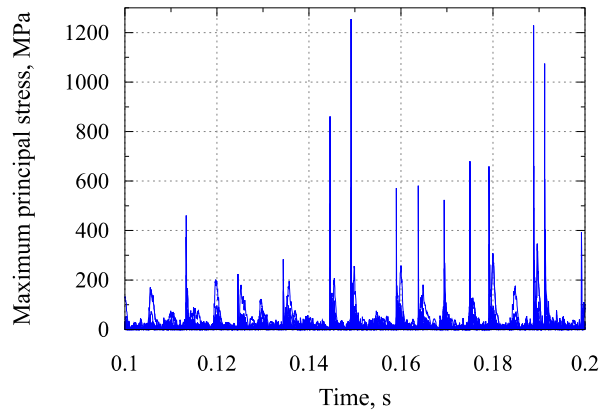
Table 5.4 には、本保持器ポケットの小径側および大径側の隅部周辺の疲労限度および無次元応力 (=最大主応力/疲労限度) を示した。ポケット小径側には、保持器を組み込む際に必要になる加締め加工により生じる引張の残留応力が存在するため、大径側隅部に比べ、小径側隅部の疲労限度は小さくなる。Table 5.4 より、T3 軸受の小径側および大径側のポケット隅部の無次元応力は、ともに 1 を超えており、疲労破壊し得ると考えられる。また、小径側のポケット隅部の無次元応力は、大径側よりもわずかに大きく、小径側隅部がより早期に破損すると考え



