



序文 PLATE series (全9編)の初版原稿作成を終えて

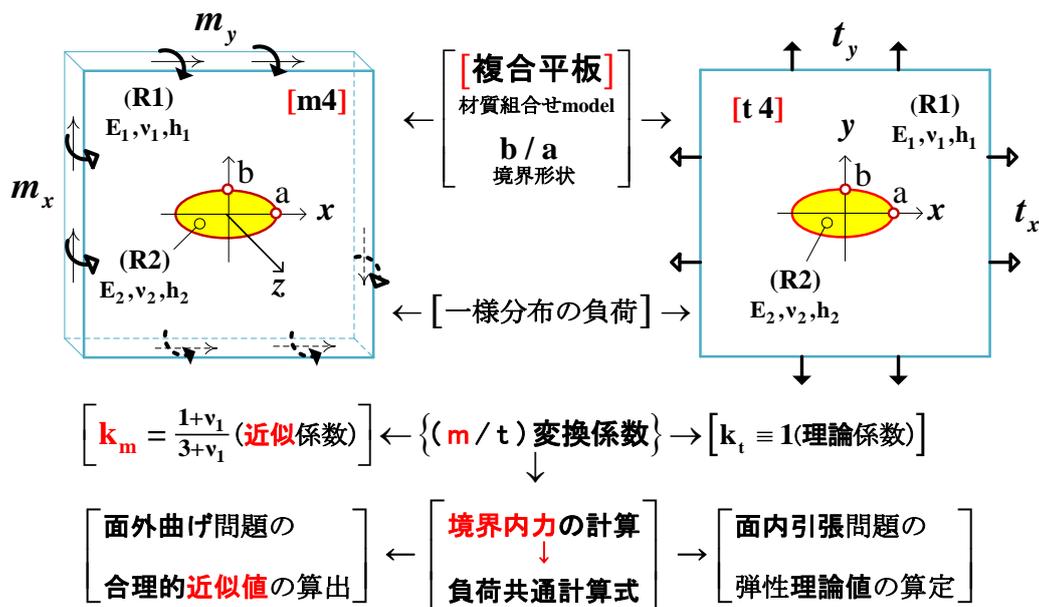


Fig. (p.2) 問題点の対比

[A] 概要と今後の計画

(1) 概要 : 上図 及び 添付の図・表 (p.4~12) 参照

- (i) 2001年4月に入った時期に、以前の各種資料の整理を本格的に開始した。  
本Seriesでは、上図に示すように、面内問題の理論式の導出から始めて、最終的にはその理論式に対応できる面外問題の合理的な近似式を案出することである。  
当初は3-4年間くらいの目途で作業に入った。しかしこの問題は、著者にとっては大変困難な作業であった。幾重にも絡み合っている問題点を一つずつ解きほぐし続けて、全体像を図示できるようになるまでに、実に17年間を要した。
- (ii) この長年月の試行錯誤の結果、不連続境界の内縁と外縁を連結する境界間発生内力の計算式を共通表示することができた。その概要を凡例として、p.4~12に添付した。

(2) 今後の計画

- (i) 初版の中には記号の不統一等の不備があり、改正が急務のため、作業中である。
- (ii) 本書の境界条件は(楕円形境界)と[一様分布負荷]の場合に限定した。(任意形状)と[集中力等の負荷]については、(説明の追加)と[解析の追加]を行なう予定である。

2018年9月18日 著者

[ B ] PLATE series - 初版の一覧

No.	題 目	内 容	初版発行 年 月
plate - 1	$\left[ \begin{array}{c} \text{基礎的調査} \\ m_x, m_y, m_{xy} \leftrightarrow t_x, t_y, t_{xy} \end{array} \right] - \text{I}$	円孔板計算式の共通表示	2015年 7月
plate - 2	$\left[ \begin{array}{c} \text{"} \\ m_x, m_y \leftrightarrow t_x, t_y \end{array} \right] - \text{II}$	楕円孔板計算式の共通表示	2015年 7月
plate - 3	$\left[ \left\{ \begin{array}{c} \text{曲げ} \\ m_x, m_y \end{array} \right\} \leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \text{引張} \\ t_x, t_y \end{array} \right\} \right] - \text{I}$	複合板計算式の共通表示	2015年 8月
plate - 4	$\left[ \left\{ \text{"} \right\} \leftrightarrow \left\{ \text{"} \right\} \right] - \text{II}$	"	2015年 8月
plate - 5	$\left[ \left\{ \text{"} \right\} \leftrightarrow \left\{ \text{"} \right\} \right] - \text{III}$	"	2015年 10月
plate - 6	$\left[ \left\{ \begin{array}{c} \text{ねじり} \\ m_{xy} \end{array} \right\} \leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \text{せん断} \\ t_{xy} \end{array} \right\} \right] - \text{I}$	{ねじり↔せん断}の特性	2015年 10月
plate - 7	$\left[ \left\{ \text{"} \right\} \leftrightarrow \left\{ \text{"} \right\} \right] - \text{II}$	"	2016年 10月
plate - 8	$\left[ \begin{array}{c} \text{線分状異種材} \\ m_x, m_y, m_{xy} \leftrightarrow t_x, t_y, t_{xy} \end{array} \right]$	異種材尖端周辺の応力特性	2017年 10月
plate - 9	$\left[ \begin{array}{c} \text{境界発生内力特集} \\ m_x, m_y \leftrightarrow t_x, t_y \end{array} \right]$	解説と例題	年 月

-----  
Note (p.3) : SHELL series 初版の一覧(参考)

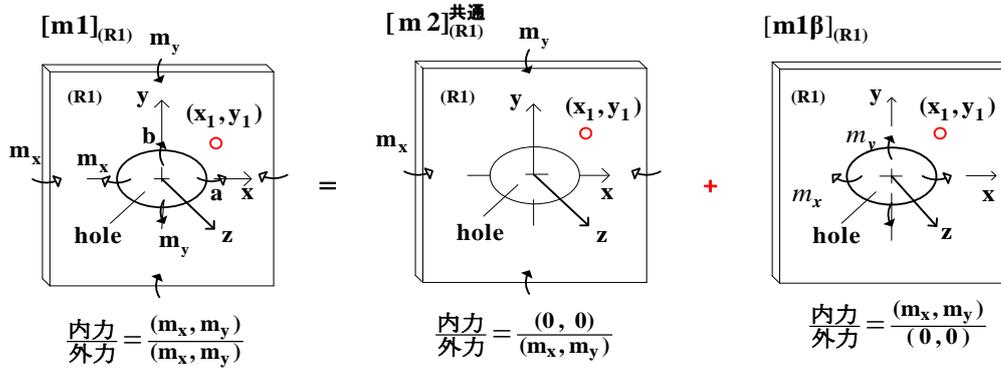
- shell - 1 基礎編 2014年 8月 初版発行
- shell - 2 応用編 2015年 6月 初版発行
- shell - 3 実務編 2015年 7月 初版発行

[ c ]<sup>(m)</sup> 凡例：曲げ負荷( $m_x, m_y$ )による複合平板(m4)の境界発生内力( $\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}$ )  
 …共通計算式の特性…

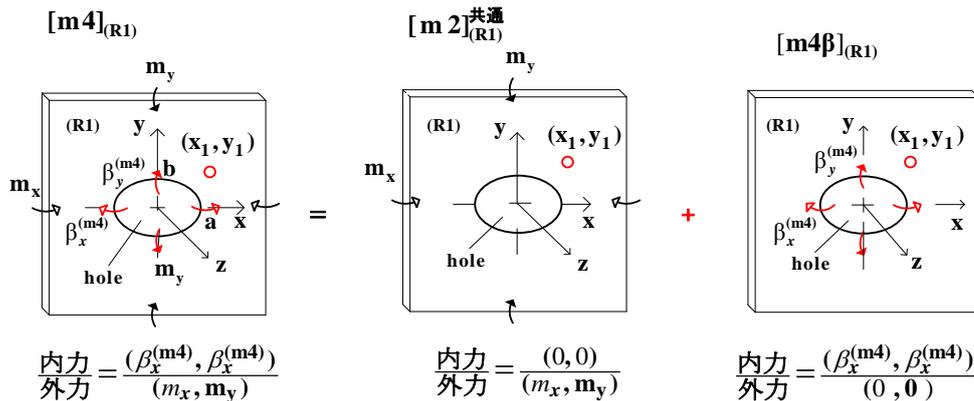
(c1)<sup>(m)</sup> 基本事項

(1)<sup>(m)</sup> 計算modelの名称と内容： p. 21, 22 参照

(1a)：[単体平板]<sub>外部板</sub>の計算式に対する(計算model)の組合せ



(1b)：[複合平板]<sub>外部板</sub>の計算式に対する(計算model)の組合せ



(2)<sup>(m)</sup> (1a)単体板計算式 と (1b)複合板計算式 の 相互関係

$$[m1\beta]_{(R1)}: \text{内力} \left\{ \begin{matrix} m_x \rightarrow \beta_x^{(m4)} \\ m_y \rightarrow \beta_y^{(m4)} \end{matrix} \right\} = [m4\beta]_{(R1)}: \text{内力} \left\{ \beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)} \right\}$$

-----  
**Note (p.4 + p.5)** 主要計算model  $\left\{ \begin{matrix} m1, m2, m1\beta; m4, m4\beta \\ t1, t2, t1\beta; t4, t4\beta \end{matrix} \right\}$  の基本計算式導出法について：

(i) 単体板model -  $\left\{ \begin{matrix} m1, m2, m1\beta \\ t1, t2, t1\beta \end{matrix} \right\}$  の応力関数式…plate-3編 p.90~97

(ii) 単体板model -  $\left\{ \begin{matrix} m1, m2, m1\beta \\ t1, t2, t1\beta \end{matrix} \right\}$  の変位分布式…plate-4編 p.78~84

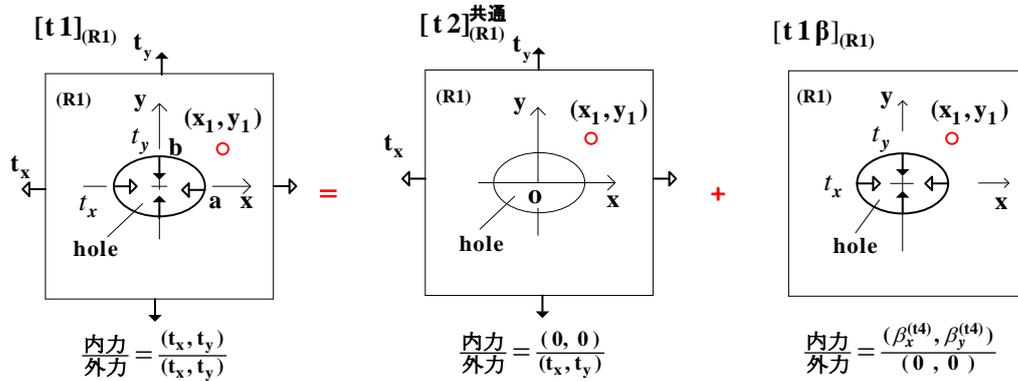
[ c ]<sup>(0)</sup> 凡例：曲げ負荷( $t_x, t_y$ )による複合平板( $t_4$ )の境界発生内力( $\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)}$ )

… 共通計算式の特性…

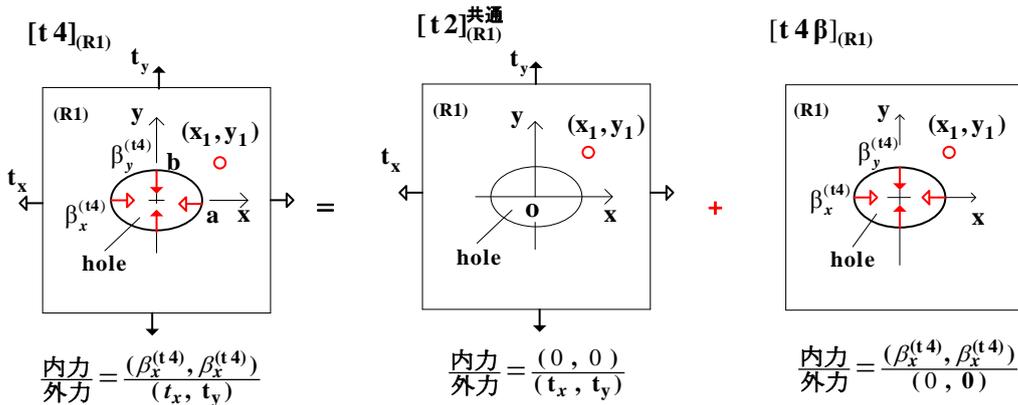
(c1)<sup>(0)</sup> 基本事項

(1)<sup>(0)</sup> 計算modelの名称と内容： p. 21, 22 参照

(1a)<sup>(1)</sup>：[一様平板]<sub>外部板</sub>に対する(計算model)の組合せ



(1b)：[複合平板]<sub>外部板</sub>に対する(計算model)の組合せ



(2)<sup>(1)</sup> (1a)単体板計算式 と (1b)複合板計算式 の 相互関係

$$[t1\beta]_{(R1)}: \text{内力} \left\{ \begin{matrix} t_x \rightarrow \beta_x^{(t4)} \\ t_y \rightarrow \beta_y^{(t4)} \end{matrix} \right\} = [t4\beta]_{(R1)}: \text{内力} \left\{ \beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)} \right\}$$

-----  
Note (p.4+p.5) 続き

(iii) 単体板model -  $\left\{ \begin{matrix} m1, m2, m1\beta \\ t1, t2, t1\beta \end{matrix} \right\}$  の応力分布式…plate-5編 p.112~129

(iv) 複合板model -  $\left\{ \begin{matrix} m4, m2, m1\beta \\ t4, t2, t4\beta \end{matrix} \right\}$  の変位分布式…plate-4編 p.85~88

(v) 複合板model -  $\left\{ \begin{matrix} m4, m2, m4\beta \\ t4, t2, t4\beta \end{matrix} \right\}$  の応力分布式…plate-9編 p.56~57

(C 2)<sup>(m)</sup> : 境界発生内力-共通計算式の新規提示と数値計算図の分析

(1)<sup>(m)</sup> 全般  $\left[ m_x, m_y \right]$  :  $\left[ \beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)} \right]$   
負荷する外力(既知数)      発生する内力(未知数)

(i) 一般式 :  $\begin{cases} \beta_x^{(m4)} = p_x^{(m4)} \cdot m_x + p_y^{(m4)} \cdot m_y \\ \beta_y^{(m4)} = q_x^{(m4)} \cdot m_x + q_y^{(m4)} \cdot m_y \end{cases} \rightarrow \text{p. 24 参照}$

(ii) 計算法 : 下図の  $\{ (m_x, m_y)_{\text{既知}} \text{ と } (\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)})_{\text{未知}} \}$  の条件に対して,

$$\left. \begin{cases} \text{(外板 内縁)の (x-方向変位) = (内板 外縁)の (x-方向変位)} \\ \text{(外板 内縁)の (y-方向変位) = (内板 外縁)の (y-方向変位)} \end{cases} \right\} \text{の 2 条件から,}$$

未知数  $(p_x^{(m4)}, p_y^{(m4)}, q_x^{(m4)}, q_y^{(m4)})$  を算出する.  $\rightarrow \text{p. 44} \sim 50$  参照

(iii) 説明図 :  $[m 4]_{(R1)} : E_1, \nu_1, h_1$        $[m 4]_{(R2)} : E_2, \nu_2, h_2$   
 $(m_x, m_y) + (\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)})$        $(\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)})$

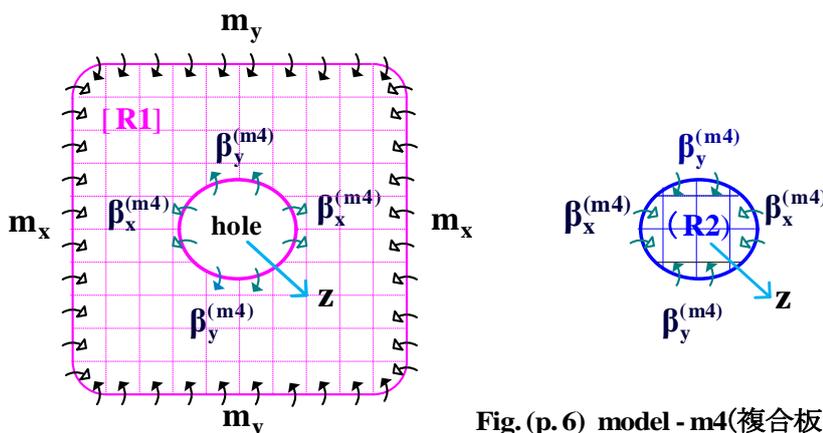


Fig. (p. 6) model - m4(複合板の3D曲げ)

Note (p. 6 + p.7) : 境界内力共通計算式  $(\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}; \beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)})$  の新規提示

(i)  $[m1,2,3,4]$  は3D(x-y-z)空間の変化であり,  $[t1,2,3,4]$  は2D(x-y)面上の変化である. 両者は異なる次元の現象であるが,  $[m1,2,3]$  と  $[t1,2,3]$  は境界条件が単純であるため, 前者の境界条件を2D問題に近似化して, 後者と同様の形で近似解析する方法が提案され, 世界的に多くの有益な関連論文が発表されてきた(概略・1870~1955年代). しかしこの近似解法を, 複雑な条件を伴う複合平板  $[t4, m4]$  の境界内力解析にまで拡張した例は見当たらないように思う.

(C2)<sup>(1)</sup> : 境界発生内力-共通計算式の新規提示と数値計算図の分析

(1)<sup>(1)</sup> 全般  $\begin{bmatrix} t_x & t_y \end{bmatrix}$  :  $\begin{bmatrix} \beta_x^{(t4)} & \beta_y^{(t4)} \end{bmatrix}$   
負荷する外力(既知数)                      発生する内力(未知数)

(i) 一般式 :  $\begin{bmatrix} \beta_x^{(t4)} = p_x^{(t4)} \cdot t_x + p_y^{(t4)} \cdot t_y \\ \beta_y^{(t4)} = q_x^{(t4)} \cdot t_x + q_y^{(t4)} \cdot t_y \end{bmatrix} \rightarrow \text{p. 25 参照}$

(ii) 計算法 : 下図の  $\{(t_x, t_y)_{\text{既知}} \text{ と } (\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)})_{\text{未知}}\}$  の条件に対して,

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(外板 内縁)} - (x\text{-方向変位}) = \text{(内板 外縁)} \text{ の } (x\text{-方向変位}) \\ \text{(外板 内縁)} - (y\text{-方向変位}) = \text{(内板 外縁)} \text{ の } (y\text{-方向変位}) \end{array} \right\} \text{ の2条件式から,}$$

未知数  $(p_x^{(t4)}, p_y^{(t4)}, q_x^{(t4)}, q_y^{(t4)})$  を算定する.  $\rightarrow \text{p. 45} \sim 51$  参照

(iii) 説明図 :

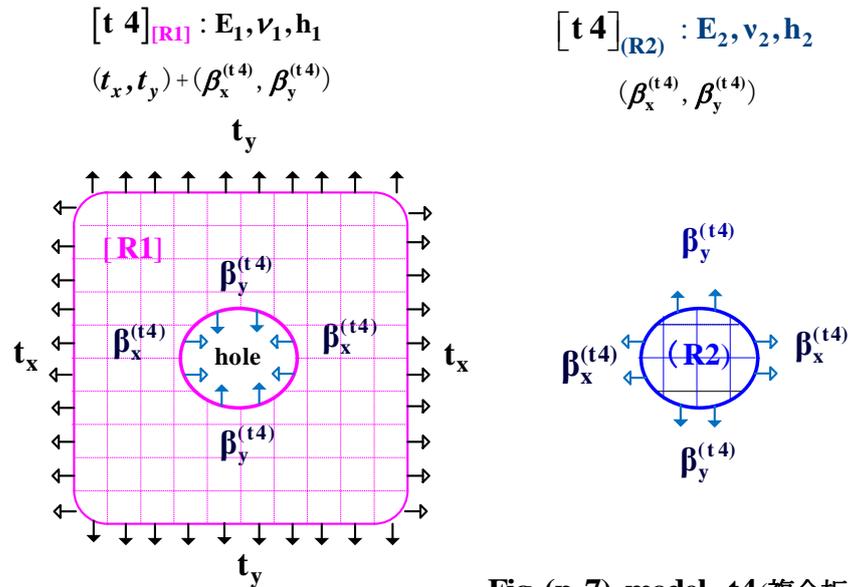


Fig. (p. 7) model - t4 (複合板の2D延び)

Note (p. 6 + p. 7) - 続き

(ii) 境界内力  $(\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}; \beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)})$  共通計算式の導入によって, 複合平板の応力問題及び変位問題の弾性解析を広範に展開させることが出来たと考える.

(C3)<sup>(m)</sup> 例題による計算式の対比：  $[\mathbf{q}_y^{(m1)}]_{\text{㉔}}$ 式 vs.  $[\mathbf{q}_y^{(m4)}]_{\text{㉕}}$ 式 … (md)-面外全model対象

{ ㉔式 = 単体板(m1,2,3)の計算式, ㉕式 = 複合板(m4)の計算式 } : (m1,2,3,4) → Table(p.20)参照

(1) :  $[\mathbf{q}_y^{(m1)}]_{\text{㉔}} = 1$  ,  $[\mathbf{q}_y^{(m2)}]_{\text{㉔}} = 0$  ,  $[\mathbf{q}_y^{(m3)}]_{\text{㉔}} = \frac{(1+\nu_1)+2(b/a)}{(1+\nu_1)(1-\nu_1)}$  … { 単体板 }<sup>(m)</sup>  
 { 専用式 }<sub>㉔</sub>

(2) :  $[\mathbf{q}_y^{(m4)}]_{\text{㉕}} = \frac{G_m \left[ \left( \frac{b}{a} + 2k_m \right) (1 + 2k_m \frac{b}{a} G_m) - (2k_m - 1) \frac{b}{a} \left[ (2k_m - 1) G_m + (\nu_2 - \nu_1 G_m) \right] \right]}{\left( 1 + 2k_m \frac{b}{a} G_m \right) \left( \frac{b}{a} + 2k_m G_m \right) - \frac{b}{a} \left[ (2k_m - 1) G_m + (\nu_2 - \nu_1 G_m) \right]^2}$  … { 複合板 }<sup>(m)</sup>  
 { 共通式 }<sub>㉕</sub>

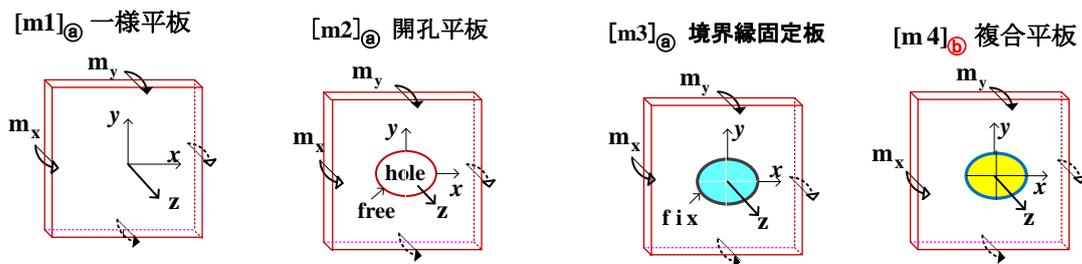
(3) :  $[\mathbf{q}_y^{(m4)}]_{\text{㉕}} \Big|_{\substack{G_m=1 \\ \nu_2=\nu_1}} \rightarrow [\mathbf{q}_y^{(m1)}]_{\text{㉔}}$  ,  $[\mathbf{q}_y^{(m4)}]_{\text{㉕}} \Big|_{G_m=0} \rightarrow [\mathbf{q}_y^{(m2)}]_{\text{㉔}}$  ,  $[\mathbf{q}_y^{(m4)}]_{\text{㉕}} \Big|_{G_m=\infty} \rightarrow [\mathbf{q}_y^{(m3)}]_{\text{㉔}}$  … { ㉕ ↔ ㉔ }  
 { 変換関係 }

(4) : ㉕式に対する影響因子と各因子の適用範囲

影響因子	① $\left[ \begin{array}{c} \text{負荷外力} \\ \mathbf{m}_y \end{array} \right]$	② $\left[ \begin{array}{c} \text{境界形状} \\ \mathbf{b/a} \end{array} \right]$	③ $\left[ \begin{array}{c} \text{内板・曲げ剛性比} \\ \text{外板} \\ G_m = \frac{E_2 h_2^3}{E_1 h_1^3} \end{array} \right]$	④ $\left[ \begin{array}{c} \text{面外}(k_m) \cdot \text{変換係数} \\ \text{面内}(k_t) \\ k_m = \frac{1+\nu_1}{3+\nu_1}; k_t \equiv 1 \end{array} \right]$	⑤ $\left[ \begin{array}{c} (\nu) \text{- 関連項} \\ (\nu_2 - \nu_1 G_m) \end{array} \right]$
適用範囲	$\{m_y = 1\}$ 定義	$0 \leq \frac{b}{a} \leq 1$	$0 \leq G_m \leq \infty$	$\left\{ \begin{array}{l} \nu_1 \{ \text{外板の} \nu \} \\ \text{例: } 0 \leq \nu_1 \leq 0.5 \text{ 等} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \nu_2 \{ \text{内板の} \nu \} \\ G_m = \text{㉓} \end{array} \right\}$

[注記] ④  $\left\{ \frac{k_m(\text{近似係数}) = (1-\nu_1)/(3+\nu_1)}{k_t(\text{理論係数}) \equiv 1(\text{const.})} \right\} \rightarrow \text{p. 26 参照}$  ⑤  $\left\{ \begin{array}{l} \text{上記} [\mathbf{q}_y^{(m4)}]_{\text{㉕}} \text{式} \text{の} \\ \text{(分子と分子)の最終項} \end{array} \right\}$

(5) 説明図： 面外計算modelの定義 … p.20参照



Note (p.8 + p.9) :  $\left\{ \begin{array}{l} [P_x, P_y, q_x, q_y]_{\text{㉔}}^{(m1,2,3)} \\ [P_x, P_y, q_x, q_y]_{\text{㉔}}^{(t1,2,3)} \end{array} \right\}$  の全係数を通しての考察 :

(i)  $[\mathbf{q}_y^{(m1,2,3)}]_{\text{㉔}} ; [\mathbf{q}_y^{(t1,2,3)}]_{\text{㉔}}$  式に対する影響因子と計算式 … 全て既知式  
 $\left\{ [P_x, P_y, q_x, q_y]_{\text{㉔}}^{(m1,2,3)} \text{の全計算式} \rightarrow \text{p. 44~51} \right\}$  参照

(C3)<sup>(t)</sup> 例題による計算式の対比： $[\mathbf{q}_y^{(td)}]_{\text{㉑}}$ 式 vs.  $[\mathbf{q}_y^{(td)}]_{\text{㉒}}$ 式…(td)-面外全model対象

{ ㉑式 = 単体板(t1,2,3)の計算式, ㉒式 = 複合板(t4)の計算式 } : (t1,2,3,4) → Table(p.20)参照

(1) :  $[\mathbf{q}_y^{(t1)}]_{\text{㉑}} = 1$  ,  $[\mathbf{q}_y^{(t2)}]_{\text{㉑}} = 0$  ,  $[\mathbf{q}_y^{(t3)}]_{\text{㉑}} = \frac{(3+\nu_1)+2(b/a)}{(1+\nu_1)(3-\nu_1)}$  ... { 単体板 }<sup>(t)</sup>  
 { 専用式 }<sub>㉑</sub>

(2) :  $[\mathbf{q}_y^{(t4)}]_{\text{㉒}} = \frac{G_t \left[ \left( \frac{b}{a} + 2k_t \right) (1 + 2k_t \frac{b}{a} G_t) - (2k_t - 1) \frac{b}{a} \left[ (2k_t - 1) G_t + (\nu_2 - \nu_1 G_t) \right] \right]}{\left( 1 + 2k_t \frac{b}{a} G_t \right) \left( \frac{b}{a} + 2k_t G_t \right) - \frac{b}{a} \left[ (2k_t - 1) G_t + (\nu_2 - \nu_1 G_t) \right]^2}$  ... { 複合板 }<sup>(t)</sup>  
 { 共通式 }<sub>㉒</sub>

(3) :  $[\mathbf{q}_y^{(t4)}]_{\text{㉒}} \Big|_{\substack{G_t=1 \\ \nu_2=\nu_1}} \rightarrow [\mathbf{q}_y^{(t1)}]_{\text{㉑}}$  ,  $[\mathbf{q}_y^{(t4)}]_{\text{㉒}} \Big|_{G_t=0} \rightarrow [\mathbf{q}_y^{(t2)}]_{\text{㉑}}$  ,  $[\mathbf{q}_y^{(t4)}]_{\text{㉒}} \Big|_{G_t=\infty} \rightarrow [\mathbf{q}_y^{(t3)}]_{\text{㉑}}$  ... { ㉒ ↔ ㉑ }  
 { 変換関係 }

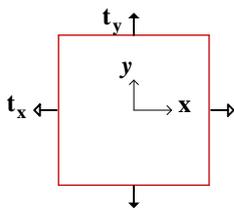
(4) : ㉒式に対する影響因子と各因子の適用範囲

影響因子	① $\begin{bmatrix} \text{負荷外力} \\ \mathbf{t}_y \end{bmatrix}$	② $\begin{bmatrix} \text{境界形状} \\ \mathbf{b/a} \end{bmatrix}$	③ $\begin{bmatrix} \text{内板・延び剛性比} \\ G_t = \frac{E_2 h_2}{E_1 h_1} \end{bmatrix}$	④ $\begin{bmatrix} \text{面外}(k_m) \cdot \text{変換係数} \\ \text{面内}(k_t) \cdot \text{変換係数} \\ k_m = \frac{1+\nu_1}{3+\nu_1}; k_t \equiv 1 \end{bmatrix}$	⑤ $\begin{bmatrix} (\nu) \text{- 関連項} \\ (\nu_2 - \nu_1 G_t) \end{bmatrix}$
適用範囲	$\{ \mathbf{t}_y = 1 \}_{\text{定義}}$	$0 \leq \frac{b}{a} \leq 1$	$0 \leq G_t \leq \infty$	$\nu_1 \{ \text{外板の} \nu \}$ 例 : $0 \leq \nu_1 \leq 0.5$ 等	$\nu_2 \{ \text{内板の} \nu \}$ $G_t = \text{③}$

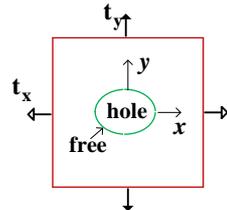
[注記] ④  $\left\{ \frac{k_m(\text{近似係数}) = (1-\nu_1)/(3+\nu_1)}{k_t(\text{理論係数}) \equiv 1(\text{const.})} \right\} \rightarrow \text{p. 26参照}$  ⑤  $\left\{ \begin{array}{l} \text{上記}[\mathbf{q}_y^{(t4)}]_{\text{㉒}} \text{式} \text{の} \\ (\text{分子と分子}) \text{の最終項} \end{array} \right\}$

(5) 説明図：面外計算modelの定義 … p. 21参照

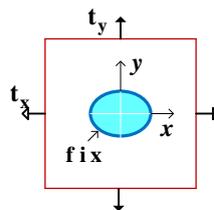
[t1]<sub>㉑</sub> 一様平板



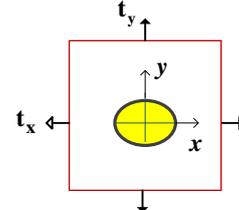
[t2]<sub>㉑</sub> 開孔平板



[t3]<sub>㉑</sub> 境界縁固定板



[t4]<sub>㉒</sub> 複合平板



Note (p. 8 + p.9) 続き

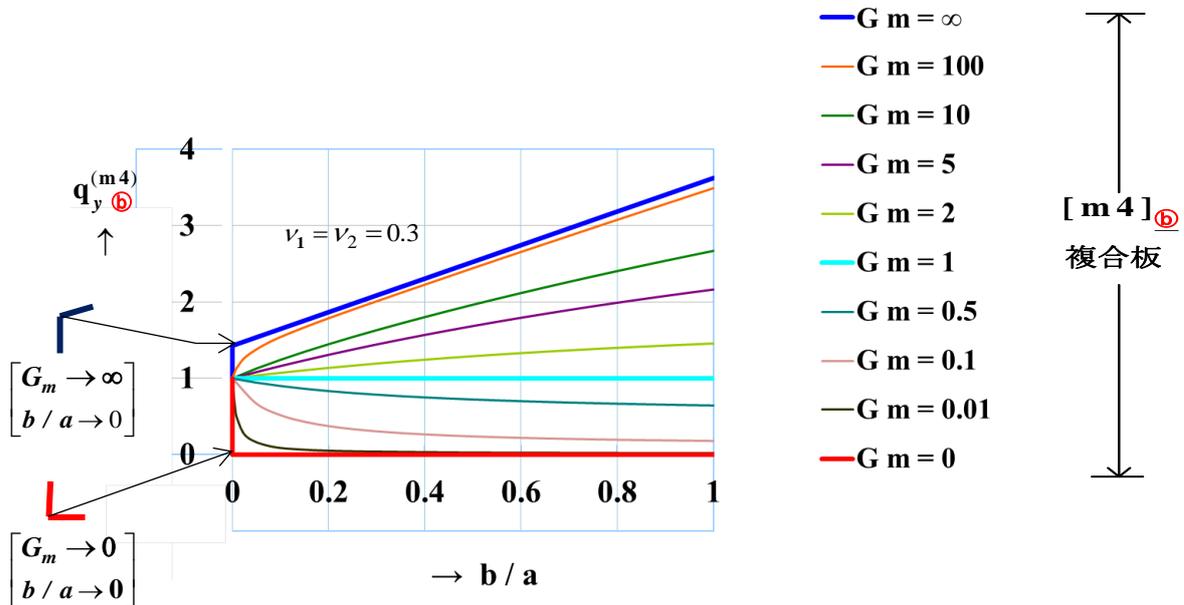
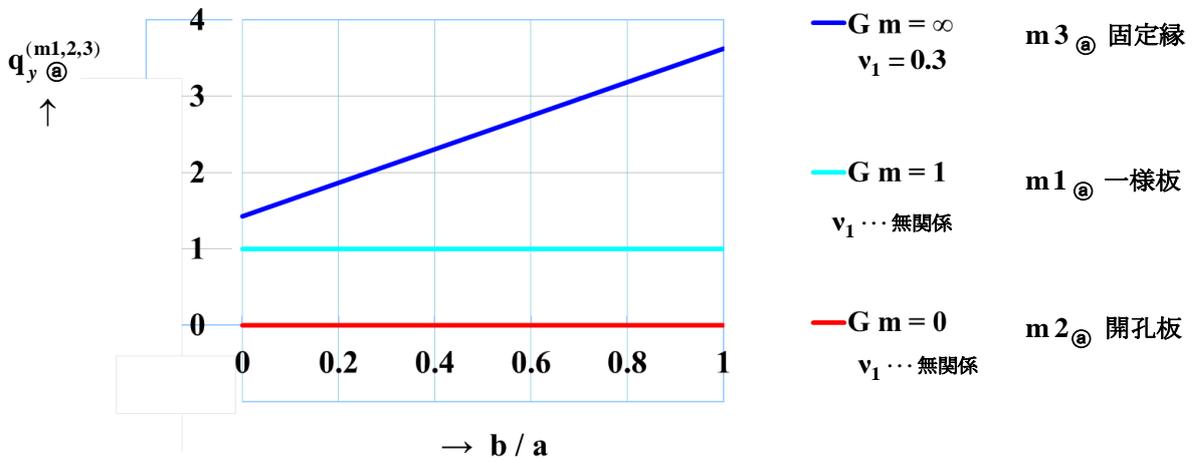
(ii)  $[\mathbf{q}_y^{(m1,2,3)}]_{\text{㉑}} ; [\mathbf{q}_y^{(t1,2,3)}]_{\text{㉑}}$  と ㉒  $[(m4) ; (t4)]$  式の差異 :

$\{ [\mathbf{q}_y^{(m4)}]_{\text{㉒}} ; [\mathbf{q}_y^{(t4)}]_{\text{㉒}} \}$  式の理論上の影響因子は  $[\text{②} b/a, \text{③} (G_m; G_t), \text{④} (k_m, k_t), \text{⑤} (\nu_2, \nu_1)]$  の4因子である。この4因子が相互に分担して影響を及ぼし, p. 10, 11の計算図が示される。

(iii) 複合平板の  $[p_x, p_y, q_x, q_y]_{\text{㉒}}^{(m4 \& t4)}$  の共通表示式の導出法 → p. 44~51参照

(C4)<sup>(m)</sup> 数値計算図の例

(1)<sup>(m)</sup>  $\left[ q_y^{(m1,2,3)} \right]_{\text{a}} - (v_1 = v_2 = 0.3)$



Note (p.10 + p.11)  $(\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)} ; \beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)}) \dots$  計算結果が示す特性

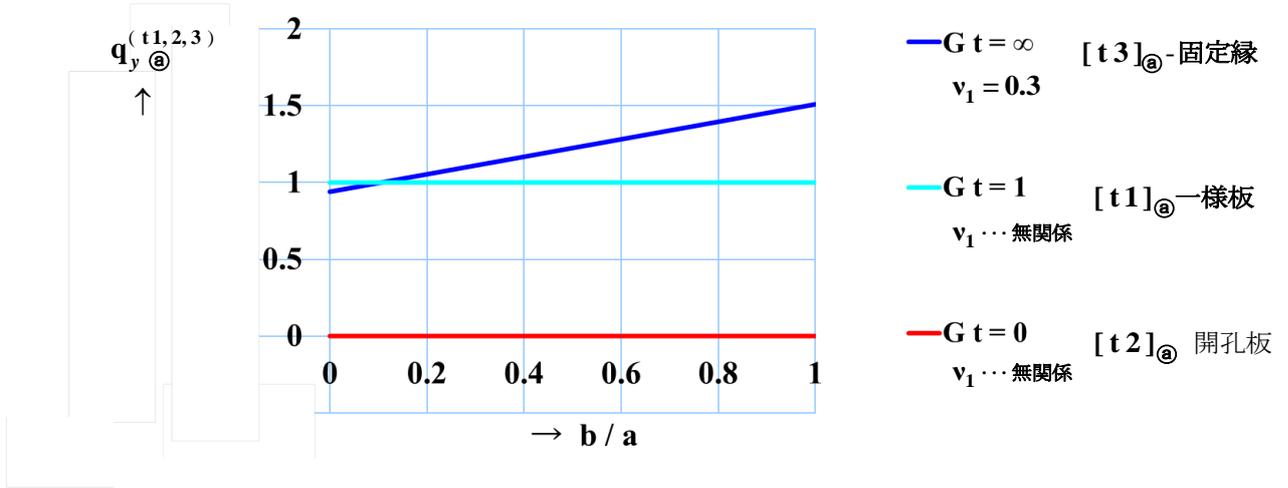
(i)  $\left[ \begin{matrix} \text{(p10)}^{(m)} \text{ vs. } \text{(p11)}^{(t)} \\ \text{計算可能範囲の比較} \end{matrix} \right] : \text{a式} \cdot \left\{ \begin{matrix} 3 \text{ 直線上} \\ \text{に限定} \end{matrix} \right\} \text{ vs. } \text{b式} \cdot \left\{ \begin{matrix} \text{必要領域} \\ \text{全計算値} \end{matrix} \right\} \text{に拡張}$

(ii)  $\{G \rightarrow 0 \ \& \ b/a \rightarrow 0\}$  と  $\{G \rightarrow \infty \ \& \ b/a \rightarrow 0\}$  で計算曲線に不連続性が存在する。

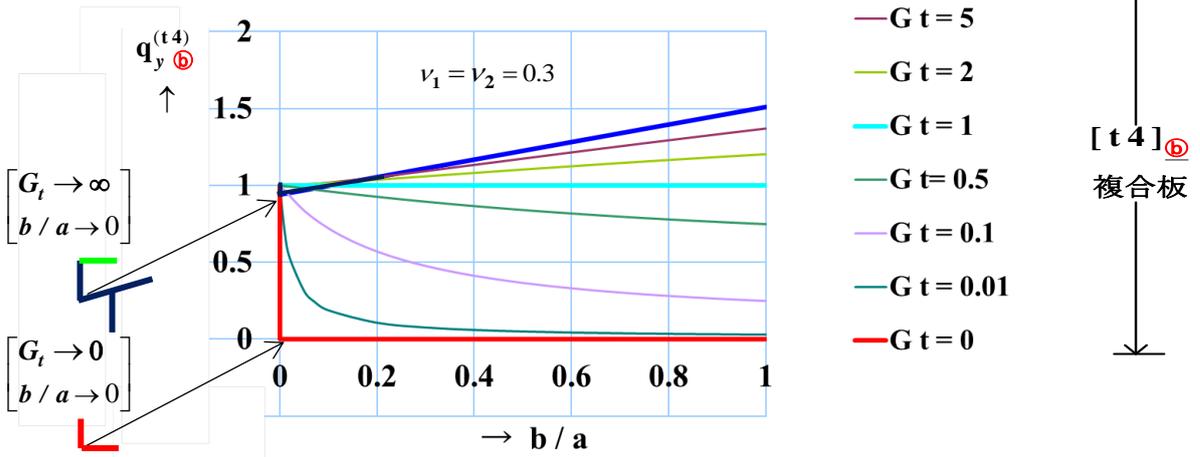
(iii)  $[p_x^{(m4)}, p_x^{(m4)}, q_x^{(m4)}, q_y^{(m4)}], [p_x^{(t4)}, p_x^{(t4)}, q_x^{(t4)}, q_y^{(m4)}]$  の計算式と計算図は、係数毎に異なる、全体の図・式を p. 62~87 に示した。

(C4)<sup>(t)</sup> 数値計算図の例

(1)<sup>(t)</sup>  $\left[ q_y^{(t1,2,3)} \right]_{\text{㊸}} - (\nu_1 = \nu_2 = 0.3)$



(2)<sup>(m)</sup>  $\left[ q_y^{(m4)} \right]_{\text{㊸}} - (\nu_1 = \nu_2 = 0.3)$



Note ( p.10 + p.11) 続き

(iv) 境界内力分布の不連続点部は一般に、応力分布の特異点であり、亀裂発生等の原因になる場合が多い。安全対策の検討が重要である。このような特殊個所については 境界発生内力図 に加えて、応力分布図 の調査が必要である。

[D]<sup>(m&t)</sup> 凡例(p. 4~11)のまとめ：

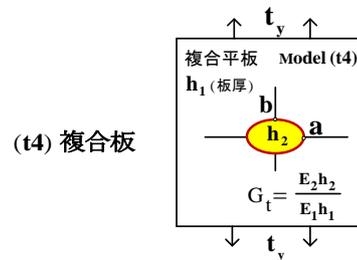
(D1) 境界発生内力の共通計算式の実用性の確認

複合平板の引張負荷 ( $t_x, t_y$ ) に対する境界発生内力 ( $\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)}$ ) 計算式は、平板の弾性理論式として導出できることが確認できた。これに対応させる曲げ負荷 ( $m_x, m_y$ ) の境界発生内力 ( $\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}$ ) 計算式は、( $\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)}$ ) 式に所定の近似係数を配置する方式で標示した。  
 ( $\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}$ ) 式による近似計算値は、( $\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)}$ ) による理論値と対比して、実用上十分な精度で求められていることを確認した。 p. 10~11及び p. 62~83の計算図参照。

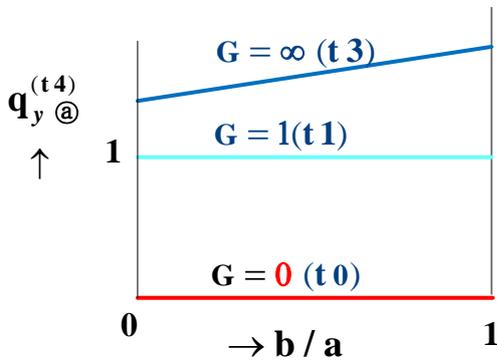
(D2) [(b/a → 0) & (G<sub>t</sub> → 0)] 及び [(b/a → 0) & (G<sub>t</sub> → 0)] の内力分布の不連続性について：

下記 - 模式図の影響係数  $q_y^{(t4)}$  の例では、上記の2点で計算値に不安定性がみられるため、安全対策の検討が必要である。なお、影響係数 [ $p_x, p_y, q_x, q_y$ ]<sup>(t4 vs m4)</sup> の各々の計算値は、それぞれ異なる特性の分布図 (p. 62~83 参照) で示されるため、個別に検討を行うことが必要である。

- (t3) 境界縁固定板
- (t1) 一様連続平板
- (t2) 自由縁開孔板

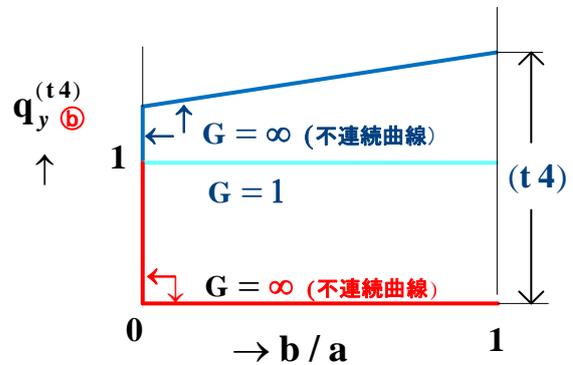


図の3直線上の計算値に限定.



単体板model (t1, 2, 3)

算出曲線は全区域を隙間なく埋める.