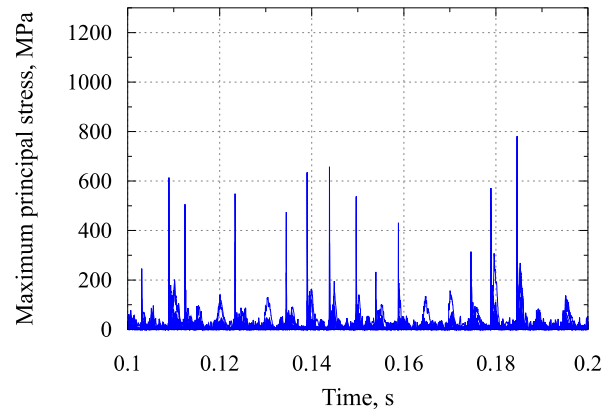
(a) Smaller side under +X radial load



(b) Smaller side under -X radial load

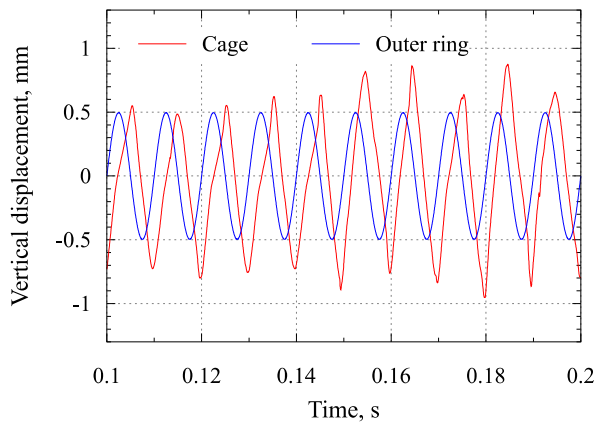


(c) Larger side under +X radial load

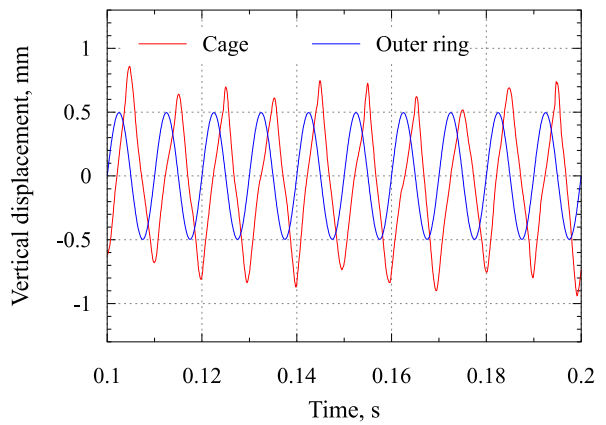


(d) Larger side under -X radial load

Fig. 5.11 Maximum principal stresses on pocket corners of T3 bearing cage

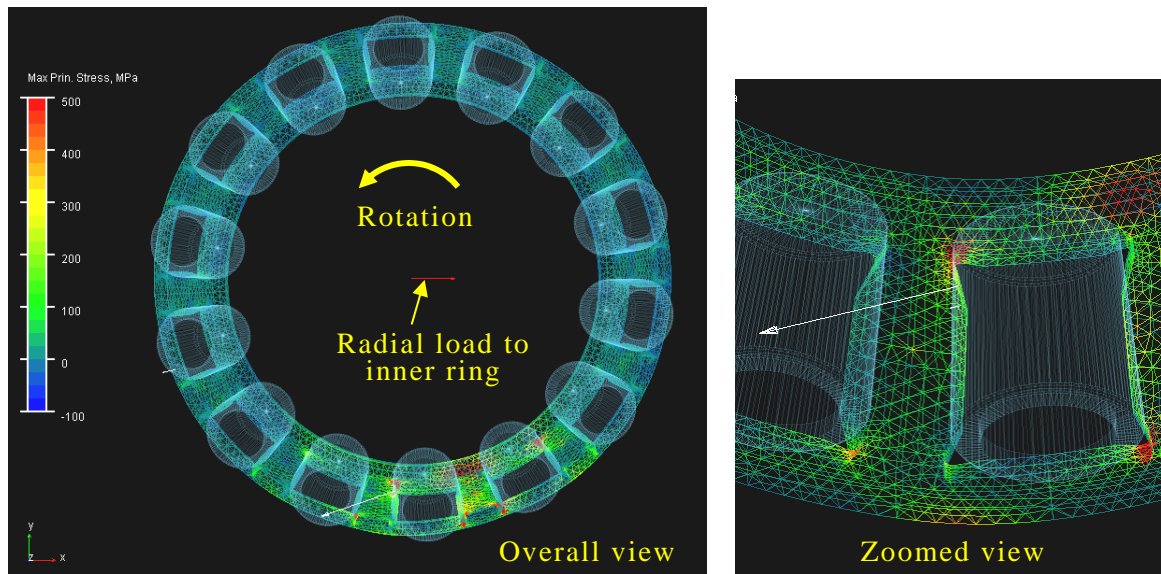


(a) Under +X radial load

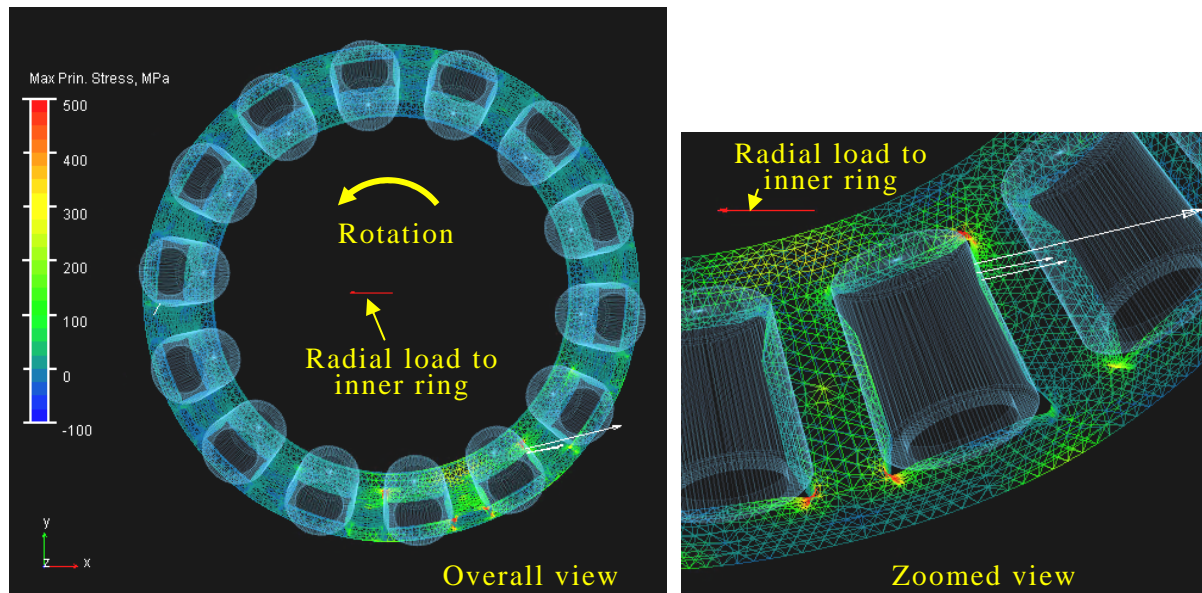


(b) Under -X radial load

Fig. 5.12 Vertical motion of cage and outer ring in T3 bearing

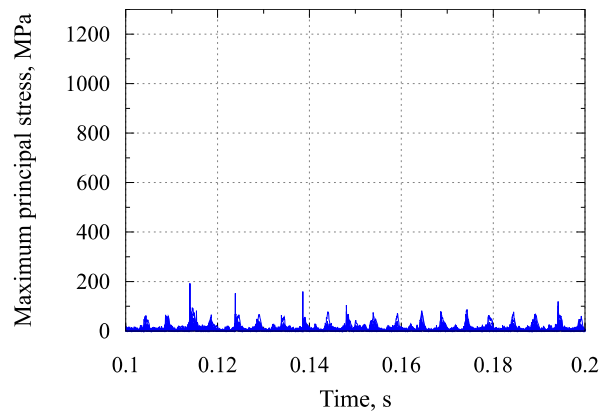


(a) 0.1888 s under +X radial load

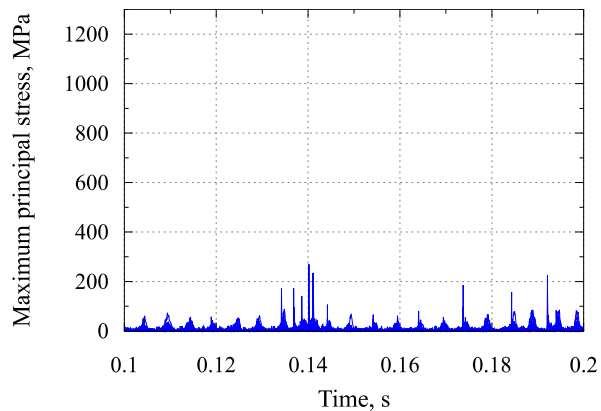


(b) 0.1390 s under -X radial load

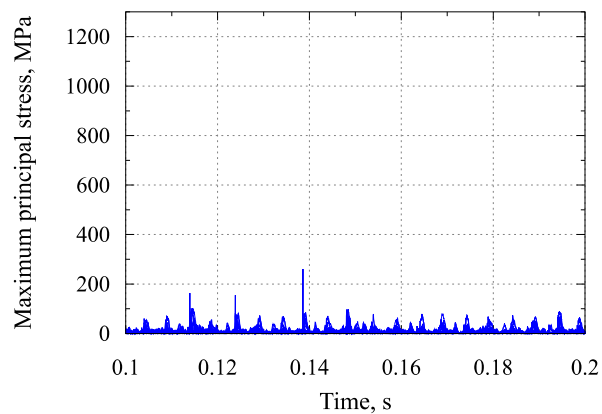
Fig. 5.13 Forces on cage and cage stress contour in vibrated T3 bearing



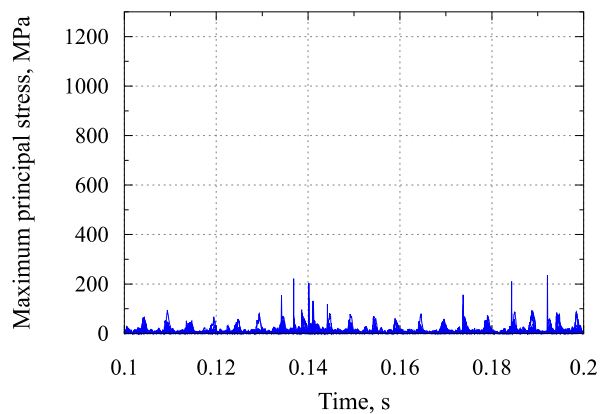
(a) Smaller side under +X radial load



(b) Smaller side under -X radial load

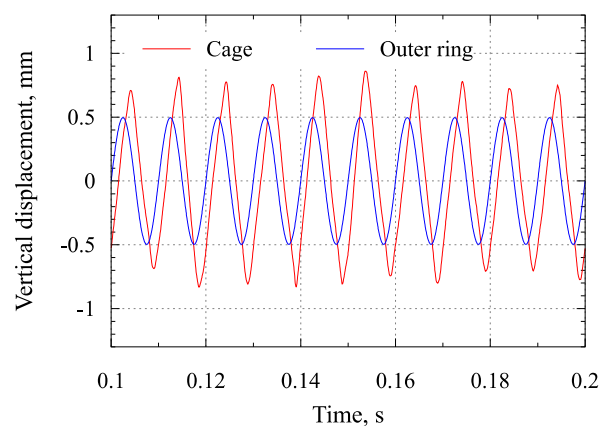


(c) Larger side under +X radial load

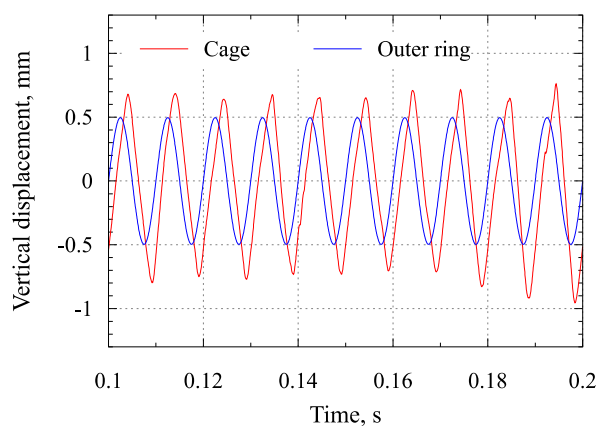


(d) Larger side under -X radial load

Fig. 5.14 Maximum principal stresses on pocket corners of T5 bearing cage



(a) Under +X radial load



(b) Under -X radial load

Fig. 5.15 Vertical motion of cage and outer ring in T5 bearing

Table 5.4 Summary of cage stresses for T3 and T5 bearings

Bearing type	T3		T5	
Pocket corner	Smaller	Larger	Smaller	Larger
Maximum principal stress, MPa	1162	1255	269	260
Minimum principal stress, MPa	-1462	-1143	-275	-246
Fatigue limit, MPa	420	490	420	490
Dimensionless stress (= Maximum principal stress / Fatigue limit)	2.77	2.56	0.64	0.53

られる．一方，T5 軸受の小径側および大径側のポケット隅部の無次元応力は，いずれも 1 を下回っており，疲労破壊しがたいと考えられる．

上記の計算結果は，5.2.1 項において実施した保持器の破損実験の破損の場所および破損の有無とよく一致している．そして，保持器の無次元応力が 2.56 以上の場合に実験で保持器が破損し，0.64 以下の場合に実験で保持器が破損しなかったと整理できる．このことから，本研究で提案した保持器応力の計算方法を使用すれば，これまで計算予測が困難であった保持器の破損を，無次元応力により予測し得ることを確認した．

ところで，T5 軸受の保持器応力の計算値は，T3 軸受の 20%ほどであり，小さい．これは，T5 軸受では，保持器の板厚が増し，そして，保持器ポケットのラジアル方向のすきまを減少させたためと予想される．そこで，T3 軸受の保持器の板厚を，T5 軸受の保持器と同じ，5 mm にした場合（以降，T3_Tと呼ぶ）および T3_T 軸受の保持器ポケットのラジアル方向のすきまを，T5 軸受と同じ，0.2 mm にした場合（以降，T3_{TC}と呼ぶ）の，それぞれの保持器応力を計算した結果を，Fig. 5.16 に示す．参考までに，T3_T軸受および T3_{TC}軸受の保持器ポケットの小径側および大径側の最大主応力の時間波形を Fig. 5.17 および Fig. 5.18 に示す．Fig. 5.16 より，応力の板厚のみを変更した T3_T軸受の保持器応力は，T3 軸受の 52%³³になっている．T3_T軸受から保持器ポケットすきまを減少させた T3_{TC}軸受の保持器応力は，T3_T軸受の 53%であり，T5 軸受と概ね同じ水準に至っている．このことから，T5 軸受の保持器が実験で破損しなかった理由は，板厚の増加および保持器ポケット

³³ 保持器の最大主応力および最小主応力のそれぞれの変化率の平均値である．

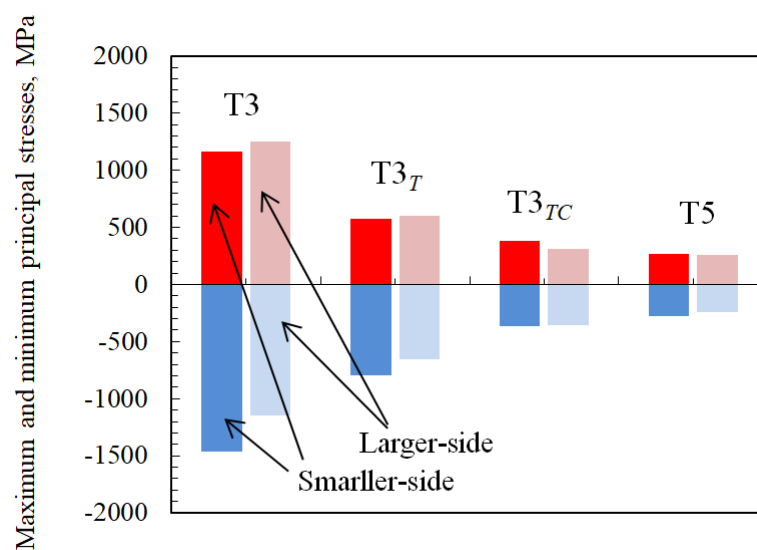
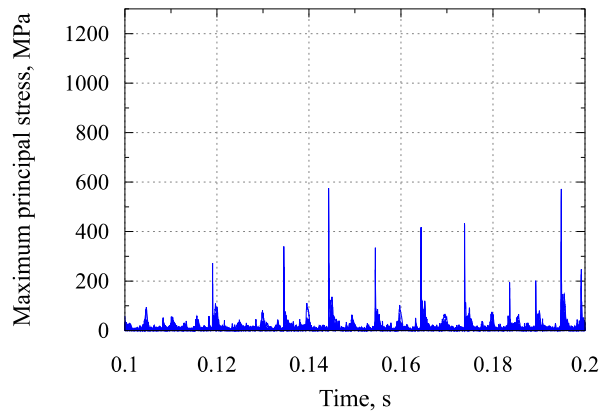
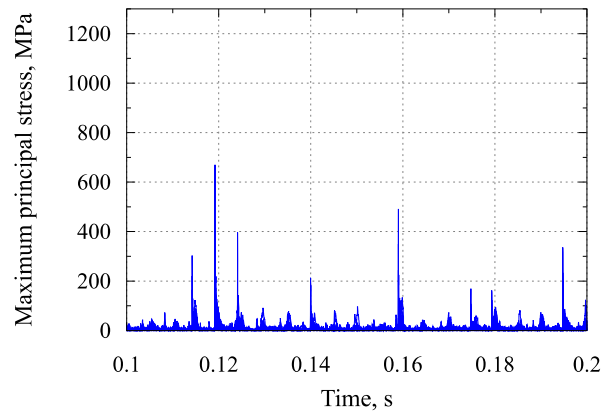


Fig. 5.16 Maximum and minimum principal stresses at cage pocket corners

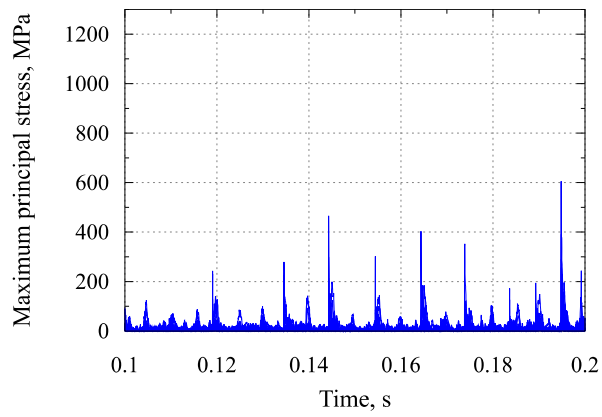
のラジアル方向のすきまの減少であったといえる．すなわち，保持器応力を低下させるためには，保持器の板厚の増加に加え，保持器ポケットのラジアル方向すきまの減少も効果的であることが確認できた．



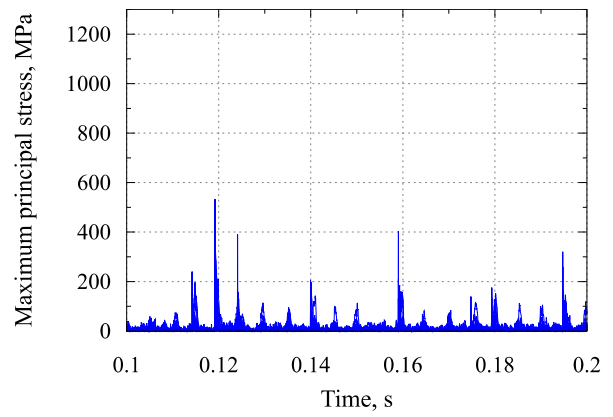
(a) Smaller side under +X radial load



(b) Smaller side under -X radial load

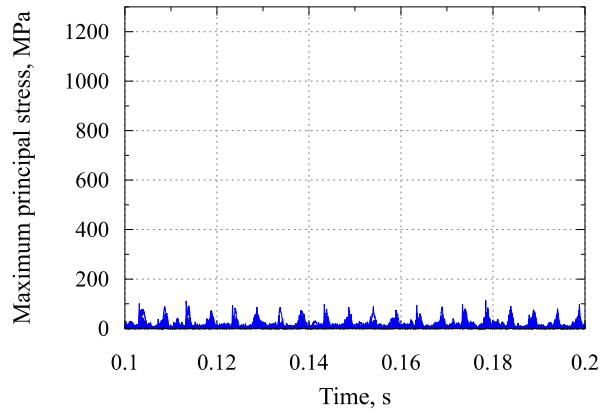


(c) Larger side under +X radial load

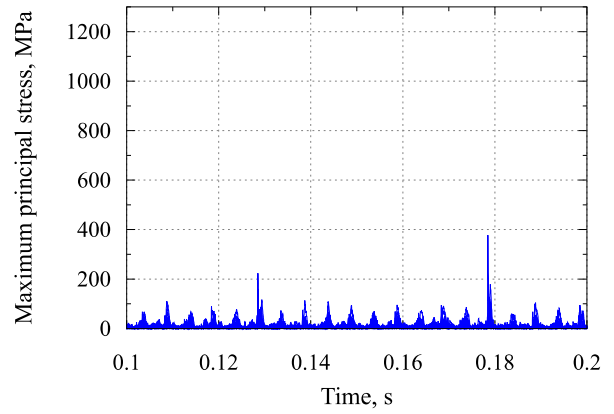


(d) Larger side under -X radial load

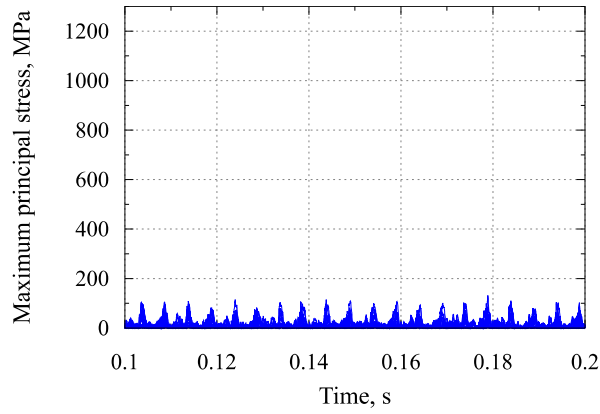
Fig. 5.17 Maximum principal stresses on pocket corners of $T3_r$ bearing cage



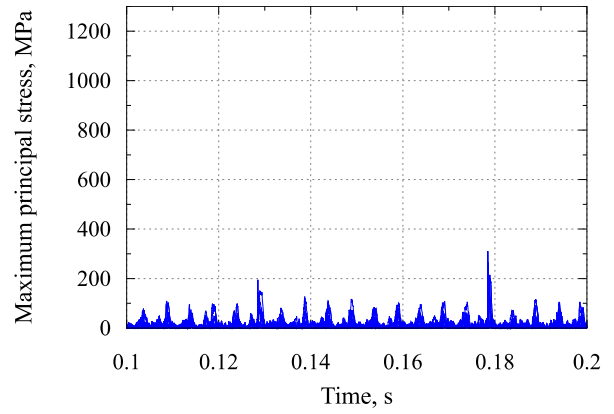
(a) Smaller side under +X radial load



(b) Smaller side under -X radial load



(c) Larger side under +X radial load



(d) Larger side under -X radial load

Fig. 5.18 Maximum principal stresses on pocket corners of $T3_{TC}$ bearing cage

5. 3 結言

本章では，第 4 章で提案した保持器応力の計算方法の有効性を示すために，運転中の円すいころ軸受の保持器の運動および保持器の破損実験を行い，計算結果との比較を行った．得られた結論を以下に示す．

- (1) 第 4 章までで提案した計算方法で得られる円すいころ軸受の保持器中心の軌跡は，アキシアル荷重および回転速度をそれぞれ 2 水準変更して得た保持器中心の軌跡の測定結果と概ね一致した．
- (2) 第 4 章までで提案した計算方法で得られる円すいころ軸受の保持器の最大主応力を保持器の疲労限度で除した無次元応力が，2.56 以上の場合には実験でも保持器が破損し，0.64 以下の場合には保持器が破損しなかった．
- (3) 以上から，第 4 章までで提案した保持器応力の計算方法を使用すれば，保持器の無次元応力により，保持器の破損を予測し得ることを確認した．
- (4) 保持器応力を低下させるためには，保持器の板厚の増加および保持器ポケットのラジアル方向スキマの減少が効果的である．

第 6 章 結論

6. 1 緒言

本研究は，ころ軸受内の各種の力の計算式を明らかにし，そして，運転中のころ軸受の保持器に生じる応力を，精度よく短時間に計算できる方法を提案しようとしたものである．各章の結言および本研究全体の結論を以下に述べる．

6. 2 ころ軸受内の各種の力の計算式

自動調心ころ軸受や，軌道輪にミスアライメントがある場合にも適用できる，ころ軸受内で生じる下記の 10 種の力の計算式を示した．ころ転動面に作用する力の計算では，線接触用の計算式とスライス法を組み合わせ，転がり粘性抵抗力和転がり方向の油膜力の計算式を提案した．また，ころ転動面およびころ端面と軌道輪の接触部では，油膜の潤滑領域を考慮した，転がり粘性抵抗力和転がり方向の油膜力およびトラクションの計算式をそれぞれ示した．

- (1) 軌道からころ転動面に作用する垂直力 F_{Ni} , F_{No}
- (2) 軌道からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗力和 F_{Ri} , F_{Ro}
- (3) 軌道からころ転動面に作用する転がり方向の油膜力 F_{Pi} , F_{Po}
- (4) 軌道からころ転動面に作用する転がり/すべり接触によるトラクション F_{Ti} , F_{To}
- (5) つばからころ端面に作用する垂直力 F_{FNI} , F_{FNS}
- (6) つばからころ端面に作用する転がり/すべり接触によるトラクション F_{FTI} , F_{FTS}
- (7) 保持器からころ転動面に作用する垂直力 F_{CNf} , F_{CNr}
- (8) 保持器からころ転動面に作用するすべり摩擦力 F_{CSf} , F_{CSr}
- (9) 保持器からころ端面に作用する垂直力 F_{CNS} , F_{CNm}
- (10) 保持器からころ端面に作用するすべり摩擦力 F_{CSS} , F_{CSm}

6. 3 ころ軸受内の各種の力の計算式の実験的検証

- (1) 第 2 章で提示したころ軸受内に生じる 10 種の力の計算式に基づいて，ころ軸受の回転トルクを計算する方法を示した．
- (2) 複雑な形状のころを有する自動調心ころ軸受 22212B の回転トルクを，ラジ

アル荷重および回転速度を数段階に変えて測定し、計算で求めた回転トルクと比較した。その結果、回転トルクの計算値は測定値に対して、最大 30 % の相対誤差で一致した。