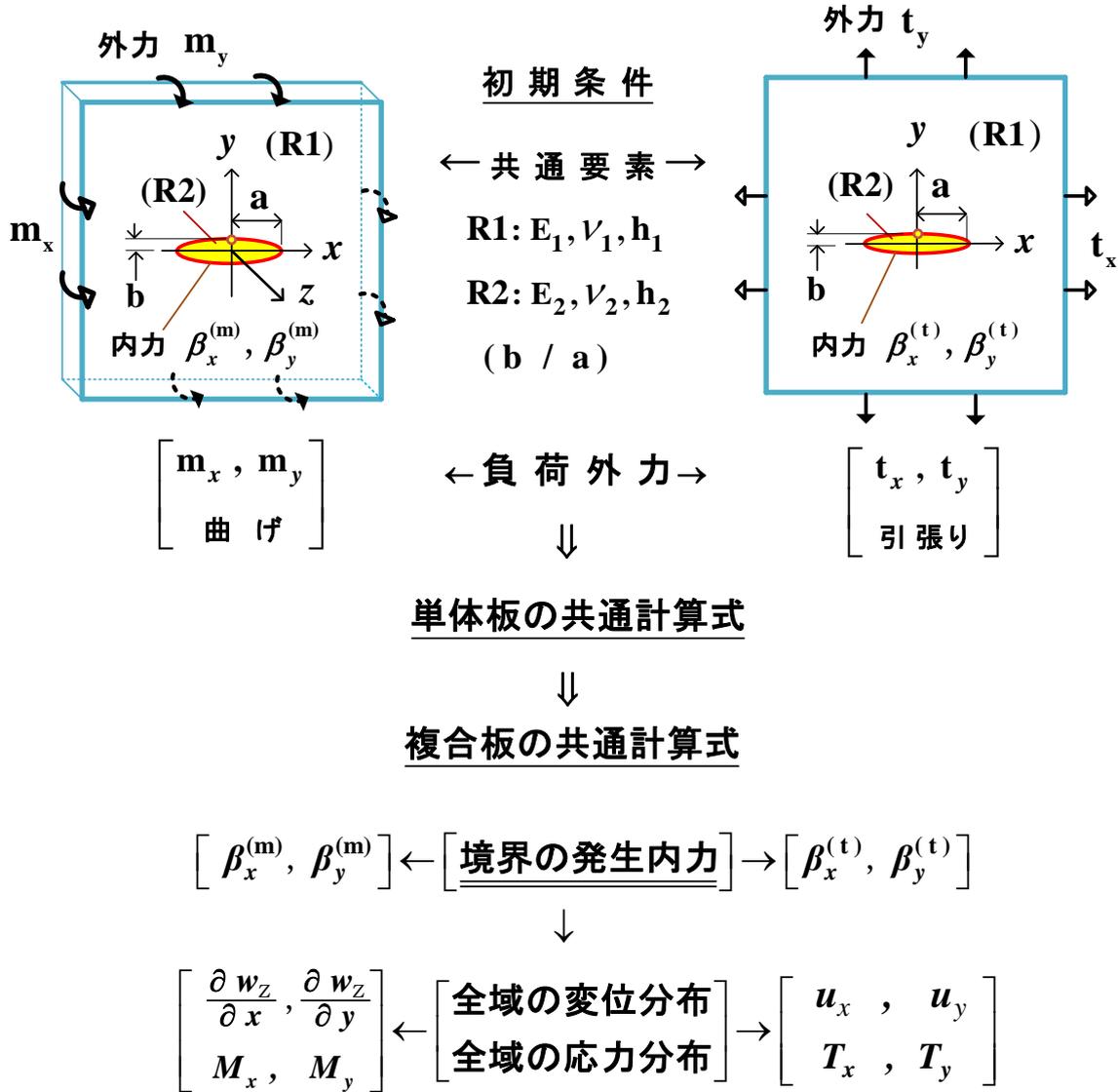
複合板model (t4)

境界合力の模式図

- Note (p.12) :**
- (i) 境界内力の共通表示式の実用性が確認出来た。…上記 (D1)
  - (ii) 境界内力分布の不連続部については、安全対策の十分な検討が常に重要である。…上記 (D2)
  - (iii)  $b/a \rightarrow 0$  (線分状異質材) の問題は、plate - 8編で基本的考察を行った。更に、改訂版の中で解析を補足する予定である。

# 負荷に対して共通表示方式の弾性計算式

## (plate - 9) 境界発生内力計算式の特徴



## まえがき

### (1) 目的

平板の「面外・曲げ負荷」と「面内・引張-圧縮負荷」に対する微小変形弾性計算式は、弾性力学の代表的な基本計算式の一組であり、常に有効に実用されている。この従来の「弾性計算式」は、負荷の種類によって異なる型式の、各負荷別の専用計算式となっている。

この各負荷専用の計算式は、簡便で実用的な計算式であることは明白である。その上で更に、すべての負荷に共通に適用できる簡便な弾性計算式を実用化できれば、工学的に益するところは大きいと考えた。例えば、構造体の中に配置する平板部材には、多かれ少なかれ、面内と面外の両方向の力が負荷されることになる。条件によっては、両方向の力が連動して、予測できなかったトラブルに至ることがあることは、今までに体験してきたことである。この種の複数の力の連動問題を多角的に検討するための実用的資料の一つとして、本書が今後役に立つことを念願するものである。

### (2) 経緯

著者は 1956～1984 年の間、民間企業の研究・開発部門に所属した。その後 1985～2002 年の間は大学において、教育・研究・管理の業務に従事した。その両方の職場では、業務の内容は異なったのであるが、本書の「技術計算式の共通表示」の問題については、自分自身の人生の仕事にしてみたいと思うところがあって、何時も関心を持って資料の集積を続けてきた。

### (3) 本書の概要

(3-1) 本書で考えた基本の例題は、大きな平板の中に一個の楕円形の異質部境界があり、それが外部から一様に「曲げ」と「引張」を受ける時の境界近傍の弾性変化の問題である。この範疇の中で、「一様平板」及び「境界縁自由板」と「境界縁固定板」の3者は特殊の境界条件を持つ平板であり、これらに対する専用計算式は既に完成されていて、多くの適用実績がある。本書では先ず、これら3条件に対する専用式を根幹にして、各専用式の必要個所に「負荷係数、境界係数、ねじり/せん断係数」等を配置し、そこから必要な枝葉を伸ばして network を広げる方法により、「面外問題」と「面内問題」に共通形の微小変形弾性計算式の構築を模索した。

(3-2) 上述した3条件に対する従来の「面外」と「面内」の各計算式は、外見上の形はかなり大きく異なっている。これはそれぞれの計算式を導出する過程が異なることが主因と考える。本書では先ず始めにこれらの3条件の計算式を例題にして、「曲げ、ねじり、引張、せん断」のすべての負荷に対する計算過程を統合することを検討した。ここで最初に直面した問題は、想定していた以上の難題であったが、幾多の試行錯誤を繰り返して、上記の3条件に対する係数変換型の共通計算式を実現させることができた。

(3-3) 上記の「開孔板」等に対する負荷共通計算式に更に必要な解析を加えて、異質部を持つ「複合平板」にまで拡張して適用できる負荷共通計算式を提示した。前記(3-2)の中の「自由縁」と「固定縁」の開孔板は、境界線のところで内部と外部が物理的に分断されている「不連続境界」である。これに対してこの(3-3)の境界は、その内部に外部とは力学的性質が異なる弾性板を接合させた境界であり、外板と内板の相互の弾性挙動を「連続的に流通させて考察することができる境界」である。例えば、この(3-3)の計算式で内部板の剛性を低減させて、あるいはその反対に増大させて、それぞれの極限として前記の「自由縁境界」あるいは「固定縁境界」に至る方法で、不連続境界の特性を解析することができる。そのことを、各編の例題の中に示した。

(3-4) 本書では「面外問題」と「面内問題」の相互の関連を出来るだけ目に見える形で直接に対比することを考えて、両問題の主要な計算式、及び主要な数値計算図を、「面外問題」は偶数頁に、「面内問題」は奇数頁に並べて示した。

#### (4) 終わりに

強度評価の問題に対して、「実験」、「電算解析」、「理論解析」の3者を有効に連携させて活用することが重要であると常に考える。その連携のための参考資料の一つとして、本書が役立つことができれば幸甚に存するものである。

本書は、長岡技術科学大学の関係者からの多大な支援を得て実現できたものである。また日常的に、多くの方々から有益な助言と協力を受けた。

ここに、関係者の皆様に心から厚くお礼を申し上げる次第である。

2015年 1月

著 者

## 目 次

序文 初版の原稿作成を終えて … p. 2 ~ 12  
[A] 概要, [B] 初版一覧, [C] 凡例, [D] まとめ

まえがき … p. 14 ~ 15

目 次 … p. 16~18

## 第 1 章 負荷に共通表示計算式の導出過程の概要

### [1-1] 新たに定義した計算model, 関数式等

(1.1.1) 計算modelの定義 … p. 20 ~ 23  
(1.1.2) 関数式等の定義 … p. 24 ~ 28

### [1-2] 楕円孔を持つ単体平板に対する負荷共通計算式の提案

(1.2.1) 円孔板 - model による問題点の基礎調査 … p. 29 ~ 31  
(1.2.2) 円孔板 - model に対する負荷共通計算法の提示 … p. 32 ~ 39  
(1.2.3) 楕円孔板 - model に対する負荷共通の複素応力の提示 … p. 40 ~ 41

### [1-3] 異材部を持つ複合平板に対する共通計算式の提示

(1.3.1) 境界面内力の共通計算式(基本式-1)の導出 … p. 42 ~ 53  
(1.3.2) 表示方式変更型の(基本式-2, 基本式-3)の提示 … p. 54 ~ 55  
(1.3.3) 境界発生内力計算式の適用例 … p. 56 ~ 57

-----  
**Note(p.16)**: 本編において, 特に考慮した 3点 について:

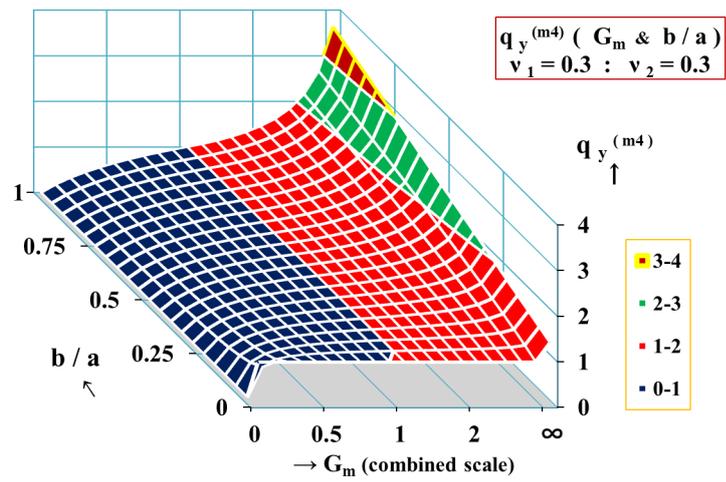
(1) (式, 図)を 平易な方法 で説明すること.

(2) (式, 図)の 配置 -  $\left[ \begin{array}{c} \text{偶数page} \\ \text{面外(m)問題} \end{array} \right] - \langle \text{並置:対比} \rangle - \left[ \begin{array}{c} \text{奇数page} \\ \text{面内(t)問題} \end{array} \right]$   
前編までと同様

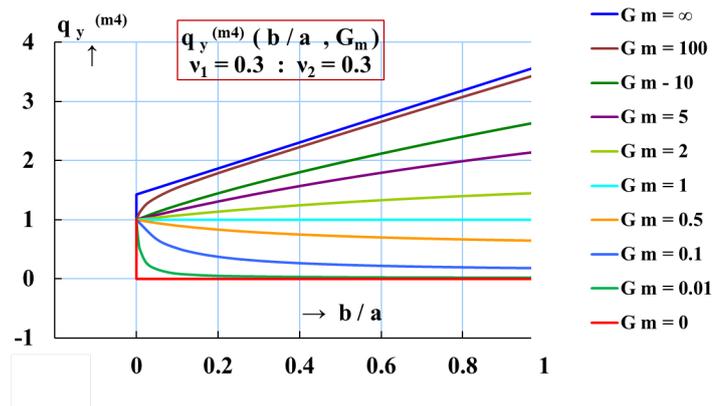
(3) Note(p.No.)欄の 新設 -  $\left[ \text{当該pageの} \underline{\text{主要事項を記入}} \right]$   
各 page の 下欄

第 2 章 境界発生内力の数値計算図

[3-1] 3D 図 ... p.58 ~69



[3-2] 2D 図 ... p.70 ~ 83

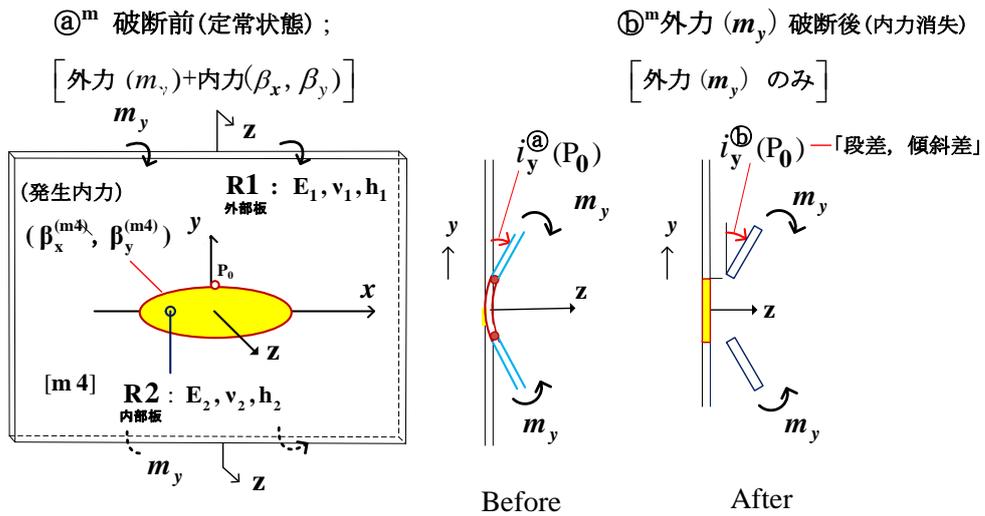


第 3 章 補足資料

[3-1] 試算例

… p. 84~89

複合平板に外力が負荷されている状態で境界断面が 破断した仮定する時、  
内板縁と外板縁の間に発生する 空隙量と段差量 の傾向に関する一試算



[3-2] 境界内力共通計算式  $\{(\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}) \leftrightarrow (\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)})\}$  の活用例 … p. 90~95

[3-3] 基本式の中から, 2例題 … p. 96~105

参考文献, 参考資料, 略歴 … p. 106~112

## 第 1 章 負荷に共通表示計算式の導出過程の概要

[1-1]

---

**Note(p.19) : plate - 19編 (plate series 最終編) について , 2, 3の所感**

(1) (1.1.1)節と(1.1.2)節では関連する資料の種類と数量が特に多いため, 代表的な計算式と計算図を選定して全体の内容を説明するように心がけた. その点から, 重要事項の説明が不十分なところが存在する. 予定している改訂版の中で, 説明を追加したいと考えている.

(2) 本編では, 負荷( $m_x, m_y$ )による面外曲げ計算式と負荷( $t_x, t_y$ )による面外曲げ計算式の共通表示過程を整理して説明した.

負荷( $m_{xy}$ )による面外ねじり計算式と負荷( $t_{xy}$ )による面内せん断計算式の共通表示過程は, **plate - 7編**で考察したように, 負荷( $m_x, m_y$ )と負荷( $t_x, t_y$ )の場合とはかなり異なるところがある. その共通表示過程については, **plate - 7編**の改訂版の中で纏めて説明を行なう予定である. .

(3) **plate 9編 (Plate Series 最終編)** では,  $\left[ \begin{array}{c} \text{偶数page} \\ \text{面外(m)問題} \end{array} \right] - \langle \text{並置: 対比} \rangle - \left[ \begin{array}{c} \text{奇数page} \\ \text{面内 (t) 問題} \end{array} \right]$  に

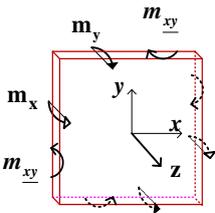
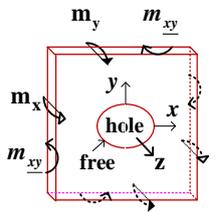
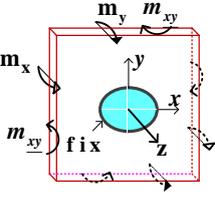
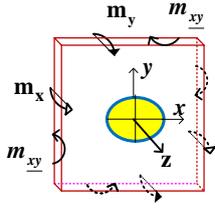
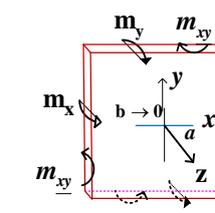
よる編集を殆ど全面的に行ってみた. 計算式の内容によっては, 偶数page と奇数page が殆ど同じ内容に見えるところが少なくないと思う. しかし, 今迄に繰り返し記述してきたように, 実際にはかなり大きく異なる現象に対する面内式と面外式に, 所定の変換係数を所定の対応位置に配置することによって, 共通表示式の形に作り上げているものである. そのことを常に認識した上で実用することが大切な式であると考えている. その点から, 両方の式を並べて列記する方式にして, 両方を対比・検討しながら適用する方式を続けてみたいと考えている.

---

[1-1]<sup>(m)</sup> 新たに定義した計算model, 関数式等

(1.1.1)<sup>(m)</sup> 計算modelの定義 :

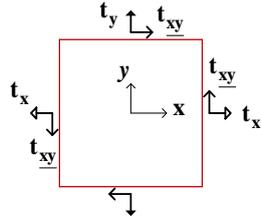
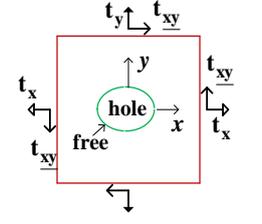
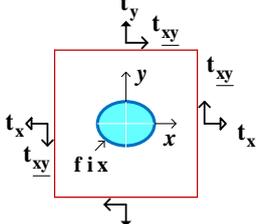
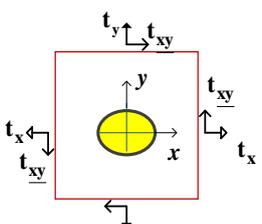
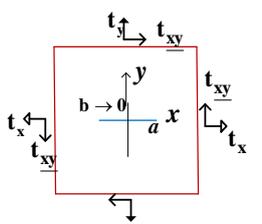
(a)<sup>(m)</sup> 面外-計算modelの定義 : Table (p. 20)

分類 と 名称		内 容	注 記	
大 分 類	mode 名称			
基本問題 (単体板)	(m1) 一様連続 の平板	 $G_m = 1 : \begin{cases} E_1 = E_2 \\ \nu_1 = \nu_2 \\ h_1 = h_2 \end{cases}$ $b/a : \text{任意}$	外部板 : $E_1, \nu_1, h_1$ 内部板 : $E_2, \nu_2, h_2$  $G_m = \frac{E_2 h_2^3}{E_1 h_1^3}$	
	(m2) 開孔縁 自由板	 $G_m = 0 : \begin{cases} E_2 = 0 \\ h_2 = 0 \end{cases}$ $b/a : \text{任意}$		$(m1) = (m4)$ $G_m=1 \ \& \ \nu_1=\nu_2$
	(m3) 境界線 固定板	 $G_m = \infty - \begin{cases} i_x(x_0, y_0) = 0 \\ i_y(x_0, y_0) = 0 \end{cases}$ $b/a : \text{任意}$		$(m3) = (m4)$ $G_m = \infty$
応用問題 (複合板)	(m4) 部分的に 異なる材料を 組合わせた 複合平板	 $0 \leq G_m \leq \infty$ $\begin{cases} E_1, \nu_1, h_1 \\ E_2, \nu_2, h_2 \end{cases} : \text{任意}$ $b/a : \text{任意}$	(m4)は, 係数と記号 の変換によって, (m1, m2, m3, m5)の 全ての計算式を示す ことができる.  $(m5) = (m4)$ $b/a \rightarrow 0$	
	(m5) 線分状 ( $b/a \rightarrow 0$ ) 異質物を持つ 複合平板	 $b/a \rightarrow 0$		

[1-1]<sup>(t)</sup> 新たに定義した計算model, 関数式等 :

(1.1.1)<sup>(t)</sup> 計算modelの定義 :

(a)<sup>(t)</sup> 面内-計算modelの定義 : Table (p. 21)

分類 と 名称		内 容	注 記
大 分 類	model 名称		
基本問題 (単体板)	(t1) 一様連続 の平板	 $G_t = 1 : \begin{cases} E_1 = E_2 \\ \nu_1 = \nu_2 \\ h_1 = h_2 \end{cases}$ $b/a : \text{任意}$	外部板 : $E_1, \nu_1, h_1$ 内部板 : $E_2, \nu_2, h_2$  $G_t = \frac{E_2 h_2}{E_1 h_1}$
	(t2) 開孔縁 自由板	 $G_t = 0 : \begin{cases} E_2 = 0 \\ h_2 = 0 \end{cases}$ $b/a : \text{任意}$	$(t1) = (t4)$ $G_{t=1} \ \& \ \nu_1 = \nu_2$  $(t2) = (t4)$ $G_t = 0$
	(t3) 境界線 固定板	 $G_t = \infty - \begin{cases} u_x(x_0, y_0) = 0 \\ u_y(x_0, y_0) = 0 \end{cases}$ $b/a : \text{任意}$	$(t3) = (t4)$ $G_t = \infty$
応用問題 (複合板)	(t4) 部分的に 異なる材料を 組合わせた 複 合 平 板	 $0 \leq G_t \leq \infty$ $\begin{cases} E_1, \nu_1, h_1 \\ E_2, \nu_2, h_2 \end{cases} : \text{任意}$ $b/a : \text{任意}$	(t4)は, 係数と記号 の変換によって, (t1, t2, t3, t5)の 全ての計算式を示す ことができる.
	(t5) 線分状 (b/a → 0) 異質物を持つ 複合平板	 $b/a \rightarrow 0$	$(t5) = (t4)$ $b/a \rightarrow 0$

(1.1.1) 続き

(b)<sup>(m)</sup> 補助model  $[(m1\beta)]$  と  $(m4\beta)$  の定義

(m1 $\beta$ )-model : 開孔平板の内縁のみに  $(m_x, m_y)$  の内力を負荷する計算-model

外部板(R1)の加算関係  $\dots [m1]=[m2]_{共通}+[m1\beta]$

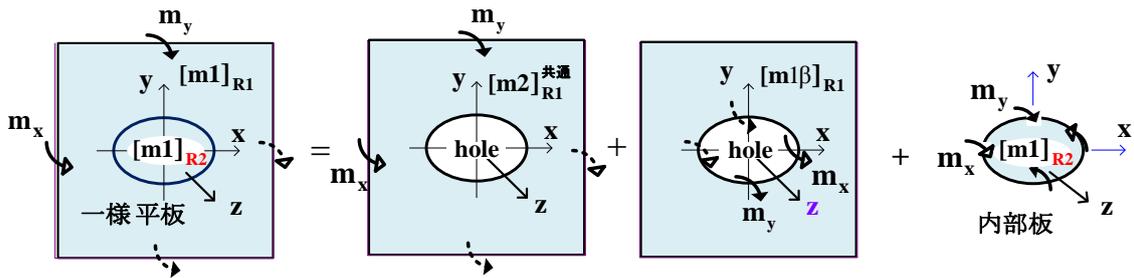
(m4 $\beta$ )-model : 開孔平板の内縁のみに  $(\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)})$  の内力を負荷する計算-model

外部板(R1)の加算関係  $\dots [m4]=[m2]_{共通}+[m4\beta]$

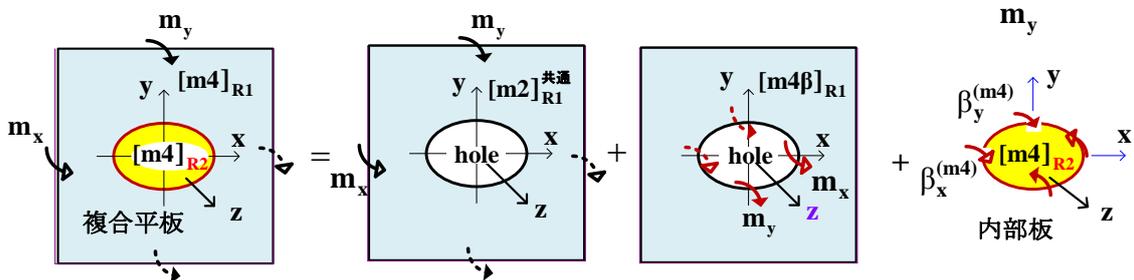
$$(i) \begin{cases} \beta_x^{(m4)} = p_x^{(m4)} \cdot m_x + p_y^{(m4)} \cdot m_y \\ \beta_y^{(m4)} = q_x^{(m4)} \cdot m_x + q_y^{(m4)} \cdot m_y \end{cases}$$

(ii)  $[(m1\beta), (\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)})] \rightarrow [m4(\text{複合板})]$  の計算に活用  $\rightarrow$  p. (44~48)<sub>参照</sub>

$$[m1]_{R1} + [m1]_{R2} = \frac{[m2]_{R1}^{共通}}{[m1]_{R1}} + [m1\beta]_{R1} + [m1]_{R2}$$



$$[m4]_{R1} + [m4]_{R2} = \frac{[m2]_{R1}^{共通}}{[m4]_{R1}} + [m4\beta]_{R1} + [m4]_{R2}$$



(1.1.1) 続き

(b)<sup>(t)</sup> 補助model  $[(t1\beta)]$  と  $(t4\beta)$  の定義

(t1 $\beta$ )-model : 開孔平板の内縁のみに  $(t_x, t_y)$  の内力を負荷する計算-model

外部板(R1)の加算関係 ...  $[t1] = [t2]^{\text{共通}} + [t1\beta]$

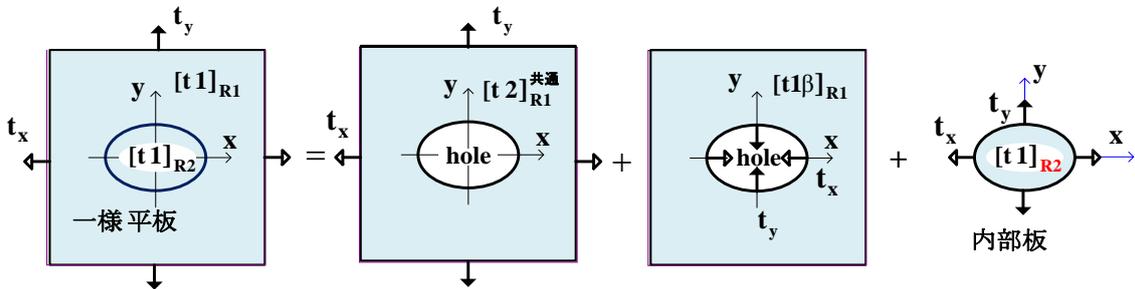
(t4 $\beta$ )-model : 開孔平板の内縁のみに  $(\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)})$  の内力を負荷する計算-model