(3) 以上より、第 2 章で提示したところに作用する力の計算式の妥当性を確認した。

6. 4 モード合成法で保持器応力を計算するための拘束モードおよびノーマルモードの設定方法

- (1) 保持器の応力を精度よく短時間に計算するためのモード合成法の設定方法は、保持器ポケットの各柱の外径面中央点にのみ境界点を与えた拘束モードを用い、さらに、ノーマルモードを加えることである。
- (2) 上記(1)の拘束モードに加えるノーマルモードの数を 8 以上にすると、より多数のノーマルモードを加えた場合と同様の保持器の運動および応力が得られる。
- (3) 以上から、保持器ポケットの隅部の応力を精度よく短時間で計算するには、拘束モードの設定は上記(1)そしてノーマルモードの数は 8 に設定することが、モード合成法の適切な設定方法であることを確認した。

6. 5 運転中のころ軸受の保持器の運動・保持器の破損実験に対する提案した計算方法の適用

- (1) 第 4 章までで提案した計算方法で得られる円すいころ軸受の保持器中心の軌跡は、アキシアル荷重および回転速度をそれぞれ 2 水準変更して得た保持器中心の軌跡の測定結果と概ね一致した。
- (2) 第 4 章までで提案した計算方法で得られる円すいころ軸受の保持器の最大主応力を保持器の疲労限度で除した無次元応力が、2.56 以上の場合には実験でも保持器が破損し、0.64 以下の場合には保持器が破損しなかった。
- (3) 以上から、第 4 章までで提案した保持器応力の計算方法を使用すれば、保持器の無次元応力により、保持器の破損を予測し得ることを確認した。
- (4) 保持器応力を低下させるためには、保持器の板厚の増加および保持器ポケットのラジアル方向スキマの減少が効果的である。

6. 6 結言

以上より，本研究では，複雑な形状のころにも適用できるころ軸受内の 10 種の力の計算式を提案し，その妥当性を確認するとともに，モード合成法を用いて，保持器応力を精度よく短時間に計算するための設定方法を提案した．そして，提案した計算方法で得られる保持器応力を疲労限度で除した無次元応力を用いれば，保持器の破損を予測し得ることを確認した．

付録1 平行に線接触する場合の転がり粘性抵抗力 F'_R の計算式

ここでは、軌道ところが平行に線接触する場合の転がり粘性抵抗力の計算式について、軌道ところの接触部で想定される3つの潤滑領域⁽⁴⁴⁾ごとに記述する。

付録1. 1 PE 領域における転がり粘性抵抗力 F'_R

PE 領域における F_R の計算式は、Houpert⁽⁸⁾、Aihara⁽⁹⁾および Zhou ら⁽¹⁰⁾により報告されている。また、Pan ら⁽⁵¹⁾により示されている垂直方向の油膜力の中心位置の偏り量から転がり粘性抵抗力を導くこともできる。ただし、転がり粘性抵抗力の計算式の有効性を実験で確認したのは、Aihara⁽⁹⁾および Zhou ら⁽¹⁰⁾のみである。

本研究では、実験で有効性が確認された2つの研究のうち、油膜による力とモーメントをより合理的に説明している Zhou ら⁽¹⁰⁾の計算式を転がり粘性抵抗力の計算に採用する。Zhou らは平行に線接触し PE 領域になる場合の軌道面からころ転動面に作用する転がり粘性抵抗力 F'_R を次式で与えている。

$$F'_R = \frac{C_t 29.2 R^* (GU)^{0.648} W^{0.246}}{\alpha_0} l \quad (\text{A1})$$

ここで、 C_t は熱修正係数、 R^* は等価半径、 G は軌道輪ところの接触における材料パラメータ、 U は速度パラメータ、 W は荷重パラメータ、 l は軌道ところ転動面の有効接触長さ、 α_0 は潤滑油の粘度－圧力係数である。

付録1. 2 PR 領域においての転がり粘性力 F'_R

Houpert は、平行に線接触する接触部において潤滑領域が PR となる場合の転がり粘性抵抗力 F'_R を次式で与えている⁽⁸⁾。

$$F'_R = \left\{ 1 - 0.155 \ln \left(1 - 2.12 G U H_{\min PR}^{-1.5} \right) \right\} 3.82 E^* I R^* U H_{\min IR}^{-0.509} \quad (\text{A2})$$

ここで、 G は軌道輪ところの接触における材料パラメータ、 U は速度パラメータ、 H_{\min} は無次元最小膜厚、 W は荷重パラメータであり、下付き添字 PR は PR 領域、IR は IR 領域に関することを表す⁽⁸⁾。

$$H_{\min PR} = \begin{cases} 4.9UW^{-1}e^{0.0517GU^{-0.5}W^{1.5}} & \text{for } 0.195GU^{-0.5}W^{1.5} \leq 2.53 \\ \left(\frac{0.195GU^{-0.5}W^{1.5}}{1 - e^{-0.195GU^{-0.5}W^{1.5}}} \right)^{2/3} & \text{for } 0.195GU^{-0.5}W^{1.5} > 2.53 \end{cases} \quad (A3)$$

付録1. 3 IR 領域における転がり粘性抵抗 F'_{RIR}

Houpert は、平行に線接触する接触部において潤滑領域が IR となる場合の転がり粘性抵抗 F'_R を次式で与えている⁽⁸⁾.

$$F'_R = 3.82E^*IR^*UH_{\min IR}^{-0.509} \quad (A4)$$

ここで、 E^* は軌道輪ところの材料の等価弾性係数、 l は軌道ところ転動面の有効接触長さ、 R^* は等価半径、 U は速度パラメータ、 $H_{\min IR}$ は IR 領域での無次元最小膜厚、 W は荷重パラメータである。 $H_{\min IR}$ は次式で与えられる⁽⁸⁾.

$$H_{\min IR} = 4.9UW^{-1} \quad (A5)$$

付録2 線接触下でのトラクション係数 ϕ

付録2. 1 PR 領域におけるトラクション係数 ϕ

Houpert⁽⁸⁾によれば、軌道ところ転動面の間の線接触部において、潤滑領域が PR となる場合のトラクション F'_T は、次式のように書き表される.

$$F'_T = \left\{ 1 - 0.32 \left(1 - 2.12GUH_{\min PR}^{-1.5} \right)^{-0.347} \ln \left(1 - 2.12GUH_{\min PR}^{-1.5} \right) \right\} 3.36E^*IR^*UH_{\min IR}^{-0.56}s \quad (A6)$$

ここで、 G は軌道輪ところの接触における材料パラメータ、 U は速度パラメータ、 $H_{\min PR}$ は PR 領域における無次元最小膜厚（式(A3)参照）、 $H_{\min IR}$ は IR 領域における無次元最小膜厚（式(A5)参照）、 E^* は軌道輪ところの材料の等価弾性係数、 l は軌道ところ転動面の有効接触長さ、 R^* は等価半径、 W は荷重パラメータである。 F'_T は平行に線接触することを前提として導かれたものである⁽⁸⁾.

式(A6)を l で割ると、番号 j のスライスにおける単位長さ当たりのトラクション f_{Tj} は、次式のように表すことができる.

$$f_{Tj} = \left\{ 1 - 0.32 \left(1 - 2.12GU_jH_{\min PR}^{-1.5} \right)^{-0.347} \ln \left(1 - 2.12GU_jH_{\min PR}^{-1.5} \right) \right\} 3.36E^*R_j^*U_jH_{\min IR}^{-0.56}s_j \quad (A7)$$

ここで、下付き添字 j はスライス番号 j に関することを表す。 f_{Tj} を単位長さ当た

りの垂直力 f_{Nj} で割れば、番号 j のスライスにおけるトラクション係数 ϕ_j は、次式のように表される。

$$\begin{aligned}\phi_j &= \left\{ 1 - 0.32 \left(1 - 2.12 G U_j H_{\min}^{-1.5} \right)^{-0.347} \ln \left(1 - 2.12 G U_j H_{\min}^{-1.5} \right) \right\} \frac{1.38 E^* R_j^* U_j \left(\frac{U_{P_{\max}}}{W_{P_{\max}}} \right)^{-0.56} s_j}{f_{Nj}} \\ &= \left\{ 1 - 0.32 \left(1 - 2.12 G U_j H_{\min}^{-1.5} \right)^{-0.347} \ln \left(1 - 2.12 G U_j H_{\min}^{-1.5} \right) \right\} \frac{1.38 U_j s_j \left(\frac{W_{P_{\max}}}{U_{P_{\max}}} \right)^{0.56}}{W_j}\end{aligned}\quad (\text{A8})$$

ただし、式(A5)に基づき展開した $H_{\min IR}$ の U および W は 1 つの接触部の中での P_{\max} が生じるスライスにおける速度パラメータおよび荷重パラメータで表され、下付き添字 P_{\max} を備える。

付録2. 2 IR 領域におけるトラクション係数 ϕ

Houpert⁽⁸⁾によれば、軌道と転動面の間の線接触部において、潤滑領域が IR となる場合のトラクション F'_T は、次式のように書き表される。

$$F'_T = 3.36 E^* l R^* U H_{\min IR}^{-0.56} s \quad (\text{A9})$$

ここで、 E^* は軌道輪と転動面の材料の等価弾性係数、 l は軌道と転動面の有効接触長さ、 R^* は等価半径、 U は速度パラメータ、 W は荷重パラメータ、 s はすべり率である。なお、 F'_T は、平行に線接触することを前提として導かれたものである。

式(A9)を有効接触長さ l で割れば、番号 j のスライスにおける単位長さ当たりのトラクション f_{Tj} は、次式のように表される。

$$f_{Tj} = 1.38 E^* R_j^* U_j \left(\frac{U_{P_{\max}}}{W_{P_{\max}}} \right)^{-0.56} s_j \quad (\text{A10})$$

ここで、下付き添字は式(A7)と同様であり、以降の式についても同様である。 f_{Tj} を単位長さ当たりの垂直力 f_{Nj} で割れば、IR 領域下のトラクション係数は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\phi_j &= \frac{1.38E^*R_j^*U_j\left(\frac{U_{P\max}}{W_{P\max}}\right)^{-0.56}s_j}{f_{Nj}} \\ &= \frac{1.38U_js_j}{W_j}\left(\frac{W_{P\max}}{U_{P\max}}\right)^{0.56}\end{aligned}\quad (\text{A11})$$

付録3 点接触をスライス法で計算した場合の妥当性

本研究では、自動調心ころ軸受における軌道と転動面間の垂直力の計算に、Harris の提案したスライス法⁽²⁶⁾を用いている。Harris らは、自動調心ころ軸受であっても、スライス法を用いることを報告しているものの、この計算の妥当性は示されていない⁽²⁹⁾。比較的小さな荷重を受ける自動調心ころ軸受では、軌道と転動面は点接触するため、ヘルツの点接触理論が適用できる。そこで、ここでは、自動調心ころ軸受の軌道と転動面間の接触を対象に、スライス法およびヘルツの点接触理論による垂直力を比較することで、スライス法の計算の妥当性を検討する。

点接触における接触楕円内の任意の位置での圧力は、

$$p(x, z) = \frac{3F_N}{2\pi a_{(\text{point})}b_{(\text{point})}} \sqrt{1 - \left(\frac{z}{a_{(\text{point})}}\right)^2 - \left(\frac{x}{b_{(\text{point})}}\right)^2} \quad (\text{A12})$$

と与えられる。ここで、 p は接触圧力、 x は接触楕円の短軸方向座標、 z は接触楕円の長軸方向座標、 $a_{(\text{point})}$ は接触楕円の長半径、 $b_{(\text{point})}$ は接触楕円の短半径、 F_N は垂直力を表す。

接触楕円の長軸上の z 位置において、短軸方向に積分すると、長軸方向の単位長さ当たりの垂直力 $f_N(z)$ を得ることができる。

$$f_N(z) = \frac{3F_N}{2\pi a_{(\text{point})}b_{(\text{point})}} \int_{-b_{(\text{point})}\sqrt{1-\left(\frac{z}{a_{(\text{point})}}\right)^2}}^{b_{(\text{point})}\sqrt{1-\left(\frac{z}{a_{(\text{point})}}\right)^2}} \sqrt{1 - \left(\frac{z}{a_{(\text{point})}}\right)^2 - \left(\frac{x}{b_{(\text{point})}}\right)^2} dx \quad (\text{A13})$$

$x = b_{(\text{point})} \sqrt{1 - \left(\frac{z}{a_{(\text{point})}} \right)^2} \sin \gamma$ において上式を解くと, $f_N(z)$ は次式のように書き表される.

$$\begin{aligned} f_N(z) &= \frac{3F_N}{2\pi a_{(\text{point})} b_{(\text{point})}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} b_p \left[1 - \left(\frac{z}{a_{(\text{point})}} \right)^2 \right] \cos^2 \gamma d\gamma \\ &= \frac{3F_N}{4a_{(\text{point})}} \left[1 - \left(\frac{z}{a_{(\text{point})}} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{A14})$$

単位長さ当たりの垂直力 $f_N(z)$ は, スライス内でも分布を持つため, j 番目のスライス内での平均の単位長さ当たりの垂直力 $f_{N\text{mean}}(j)$ を求めると, 以下と書き表される.

$$\begin{aligned} f_{N\text{mean}}(j) &= \frac{1}{w} \int_{(j-0.5)w}^{(j+0.5)w} \frac{3F_N}{4a_{(\text{point})}} \left[1 - \left(\frac{z}{a_{(\text{point})}} \right)^2 \right] dz \\ &= \frac{3F_N}{4a_{(\text{point})}} \left(1 - \frac{w^2 (3j^2 + 0.25)}{3a_{(\text{point})}^2} \right) \\ &= \frac{3F_N}{2nw} \left(1 - \frac{12j^2 + 1}{3n^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A15})$$

ここで, w はスライスの幅, n はスライス数である. なお, 上式中の 3 行目では, $a_{(\text{point})}$ を $nw/2$ で置き換えた.

上記と比較するスライス法での計算では, ① 接触長さ l は $2a_{(\text{point})}$ に等しい, ② スライス法での中央のスライスの弾性接近量は, 接触楕円の中央の弾性接近量に等しい, ③ スライス法での各スライスの弾性接近量は, 中央スライスの弾性接近量および等価半径から幾何学的に求める (式(3.17)のように 2 次の多項式) こととする.

上記仮定のもと, 自動調心ころ軸受の外輪軌道ところ転動面の接触部を対象に求めた, 単位長さ当たりの垂直力の分布を Fig. A1 に示す. 接触楕円の短軸長さに対する長軸長さの比 k_e (a_e/b_e , 楕円比) は 30.7 である. スライス数は 25 である. また, 点接触で求めた単位長さ当たりの垂直力に対する, スライス法で求め

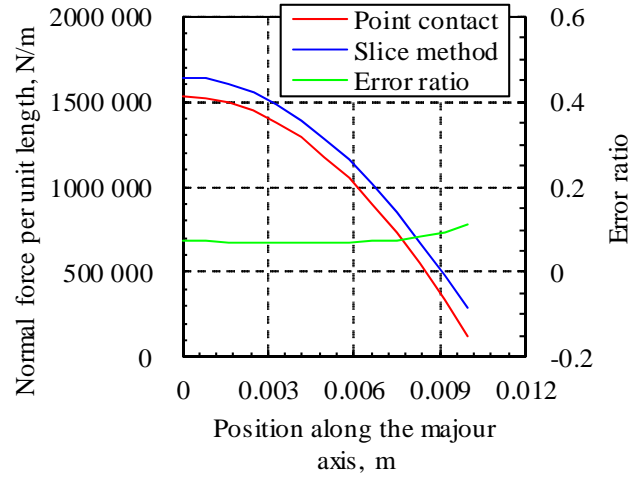
た単位長さ当たりの垂直力の差を，点接触中央部での単位長さ当たりの垂直力で除した誤差率を図に併記した．横軸は接触楕円の長軸方向の位置で，ゼロは中央を表す．本図からは，接触部中央での誤差率の絶対値は，いずれの荷重条件においても，0.1 以下であることがわかる．しかしながら，ころの端では 0.15 程度まで誤差が拡大する．また，点接触に比べ，スライス法での中央部の単位長さ当たりの垂直力は，荷重が大きい条件では高くなるが，荷重が小さい条件では小さくなる．

種々の楕円比において，点接触で求めた垂直力の総和に対して，スライス法で求めた垂直力の総和の誤差率を，Fig. A2 に示す．楕円比が 1 に近づくと，スライス法での垂直力が点接触の半分程に低下する．楕円比が 10 を超えると，誤差率は 0.2 以下と小さくなる．また，最大接触圧力が上昇すると，スライス法での垂直力の総和も増加する傾向にある．

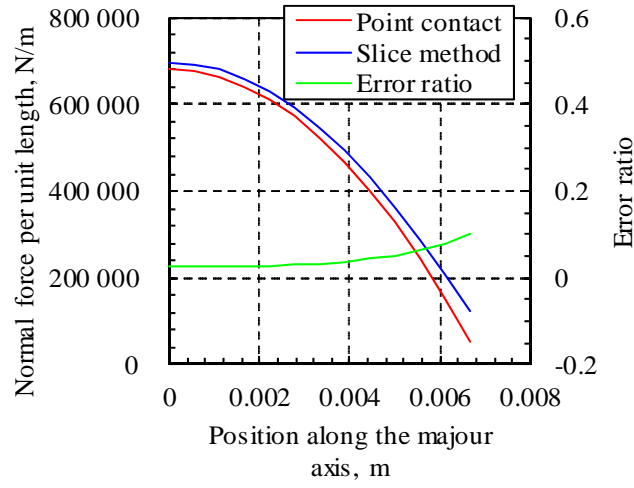
接触部中央での最大接触圧力の誤差率を Fig. A3 に示す．先の垂直力の総和の結果と同様の傾向であり，楕円比が大きいと，誤差率は低下する．楕円比が 20 を超えると，誤差率は 0.1 以下と小さい．

各スライスでの単位長さ当たりの垂直力の誤差率の絶対値の最大値を Fig. A4 に示す．楕円比が 24 を超えると，誤差率は 0.2 以下となる．

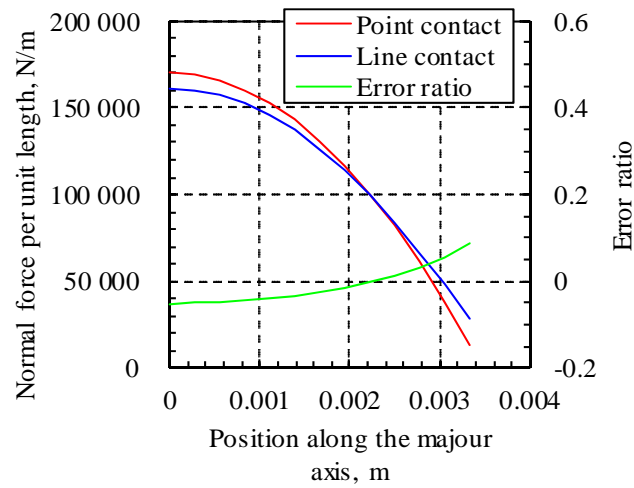
以上より，楕円比が 24 以上であれば，スライス法で求めた単位長さ当たりの垂直力の局所的な誤差率は 20% 以下で，垂直力の総和および最大接触圧力の誤差率も 20% 以下となることがわかった．一般的な自動調心ころ軸受では，楕円比が 30 程度になるため，概ね上記の誤差の範囲内で，垂直力や接触圧力の検討が可能であると推定される．