外部板(R1)の加算関係 ...  $[t4] = [t2]^{\text{共通}} + [t4\beta]$

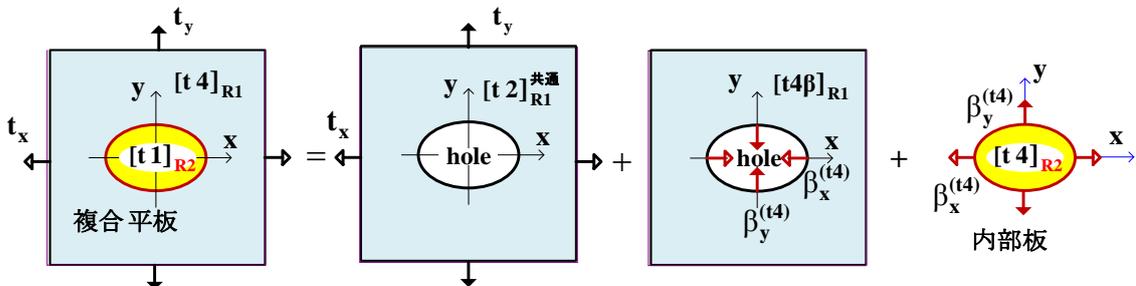
$$(i) \begin{cases} \beta_x^{(t4)} = p_x^{(t4)} \cdot t_x + p_y^{(t4)} \cdot t_y \\ \beta_y^{(t4)} = q_x^{(t4)} \cdot t_x + q_y^{(t4)} \cdot t_y \end{cases}$$

(ii)  $[(t1\beta), (\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)})] \rightarrow [t4 \text{ (複合板)}]$  の計算に活用  $\rightarrow$  p. (45~49) 参照

$$[t1]_{R1} + [t1]_{R2} = \frac{[t2]_{R1}^{\text{共通}}}{[t1]_{R1}} + [t1\beta]_{R1} + [t1]_{R2}$$



$$[t4]_{R1} + [t4]_{R2} = \frac{[t2]_{R1}^{\text{共通}}}{[t4]_{R1}} + [t4\beta]_{R1} + [t4]_{R2}$$

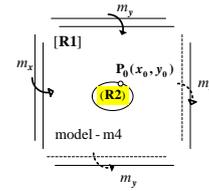


(1.1.2)<sup>(m)</sup> 境界発生内力の定義, 記号, 説明図

[m4] 複合平板の曲げ  
 [R1] - (E<sub>1</sub>, ν<sub>1</sub>, h<sub>1</sub>) : 外部板  
 (R2) - (E<sub>2</sub>, ν<sub>2</sub>, h<sub>2</sub>) : 内部板

(a)<sup>(m)</sup> 定義, 記号

$$\begin{bmatrix} \beta_x^{(m4)} \dots \text{境界内力の} x\text{-成分} \\ \beta_y^{(m4)} \dots \text{境界内力の} y\text{-成分} \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} \beta_x^{(m4)} \\ \beta_y^{(m4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x^{(m4)} \cdot m_x + p_y^{(m4)} \cdot m_y \\ q_x^{(m4)} \cdot m_x + q_y^{(m4)} \cdot m_y \end{bmatrix}$$

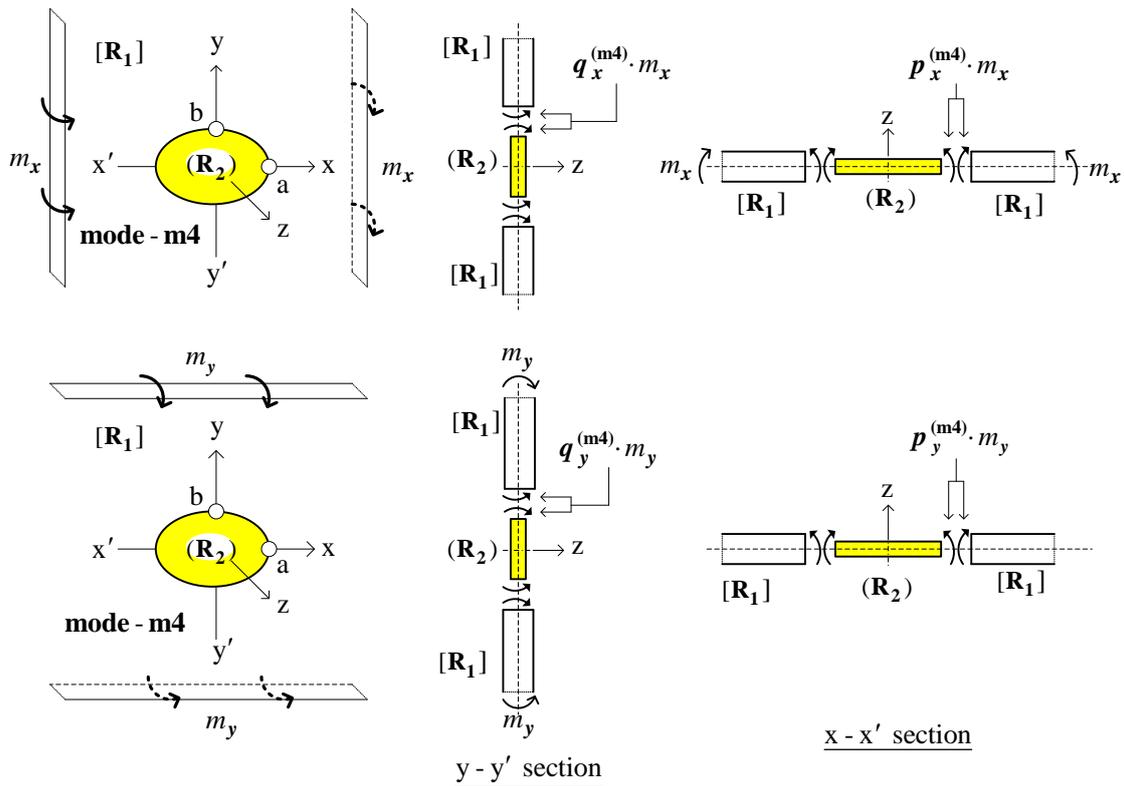


$$\begin{bmatrix} p_x^{(m4)} \\ p_y^{(m4)} \\ q_x^{(m4)} \\ q_y^{(m4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_x \text{が} \beta_x^{(m4)} \text{の} x\text{-成分} \text{に及ぼす影響係数} \\ m_y \text{が} \beta_x^{(m4)} \text{の} x\text{-成分} \text{に及ぼす影響係数} \\ m_x \text{が} \beta_y^{(m4)} \text{の} y\text{-成分} \text{に及ぼす影響係数} \\ m_y \text{が} \beta_y^{(m4)} \text{の} y\text{-成分} \text{に及ぼす影響係数} \end{bmatrix}$$

次元  $[\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}] = \text{次元}[m_x, m_y] = \frac{[\text{トルク}]}{\text{全板厚}} = [\text{N} \cdot \text{m}]$

$[p_x^{(m4)}, p_y^{(m4)}, q_x^{(m4)}, q_y^{(m4)}] \dots \text{無次元の係数}$

(b)<sup>(m)</sup> 説明図



**Note (p. 24) :**  $[\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}]$  の次元 (単位) について :

$[\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}]$  の次元は負荷  $[m_x, m_y]$  の次元と同一であり, [トルク, 或いは偶力, 力対]

と定義されるベクトル変化量である. [合応力 (圧力) - モーメント] の次元ではない.

(1.1.2)<sup>(t)</sup> 境界発生内力の定義, 記号, 説明図

(a)<sup>(t)</sup> 定義, 記号

$$\begin{bmatrix} \beta_x^{(t4)} \dots \text{境界内力の} x\text{-成分} \\ \beta_y^{(t4)} \dots \text{境界内力の} y\text{-成分} \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \beta_x^{(t4)} \\ \beta_y^{(t4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x^{(t4)} \cdot t_x + p_y^{(t4)} \cdot t_y \\ q_x^{(t4)} \cdot t_x + q_y^{(t4)} \cdot t_y \end{bmatrix}$$

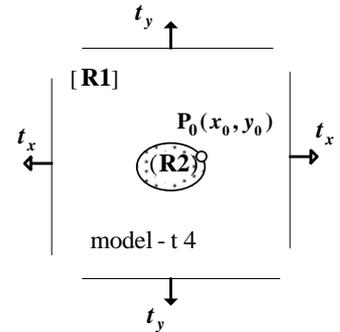
$$\begin{bmatrix} p_x^{(t4)} \\ p_y^{(t4)} \\ q_x^{(t4)} \\ q_y^{(t4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x \text{が} (\beta_x^{(t4)} \text{の} x\text{-成分}) \text{に及ぼす影響係数} \\ t_y \text{が} (\beta_x^{(t4)} \text{の} x\text{-成分}) \text{に及ぼす影響係数} \\ t_x \text{が} (\beta_y^{(t4)} \text{の} y\text{-成分}) \text{に及ぼす影響係数} \\ t_y \text{が} (\beta_y^{(t4)} \text{の} y\text{-成分}) \text{に及ぼす影響係数} \end{bmatrix}$$

次元  $[\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)}] = \text{次元}[t_x, t_y] = \frac{\text{合力}}{\text{単位座標幅当たり}} = [\text{N}]$

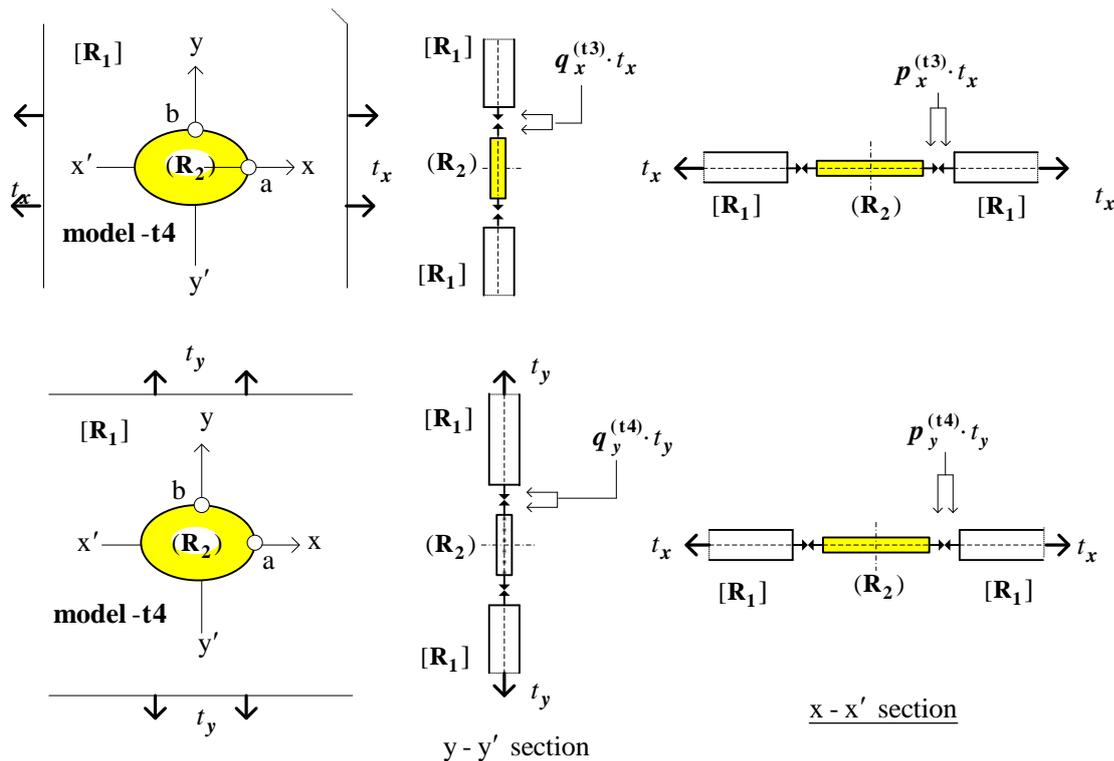
$[p_x^{(t4)}, p_y^{(t4)}, q_x^{(t4)}, q_y^{(t4)}] \dots$  無次元の係数

[ t4 ] 複合平板の引張

[R1] - (E<sub>1</sub>, ν<sub>1</sub>, h<sub>1</sub>) : 外部板  
 (R2) - (E<sub>2</sub>, ν<sub>2</sub>, h<sub>2</sub>) : 内部板



(b)<sup>(t)</sup> 説明図



**Note (p. 25) :**  $[\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)}]$  の次元 (単位) について :

$[\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)}]$  の次元は負荷  $[t_x, t_y]$  の次元と同一であり, [合力, 或いは牽引力] と定義されるベクトル変化量である. [応力 (圧力)] の次元のテンソル変化量ではない.

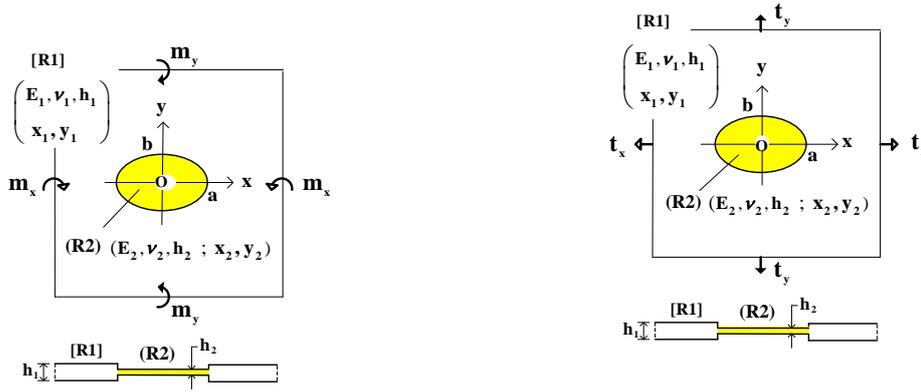
(1.1.2) 続き

(b) : [m] と [t] の [記号, 係数] の変換関係

		[m] 面外曲げ	[t] 面内引張	注記
負荷・外力		$m_x, m_y$	$t_x, t_y$	
境界断面 発生・内力		$\beta_x^{(m)} = p_x^{(m)} \cdot m_x + p_y^{(m)} \cdot m_y$ $\beta_x^{(m)} = q_x^{(m)} \cdot m_x + q_y^{(m)} \cdot m_y$	$\beta_x^{(t)} = p_x^{(t)} \cdot t_x + p_y^{(t)} \cdot t_y$ $\beta_y^{(t)} = q_x^{(t)} \cdot t_x + q_y^{(t)} \cdot t_y$	
機械的 性質	[R1]-外板	$E_1, \nu_1, h_1$		
	(R1)-内板	$E_2, \nu_2, h_2$		
$G_m \leftrightarrow G_t$ 曲げ 延び 剛性比 剛性比		$G_m \left( = \frac{E_2 h_2^3}{E_1 h_1^3} \right)$	$G_t \left( = \frac{E_2 h_2}{E_1 h_1} \right)$	
$k_m \leftrightarrow k_t$ 面外係数 面内係数		$k_m \left( = \frac{1+\nu}{3+\nu} \right)$	$k_t (=1)$	$k_m \leftrightarrow k_t$ p. 24
$\frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y} \leftrightarrow u_x, u_y$ たわみ角 変位		$\frac{\partial w}{\partial x}; \frac{\partial w}{\partial y}$	$u_x (= \int \varepsilon_x dx); u_y (= \int \varepsilon_y dy)$	
$[M_x, \dots] \leftrightarrow [T_x, \dots]$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{曲げ} \\ \text{モーメント} \end{array} \right\} \leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{合応力} \end{array} \right\}$		$M_x, M_y, M_{xy}$ $M_r, M_\theta, M_{r\theta}$	$T_x, T_y, T_{xy}$ $T_r, T_\theta, T_{r\theta}$	
$Q_{xz}, Q_{yz}$ 面外方向 せん断力		$Q_{xz} = \delta_m \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) w(x, y)$ $Q_{yz} = \delta_m \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) w(x, y)$	対応因子なし	$Q_{xz}, Q_{yz}$ <b>Note(p.22)</b> 下記
写像関数		$z = \frac{1}{2} \cdot \left[ (a+b) \cdot \zeta + \frac{(a-b)}{\zeta} \right]$		

-----  
**Note (p. 26)** : [曲げ(m)問題] が [延び(t)問題] と異なる主因 → 解説  
 $Q_z$ -理論上必要       $Q_z$ -理論上なし      (p. 36~38)

(1.1.2) 続き



(i) 剛性 : 
$$\left( \begin{array}{l} \delta_m[R1] = \frac{E_1 h_1^3}{12(1-\nu_1^2)} \\ \delta_m(R2) = \frac{E_2 h_2^3}{12(1-\nu_2^2)} \end{array} \right) \dots \text{曲げ剛性} \quad , \quad \left( \begin{array}{l} \delta_t[R1] = \frac{E_1 h_1}{(1-\nu_1^2)} \\ \delta_t(R2) = \frac{E_2 h_2}{(1-\nu_2^2)} \end{array} \right) \dots \text{伸び剛性}$$

(ii) 剛性比 : 
$$G_m = \frac{E_2 h_2^3}{E_1 h_1^3} \left\{ = \frac{(1-\nu_2^2) \cdot \delta_m(R2)}{(1-\nu_1^2) \cdot \delta_m[R1]} \right\} \quad , \quad G_t = \frac{E_2 h_2}{E_1 h_1} \left\{ = \frac{(1-\nu_2^2) \cdot \delta_t(R2)}{(1-\nu_1^2) \cdot \delta_t[R1]} \right\}$$

(iii)  $[m]$ たわみ角(傾斜)基本式 :  $[t]$  変位基本式

$$[m] \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} w(x, y) = \frac{a}{\delta_m(1-\nu^2)} [C_x^{(m)}(x, y) \cdot m_x + C_y^{(m)}(x, y) \cdot m_y] \\ \frac{\partial}{\partial y} w(x, y) = \frac{a}{\delta_m(1-\nu^2)} [D_x^{(m)}(x, y) \cdot m_x + D_y^{(m)}(x, y) \cdot m_y] \end{cases} \dots \left\{ \frac{a}{\delta_m(1-\nu^2)} = \frac{12a}{Eh^3} \right\}$$

$$[t] \begin{cases} u_x(x, y) = \frac{a}{\delta_t(1-\nu^2)} [C_x^{(t)}(x, y) \cdot t_x + C_y^{(t)}(x, y) \cdot t_y] \\ u_y(x, y) = \frac{a}{\delta_t(1-\nu^2)} [D_x^{(t)}(x, y) \cdot t_x + D_y^{(t)}(x, y) \cdot t_y] \end{cases} \dots \left\{ \frac{a}{\delta_t(1-\nu^2)} = \frac{a}{Eh} \right\}$$

(iv)  $[m]$  曲げ応力モーメント基本式 :  $[t]$ 合応力基本式

$$\begin{bmatrix} M_x(x, y) = A_x^{(m)}(x, y) \cdot m_x + A_y^{(m)}(x, y) \cdot m_y \\ M_y(x, y) = B_x^{(m)}(x, y) \cdot m_x + B_y^{(m)}(x, y) \cdot m_y \\ M_{xy}(x, y) = N_x^{(m)}(x, y) \cdot m_x + N_y^{(m)}(x, y) \cdot m_y \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} T_x(x, y) = A_x^{(t)}(x, y) \cdot t_x + A_y^{(t)}(x, y) \cdot t_y \\ T_y(x, y) = B_x^{(t)}(x, y) \cdot t_x + B_y^{(t)}(x, y) \cdot t_y \\ T_{xy}(x, y) = N_x^{(t)}(x, y) \cdot t_x + N_y^{(t)}(x, y) \cdot t_y \end{bmatrix}$$

Note (p. 27) :  $[$ 曲げ剛性, 伸び剛性 $]$ の記号について

一般に,  $[$ 曲げ剛性 $\dots D_m$  , 伸び剛性 $\dots D_t]$  が用いられるが,  
本書では, 変位計算式に用いた記号と区別することを考えて,  
 $[$ 曲げ剛性 $\dots \delta_m$  , 伸び剛性 $\dots \delta_t]$ に統一することとした。

(1.1.2) 続き

(c)<sup>(m)↔(t)</sup> 共通計算式の標準形

(d)<sup>(m)+(t)</sup> 新規に作成した共通計算式の例  
境界合力計算式の導出及び応用に関連する計算式

(1) 単体板の〔㉔負荷別専用式〕→〔㉖負荷共通式〕に進行過程

(i) 単体板の負荷共通の境界条件式                      plate - 3 編   p. 88～89

(ii) 単体板の負荷共通の応力関数算定法                  plate - 3 編   p. 90～97

(iii) 単体板の負荷共通の変位分布計算式              plate - 4 編   p. 78～84

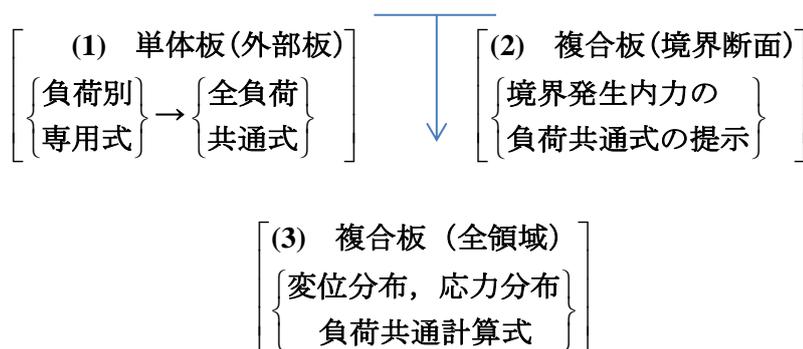
(iv) 単体板の負荷共通の応力分布計算式              plate - 5 編   p. 112～129

(2) 複合板の境界合力共通式の提示 → (3) 複合板全域の〔変位, 応力〕分布の共通式

(i) 複合板の境界線発生内力の共通計算式の提示      plate 9 編   p. 44～49

(ii) 複合板の外部板及び内部板の変位分布共通計算式   plate 4 編   p. 85～88

(iii) 複合板の外部板及び内部板の応力分布共通計算式   plate 9 編   p. 60～61



## [1-2] 楕円孔を持つ単体平板に対する負荷共通計算式の提案

### (1.2.1) 円孔板 - model による問題点の基礎調査

#### (a) 目的と方法

##### (i) 目的

構造体の中に配置する平板部材には、組み立て誤差等の内的原因によって、或いは、支持地盤の不等沈下等の外的原因によって、厳しい応力状態に変化している部分が存在すると考えられる。このような状況変化に即応できる準備をしていることが、常に重要であると考ええる。

先ず、強度計算式の整備のことを考えてみる。

円孔板の一方向引張負荷 ( $t_x$ )によって、円孔縁に生じる最大引張応力は理論的に( $3 \times t_x$ )である。これは、通常のテキストに示されている基本の理論式である。これを応用するだけでも、大小さまざまな問題を正しく処置できることを、日常的に体験してきたものである。

これに対して、円孔板に一方向曲げ負荷( $m_x$ )の場合となると、発生する最大曲げ応力の計算式は、特定の専門書の中を探す場合が多い。その上、曲げ計算式(m式)と引張計算式(t式)とでは、式の表示型式が大きく異なっているため、(m-問題)の内容と(t-問題)の内容とを相対的に対比して分析することは困難である。

3次元空間で変化する(m-式)を2次元問題の(t-式)と対応させるためには、(m-式)に近似措置が不可欠である。この問題は、1800年代後半頃から応用関数論等による高度の理論的研究が世界的に進められて、多くの優れた論文が発表されてきた。それらの内容は十分にレベルの高いものである考える。