(a) Maximum pressure: 3 GPa



(b) Maximum pressure: 2 GPa



(c) Maximum pressure: 1 GPa

Fig. A1 Normal force per unit length by the slice method and the point contact formula ($k_e = 30.7$)

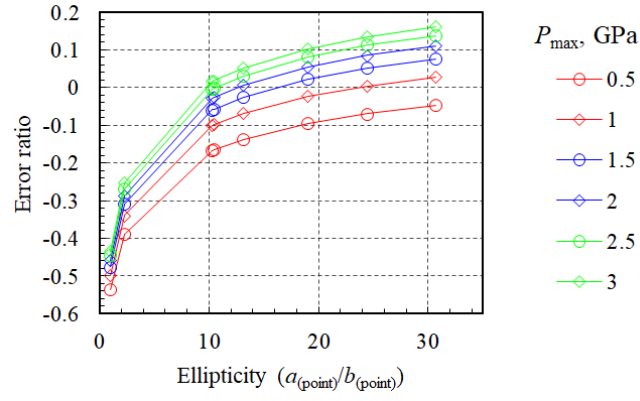


Fig. A2 Error ratio of normal forces by the slice method to that by the point contact formula

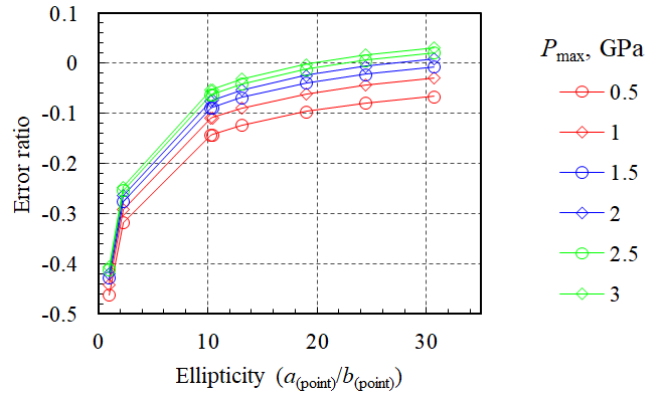


Fig. A3 Error ratio of maximum pressures by the slice method to that by the point contact formula

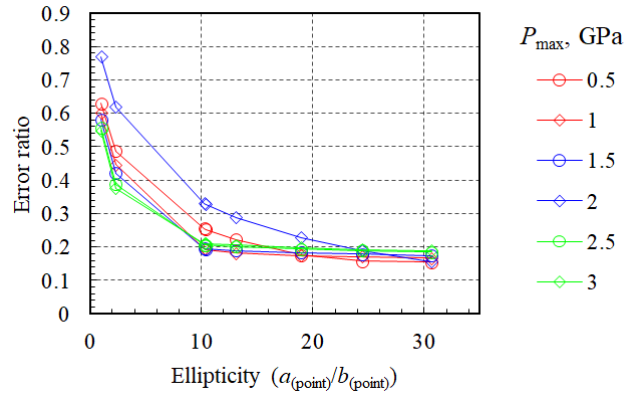


Fig. A4 Maximum error ratio of normal forces per unit length by the slice method to that by the point contact formula

付録4 Craig-Bampton のモード合成法

Craig-Bampton のモード合成法⁽²⁴⁾は，有限要素に分割した解析対象物体の弾性変形を少ない計算量で求めるものである．Craig-Bampton のモード合成法では，有限要素の各節点の変位を，次に示す拘束モードおよびノーマルモードを用いて計算する．

- 1) 拘束モード：解析対象物体に対して予め選択した点（境界点）の中で，一つの境界点にのみ単位変位を与え，その他の境界点の変位を拘束した場合に生じる静的な変形を表す（Fig. A5 (a)）．他の物体との結合および外部荷重が境界点に作用した場合の変形を再現するためのモードである．境界点の変形の自由度の総数で，モードの数が決まる．
- 2) ノーマルモード：解析対象物体の境界点の変位をゼロにした場合の固有モードを表す（Fig. A5 (b)）．モード数は任意に選択できる．

Craig-Bampton のモード合成法⁽²⁴⁾において，解析対象物体の境界点の変位ベクトル \mathbf{u}_B および内点の変位ベクトル \mathbf{u}_I は，拘束モードのモード座標ベクトル \mathbf{Q}_C およびノーマルモードのモード座標ベクトル \mathbf{Q}_N に対し，次の関係を持つ⁽²⁴⁾．

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi_C & \Phi_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_C \\ \mathbf{Q}_N \end{Bmatrix} \quad (\text{A16})$$

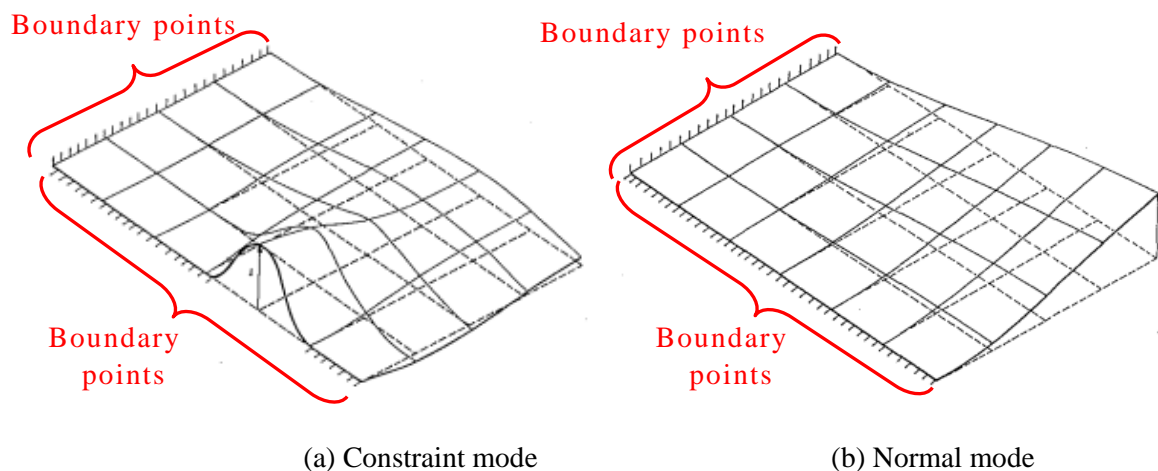


Fig. A5 Example of constraint and normal modes⁽²⁴⁾

ここで、 Φ_C は拘束モードのモード座標ベクトルから内点の変位ベクトルへの変換行列、 Φ_N はノーマルモードのモード座標ベクトルから内点の変位ベクトルへの変換行列である．なお、境界点の変位ベクトル \mathbf{u}_B と拘束モードのモード座標ベクトル \mathbf{Q}_C は等しい⁽²⁴⁾．すなわち、

$$\mathbf{u}_B = \mathbf{Q}_C \quad (\text{A17})$$

式(A16)中の Φ_C および Φ_N は、以下の手順で得られる．

減衰力がない場合、解析対象物体の運動方程式は次式で与えられる．

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{BB} & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{II} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_I \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{BB} & \mathbf{K}_{BI} \\ \mathbf{K}_{IB} & \mathbf{K}_{II} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_B \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{A18})$$

ここで、 ω は固有角振動数、 \mathbf{M}_{BB} は境界点の質量行列、 \mathbf{M}_{II} は内点の質量行列、 \mathbf{K}_{BB} は境界点の剛性行列、 \mathbf{K}_{II} は内点の剛性行列、 \mathbf{K}_{BI} および \mathbf{K}_{IB} は境界点と内点との間の剛性行列、 \mathbf{f}_B は境界点に作用する力ベクトルである．

Φ_C は、式(A18)の2行目の \mathbf{M}_{II} を無視して得る⁽²⁴⁾．すなわち、

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_I &= -\mathbf{K}_{II}^{-1} \mathbf{K}_{IB} \mathbf{u}_B \\ &= \Phi_C \mathbf{u}_B \\ \therefore \Phi_C &= -\mathbf{K}_{II} \mathbf{K}_{IB} \end{aligned} \quad (\text{A19})$$

式(A18)の \mathbf{u}_B をゼロと仮定した場合、運動方程式は次式のように書き表される．

$$(-\omega^2 \mathbf{M}_{II} + \mathbf{K}_{II}) \mathbf{u}_I = 0 \quad (\text{A20})$$

Φ_N は、式(A20)を解いて得られる固有ベクトル $\lambda_{N1} \sim \lambda_{NMn}$ を並べた行列である⁽²⁴⁾．すなわち、

$$\Phi_N = [\lambda_{N1} \quad \cdots \quad \lambda_{NMn}] \quad (\text{A21})$$

内点の変位ベクトル \mathbf{u}_I は拘束モードの変形とノーマルモードの変形の和で表される⁽²⁴⁾．

$$\mathbf{u}_I = \Phi_C \mathbf{Q}_C + \Phi_N \mathbf{Q}_N \quad (\text{A22})$$

\mathbf{u}_I の次元は、内点の変位の自由度の総数に等しい．内点の変位の自由度は、節点の総数に依存するため、通常、 \mathbf{u}_I の次元はかなり大きい．一方、 \mathbf{Q}_C の次元は境界点の自由度の総数、 \mathbf{Q}_N の次元はノーマルモードで考慮されるモードの総数 Mn

に等しい．よって，解析対象物体の境界点の変位の自由度の総数および Mn を，内点の自由度の総数よりも少なく設定すれば，かなり大きい次元である \mathbf{u}_I を，小さい次元である \mathbf{Q}_C および \mathbf{Q}_N で近似的に表すことができる．

式(A18)に対し，式(A16)を代入し，さらに，式(A16)の右辺の変換行列の転置行列を左から乗じると，次式が得られる．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi_C & \Phi_N \end{bmatrix}^T \left(-\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{BB} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{II} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{BB} & \mathbf{K}_{BI} \\ \mathbf{K}_{IB} & \mathbf{K}_{II} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi_C & \Phi_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_C \\ \mathbf{Q}_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi_C & \Phi_N \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_B \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (\text{A23})$$

ここで，質量および剛性行列部分を以下の式(A24)および(A25)で表すこととすれば，式(A23)は式(A26)のように書き表される．

$$\hat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi_C & \Phi_N \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{BB} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi_C & \Phi_N \end{bmatrix} \quad (\text{A24})$$

$$\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi_C & \Phi_N \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{BB} & \mathbf{K}_{BI} \\ \mathbf{K}_{IB} & \mathbf{K}_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi_C & \Phi_N \end{bmatrix} \quad (\text{A25})$$

$$\left[-\omega^2 \hat{\mathbf{M}} + \hat{\mathbf{K}} \right] \begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_C \\ \mathbf{Q}_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi_C & \Phi_N \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_B \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (\text{A26})$$

\mathbf{Q}_C および \mathbf{Q}_N は，式(A26)の固有ベクトルを並べた変換行列 \mathbf{N}_D を用いると，次式のように，各モードが互いに直交したモード座標ベクトル \mathbf{Q}^* で表すことができる⁽⁷⁰⁾．

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_C \\ \mathbf{Q}_N \end{Bmatrix} = \mathbf{N}_D \mathbf{Q}^* \quad (\text{A27})$$

ここで， \mathbf{N}_D は式(A26)の右辺をゼロとした場合の固有ベクトル $\lambda_D \sim \lambda_{DMd}$ を並べた行列であり，次式で表される．

$$\mathbf{N}_D = [\lambda_{D1} \quad \cdots \quad \lambda_{DMd}] \quad (\text{A28})$$

式中の下付き添え字 Md は \mathbf{Q}_C および \mathbf{Q}_N の次元数の和である．式(A27)を代入した式(A26)の両辺に左から \mathbf{N}_D の逆行列を乗じると，次に示す直交したモード座標上での運動方程式が得られる⁽⁷⁰⁾．

$$\left(-\omega^2 \mathbf{N}_D^{-1} \hat{\mathbf{M}} \mathbf{N}_D + \mathbf{N}_D^{-1} \hat{\mathbf{K}} \mathbf{N}_D\right) \mathbf{Q}^* = \mathbf{N}_D^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi_C & \Phi_N \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_B \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{A29})$$

ところで、解析対象物体の要素のひずみベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ は、動解析により得られた、時刻 t におけるモード座標ベクトル \mathbf{Q}_t^* を用いて、次式で与えられる。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{B} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi_C & \Phi_N \end{bmatrix} \mathbf{N}_D \mathbf{Q}_t^* \quad (\text{A30})$$

ここで、 \mathbf{B} は解析対象物体の有限要素の形状により定まる変位からひずみへの変換行列である。解析対象物体の応力ベクトル $\boldsymbol{\sigma}_t$ は、 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ を用いて次のように表される。

$$\boldsymbol{\sigma}_t = \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (\text{A31})$$

ここで、 \mathbf{E} はひずみから応力への変換行列である。式(A31)に式(A30)を代入すれば、次式が得られる。

$$\boldsymbol{\sigma}_t = \mathbf{E} \mathbf{B} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi_C & \Phi_N \end{bmatrix} \mathbf{N}_D \mathbf{Q}_t^* \quad (\text{A32})$$

式(A32)より明らかなように、解析対象物体の応力ベクトル $\boldsymbol{\sigma}_t$ を時刻 t におけるモード座標ベクトル \mathbf{Q}_t^* により表すことができる。

以上の手順により、Craig-Bampton のモード合成法を用いて、解析対象物体の弾性変形および発生応力の分布が求められる。

謝辞

長岡技術科学大学の太田浩之教授には、本研究をまとめるにあたり、多大なお時間を割いていただきつつ、熱心なご指導およびご鞭撻を賜りました。また、研究をまとめるだけでなく、研究者としての生き方・考え方のご指導も頂戴し、未熟ながらも、研究者・技術者として生きる礎を築け、大いに成長することができたと考えます。心より感謝いたします。

また、本研究を仕上げるにあたり、多くの助言とご教示をいただきました長岡技術科学大学教授 金子覚先生、准教授 田浦裕生先生、名誉教授 矢鍋重夫先生および東京理科大学教授 野口昭治先生に厚く感謝いたします。研究成果をいろいろな側面から眺め、矛盾なくまとめること、そして、それらをわかりやすく伝えることの大切さと奥深さを改めて痛感いたしました。

NTN 株式会社には、本研究の推進および発表へのご理解をいただき、そして、当時の上司である、先端技術研究所 江上正樹所長、後の田中広政所長、古林卓嗣主査、そして同僚の藤原宏樹主任研究員、原田和慶研究員には、数々のご指導とご議論をさせていただき、感謝申し上げます。また、研究所への異動の機会を与えてくださった軸受技術研究所 中関嗣人所長および赤松良信主査にも感謝申し上げます。特に、赤松良信主査からは、初めての学会発表および論文投稿へのご指導を頂戴し、トライボロジストとしての第一歩を踏み出すことができました。心より感謝いたします。現在の上司に当たる自動車事業本部 亀高晃司副本部長には、本活動を快くご了承していただき、また、現所属の CAE 技術部の同僚にも、論文の仕上げに際してご協力していただき、合わせて感謝申し上げます。

今後は、自身の成長のみならず、後輩の育成にも努め、学位取得を通じて体得できた知識・経験を伝導していくことをお誓い申し上げます。

最後に、学位論文の執筆に際し、温かくサポートしてくれた家内および3人の子供たちに、感謝の意を表します。

文献

- (1) 牧修市, 最新 実用設備診断技術 (1993), p. 134, 総合技術センター.
- (2) 日本プラントメンテナンス協会, ベアリングの取り扱いと故障対策 (1995), p. 14.
- (3) 日本再公表特許, 野木高, 複列ころ軸受用保持器, WO00/70235 (2002).
- (4) So, K.L., Lawrence, J.C., Belsky, C.J., "A Photoelastic Method for the Study of Cage Strain in a Rolling Element Bearing," *ASLE Transactions*, Vol. 5, No. 2 (1962), pp. 335-340.
- (5) 角田和雄, "玉軸受の保持器に作用する力 (第 1 報, 内外輪が互いに平行変位して軸受荷重を受ける場合)", 日本機械学会論文集, Vol.32, No. 239 (1966), pp. 1164-1175.
- (6) 角田和雄, "玉軸受の保持器に作用する力 (第 2 報, 内外輪が互いに傾けられて軸受荷重を受ける場合)", 日本機械学会論文集, Vol. 32, No. 239 (1966), pp. 1176-1186.
- (7) 広田忠雄, "ラジアル玉軸受の波形保持器に生じる応力について", 潤滑, Vol. 32, No. 5 (1987), pp. 323-330.
- (8) Houpert, L., "Peizoviscous-Rigid Rolling and Sliding Traction Forces, Application: The Rolling Element-Cage Pocket Contact," *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 109, No. 4 (1987), pp. 363-371.
- (9) Aihara, S., "A New Running Torque Formula for Tapered Roller Bearings Under Axial Load," *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 109, No. 7 (1987), pp. 471-478.
- (10) Zhou, R.S., Hoeprich, M.R., "Torque of Tapered Roller Bearings," *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 113, No. 7 (1991), pp. 590-597.
- (11) 山本雄二, 兼田楨宏, トライボロジー (1998), p. 129, 理工学社.
- (12) Walters, C.T., "The Dynamics of Ball Bearings," *Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 93, No. 1 (1971), pp. 1-10.
- (13) Gupta, P.K., "Dynamics of Rolling-Element Bearings Part I: Cylindrical Roller Bearing Analysis," *Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101, No. 3 (1979), pp. 293-304.
- (14) Gupta, P.K., "Dynamics of Rolling-Element Bearings Part II: Cylindrical Roller Bearing Results," *Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101, No. 3 (1979),

pp. 305-311.

- (15) Gupta, P.K., “Dynamics of Rolling-Element Bearings Part III : Ball Bearing Analysis,” *Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101, No. 3 (1979), pp. 312-318.
- (16) Gupta, P.K., “Dynamics of Rolling-Element Bearings Part IV : Ball Bearing Results,” *Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101, No. 3 (1979), pp. 319-326.
- (17) Stacke, L.E., Fritzson, D., “Dynamic behavior of rolling bearings: simulations and experiments,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, Vol. 215, No. 6 (2001), pp. 499-508.
- (18) Houpert, L., “CAGEDYN: A Contribution to Roller Bearing Dynamic Calculations Part I: Basic Tribology Concepts,” *Tribology Transactions*, Vol. 53, No. 1 (2010), pp. 1-9.
- (19) Houpert, L., “CAGEDYN: A Contribution to Roller Bearing Dynamic Calculations Part II: Description of the Numerical Tool and Its Outputs,” *Tribology Transactions*, Vol. 53, No. 1 (2010), pp. 10-20.
- (20) Houpert, L., “CAGEDYN: A Contribution to Roller Bearing Dynamic Calculations Part III: Experimental Validation,” *Tribology Transactions*, Vol. 53, No. 6 (2010), pp. 848-859.
- (21) Pederson, B.M., Sadeghi, F., Wassgren, C., “The Effects of Cage Flexibility on Ball-to-Cage Pocket Contact Forces and Cage Instability in Deep Groove Ball Bearings,” *SAE Paper*, 2006-01-0358 (2006), pp. 43-54
- (22) Weinzapfel, N., Sadeghi, F., “A Discrete Element Approach for Modeling Cage Flexibility in Ball Bearing Dynamics Simulations,” *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 131, No. 2 (2009), p. 021102
- (23) 荒木直人, 梶原一寿, “FEMによる玉軸受の動解析 -保持器の応力解析(第1報) -”, トライボロジー会議 2001 秋 宇都宮, (2001), pp. 289-290.
- (24) Craig, R.R., Bampton, M.C., “Coupling of Substructuring for Dynamic Analysis,” *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 7 (1968), pp. 1313-1319.
- (25) Nakhimovski, I., Fritzson, D., Manceau, A., Adane, T., “Simulation Support for Rolling Bearing Cage Design,” *Proceedings of World Tribology Congress 2009*, (2009), p. 600.
- (26) Harris, T.A., “Misaligned Roller Bearings,” *Machine Design*, Vol. 40, No. 20 (1968), pp. 98-

101.