いずれにしても、(m-式)は近似式で表すものであることから、本書では出来るだけ平易な弾性計算によって、(m-近似式)を求めてみたい考えた。

##### (ii) シンプルな例題の選定：

円孔板の内縁の応力集中計算式が、負荷の種類によってどのように異なっているかを調べてみた。このシンプルな問題であれば、開孔縁上の応力と変位に関する主要な弾性計算式を、三角関数式と対数式のみによる代数計算式によって求めることが出来るという利点に着目したものである。この初等的な計算を、ペンと紙とパーソナル・コンピューターを用いて手探り状態で試算を続けた。そして、一つの明るい方向を見出すまでに、実に8年前後の歳月を要した。その後、必要な解析を約9年間にわたって追加して、現時点に至った。[Note (p. 30<sup>(m)=(t)</sup>)]下記・参照

-----  
Note (p. 29<sup>(m)=(t)</sup>): 円孔板の代数式による基礎計算の内容 については、plate - 1, plate - 2で詳述した。

(1.2.1) 続き : (c)-[ $m_x$ (曲げ) vs.  $t_x$ (引張)]:円孔板の応力集率の比較

(1) 曲げ負荷 -  $m_x$

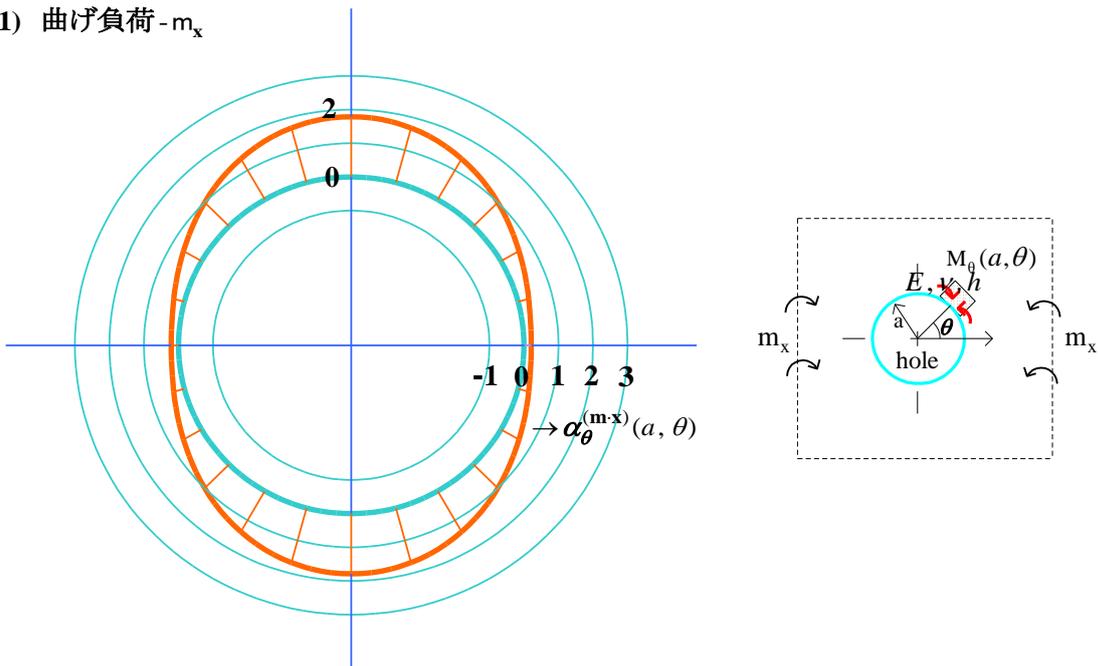


Fig. (p. 30) 円孔板の曲げ負荷 ( $m_x$ )による応力集中率の数値計算図

Table (p. 30) 上図に対する計算式の比較 : [a1]式 vs [b1]式

負荷の種類 式の内容	(1) 面外負荷( $m_x$ )による応力集中率 $\alpha_\theta^{(m_x)}(a, \theta) = M_\theta(a, \theta) / m_x$
[a] 従来の式 負荷別の専用式	[a1]: $[\alpha_\theta]_{a1}^{(m_x)} = 1 - \frac{2 \cdot (1 + \nu_1)}{3 + \nu_1} \cdot \cos 2\theta$
[b] 本書の式 全負荷に共通表示式	[b1]: $[\alpha_\theta]_{b1}^{(m_x)} = 1 - 2 \cdot k_m \cdot \cos 2\theta$  $[k_m = \frac{1 + \nu_1}{3 + \nu_1}] \leftarrow \{ \text{面外係数} \}$

Note (p. 30 + p.31) 円孔板の一例題による計算式 問題点の抽出  
円孔板

(i) 問題点: [a1<sup>m<sub>x</sub></sup>] vs. [a2<sup>t<sub>x</sub></sup>] ...従来の両式は異なった形の式で示されている。  
円孔板の曲げ      円孔板の引張

(1.2.1) 続き : (c)-[m<sub>x</sub>(曲げ) vs. t<sub>x</sub>(引張)]:円孔板の応力集率の比較

(2) 引張負荷 - t<sub>x</sub>

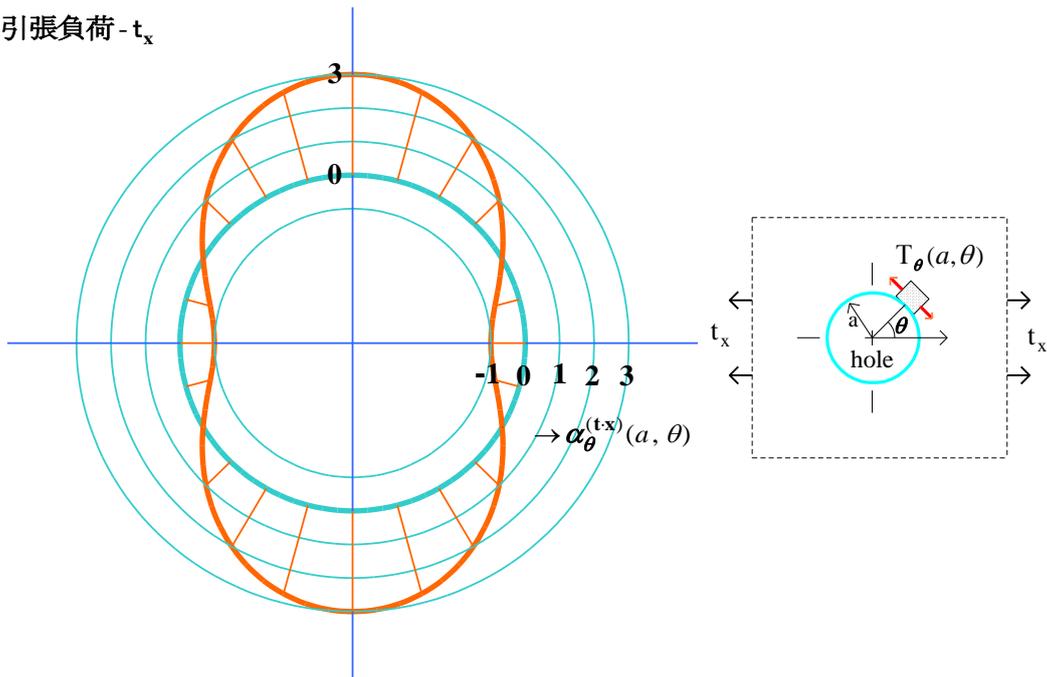


Fig. (p. 31) 円孔板の曲げ負荷(t<sub>x</sub>)による応力集中率の数値計算図

Table (p. 31) 上図に対する計算式の比較 ; [a2]式 vs [b2]式

負荷の種類 式の内容	(2) 面内負荷(t <sub>x</sub> )による応力集中率 $\alpha_0^{(t_x)}(a, \theta) = T_\theta(a, \theta) / t_x$
[a] 従来の式 負荷別の専用式	[a2] : $[\alpha_\theta]_{a1}^{(t_x)} = 1 - 2 \cdot \cos 2\theta$
[b] 本書の式 全負荷に共通表示式	[b2] : $[\alpha_\theta]_{b2}^{(m_x)} = 1 - 2 \cdot k_t \cdot \cos 2\theta$  [k <sub>t</sub> = 1] ← {面内係数}

Note (p. 30 + p. 31) 続き

(ii) :  $\left\{ \begin{array}{l} k_m = \frac{1+\nu_1}{3+\nu_1} \dots \text{面外問題の}\langle \text{係数変換} \rangle \\ k_t \equiv 1(\text{const.}) \dots \text{面内問題の}\langle \text{係数変換} \rangle \end{array} \right\}$  を適用すると,

本件の例では, [b1<sup>m<sub>x</sub></sup>] ↔ [b2<sup>t<sub>x</sub></sup>] の形の共通式になることを見出した。  
円孔板の曲げ                      円孔板の引張

(1.2.2)<sup>(m)</sup> 円孔板 - model に対する負荷共通計算法の提示

(a)<sup>(m)</sup> : [Eq. (a1) vs. Eq.(a2)]の 共通表示のための[検討資料-1]  
m<sub>x</sub>専用 t<sub>x</sub>専用

(i)<sup>(m)</sup> 変形関連の定義

$w(x, y)$  … (x, y点)のたわみ変形量

$\frac{\partial w(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial w(x, y)}{\partial y}$  … (x, y点)の傾斜角

定義： はりの曲げ理論の仮定]と同様.

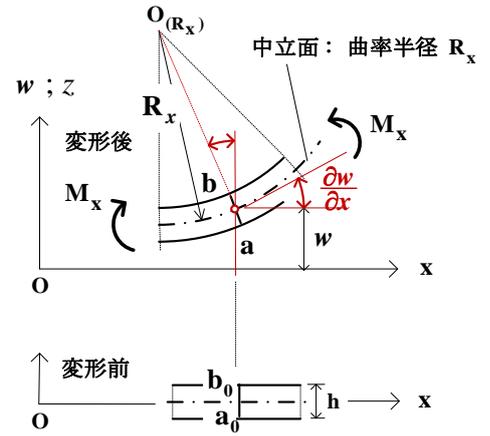


Fig. (p. 32 - 1)

(ii)<sup>(m)</sup> 曲げモーメント関連要素の種類と定義

$\delta_m = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  … 曲げ剛性

$w(x, y)$  … たわみ関数

$$M_x(x, y) = \delta_m \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) w(x, y)$$

$$M_y(x, y) = \delta_m \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) w(x, y)$$

$$M_{xy}(x, y) = \delta_m \left( 1 - \nu \right) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} w(x, y)$$

$$Q_{xz}(x, y) = \delta_m \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) w(x, y)$$

$$Q_{yz}(x, y) = \delta_m \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) w(x, y)$$

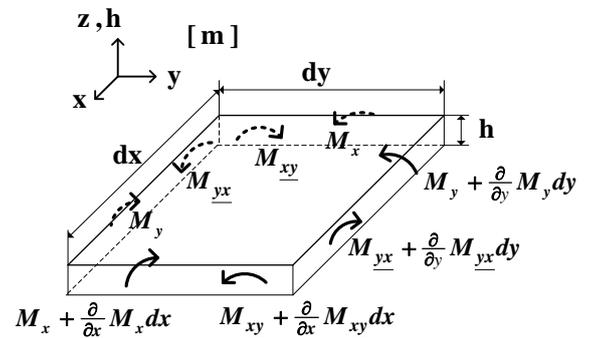
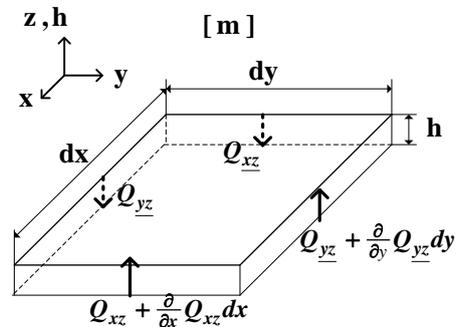


Fig. (p. 32 - 2)



注記 曲げモーメントの(+)方向 (本書の定義)

下方(-z 方向…重力の方向)に凸になる変形を

発生させる ( $M_x, M_y, M_{xy}$ )を(+)向きの曲げモーメントと定義した.

Note (p. 32 + p.33) : [[a1<sup>m<sub>x</sub></sup>] vs [a2<sup>t<sub>x</sub></sup>]] に関連する一般理論式を調査する.  
0 ≤ b/a ≤ 1

従来から一般に示されているように、平板の面内伸びと面外曲げ計算方法は次のように大きく異なる.

(i) 変位関係の差異： 面外 - Fig.32-1 : 面内 - Fig.33-1

(ii) 応力関係の差異： 面外 - Fig.32-2 : 面内 - Fig.33-2

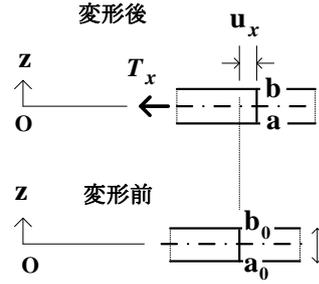
(1.2.2)<sup>(4)</sup> 円孔板-model に対する負荷共通計算法の提示

(a)<sup>(4)</sup> : [Eq. (a1) vs. Eq.(a2)]の 共通表示のための [検討資料-1]  
m<sub>x</sub>専用      t<sub>x</sub>専用

(i)<sup>(4)</sup> 変位 ( $u_x, u_y$ ) の定義 ; 材料力学の伸び理論と同じ。

例 
$$\begin{cases} u_x(x, y) = \int \varepsilon_x(x, y) dx \\ u_y(x, y) = \int \varepsilon_y(x, y) dy \end{cases}$$

Fig. (p. 33 -1)



(ii)<sup>(4)</sup> 合応力関連要素の種類と定義

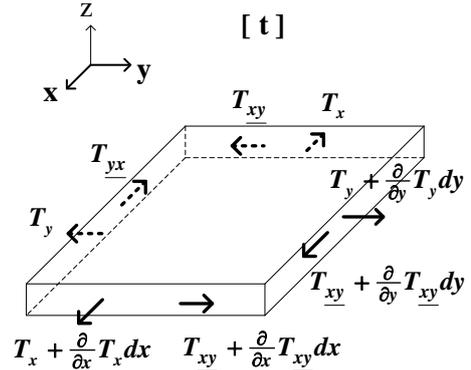
F(x, y)... Airy の応力関数

$$T_x(x, y) = + \frac{\partial^2}{\partial y^2} F(x, y)$$

$$T_y(x, y) = + \frac{\partial^2}{\partial x^2} F(x, y)$$

$$T_{xy}(x, y) = - \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} F(x, y)$$

Fig. (p. 33 -2)



**注記** ㉔ F(x, y)... Airy の応力関数(概説) → ㉕ 本書との関連

㉔ : 2回偏微分すれば応力になるような関数F(x,y)をAiry の応力関数という。

従来から、平板の面内(t)問題の解析の殆ど全ては、Airy の応力関数F(x,y)を採用している。

㉕ : 面外(m)問題は合応力の釣合い関係が、面内(t)問題とは異なるところがあるため、Airy の応力関数のみでは不十分である。このため面外(m)問題は、一般にたわみ関数w(x,y)を用いて解析が行われてきた。

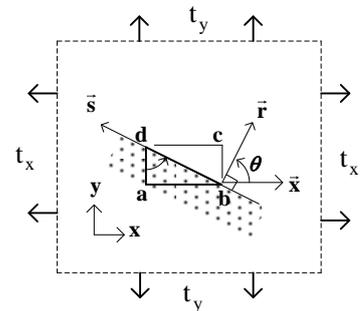
本書の (m &t)共通計算式では両者を組み合わせた折衷型の (m &t)共通応力関数を新たに開発して実用した。→(後述) p. 35<sub>他</sub>

㉖ : Airy の応力関数F(x, y)に関する既出説明資料の例...(plate-1)編\_p. 14<sub>下欄</sub>より転記。

(i)  $T_x(x, y), T_y(x, y), T_{xy}(x, y)$ が(完全微分)の関係にあるときに Airyの応力関数 F(x, y)を導入することができる。平板の「面内引張」問題の弾性解析では、大多数がAiryの応力関数が適用されている。

(ii) 但し、平板の面内引張解析に使用できる応力関数は重調和単数であれ良いのであり、どのような応力関数を用いるかは case by caseと考える。

(iii) F(x, y)の物理的意味は、右図で、b点 → d点に至る任意の経路で、右側が左側に及ぼす力の、d点に関する[モーメント]である。



Note (p. 32 + p.33) : 続き

(iii) 応力関数の差異 : 面外 - w(x, y) たわみ関数 : 面内 - F(x, y) Airyの応力関数 ... **注記(上記)**参照

(1.2.2)<sup>(m)</sup> 続き：円孔板に対する負荷に共通計算式の提示

(b)<sup>(m)</sup> : [Eq. (a1) vs. Eq.(a2)]の共通表示のための[検討資料 -2]  
m<sub>x</sub>専用 t<sub>x</sub>専用

	[m] <sup>(w)</sup> 面外変形	注 記
未知量	6個： $[M_x, M_y, M_{xy}, Q_{xz}, Q_{yz}, w]$	
独立の方程式	6個： $[(4), (5), (6), (7), (8), (10)]^{(w)}$	
力の釣合い 条件式	$(1)^{(w)} : \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} - Q_{xz} = 0$ $(2)^{(w)} : \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_{yz} = 0$ $(3)^{(w)} : \frac{\partial Q_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{yz}}{\partial y} = 0$	物体力：X = Y = Z = 0  材 質：(E, ν, h)…一定  w = w(x, y)…たわみ関数
力と変位の 関係式	$(4)^{(w)} : M_x = \delta_m \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$ $(5)^{(w)} : M_y = \delta_m \left( \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$ $(6)^{(w)} : M_{xy} = \delta_m (1 - \nu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ $(7)^{(w)} : Q_{xz} = \delta_m \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$ $(8)^{(w)} : Q_{yz} = \delta_m \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$	$\delta_m = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  $(1)^{(w)} \rightarrow Q_{xz} = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y}$ $(2)^{(w)} \rightarrow Q_{yz} = \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y}$
ひずみの 適合条件式	(9) <sup>(w)</sup> 不要	$(\because M_x, M_y, T_{xy}, Q_{xz}, Q_{yz})$ はすべて w で表される.
偏微分方程式 と 応力関数	$(10)^{(w)} : \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 0$ $(11)^{(w)} : w(x, y) \dots \text{たわみ関数}$	(3) <sup>(w)</sup> に(7) <sup>(w)</sup> と(8) <sup>(w)</sup> を代入.

**Note (p. 34 + 35) :** [ [a1] vs [a2] ] の共通表示化のための理論式の調査  
m<sub>x</sub>専用 t<sub>x</sub>専用

(i) 応力関数式の差異… $[(11)^w - w(x, y)]^{(m_x)}$   $\neq$   $[(11)^F - F(x, y)]^{(t_x)}$   
p. 34 p. 35

(1.2.2)<sup>(t)</sup> 続き : (b)<sup>(t)</sup> : [Eq. (a1) vs. Eq.(a2)]の 共通表示のための[検討資料]  
m<sub>x</sub>専用 t<sub>x</sub>専用

	[ t ] <sup>(F)</sup> 面内変形 $F(x, y) \cdots$ Airyの応力関数	注 記	
未知要素	5個 : [ $T_x, T_y, T_{xy}, u_x, u_y$ ]		
独立の方程式	5式 : [ (1), (2), (3), (7), (8) ] <sup>(F)</sup>		
力の釣合い 条件式	$(1)^{(F)} : T_x = + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$ $(2)^{(F)} : T_y = + \frac{\partial F}{\partial x^2}$ $(3)^{(F)} : T_{xy} = (-) \frac{\partial F}{\partial x \partial y}$	$(i)_t : \frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} = 0$ $(ii)_t : \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} = 0$	$\left( (i)_t, (ii)_t \right)$ (完全微分式)により 3式( $T_x, T_y, T_{xy}$ )を 同一関数 ( $F$ ) の 式で表す.
合力とひずみ の関係式  $\left\{ \begin{array}{l} (7)^{(F)} \\ (8)^{(F)} \end{array} \right\}$ 不要	$(4)^{(F)} : \varepsilon_x = \frac{1}{Eh} \cdot \left( + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \nu \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right)$ $(5)^{(F)} : \varepsilon_y = \frac{1}{Eh} \cdot \left( -\nu \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right)$ $(6)^{(F)} : \gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{Eh} \cdot \left( - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \right)$	(iii) <sub>t</sub> … 欠番号 $(iv)_t \quad \varepsilon_x = \frac{(+T_x - \nu \cdot T_y)}{Eh}$ $(v)_t \quad \varepsilon_y = \frac{(-\nu \cdot T_x + T_y)}{Eh}$ $(vi)_t \quad \gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu) \cdot T_{xy}}{Eh}$	$\left( \begin{array}{l} (4)_t^F \leftarrow (iv)_t \\ (5)_t^F \leftarrow (v)_t \\ (6)_t^F \leftarrow (vi)_t \end{array} \right)$ $Eh = \delta_t(1 - \nu^2)$
ひずみの 適合条件	$(9)^{(F)} : \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}$	(vii-1) ( $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ ) と ( $u_x, u_y$ ) の定義 $\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}$	
	(vii-2) ( $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ )の3式は2要素( $u_x, u_y$ )との関係式であり, いずれかの2式のみが独立である. (vii-3) もう一つの関係式として( $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ )から( $u_x, u_y$ )を消去した, (9) <sup>(F)</sup> が必要.		
偏微分方程式 と 応力関数	$(10)^{(F)} : \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0$ $(11)^{(F)} : F = F(x, y) \cdots$ Airyの応力関数	(7) <sub>t</sub> <sup>(F)</sup> に [ (4) <sub>t</sub> <sup>(F)</sup> , (5) <sub>t</sub> <sup>(F)</sup> , (6) <sub>t</sub> <sup>(F)</sup> ] を代入. p. 55_表2.1.1 <sup>T</sup> _(8) <sup>(F)</sup> _[注記]を参照	

-----  
 Note (p. 34 + p. 35) : 続き

(ii) 基本関係式の差異  $\cdots [(4)^w, (5)^w, (6)^w]^{(m_x)} \neq [(4)^F, (5)^F, (6)^F]^{(t_x)}$   
p. 34 p. 35

(1.2.2) 続き (c)<sup>(m)</sup> : [Eq. (a1) vs. Eq.(a2)]の 共通表示のための検討資料  
m<sub>x</sub>専用 t<sub>x</sub>専用