- (27) Lundberg, G., “Elastische Berührung zweier Halbräume,” *Forschung*, Band 10 , No. 5 (1939), pp. 201-211.
- (28) Palmgren, A., *Ball and Roller Bearing Engineering*, 2nd edition (1945), pp. 40-45, Burbank, Philadelphia.
- (29) Harris, T.A., Mindel, M.H., “Rolling Element Bearing Dynamics,” *Wear*, Vol. 23, No. 3 (1973), pp. 311-337.
- (30) Kleckner, R.J., Pirvics, J., “Spherical Roller Bearing Analysis,” *Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 104, No. 1 (1982), pp. 99-108.
- (31) Dowson, D., Higginson, G. R., Archard, J. F., Crook, A. W., *Elasto-Hydrodynamic Lubrication, SI Edition* (1977), pp. 193-215, Pergamon Press Ltd.
- (32) 文献(31), pp. 14-19.
- (33) 曾田範宗, “高速玉軸受の保持器の運動”, *機械の研究*, Vol. 1, No. 6 (1949), pp. 261-262.
- (34) 井沢実, “転がり軸受保持器の運動に関する研究”, *科学研究所報告*, Vol. 31, No. 3 (1955), pp. 203-213.
- (35) Kingsbury, E.P., “Torque Variations in Instrument Ball Bearings,” *ASLE Transactions*, Vol. 8, No. 4 (1965), pp. 435-441.
- (36) MSC.Software, “Adams,” <http://www.mscsoftware.com/product/adams>, (Confirmed at 2014.7.4)
- (37) NTN 株式会社, 転がり軸受総合カタログ (Cat. No. 2202/J) , p. A-5 , <http://www.ntn.co.jp/japan/products/catalog/bearing/rolling/index.html> (Confirmed at 2018.3.17)
- (38) Gupta, P.K., *Advanced Dynamics of Rolling Elements* (1984), p. 22, Springer-Verlag New York Inc.
- (39) Hamrock, B.J., Schmid, S. R., Jacobson, B.O., *Fundamentals of Fluid Film Lubrication Second Edition* (2004), pp. 604-609, McGraw-Hill.
- (40) Johnson, K.L., “Regimes of Elastohydrodynamic Lubrication,” *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 12, No. 1 (1970), pp. 9-16.
- (41) Hooke, C.J., “The Elastohydrodynamic Lubrication of Heavily Loaded Contacts,” *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 19, No. 4 (1977), pp. 149-156.
- (42) 文献(39), p. 530.

- (43) Wu, C.S., Klaus, E.E., Duda, J.L., “Development of a Method for the Prediction of Pressure-Viscosity Coefficients of Lubricating Oils Based on Free-Volume Theory,” *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 111, No. 1 (1989), pp. 121-128.
- (44) 日本トライボロジー学会集中接触要素 1 潤滑状態調査研究会編, トライボ機械要素の EHL モード解析—日本トライボロジー学会 集中接触要素 1 (転がり軸受, 歯車, カム, ピストンリング)の潤滑状態調査研究会 報告書— (1998), pp. 42-76, 日本トライボロジー学会.
- (45) Gupta, P.K., Cheng, H.S., Forster, N.H., Schrand, J.B., “Viscoelastic Effects in MIL-L-7808-Type Lubricant, Part 1: Analytical Formulation,” *Tribology Transactions*, Vol. 35, No. 2 (1992), pp. 269-274.
- (46) 村木正芳, 木村好次, “アイリング粘性解による低粘性流体の EHL トラクションの計算”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 55, No. 520 (1989), pp. 3048-3055.
- (47) 渡部孝一, 町哲一, “円すいころ軸受のトルク発生理論式の検証・補充とその応用”, 不二越技報, Vol. 50, No. 1 (1994), pp. 20-28.
- (48) 村木正芳, 木村好次, “潤滑油のトラクション特性に関する研究 (第 2 報)”, 潤滑, Vol. 28, No. 10 (1983), pp. 753-760.
- (49) Roelands, C.J.A., Vlugter, J.C., Waterman, H.I., “The Viscosity- Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils and Its Correlation with Chemical Constitution,” *Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering*, Vol. 85, No. 4 (1963), pp. 601-607.
- (50) 文献(39), pp. 91-95.
- (51) Pan, P., Hamrock, B.J., “Simple Formulae for Performance Parameters Used in Elastohydrodynamically Lubricated Line Contacts”, *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 111, No. 2 (1989), pp. 246-251.
- (52) 文献(39), pp. 478-482.
- (53) 転がり軸受工学編集委員会編, 転がり軸受工学 (1975), pp. 82-84, 養賢堂.
- (54) William, H.P., Brian, P.F., Saul, A.T., William, T.V., “Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing, Second Edition,” Cambridge Univ. Press, (1992), pp. 359-362.
- (55) Harris, T.A., Kotzalas, M.N., *Rolling Bearing Analysis 5th Edition Advanced Concepts of Bearing Technology* (2007), p. 56, CRC Press.
- (56) Karna, C.L., “Performance Characteristics at the Rib Roller End Contact in Tapered Roller

- Bearings,” *ASLE Transactions*, Vol. 17, No.1 (1974), pp. 14-21.
- (57) Gadallah, N., Dalmaz, G., “Hydrodynamic Lubrication of the Rib-Roller End Contact of a Tapered Roller Bearing,” *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 106, No. 2 (1984), pp. 265-274.
- (58) Zhang ,Z., Qiu ,X., Hong ,Y.,“EHL Analysis of Rib-Roller End Contact in Tapered Roller Bearings,”*Tribology Transactions.*, Vol. 31, No. 4 (1988), pp. 461-467.
- (59) Jiang ,X., Wong ,P.L., Zhang ,Z.,“Thermal Non-Newtonian EHL Analysis of Rib-Roller End Contact in Tapered Roller Bearings,” *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 117, No. 3 (1995), pp. 646-654.
- (60) Colin, F., Chevalier, F., Chaomleffel, J.P., Mul, J.de, Dalmaz, G., “Starved Elastohydrodynamic Lubrication of the Rib-Roller End Contact in Tapered Roller Bearings: Film Thickness, Traction and Moments,” *Tribology for Energy Conservation*, (1998) pp. 253-263., Elsevier Science.
- (61) Chittenden, R.J., Dowson, D., Dunn, J. F., Taylor, C.M., “A Theoretical Analysis of the Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Concentrated Contacts I. Direction of Lubricant Entrainment Coincident with the Major Axis of the Hertzian Contact Ellipse,” *Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 397, No. 1813 (1985), pp. 245-269.
- (62) Chittenden, R.J., Dowson, D., Dunn, J. F., Taylor, C.M., “A Theoretical Analysis of the Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Concentrated Contacts II. General Case, with Lubricant Entrainment along Either Principal Axis of the Hertzian Contact Ellipse or at Some Intermediate Angle,” *Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 397, No. 1813 (1985), pp. 271-294.
- (63) 斎藤寛，村木正芳，坂口一彦，“EHL トラクションに及ぼす転動体の形状と寸法およびスキューの影響”，日本機械学会論文集 C 編， Vol. 57, No. 533 (1991), pp. 277-282.
- (64) Hamrock, B.J., Dowson, D., *Ball Bearing Lubrication* (1981), pp. 210-211, John Wiley & Sons.
- (65) 角田和雄，“玉軸受の摩擦モーメントに関する研究（スラスト荷重の場合）”，日本機械学会論文集， Vol. 27, No. 178 (1961), pp. 945-956.
- (66) 角田和雄，“玉軸受の摩擦モーメントに関する研究（スラスト荷重を受け，高速回転する場合）”，日本機械学会論文集， Vol. 28, No. 193 (1962), pp. 1160

-1167.

- (67) Harris, T.A., Kotzalas, M.N., Rolling Bearing Analysis 5th Edition Essential Concepts of Bearing Technology (2007), pp. 135-157, CRC Press.
- (68) 文献(39), pp. 567-570.
- (69) 藤原宏樹, 古林卓嗣, “コンロッド大端用針状ころ軸受の動力学解析”, *NTN Technical Review*, Vol. 69, (2001), pp. 89-96.
- (70) MSC.Software, “Theory of Flexible Bodies,” Adams 2013.2 Online Help (2013).
- (71) NTN 株式会社, “軸受の健康管理 保持器破損の原因と主な対策”, <http://www.ntn.co.jp/japan/products/care/damage/retainer.html> (Confined at 2016.3.26)
- (72) 木川武彦, 大山忠雄, “鉄道車両用軸受と潤滑の現状と動向”, *トライボロジスト*, Vol.45, No. 7(2000), pp. 521-526.
- (73) 野口 徹, 技術者のための破損解析の手引き(2014), pp. 37-38, 工学図書.
- (74) 江原隆一郎, 金属破損解析ハンドブック(2017), pp. 302-303, 丸善出版.
- (75) 日本材料学会フラクトグラフィ部門委員会編, フラクトグラフィ 破面と破壊情報解析(2005), pp. 10-11, 丸善出版.
- (76) 文献(75), pp.134-136.