		[m d] <sup>w</sup> ... [従来の面外計算式]	関連説明
Ⓐ <sup>w</sup> <sub>md</sub>	微分方程式	$\left[ \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right] w_{md} = 0$	未知係数 $A_m^w, B_m^w, C_m^w$
	一般解	$w_{m2} = w_{m1} - w_{m1\beta}; \quad w_{m1} = \frac{m_x a^2}{2\delta_m} \cdot \frac{x^2 - y^2}{a^2(1-\nu^2)}$	
Ⓒ <sup>w</sup> <sub>md</sub>	$M_x, M_y, M_{xy}$	$\begin{cases} \textcircled{1}_m = \frac{1}{2}[M_x + M_y] = \delta_m(1+\nu) \cdot \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{c1}] \cdot w(P) \\ \textcircled{2}_m = \frac{1}{2}[M_x - M_y] = \delta_m(1-\nu) \cdot \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{c2}] \cdot w(P) \\ \textcircled{3}_m = M_{xy} = \delta_m(1-\nu) \cdot [\mathbf{c3}] \cdot w(P) \end{cases}$	$\left\{ p. 18 \text{ [(4),(5),(6)]}^{(w)} \right\}$ <p>による。</p> $\begin{cases} [\mathbf{c1}] = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ [\mathbf{c2}] = \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ [\mathbf{c3}] = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{cases}$ <p>Ⓒ<sup>w</sup><sub>md</sub>の各式を経て、境界条件式Ⓓ<sub>m2</sub>にいたる。</p>
	$M_r, M_\theta, M_{r\theta}$	$\begin{cases} \textcircled{5}_m = M_r = \textcircled{1}_m + [\textcircled{2}_m \cdot \cos 2\theta + \textcircled{3}_m \cdot \sin 2\theta] \\ \textcircled{6}_m = M_\theta = \textcircled{1}_m - [\textcircled{2}_m \cdot \cos 2\theta + \textcircled{3}_m \cdot \sin 2\theta] \\ \textcircled{7}_m = M_{r\theta} = [-\textcircled{2}_m \cdot \sin 2\theta + \textcircled{3}_m \cdot \cos 2\theta] \end{cases}$	
	$Q_{xz}, Q_{yz}$	$\textcircled{8}_m^{(rz)} = Q_{rz} = \frac{2}{1+\nu} \left[ \frac{\partial \textcircled{1}_m}{\partial x} dy + \frac{\partial \textcircled{1}_m}{\partial y} dx \right]$	
	$M_{a\theta}^{(Q)}$	$\textcircled{9}_m = M_{a\theta}^{(Q)} = \frac{2}{1+\nu} \int \left\{ \frac{\partial \textcircled{1}_m}{\partial x} dy + \frac{\partial \textcircled{1}_m}{\partial y} dx \right\} d(a\theta)$	
	$M_{r\theta}^{(A)}$	$\textcircled{10}_{md} = M_{r\theta}^{(A)} = \textcircled{7}_{md} + \textcircled{9}_{md}$	
[Ⓓ <sub>m2</sub> ] 境界条件		$\begin{aligned} M_r^{(m2)} &= \textcircled{7}^{(m2)} = 0 \\ M_{r\theta}^{(m2,A)} &= \textcircled{10}^{(m2)} = 0 \end{aligned}$	$[A_m^w, B_m^w, C_m^w]_{m1\beta}$ を係数とする連立方程式
Ⓔ <sub>m1β</sub> [Ⓓ <sub>m2</sub> ]の解		$A_m^w = \frac{-1}{2(1-\nu)}, \quad B_m^w = \frac{-1}{(3+\nu)}, \quad C_m^w = \frac{+1}{2(1+\nu)}$	[Ⓓ <sub>m2</sub> ]式の解
Ⓕ <sub>m2</sub> : $M_\theta^{(m2)}$ 式 p.16_(A1)		$\frac{M_\theta^{(m2)}(a, \theta)}{m_x} = \underline{1 - \frac{2(1+\nu)}{3+\nu} \cdot \cos 2\theta} = \underline{\mathbf{a1}}$	Ⓔ → [Ⓔ, ①, ②, ③] を ⑥に代入

Note (p. 36+37) : [a1] vs [a2]の 共通表示について例題による確認  
m<sub>x</sub>専用 t<sub>x</sub>専用

- [m]と[t]の ① → ② の計算過程で基本的に必要な関係式の組合せ:
- (i)  $\{ \textcircled{b}_m \leftrightarrow \textcircled{b}_t; \textcircled{1}_m \leftrightarrow \textcircled{1}_t; \textcircled{2}_m \leftrightarrow \textcircled{2}_t; \textcircled{3}_m \leftrightarrow \textcircled{3}_t; \textcircled{9}_m \leftrightarrow \textcircled{9}_t \} \dots 5 \text{組}$   
 (その他の関係式は上記の5組の関係式を使って求めることができる)
- (ii) 上記の5組を一括して共通表示する方法として、本書では  $[k_m \leftrightarrow k_t]$  の変換係数を活用した。その内容を(iii)に示す,

(1.2.2)<sup>(t)</sup> 続き (d)<sup>(t)</sup> : [Eq. (a1) vs. Eq.(a2)]の 共通表示対策  
m<sub>x</sub>専用 t<sub>x</sub>専用

		[t d] <sup>T</sup> … [従来の面内問題の計算過程]	関連説明
Ⓐ <sup>t</sup> <sub>td</sub> 微分方程式		$\left[ \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right] F_{td} = 0$	未知係数 $A_t^F, B_t^F, C_t^F$
Ⓑ <sup>F</sup> <sub>td</sub> 一般解		$F_{t12} = F_{t1} - F_{t1\beta} ; \quad T_{t1} = t_x \cdot \frac{y^2}{2}$ $F_{t1,\beta} = \frac{t_x a^2}{2} \left[ A_t^F \ln \frac{r^2}{a^2} + \left( B_t^F + C_t^F \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \right]$	p. 54 ~ 61 参照
Ⓒ <sup>F</sup> <sub>td</sub>	$T_x, T_y, T_{xy}$	$\begin{cases} \textcircled{1}_t = \frac{1}{2}[T_x + T_y] = (+)\frac{1}{2} \cdot [\mathbf{c1}] \cdot F \\ \textcircled{2}_t = \frac{1}{2}[T_x - T_y] = (-)\frac{1}{2} \cdot [\mathbf{c2}] \cdot F \\ \textcircled{3}_t = T_{xy} = (-) \cdot [\mathbf{c3}] \cdot F \end{cases} \leftarrow \left\{ \begin{array}{l} p. 19 : \\ [(1),(2),(3)]^{(F)} \\ \text{の定義より} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} [\mathbf{c1}] = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ [\mathbf{c2}] = \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ [\mathbf{c3}] = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{array} \right\}$ Ⓒ <sup>F</sup> <sub>td</sub> の各式を経て、境界条件式Ⓓ <sub>t2</sub> にいたる。
	[T] $T_r, T_\theta, T_{r\theta}$	$\begin{aligned} \textcircled{5}_t = T_r &= \textcircled{1}_t + [\textcircled{2}_t \cdot \cos 2\theta + \textcircled{3}_t \cdot \sin 2\theta] \\ \textcircled{6}_t = T_\theta &= \textcircled{1}_t - [\textcircled{2}_t \cdot \cos 2\theta + \textcircled{3}_t \cdot \sin 2\theta] \\ \textcircled{7}_t = T_{r\theta} &= [-\textcircled{2}_t \cdot \sin 2\theta + \textcircled{3}_t \cdot \cos 2\theta] \end{aligned}$	
[Q] <sub>t</sub>		[Ⓒ <sub>t</sub> , Ⓓ <sub>t</sub> , Ⓔ <sub>t</sub> ]…不要	
[Ⓓ <sub>t2</sub> ] 境界条件		$T_r^{(t2)} = \textcircled{5}^{(t2)} = 0$ $T_{r\theta}^{(t2)} = \textcircled{7}^{(t2)} = 0$	$A_t^F, B_t^F, C_t^F$ を係数とする連立方程式
Ⓔ <sub>t1,\beta</sub>		$A_t^F = \frac{1}{2}, B_t^F = -1, C_t^F = \frac{1}{2}$	[Ⓓ <sub>t2</sub> ] 式の解 p. 25
Ⓕ <sub>t2</sub> : $T_\theta^{(t2)}$ 式 p.17_(A2)		$\frac{T_\theta^{(t2)}(a, \theta)}{t_x} = [\alpha]_{\Lambda-1}^{(tx)} = \underline{\underline{1 - 2 \cdot \cos 2\theta}} = \underline{\underline{\mathbf{a2}}}$	Ⓔ → Ⓑ, Ⓐ, Ⓒ, Ⓓを Ⓔに代入

(iii) {Ⓑ ; Ⓐ ; Ⓒ ; Ⓓ ; Ⓔ} の 5 組の関係式を共通表示形:

$$[\mathbf{a1}]_m : [\mathbf{a2}]_t \rightarrow [\mathbf{b1}]_m : [\mathbf{b2}]_t$$

従来式 共通式

$$\begin{aligned} \left[ \begin{array}{l} \textcircled{b}_m : \textcircled{b}_t \\ \textcircled{1}_m : \textcircled{1}_t \end{array} \right] & \left[ w(x,y) : F(x,y) \rightarrow [H_m(x,y) : H_t(x,y)] \right] \dots \left( \begin{array}{l} H_m(x,y) = w(x,y) \\ H_t(x,y) = \delta_t(1+v) \cdot F(x,y) \end{array} \right) \\ \left[ \begin{array}{l} \textcircled{2}_m : \textcircled{2}_t \\ \textcircled{3}_m : \textcircled{3}_t \end{array} \right] & \left[ \frac{-(1-v_1)}{1+v_1} : (+1) \right] \rightarrow \left[ \left\langle \frac{2k_m-1}{k_m} \right\rangle : \left\langle \frac{2k_t-1}{k_t} \right\rangle \right] \\ \left[ \textcircled{9}_m : \textcircled{9}_t \right] & \left[ \left\langle \frac{2}{1+v_1} \right\rangle : \langle 0 \rangle \right] \rightarrow \left[ \left\langle \frac{1-k_m}{k_m} \right\rangle : \left\langle \frac{1-k_t}{k_t} \right\rangle \right] \end{aligned}$$

$\dots \left( k_m = \frac{1+v_1}{3+v_1} : k_t \equiv 1(\text{const.}) \right)$

**(b1)<sup>(m)</sup>** ↔ **(b2)<sup>(t)</sup>** に対する例題

	[m]-面外変形 ⇒ 〈係数変換〉 ⇒ [t]-面内変形	
	[m]-面外変形の計算式	〈係数変換〉-相互関係
<p>① 微分方程式 と一般解</p>	$\frac{\partial^4 H_{md}(x,y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 H_{md}(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 H_{md}(x,y)}{\partial y^4} = 0$ $H_{m1}(x,y) = \frac{m_x \cdot a^2}{2\delta_m} \cdot \frac{x^2 - \nu \cdot y^2}{a^2(1-\nu)}$ $H_{m1\beta}(x,y) = \frac{m_x \cdot a^2}{2\delta_m} \left[ A_m \ln \frac{r^2}{a^2} + \left( B_m + C_m \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta + d_0 y^2 \right]$ <p>未定係数 (<math>A_m, B_m, C_m</math>) は境界条件 <math>\textcircled{d}_m</math> 式を解いて算定する。          本例の <math>H_{m1\beta}(x,y)</math> は無限縁が自由縁である。→ <math>d_0 = 0</math></p> $H_{m2}(x,y) = H_{m1}(x,y) - H_{m1\beta}(x,y)$	$m_x \leftrightarrow t_x$ $\begin{bmatrix} m1 \\ m1.\beta \\ m2 \end{bmatrix} \leftrightarrow \begin{bmatrix} t1 \\ t1.\beta \\ t2 \end{bmatrix}$ $k_m \leftrightarrow k_t$ $\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ M_r \\ M_\theta \\ M_{r\theta} \\ Q_{xz} \\ Q_{yz} \\ M_{r\theta}^{(Q)} \\ M_{r\theta}^{(A)} \end{bmatrix} \leftrightarrow \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_{xy} \\ T_r \\ T_\theta \\ T_{r\theta} \\ = 0 \\ = 0 \\ = 0 \\ = T_{r\theta} \end{bmatrix}$
<p>② 応力関係 一般式</p>	$\textcircled{1}_m = \frac{[M_x^{(md)} + M_y^{(md)}]_{(x,y)}}{2} = \frac{\delta_m}{2} \cdot \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) H_{md}(x,y)$ $\textcircled{2}_m = \frac{[M_x^{(md)} - M_y^{(md)}]_{(x,y)}}{2} = \frac{\delta_m}{2} \left\{ \frac{-(2k_m - 1)}{k_m} \right\} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) H_{md}(x,y)$ $\textcircled{3}_m = M_{xy}^{(md)}(x,y) = \delta_m (1 + \nu) \cdot \left\{ \frac{-(2k_m - 1)}{k_m} \right\} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} H_{md}(x,y)$ <p>④<sub>m</sub> … (不要・省略)</p> $\textcircled{5}_m = M_r^{(md)}(r, \theta) = \textcircled{1}_m + [\textcircled{2}_m \cos 2\theta + \textcircled{3}_m \sin 2\theta]$ $\textcircled{6}_m = M_\theta^{(md)}(r, \theta) = \textcircled{1}_m - [\textcircled{2}_m \cos 2\theta + \textcircled{3}_m \sin 2\theta]$ $\textcircled{7}_m = M_{r\theta}^{(md)}(r, \theta) = [-\textcircled{2}_m \sin 2\theta + \textcircled{3}_m \cos 2\theta]$ $\textcircled{8}_m : \left[ Q_{xz}^{(md)}(x,y) = \frac{1-k_m}{k_m} \cdot \frac{\partial \textcircled{1}_m}{\partial x}, \quad Q_{yz}^{(md)}(x,y) = \frac{1-k_m}{k_m} \cdot \frac{\partial \textcircled{1}_m}{\partial y} \right]$ $\textcircled{9}_m : \left[ Q_{rz}^{(md)} = Q_{xz}^{(md)} \cdot \cos \theta + Q_{yz}^{(md)} \cdot \sin \theta \right]$ $\textcircled{10}_m = M_{r\theta}^{(md-Q)}(a, \theta) = \int \textcircled{9}_m \cdot a d\theta$ $\textcircled{11}_m = M_{r\theta}^{(md-A)}(a, \theta) = \textcircled{7}_m + \textcircled{10}_m$	<p>〈註〉</p> $\left( \begin{matrix} \textcircled{8}_m, \textcircled{9}_m \\ \frac{1-k_m}{k_m} = \frac{2}{1+\nu} \end{matrix} \right)$ <p style="text-align: center;">↓</p> $\left( \begin{matrix} \textcircled{8}_t, \textcircled{9}_t \\ \frac{1-k_t}{k_t} = 0 \end{matrix} \right)$

p. 38(前頁) より続き :

(b1)<sup>(m)</sup> ↔ (b2)<sup>(t)</sup>に対する例題 (続き)

	[m]-面外変形	⇒	係数変換	⇒	[t]-面内変形
④ 境界条件	$\textcircled{d}_r^{(m2)} = M_r^{(m2)}(a, \theta)$ $= M_r^{(m1)}(a, \theta) - M_r^{(m1\beta)}(a, \theta) = 0$ $\textcircled{d}_{r\theta}^{(m2)} = M_{r\theta}^{(m2\cdot A)}(a, \theta)$ $= M_{r\theta}^{(m1\cdot A)}(a, \theta) - M_{r\theta}^{(A\cdot m1\beta\cdot A)}(a, \theta) = 0$				$\textcircled{d}_r^{(t2)} = T_r^{(t2)}(a, \theta)$ $= T_r^{(t1)}(a, \theta) - T_r^{(t1\beta)}(a, \theta) = 0$ $\textcircled{d}_{r\theta}^{(t2)} = T_{r\theta}^{(t2)}(a, \theta)$ $= T_{r\theta}^{(t1)}(a, \theta) - T_{r\theta}^{(t1\beta)}(a, \theta) = 0$
⑤ $A_m, B_m, C_m$	$A_m = \frac{k_m}{2(2k_m - 1)}, B_m = -k_m, C_m = \frac{k_m}{2}$ $\left( \begin{array}{l} k_m = \frac{1+\nu}{3+\nu} \rightarrow \frac{k_m}{(2k_m - 1)} = (-)\frac{1+\nu}{1-\nu} \\ A_m = \frac{-(1+\nu)}{2(1-\nu)}, B_m = \frac{-(1+\nu)}{3+\nu}k_m, C_m = \frac{+(1+\nu)}{2(3+\nu)} \end{array} \right)$				$A_t = \frac{k_t}{2(2k_t - 1)}, B_t = -k_t, C_t = \frac{k_t}{2}$ $\left( \begin{array}{l} k_t = 1 : \\ A_t = \frac{1}{2}, B_t = -1, C_t = \frac{1}{2} \end{array} \right)$
⑥ $M_\theta(x_0, y_0)_{m2}$ の算定	$\textcircled{6}_{m1} = M_\theta(a, \theta)_{m1} = \frac{m_x}{2}(1 - \cos 2\theta)$ $\textcircled{6}_{m3} = M_\theta(a, \theta)_{m1\beta} = \frac{m_x}{2}[-1 + (4k_m - 1)\cos 2\theta]$ $\textcircled{6}_{m2} = M_\theta(a, \theta)_{m2} = M_\theta(a, \theta)_{m1} - M_\theta(a, \theta)_{m3}$ $= \underline{\underline{[1 - 2k_m \cdot \cos 2\theta] \cdot m_x}}$ <p style="text-align: center;">□</p> <p style="text-align: center;">p. 30 の [b1]式</p>				$\textcircled{6}_{t2} = T_\theta(a, \theta)$ $= \underline{\underline{[1 - 2k_t \cos 2\theta] \cdot t_x}}$ <p style="text-align: center;">□</p> <p style="text-align: center;">p. 31 の [b2]式</p>

**Note (p. 38 + p.39)**

p. 37の下欄に示した〈面外 ↔ 面内〉変換係数によって, p. 30,31の

従来式の負荷別表示式 [a1],[a2]を, 本書の負荷共通式[b1],[b2]されることが確認できた。

(1.2.3)<sup>(m)</sup> 楕円孔板 - model に対する負荷共通の複素応力関数の提示

(a)<sup>M</sup> 従来の [m]- 負荷別専用式

(a)<sup>M</sup> - 右辺 [符号, 係数] が (a)<sup>T</sup>とは異なる項をmarkした.

$$\left[ \begin{array}{l} \textcircled{b}_{\text{md}}^{(w)} : w(x, y) = \frac{1}{2} \cdot \left[ \left( \bar{z} \cdot \varphi_{\text{md}}^{(w)}(z) + z \cdot \overline{\varphi_{\text{md}}^{(w)}(z)} \right) + \left( \psi_{\text{md}}^{(w)}(z) + \overline{\psi_{\text{md}}^{(w)}(z)} \right) \right] \cdots \text{たわみ関数} \\ \textcircled{1}_{\text{md}}^{(w)} = \frac{[M_x + M_y]_{(x,y)}}{2} = \frac{+1}{2} \cdot \delta_{\text{m}} \cdot (1 + \nu) \cdot 2 \cdot \left( \varphi_{\text{md}}^{\prime(w)}(z) + \overline{\varphi_{\text{md}}^{\prime(w)}(z)} \right) \\ \textcircled{4}_{\text{md}}^{(w)} = \left[ \frac{-(M_x - M_y)}{2} + j \cdot M_{xy} \right]_{(x,y)} = \delta_{\text{m}} \cdot \{ -(1 - \nu) \} \cdot \left[ \left( \bar{z} \cdot \varphi_{\text{md}}^{\prime\prime(w)}(z) \right) + \left( \psi_{\text{md}}^{\prime\prime(w)}(z) \right) \right] \\ \textcircled{9}_{\text{md}}^{(w)} = [M_{xy}^{(0)}]_{(x,y)} = \frac{(-j)}{2} \cdot \delta_{\text{m}} \cdot (1 + \nu) \cdot \left\langle \frac{2}{1 + \nu} \right\rangle \cdot \left( \varphi_{\text{md}}^{\prime(w)}(z) - \overline{\varphi_{\text{md}}^{\prime(w)}(z)} \right) \end{array} \right]$$

(b)<sup>M</sup> 本書の [m ↔ t] 負荷共通 共通式 … [m]: 面外変形

$$\left[ \begin{array}{l} \textcircled{b}_{\text{m}}^{\text{H}} : H_{\text{m}}(x, y) = \frac{1}{2} \cdot \left[ \left( \bar{z} \cdot \varphi_{\text{m}}(z) + z \cdot \overline{\varphi_{\text{m}}(z)} \right) + \left( \psi_{\text{m}}(z) + \overline{\psi_{\text{m}}(z)} \right) \right] \cdots \text{共通応力関数} \\ \textcircled{1}_{\text{m}}^{\text{H}} = \frac{[M_x + M_y]_{(x,y)}}{2} = \frac{+1}{2} \cdot \delta_{\text{m}} \cdot (1 + \nu) \cdot 2 \cdot \left( \varphi_{\text{m}}'(z) + \overline{\varphi_{\text{m}}'(z)} \right) \\ \textcircled{4}_{\text{m}}^{\text{H}} = \left[ \frac{-(M_x + M_y)}{2} + j \cdot M_{xy} \right]_{(x,y)} = \delta_{\text{m}} \cdot (1 + \nu) \cdot \left\{ \frac{2k_{\text{m}} - 1}{k_{\text{m}}} \right\} \cdot \left[ \bar{z} \cdot \varphi_{\text{m}}^{\prime\prime}(z) + \psi_{\text{m}}^{\prime\prime}(z) \right] \\ \textcircled{9}_{\text{m}}^{\text{H}} = [M_{xy}^{(0)}]_{\text{m}(x,y)}^{\text{H}} = \frac{(-j)}{2} \cdot \delta_{\text{m}} \cdot (1 + \nu) \cdot \left\langle \frac{1 - k_{\text{m}}}{k_{\text{m}}} \right\rangle \cdot \left( \varphi_{\text{m}}'(z) - \overline{\varphi_{\text{m}}'(z)} \right) \end{array} \right]$$

**Note (p. 40 + p. 41)**

- (i)  $\left[ \begin{array}{l} \textcircled{4} = \text{Re } \textcircled{4} + j \cdot \text{Im } \textcircled{4} \leftrightarrow \{ \text{Re } \textcircled{4} = [-\textcircled{2}] ; \text{Im } \textcircled{4} = \textcircled{3} \} \\ \text{従って, } \textcircled{4} \text{式を算定すれば } \textcircled{2} \text{式と} \textcircled{3} \text{式は同時に決定できる.} \end{array} \right]$
- (ii)  $\left[ \begin{array}{l} \text{Mohrの応力円において, } \textcircled{1} \text{は円の中心横座標値であり, } |\textcircled{4}| \text{は円の半径である.} \\ \textcircled{1} \text{と} |\textcircled{4}| \text{は共に, 応力の座標変換 (tensor変換) に対して, 面の法線方向角度}(\theta) \\ \text{に関係しない「不変量」である.} \end{array} \right]$

(1.2.3)<sup>(a)</sup> 楕円孔板 - model に対する負荷共通の複素応力関数の提示

(a)<sup>t</sup> 従来の [t]-負荷別専用式

$$\left[ \begin{array}{l} \textcircled{6}_{\text{td}}^{(\text{F})}: F(x, y) = \frac{1}{2} \cdot \left[ \left( \bar{z} \cdot \varphi_{\text{td}}^{(\text{F})}(z) + z \cdot \overline{\varphi_{\text{td}}^{(\text{F})}(z)} \right) + \left( \psi_{\text{td}}^{(\text{F})}(z) + \overline{\psi_{\text{td}}^{(\text{F})}(z)} \right) \right] \cdots \text{Airy の関数} \\ \textcircled{1}_{\text{td}}^{(\text{F})} = \frac{[T_x + T_y]_{(x,y)}}{2} = \frac{+1}{2} \cdot \delta_t \cdot (1 + \nu) \cdot 2 \cdot \left( \varphi_{\text{td}}^{\prime(\text{F})}(z) + \overline{\varphi_{\text{td}}^{\prime(\text{F})}(z)} \right) \\ \textcircled{4}_{\text{td}}^{(\text{F})} = \left[ \frac{-(T_x - T_y)_{(x,y)}}{2} + j \cdot T_{xy} \right]_{(x,y)} = +\delta_t \cdot (1 + \nu) \cdot \left[ \bar{z} \cdot \varphi_{\text{td}}^{\prime\prime(\text{F})}(z) + \psi_{\text{td}}^{\prime\prime(\text{F})}(z) \right] \\ \textcircled{9}_{\text{td}}^{(\text{F})} = \langle 0 \rangle \end{array} \right]$$

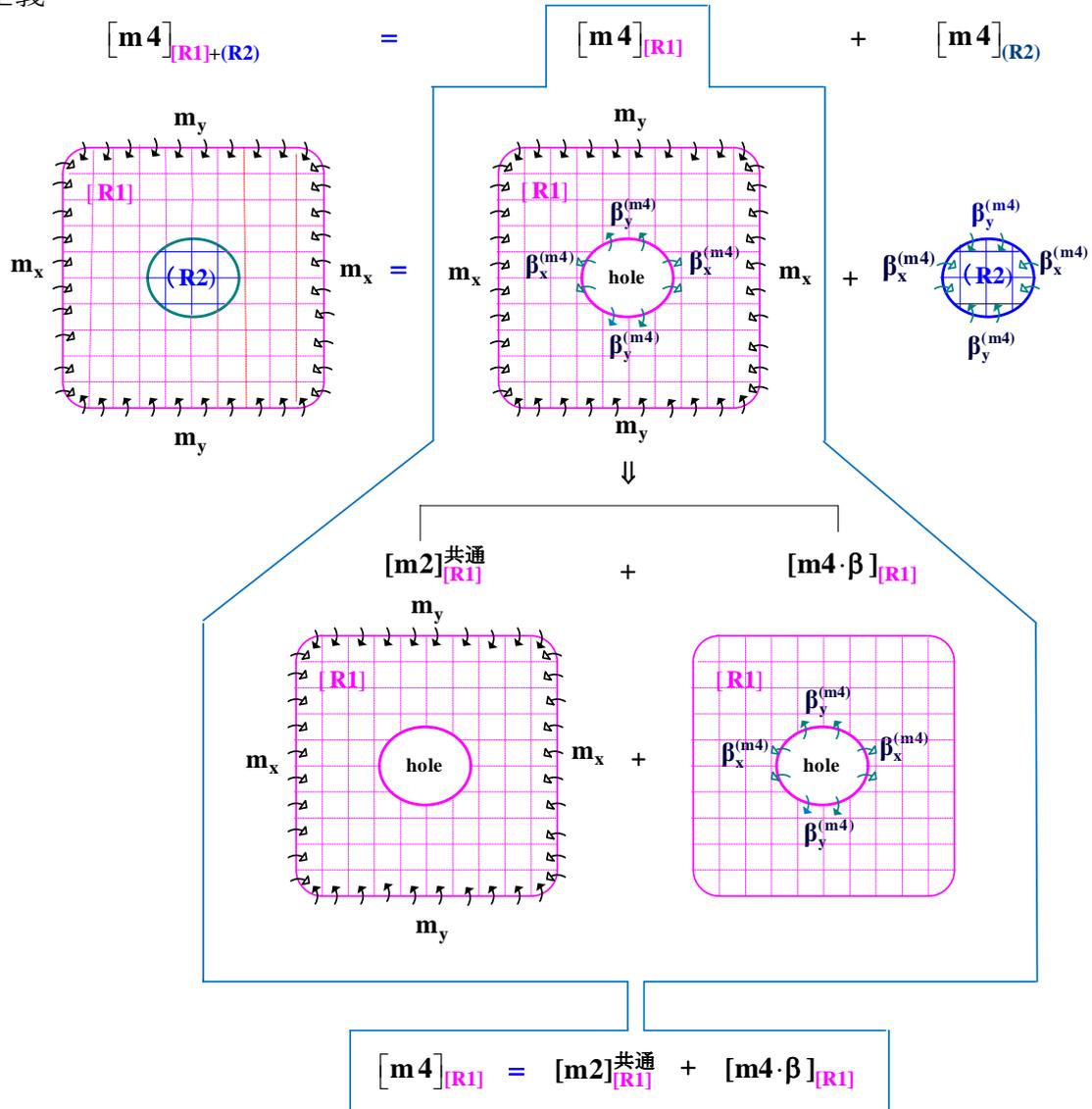
(b)<sup>T</sup> 本書の[m ↔ t]共通式…[t]:面内変形

$$\left[ \begin{array}{l} \textcircled{6}_t^{\text{H}} : H_t(x, y) = H_t(z, \bar{z}) = \frac{1}{2} \cdot \left[ \left( \bar{z} \cdot \varphi_t(z) + z \cdot \overline{\varphi_t(z)} \right) + \left( \psi_t(z) + \overline{\psi_t(z)} \right) \right] \cdots \text{共通応力関数} \\ \textcircled{1}_t^{\text{H}} = \frac{[T_x + T_y]_{(x,y)}}{2} = \frac{+1}{2} \cdot \delta_t \cdot (1 + \nu) \cdot 2 \cdot \left( \varphi_t'(z) + \overline{\varphi_t'(z)} \right) \\ \textcircled{4}_t^{\text{H}} = \left[ \frac{-(T_x + T_y)}{2} + j \cdot T_{xy} \right]_{(x,y)} = \delta_t \cdot (1 + \nu) \cdot \left\{ \frac{2k_t - 1}{k_t} \right\} \cdot \left[ \bar{z} \cdot \varphi_t''(z) + \psi_t''(z) \right] \\ \textcircled{9}_t^{\text{H}} = \left( [T_{xy}^{(Q)}]_{t(x,y)} \equiv 0 \right) = \frac{(-j)}{2} \cdot \delta_m \cdot (1 + \nu) \cdot \left\langle \frac{1 - k_t}{k_t} \right\rangle \cdot \left( \varphi_t'(z) - \overline{\varphi_t'(z)} \right) \end{array} \right]$$

[1-3] 異材部を持つ複合平板の負荷共通計算式の提示

(1.3.1) 境界面発生内力の共通計算式(基本式-1)の導出

(a)<sup>(m)</sup> 定義



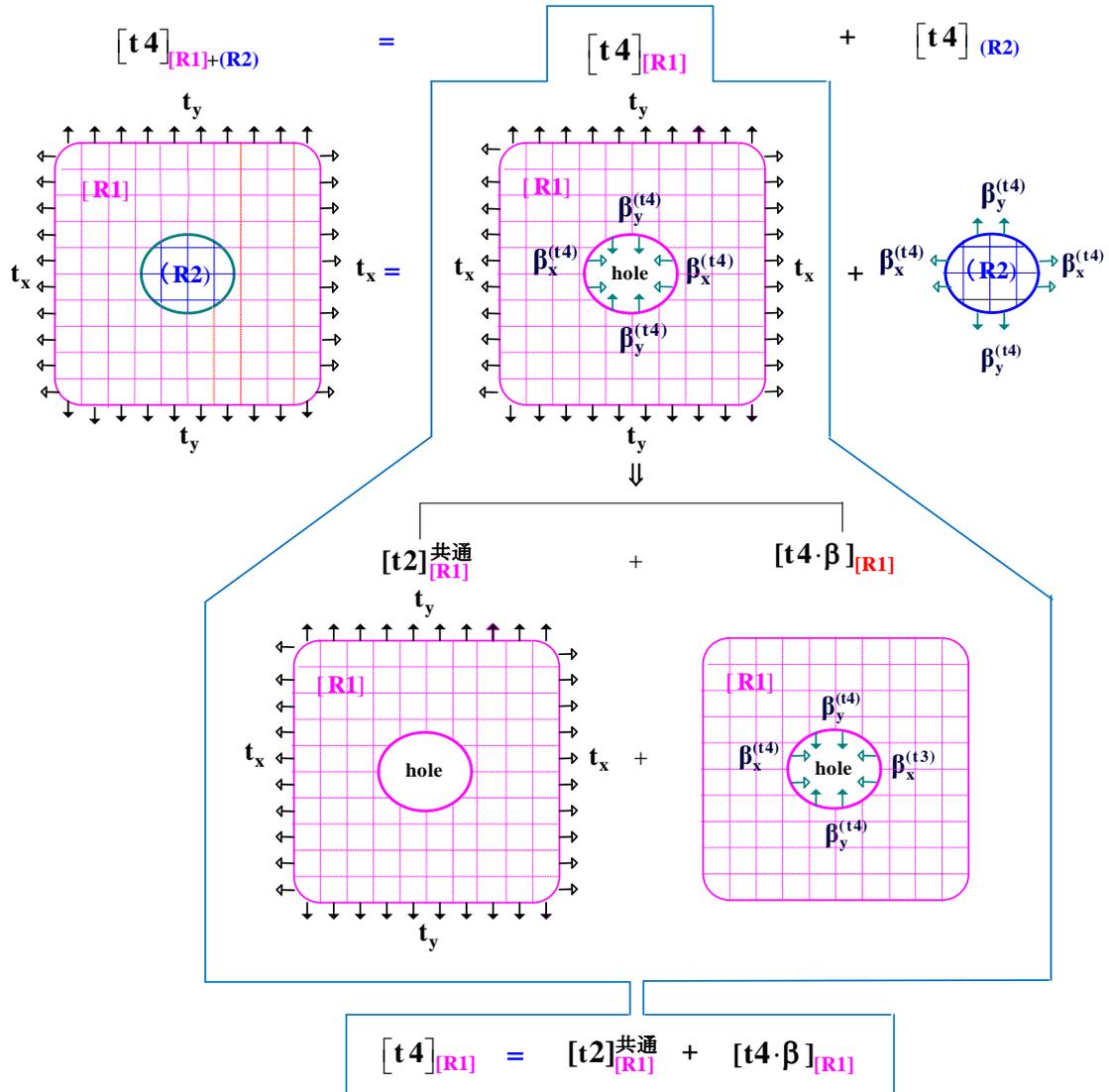
**Note**(p. 42) 工作-組立の手順からの考察:

- (1) 外部・楕円孔板 [R1] と内部・楕円板 (R2) の2枚の単板を用意する。
- (2) [R1]単板の外縁に負荷( $m_x, m_y$ )を加えて, [R1]単板のみを[たわみ変形]させる。
- (3) 次に,[R1]の内縁と(R2)の外縁の両方に,等大で方向反対の適正な内力( $\beta_x^{(m3)}, \beta_y^{(m3)}$ )を算定して負荷することにより, 境界断面の外側と内側を滑らかに連結出来ればよい。
- (4) ただし,適正な( $\beta_x^{(m3)}, \beta_y^{(m3)}$ )の算定には近似法の導入が必須である。⇒ {p. 20,21参照}

[1-3] 異材部を持つ複合平板の負荷共通計算式の提示

(1.3.1) 境界面発生内力の共通計算式(基本式-1)の導出

(a)<sup>(1)</sup> 定義



**Note** (p. 43) 工作-組立の手順からの考察:

- (1) 外部・楕円孔板 [R1] と内部・楕円板 (R2) の2枚の単板を用意する。
- (2) [R1]単板の外縁に負荷( $t_x, t_y$ )を加えて, [R1]単板のみを[面内変形]させる。
- (3) 次に,[R1]の内縁と(R2)の外縁の両方に,等大で方向反対の適正な内力( $\beta_x^{(t3)}, \beta_y^{(t3)}$ )を算定して負荷することにより, 境界断面の外側と内側を滑らかに連結出来る。

(1.3.1)<sup>(m)</sup> - (b) 境界発生内力の共通計算式(基本式-1)

$$\begin{bmatrix} \beta_x^{(m4)} = p_x^{(m4)} \cdot m_x + p_y^{(m4)} \cdot m_y \\ \beta_y^{(m4)} = q_x^{(m4)} \cdot m_x + q_y^{(m4)} \cdot m_y \end{bmatrix} \text{の算出} \dots \text{plate-2編\_p. 38} \sim 41 :$$

複合平板の境界部に発生する内力( $\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}$ )の計算式

(b.1)<sup>(m)</sup> 基礎モデル：楕円境界( $x_0, y_0$ )における変位(傾斜)

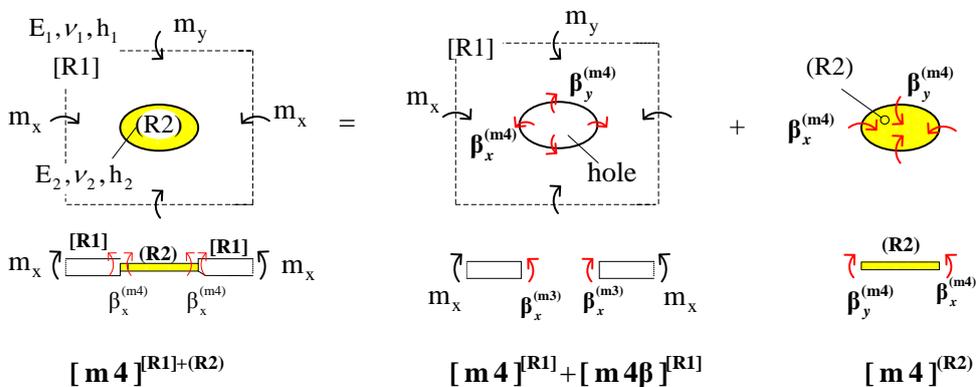
$$\frac{\partial}{\partial x} w^{(md)}(x_0, y_0) = \left[ \frac{\partial H_{md}(x, y)}{\partial x} \right]_{(x_0, y_0)}, \quad \frac{\partial}{\partial y} w^{(md)}(x_0, y_0) = \left[ \frac{\partial H_{md}(x, y)}{\partial y} \right]_{(x_0, y_0)} : (\mathbf{md}) = \begin{bmatrix} \text{面外(m-model)全体} \\ \text{の総称} \end{bmatrix}$$

$$\frac{12}{E_1 h_1^3} = \frac{1}{\delta_m (1 - \nu_1^2)}, \quad k_m = \frac{1 + \nu_1}{3 + \nu_1}, \quad (x_0, y_0) = P_0 \text{ と置く.}$$

$$[\mathbf{m1}] : \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} w^{(m1)}(P_0) = \frac{12x_0}{E_1 h_1^3} (+m_x - \nu_1 \cdot m_y) \\ \frac{\partial}{\partial y} w^{(m1)}(P_0) = \frac{12y_0}{E_1 h_1^3} (-\nu_1 \cdot m_x + m_y) \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{m1}\beta] : \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} w^{(m1\beta)}(P_0) = \frac{12x_0}{E_1 h_1^3} \left[ -\frac{2k_m b}{a} \cdot m_x + (2k_m - 1 - \nu_1) \cdot m_y \right] \\ \frac{\partial}{\partial y} w^{(m1\beta)}(P_0) = \frac{12y_0}{E_1 h_1^3} \left[ (2k_m - 1 - \nu_1) \cdot m_x - \frac{2k_m a}{b} \cdot m_y \right] \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{m2}] : \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} w^{(m2)}(P_0) = \frac{12x_0}{E_1 h_1^3} \left[ \left( 1 + \frac{2k_m b}{a} \right) \cdot m_x - (2k_m - 1) \cdot m_y \right] \\ \frac{\partial}{\partial y} w^{(m2)}(P_0) = \frac{12y_0}{E_1 h_1^3} \left[ -(2k_m - 1) \cdot m_x + \left( 1 + \frac{2k_m a}{b} \right) \cdot m_y \right] \end{bmatrix}$$



(1.3.1)<sup>(1)</sup> - (b) 境界発生内力の共通計算式(基本式-1)

$$\left[ \begin{array}{l} \beta_x^{(t4)} = p_x^{(t4)} \cdot t_x + p_y^{(t4)} \cdot t_y \\ \beta_y^{(t4)} = q_x^{(t4)} \cdot t_x + q_y^{(t4)} \cdot t_y \end{array} \right] \text{の算出} \dots \text{plate-2編_p. 38} \sim 41 :$$

(b)<sup>t</sup> 複合平板の境界部に発生する内力( $\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}$ )の計算式

(b.1)<sup>t</sup> 基礎モデル：楕円境界( $x_0, y_0$ )における変位(傾斜)

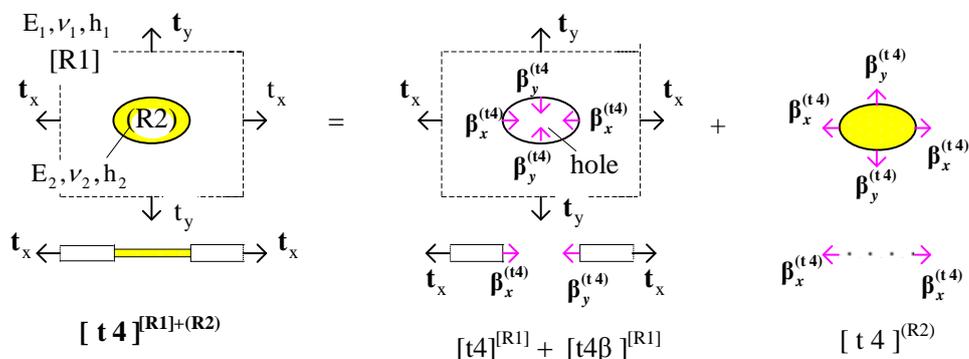
$$\left. \begin{array}{l} u_x^{(td)}(x_0, y_0) = \left[ \int \varepsilon_x^{(td)}(x, y) dx \right]_{(x_0, y_0)}, \quad u_y^{(td)}(x_0, y_0) = \left[ \int \varepsilon_y^{(td)}(x, y) dy \right]_{(x_0, y_0)} \\ \varepsilon_x^{(td)} = \frac{+T_x^{(td)} - \nu \cdot T_y^{(td)}}{Eh}, \quad \varepsilon_y^{(td)} = \frac{-\nu \cdot T_x^{(td)} + T_y^{(td)}}{Eh} \end{array} \right\} : (\mathbf{td}) = \left[ \begin{array}{l} \text{面外(t-model)全体} \\ \text{の総称} \end{array} \right]$$

$$\frac{1}{E_1 h_1} = \frac{1}{\delta_t (1 - \nu_1^2)}, \quad k_t \equiv 1 \text{ (const.)}, \quad (x_0, y_0) = P_0 \text{ と置く.}$$

$$[\mathbf{t1}] : \left[ \begin{array}{l} u_x^{(m1)}(P_0) = \frac{x_0}{E_1 h_1} \cdot (+t_x - \nu_1 \cdot t_y) \\ u_y^{(m1)}(P_0) = \frac{y_0}{E_1 h_1} \cdot (-\nu_1 \cdot t_x + t_y) \end{array} \right]$$

$$[\mathbf{t1}\beta] : \left[ \begin{array}{l} u_x^{(m1\beta)}(P_0) = \frac{x_0}{E_1 h_1} \cdot \left[ -\frac{2k_t b}{a} \cdot t_x + (2k_t - 1 - \nu_1) \cdot t_y \right] \\ u_y^{(m1\beta)}(P_0) = \frac{y_0}{E_1 h_1} \cdot \left[ +(2k_t - 1 - \nu_1) \cdot t_x - \frac{2k_t a}{b} \cdot t_y \right] \end{array} \right]$$

$$[\mathbf{t2}] : \left[ \begin{array}{l} u_x^{(m1\beta)}(P_0) = \frac{x_0}{E_1 h_1} \cdot \left[ +\left(1 + \frac{2k_t b}{a}\right) \cdot t_x - (2k_t - 1) \cdot t_y \right] \\ u_y^{(m1\beta)}(P_0) = \frac{y_0}{E_1 h_1} \cdot \left[ -(2k_t - 1) \cdot t_x + \left(1 + \frac{2k_t a}{b}\right) \cdot t_y \right] \end{array} \right]$$



(1.3.1) - (b)<sup>m</sup> 続き :

(b)<sup>m</sup> 基礎モデルの組合わせ

[R1]・(外板) + (R2)・(内板)

境界力の連続条件

境界に未知内力 ( $\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}$ )を加える. ... (境界の内側と外側の内力の連続条件は) 満たされている.

( $\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}$ )の大きさは変位(傾斜)の連続条件により算定する.

(b2) ( $x_0, y_0$ )<sub>[R1]</sub>の境界変位(傾斜)

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x}(x_0, y_0)_{[R1]} = \frac{12x_0}{E_1 h_1^3} \left[ \left(1 + \frac{2k_m b}{a}\right) \cdot m_x - (2k_m - 1) \cdot m_y - \frac{2k_m b}{a} \cdot \beta_x^{(m4)} + (2k_m - 1 - \nu) \cdot \beta_y^{(m4)} \right] \\ \frac{\partial}{\partial y}(x_0, y_0)_{[R1]} = \frac{12y_0}{E_1 h_1^3} \left[ -(2k_m - 1) \cdot m_x + \left(1 + \frac{2k_m a}{b}\right) \cdot m_y + (2k_m - 1 - \nu) \cdot \beta_x^{(m4)} - \frac{2k_m a}{b} \cdot \beta_y^{(m4)} \right] \end{array} \right]$$

(b3) ( $x_0, y_0$ )<sub>(R2)</sub>の境界変位(傾斜)

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x}(x_0, y_0)_{(R2)} = \frac{12x_0}{E_2 h_2^3} [+ \beta_x^{(m4)} - \nu_1 \cdot \beta_y^{(m4)}] = \frac{12x_0}{E_1 h_1^3} \cdot \frac{[+ \beta_x^{(m4)} - \nu_1 \cdot \beta_y^{(m4)}]}{G_m} \\ \frac{\partial}{\partial y}(x_0, y_0)_{(R2)} = \frac{12y_0}{E_2 h_2^3} [-\nu_1 \cdot \beta_x^{(m4)} + \beta_y^{(m4)}] = \frac{12y_0}{E_1 h_1^3} \cdot \frac{[-\nu_1 \cdot \beta_x^{(m4)} + \beta_y^{(m4)}]}{G_m} \end{array} \right] \dots \frac{1}{E_1 h_1^3} \cdot \frac{1}{G_m} = \frac{1}{E_2 h_2^3}$$

(b4)  $\frac{\partial}{\partial x}(x_0, y_0)_{[R1]} = \frac{\partial}{\partial x}(x_0, y_0)_{(R2)} \rightarrow \textcircled{1}$  ;  $\frac{\partial}{\partial y}(x_0, y_0)_{[R1]} = \frac{\partial}{\partial y}(x_0, y_0)_{(R2)} \rightarrow \textcircled{2}$

$$+ \left(1 + \frac{2k_m b}{a} \cdot G_m\right) \cdot \beta_x^{(m4)} - [\nu_2 + (2k_m - 1 - \nu_1) \cdot G_m] \cdot \beta_y^{(m4)} = +G_m \cdot \left(1 + \frac{2k_m b}{a}\right) \cdot m_x - G_m \cdot (2k_m - 1) \cdot m_y \dots \textcircled{1}$$

$$- [\nu_2 + (2k_m - 1 - \nu_1) \cdot G_m] \cdot \beta_x^{(m4)} + \left(1 + \frac{2k_m a}{b} \cdot G_m\right) \cdot \beta_y^{(m4)} = -G_m \cdot (2k_m - 1) \cdot m_x + G_m \cdot \left(1 + \frac{2k_m a}{b}\right) \cdot m_y \dots \textcircled{2}$$

(c)<sup>M</sup> 単位負荷による境界力 [ $p_x^{(m4)}, p_y^{(m4)}; q_x^{(m4)}, q_y^{(m4)}$ ]の算定

(c1) [①, ②]の連立方程式から [ $\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)}$ ]を, それぞれ( $m_x$ と $m_y$ )を変数とする形で求める.

(c2) (定義) -  $\left[ \begin{array}{l} \beta_x^{(m4)} = p_x^{(m4)} \cdot m_x + p_y^{(m4)} \cdot m_y \\ \beta_y^{(m4)} = q_x^{(m4)} \cdot m_x + q_y^{(m4)} \cdot m_y \end{array} \right]$ により [ $p_x^{(m4)}, p_y^{(m4)}; q_x^{(m4)}, q_y^{(m4)}$ ]を算定する.

(2.2.1)<sup>T</sup>

(2)<sup>T</sup> 基礎モデルの組合わせ

(2.1)<sup>T</sup> [R1]・(外板) + (R2)・(内板)

(2.1.1)<sup>T</sup> 境界力の連続条件

境界に未知内力 ( $\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)}$ )を加える. ... (境界の内側と外側の内力の連続条件は) 満たされている.

( $\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)}$ )の大きさは変位(傾斜)の連続条件により算定する.

(i)  $(x_0, y_0)_{[R1]}$ の境界変位(傾斜)

$$\begin{bmatrix} u_x(x_0, y_0)_{[R1]} = \frac{x_0}{E_1 h_1} \left[ \left( 1 + \frac{2k_t b}{a} \right) \cdot t_x - (2k_t - 1) \cdot t_y - \frac{2k_t b}{a} \cdot \beta_x^{(t4)} + (2k_t - 1 - \nu) \cdot \beta_y^{(t4)} \right] \\ u_y(x_0, y_0)_{[R1]} = \frac{y_0}{E_1 h_1} \left[ -(2k_t - 1) \cdot t_x + \left( 1 + \frac{2k_t a}{b} \right) \cdot t_y + (2k_t - 1 - \nu) \cdot \beta_x^{(t4)} - \frac{2k_t a}{b} \cdot \beta_y^{(t4)} \right] \end{bmatrix}$$

(ii)  $(x_0, y_0)_{(R2)}$ の境界変位(傾斜)

$$\begin{bmatrix} u_x(x_0, y_0)_{(R2)} = \frac{x_0}{E_2 h_2} [\beta_x^{(t4)} - \nu_1 \cdot \beta_y^{(t4)}] = \frac{x_0}{E_1 h_1^3} \cdot \frac{[\beta_x^{(t4)} - \nu_1 \cdot \beta_y^{(t4)}]}{G_t} \\ u_y(x_0, y_0)_{(R2)} = \frac{y_0}{E_2 h_2} [-\nu_1 \cdot \beta_x^{(t4)} + \beta_y^{(t4)}] = \frac{y_0}{E_1 h_1} \cdot \frac{[-\nu_1 \cdot \beta_x^{(t4)} + \beta_y^{(t4)}]}{G_t} \end{bmatrix} \dots \frac{1}{E_1 h_1} \cdot \frac{1}{G_t} = \frac{1}{E_2 h_2}$$

(iii)  $u(x_0, y_0)_{[R1]} = u_x(x_0, y_0)_{(R2)} \rightarrow \textcircled{1}$ ;  $u_y(x_0, y_0)_{[R1]} = u_y(x_0, y_0)_{(R2)} \rightarrow \textcircled{2}$

$$+ \left( 1 + \frac{2k_t b}{a} \cdot G_m \right) \cdot \beta_x^{(t4)} - [\nu_2 + (2k_t - 1 - \nu_1) \cdot G_t] \cdot \beta_y^{(t4)} = +G_t \cdot \left( 1 + \frac{2k_t b}{a} \right) \cdot t_x - G_t \cdot (2k_t - 1) \cdot t_y \dots \textcircled{1}$$

$$- [\nu_2 + (2k_t - 1 - \nu_1) \cdot G_t] \cdot \beta_x^{(t4)} + \left( 1 + \frac{2k_t a}{b} \cdot G_t \right) \cdot \beta_y^{(t4)} = -G_t \cdot (2k_t - 1) \cdot t_x + G_t \cdot \left( 1 + \frac{2k_t a}{b} \right) \cdot t_y \dots \textcircled{2}$$

(2.1.2)<sup>M</sup> 単位負荷による境界力 [ $p_x^{(t3)}, p_y^{(t3)}; q_x^{(t3)}, q_y^{(t3)}$ ]の算定

(i) [①, ②]の連立方程式から [ $\beta_x^{(t3)}, \beta_y^{(t3)}$ ]を, それぞれ( $t_x$ と $t_y$ )を変数とする形で求める.

(ii) (定義) -  $\begin{bmatrix} \beta_x^{(t3)} = p_x^{(t3)} \cdot t_x + p_y^{(t3)} \cdot t_y \\ \beta_y^{(t3)} = q_x^{(t3)} \cdot t_x + q_y^{(t3)} \cdot t_y \end{bmatrix}$ により [ $p_x^{(t3)}, p_y^{(t3)}; q_x^{(t3)}, q_y^{(t3)}$ ]を算定する.

$$+\left(1+\frac{2k_m b}{a}\cdot G_m\right)\cdot\beta_x^{(m4)}-[v_2+(2k_m-1-v_1)\cdot G_m]\cdot\beta_y^{(m4)}=+G_m\cdot\left(1+\frac{2k_m b}{a}\right)\cdot m_x-G_m\cdot(2k_m-1)\cdot m_y\cdots\textcircled{1}$$

$$-[v_2+(2k_m-1-v_1)\cdot G_m]\cdot\beta_x^{(m4)}+\left(1+\frac{2k_m a}{b}\cdot G_m\right)\cdot\beta_y^{(m4)}=-G_m\cdot(2k_m-1)\cdot m_x+G_m\cdot\left(1+\frac{2k_m a}{b}\right)\cdot m_y\cdots\textcircled{2}$$

$$\beta_x^{(m4)}=\frac{\begin{bmatrix} +G_m\cdot\left(1+\frac{2k_m b}{a}\right)\cdot m_x-G_m\cdot(2k_m-1)\cdot m_y & -[v_2+(2k_m-1-v_1)\cdot G_m] \\ -G_m\cdot(2k_m-1)\cdot m_x+G_m\cdot\left(1+\frac{2k_m a}{b}\right)\cdot m_y & \left(1+\frac{2k_m a}{b}\cdot G_m\right) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \left(1+\frac{2k_m b}{a}\cdot G_m\right) & -[v_2+(2k_m-1-v_1)\cdot G_m] \\ -[v_2+(2k_m-1-v_1)\cdot G_m] & \left(1+\frac{2k_m a}{b}\cdot G_m\right) \end{bmatrix}}=[p_x^{(m4)}\cdot m_x+p_y^{(m4)}\cdot m_y]\text{と置く.}$$

$$\beta_y^{(m4)}=\frac{\begin{bmatrix} \left(1+\frac{2k_m b}{a}\cdot G_m\right) & G_m\cdot\left(1+\frac{2k_m b}{a}\right)\cdot m_x-G_m\cdot(2k_m-1)\cdot m_y \\ -[v_2+(2k_m-1-v_1)\cdot G_m] & -G_m\cdot(2k_m-1)\cdot m_x+G_m\cdot\left(1+\frac{2k_m a}{b}\right)\cdot m_y \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \left(1+\frac{2k_m b}{a}\cdot G_m\right) & -[v_2+(2k_m-1-v_1)\cdot G_m] \\ -[v_2+(2k_m-1-v_1)\cdot G_m] & \left(1+\frac{2k_m a}{b}\cdot G_m\right) \end{bmatrix}}=[q_x^{(m4)}\cdot m_x+q_y^{(m4)}\cdot m_y]\text{と置く.}$$

$$[\Delta^{(m4)}]=\left(1+\frac{2k_m b}{a}\cdot G_m\right)\cdot\left(1+\frac{2k_m a}{b}\cdot G_m\right)-[v_2+(2k_m-1-v_1)\cdot G_m]^2$$

$$p_x^{(m4)}=\frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]}\cdot\left[\left(1+\frac{2k_m b}{a}\right)\cdot\left(1+\frac{2k_m a}{b}\cdot G_m\right)-(2k_m-1)\cdot[v_2+(2k_m-1-v_1)\cdot G_m]\right]$$

$$p_y^{(m4)}=\frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]}\cdot\left[-(2k_m-1)\cdot\left(1+\frac{2k_m a}{b}\cdot G_m\right)+\left(1+\frac{2k_m b}{a}\right)\cdot[v_2+(2k_m-1-v_1)\cdot G_m]\right]$$

$$q_x^{(m4)}=\frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]}\cdot\left[-(2k_m-1)\cdot\left(1+\frac{2k_m b}{a}\cdot G_m\right)+\left(1+\frac{2k_m b}{a}\right)\cdot[v_2+(2k_m-1-v_1)\cdot G_m]\right]$$

$$q_y^{(m4)}=\frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]}\cdot\left[\left(1+\frac{2k_m a}{b}\right)\cdot\left(1+\frac{2k_m b}{a}\cdot G_m\right)-(2k_m-1)\cdot[v_2+(2k_m-1-v_1)\cdot G_m]\right]$$

-----  
Note(p. 48)

(1)  $[p_x^{(m4)} \leftrightarrow q_y^{(m4)} \text{ 及び } p_x^{(m4)} \leftrightarrow q_y^{(m4)}]$  と  $\frac{b}{a}$  の関係 ;

基本式-(i)では次の関係がある.

$$p_x^{(m4)}\left\{A\cdot\frac{b}{a}; B\cdot\frac{a}{b}\right\}\leftrightarrow q_z^{(m4)}\left\{A\cdot\frac{a}{b}; B\cdot\frac{b}{a}\right\}, p_y^{(m4)}\left\{C\cdot\frac{b}{a}; D\cdot\frac{a}{b}\right\}\leftrightarrow q_z^{(m4)}\left\{C\cdot\frac{a}{b}; B\cdot\frac{b}{a}\right\}$$

基本式は, 基本式-(i),(ii),(iii)の3形式を示した. 同一式を変形したものであり, 使用目的に応じて選択できるようにした.

$$+\left(1+\frac{2k_t b}{a}\cdot G_t\right)\cdot\beta_x^{(t4)}-[v_2+(2k_t-1-v_1)\cdot G_t]\cdot\beta_y^{(t4)}=+G_t\cdot\left(1+\frac{2k_t b}{a}\right)\cdot t_x-G_t\cdot(2k_t-1)\cdot t_y\cdots\textcircled{1}$$

$$-[v_2+(2k_t-1-v_1)\cdot G_t]\cdot\beta_x^{(t4)}+\left(1+\frac{2k_t a}{b}\cdot G_t\right)\cdot\beta_y^{(t4)}=-G_t\cdot(2k_t-1)\cdot t_x+G_t\cdot\left(1+\frac{2k_t a}{b}\right)\cdot t_y\cdots\textcircled{2}$$

$$\beta_x^{(t4)}=\frac{\begin{bmatrix} +G_t\cdot\left(1+\frac{2k_t b}{a}\right)\cdot t_x-G_t\cdot(2k_t-1)\cdot t_y & -[v_2+(2k_t-1-v_1)\cdot G_t] \\ -G_t\cdot(2k_t-1)\cdot t_x+G_t\cdot\left(1+\frac{2k_t a}{b}\right)\cdot t_y & \left(1+\frac{2k_t a}{b}\cdot G_t\right) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \left(1+\frac{2k_t b}{a}\cdot G_t\right) & -[v_2+(2k_t-1-v_1)\cdot G_t] \\ -[v_2+(2k_t-1-v_1)\cdot G_t] & \left(1+\frac{2k_t a}{b}\cdot G_t\right) \end{bmatrix}}=\left[p_x^{(t4)}\cdot t_x+p_y^{(t4)}\cdot t_y\right]\text{と置く.}$$

$$\beta_y^{(t4)}=\frac{\begin{bmatrix} \left(1+\frac{2k_t b}{a}\cdot G_t\right) & G_t\cdot\left(1+\frac{2k_t b}{a}\right)\cdot t_x-G_t\cdot(2k_t-1)\cdot t_y \\ -[v_2+(2k_t-1-v_1)\cdot G_t] & -G_t\cdot(2k_t-1)\cdot t_x+G_t\cdot\left(1+\frac{2k_t a}{b}\right)\cdot t_y \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \left(1+\frac{2k_t b}{a}\cdot G_t\right) & -[v_2+(2k_t-1-v_1)\cdot G_t] \\ -[v_2+(2k_t-1-v_1)\cdot G_t] & \left(1+\frac{2k_t a}{b}\cdot G_t\right) \end{bmatrix}}=\left[q_x^{(t4)}\cdot t_x+q_y^{(t4)}\cdot t_y\right]\text{と置く.}$$

$$[\Delta^{(t4)}]=\left(1+\frac{2k_t b}{a}\cdot G_t\right)\cdot\left(1+\frac{2k_t a}{b}\cdot G_t\right)-[v_2+(2k_t-1-v_1)\cdot G_t]^2$$

$$p_x^{(t4)}=\frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]}\cdot\left[\left(1+\frac{2k_t b}{a}\right)\cdot\left(1+\frac{2k_t a}{b}\cdot G_t\right)-(2k_t-1)\cdot[v_2+(2k_t-1-v_1)\cdot G_t]\right]$$

$$p_y^{(t4)}=\frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]}\cdot\left[-(2k_t-1)\cdot\left(1+\frac{2k_t a}{b}\cdot G_t\right)+\left(1+\frac{2k_t a}{b}\right)\cdot[v_2+(2k_t-1-v_1)\cdot G_t]\right]$$

$$q_x^{(t4)}=\frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]}\cdot\left[-(2k_t-1)\cdot\left(1+\frac{2k_t b}{a}\cdot G_t\right)+\left(1+\frac{2k_t b}{a}\right)\cdot[v_2+(2k_t-1-v_1)\cdot G_t]\right]$$

$$q_y^{(t4)}=\frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]}\cdot\left[\left(1+\frac{2k_t a}{b}\right)\cdot\left(1+\frac{2k_t b}{a}\cdot G_t\right)-(2k_t-1)\cdot[v_2+(2k_t-1-v_1)\cdot G_t]\right]$$

-----  
Note (49)

(1)  $\left[p_x^{(t4)}\leftrightarrow q_y^{(t4)}\text{ 及び } p_x^{(t4)}\leftrightarrow q_y^{(t4)}\right]$  と  $\frac{b}{a}$  の関係 ;

基本式-(i)では次の関係がある.

$$p_x^{(t4)}\left\{A\cdot\frac{b}{a}; B\cdot\frac{a}{b}\right\}\leftrightarrow q_z^{(t4)}\left\{A\cdot\frac{a}{b}; B\cdot\frac{b}{a}\right\}, p_y^{(t4)}\left\{C\cdot\frac{b}{a}; D\cdot\frac{a}{b}\right\}\leftrightarrow q_z^{(t4)}\left\{C\cdot\frac{a}{b}; B\cdot\frac{b}{a}\right\}$$

基本式は, 基本式-(i),(ii),(iii)の3形式を示した. 同一式を変形したものであり, 使用目的に応じて選択できるようにした.

(1.3.2) 表示方式変更型の（基本式-2, 基本式-3）の提示

$$(a)^m \left[ \beta_x^{(m4)} = p_x^{(m4)} \cdot m_x + p_y^{(m4)} \cdot m_y \ ; \ \beta_y^{(m4)} = q_x^{(m4)} \cdot m_x + q_y^{(m4)} \cdot m_y \right]$$

$$\left[ p_x^{(m4)}, p_y^{(m4)}, q_x^{(m4)}, q_y^{(m4)} \right] \dots \text{次の (i), (ii), (iii) は} \left( \begin{array}{l} \text{同一式を別表示式で} \\ \text{あらわしたものである.} \end{array} \right)$$

$$(i) \left[ \begin{array}{l} p_x^{(m4)} = \frac{G_m \cdot [1 + 2k_m \cdot (\mathbf{b}/a)] \cdot [1 + 2k_m (a/\mathbf{b}) \cdot G_m] - (2k_m - 1) \cdot [v_2 + (2k_m - 1 - v_1) \cdot G_m]}{[\Delta^{(m4)}]_{(i)}} \\ p_y^{(m4)} = \frac{G_m \cdot [-(2k_m - 1) \cdot [1 + 2k_m (a/\mathbf{b}) G_m] + [1 + 2k_m (a/\mathbf{b})] \cdot [v_2 + (2k_m - 1 - v_1) \cdot G_m]]}{[\Delta^{(m4)}]_{(i)}} \\ q_x^{(m4)} = \frac{G_m \cdot [-(2k_m - 1) \cdot [1 + 2k_m (\mathbf{b}/a) \cdot G_m] + [1 + 2k_m \cdot (\mathbf{b}/a)] \cdot [v_2 + (2k_m - 1 - v_1) \cdot G_m]]}{[\Delta^{(m4)}]_{(i)}} \\ q_y^{(m4)} = \frac{G_m \cdot [[1 + 2k_m (a/\mathbf{b})] \cdot [1 + 2k_m (\mathbf{b}/a) \cdot G_m] - (2k_m - 1) \cdot [v_2 + (2k_m - 1 - v_1) \cdot G_m]]}{[\Delta^{(m4)}]_{(i)}} \\ [\Delta^{(m4)}]_{(i)} = [1 + 2k_m \cdot (\mathbf{b}/a) \cdot G_m] \cdot [1 + 2k_m \cdot (a/\mathbf{b}) \cdot G_m] - [v_2 + (2k_m - 1 - v_1) \cdot G_m]^2 \end{array} \right] \dots \text{基本式-1}^{(m)}$$

$$(ii) \left[ \begin{array}{l} p_x^{(m4)} = \frac{G_m \cdot [[1 + 2k_m (b/a)] [(b/a) + 2k_m G_m] - (b/a)(2k_m - 1) [v_2 + (2k_m - 1 - v_1) \cdot G_m]]}{[\Delta^{(m4)}]_{(ii)}} \\ p_y^{(m4)} = \frac{G_m \cdot [-(2k_m - 1) \cdot [(b/a) + 2k_m \cdot G_m] + [(b/a) + 2k_m] \cdot [v_2 + (2k_m - 1 - v_1) \cdot G_m]]}{[\Delta^{(m4)}]_{(i)}} \\ q_x^{(m4)} = \frac{G_m (b/a) \cdot [-(2k_m - 1) [1 + 2k_m (b/a) G_m] + [1 + 2k_m (b/a)] [v_2 + (2k_m - 1 - v_1) G_m]]}{[\Delta^{(m4)}]_{(i)}} \\ q_y^{(m4)} = \frac{G_m [[(b/a) + 2k_m] [1 + 2k_m (b/a) G_m] - (b/a)(2k_m - 1) \cdot [v_2 + (2k_m - 1 - v_1) G_m]]}{[\Delta^{(m4)}]_{(ii)}} \\ [\Delta^{(m3)}]_{(ii)} = [1 + 2k_m \cdot (b/a) \cdot G_m] \cdot [(b/a) + 2k_m \cdot G_m] - (b/a) \cdot [v_2 + (2k_m - 1 - v_1) \cdot G_m]^2 \end{array} \right] \dots \text{基本式-2}^{(m)}$$

**<note>**  $[v_2 + (2k_m - 1 - v_1) \cdot G_m] = [(v_2 - v_1 G_m) + (2k_m - 1) \cdot G_m]$

(1.3.2) 表示方式変更型の（基本式-2, 基本式-3）の提示

$$(a)^t \left[ \beta_x^{(t4)} = p_x^{(t4)} \cdot t_x + p_y^{(t4)} \cdot t_y ; \beta_y^{(t4)} = q_x^{(t4)} \cdot t_x + q_y^{(t4)} \cdot t_y \right]$$

$$\left[ p_x^{(t4)}, p_y^{(t4)}, q_x^{(t4)}, q_y^{(t4)} \right] \dots \text{次の (i), (ii), (iii) は} \left( \begin{array}{l} \text{同一式を別表示式で} \\ \text{あらわしたものである。} \end{array} \right)$$

$$(i) \left[ \begin{array}{l} p_x^{(t4)} = \frac{G_t \cdot \left[ \left[ 1 + 2k_t (\mathbf{b}/a) \right] \cdot \left[ 1 + 2k_t (a/\mathbf{b}) G_t \right] - (2k_t - 1) \left[ v_2 + (2k_t - 1 - v_1) \cdot G_t \right] \right]}{[\Delta^{(t4)}]_{(i)}} \\ p_y^{(t4)} = \frac{G_t \cdot \left[ - (2k_t - 1) \left[ 1 + 2k_t (a/\mathbf{b}) G_t \right] + \left[ 1 + 2k_t (a/\mathbf{b}) \right] \cdot \left[ v_2 + (2k_t - 1 - v_1) G_t \right] \right]}{[\Delta^{(t4)}]_{(i)}} \\ q_x^{(t4)} = \frac{G_t \cdot \left[ - (2k_t - 1) \left[ 1 + 2k_t (\mathbf{b}/a) G_t \right] + \left[ 1 + 2k_t \cdot (\mathbf{b}/a) \right] \cdot \left[ v_2 + (2k_t - 1 - v_1) \cdot G_t \right] \right]}{[\Delta^{(t4)}]_{(i)}} \\ q_y^{(t4)} = \frac{G_t \cdot \left[ \left[ 1 + 2k_t \cdot (a/\mathbf{b}) \right] \cdot \left[ 1 + 2k_t \cdot (\mathbf{b}/a) \cdot G_t \right] - (2k_t - 1) \cdot \left[ v_2 + (2k_t - 1 - v_1) \cdot G_t \right] \right]}{[\Delta^{(t4)}]_{(i)}} \\ [\Delta^{(t3)}]_{(i)} = \left[ \left[ 1 + 2k_t \cdot (\mathbf{b}/a) \cdot G_t \right] \cdot \left[ 1 + 2k_t \cdot (a/\mathbf{b}) \cdot G_t \right] - \left[ v_2 + (2k_t - 1 - v_1) \cdot G_t \right]^2 \right] \end{array} \right] \dots \text{基本式-1}^{(o)}$$

$$(ii) \left[ \begin{array}{l} p_x^{(t4)} = \frac{G_t \cdot \left[ \left[ 1 + 2k_t (b/a) \right] \cdot \left[ (b/a) + 2k_t G_t \right] - (b/a)(2k_t - 1) \left[ v_2 + (2k_t - 1 - v_1) \cdot G_t \right] \right]}{[\Delta^{(t4)}]_{(ii)}} \\ p_y^{(t4)} = \frac{G_t \cdot \left[ - (2k_t - 1) \left[ (b/a) + 2k_t G_t \right] + \left[ (b/a) + 2k_t v_2 + (2k_t - 1 - v_1) \cdot G_t \right] \right]}{[\Delta^{(t4)}]_{(ii)}} \\ q_x^{(t4)} = \frac{G_t (b/a) \left[ - (2k_t - 1) \left[ 1 + 2k_t (b/a) G_t \right] + \left[ 1 + 2k_t (b/a) \right] \left[ v_2 + (2k_t - 1 - v_1) G_t \right] \right]}{[\Delta^{(t4)}]_{(ii)}} \\ q_y^{(t4)} = \frac{G_t \left[ \left[ (b/a) + 2k_t \right] \left[ 1 + 2k_t (b/a) G_t \right] - (b/a)(2k_t - 1) \cdot \left[ v_2 + (2k_t - 1 - v_1) \cdot G_t \right] \right]}{[\Delta^{(t4)}]_{(ii)}} \\ [\Delta^{(t4)}]_{(ii)} = \left[ \left[ 1 + 2k_t (b/a) G_t \right] \cdot \left[ (b/a) + 2k_t G_t \right] - (b/a) \cdot \left[ v_2 + (2k_t - 1 - v_1) G_t \right]^2 \right] \end{array} \right] \dots \text{基本式-2}^{(o)}$$

<note>  $\left[ v_2 + (2k_t - 1 - v_1) \cdot G_t \right] = \left[ (v_2 - v_1 G_t) + (2k_t - 1) \cdot G_t \right] = \left[ v_2 + (1 - v_1) \cdot G_t \right] \dots (\because) k_t \equiv 1$

(1.3.2) 続き

$$\begin{aligned}
 p_x^{(m4)} &= \frac{G_m \cdot \left[ \begin{array}{l} [(4k_m - 1 - \nu_1) \cdot (b/a) + 2k_m \cdot (1 + \nu_1 b/a)] \cdot G_m \\ + [-(2k_m \cdot \nu_2 - 1 - \nu_2) \cdot (b/a) + 2k_m \cdot (b/a)^2] \end{array} \right]_{(iii)}}{[\Delta^{(m4)}]_{(iii)}} \\
 p_y^{(m4)} &= \frac{G_m \cdot \left[ \begin{array}{l} [(2k_m - 1 - \nu_1) \cdot (b/a) - 2k_m \cdot \nu_1] \cdot G_m \\ + [2k_m \cdot \nu_2 - (2k_m - 1 - \nu_2) \cdot (b/a)] \end{array} \right]_{(iii)}}{[\Delta^{(m4)}]_{(iii)}} \\
 q_x^{(m4)} &= \frac{(b/a) \cdot G_m \cdot \left[ \begin{array}{l} [(2k_m - 1 - \nu_1) - 2k_m \cdot \nu_1 \cdot (b/a)] \cdot G_m \\ + [2k_m \nu_2 \cdot (b/a) - (2k_m - 1 - \nu_2)] \end{array} \right]_{(iii)}}{[\Delta^{(m4)}]_{(iii)}} \quad \dots \text{基本式 - 3}^{(m)} \\
 q_y^{(m4)} &= \frac{G_m \cdot \left[ \begin{array}{l} [(4k_m - 1 - \nu_1) \cdot (b/a) + 2k_m \nu_1 \cdot (b/a) + 2k_m \cdot (b/a)^2] \cdot G_m \\ + [2k_m - (2k_m \nu_2 - 1 - \nu_2) \cdot (b/a)] \end{array} \right]_{(iii)}}{[\Delta^{(m4)}]_{(iii)}} \\
 [\Delta^{(m4)}]_{(iii)} &= \left[ \begin{array}{l} + [(4k_m - 1 - \nu_1) \cdot (1 + \nu_1) \cdot (b/a)] \cdot (G_m)^2 \\ + [+2k_m - 2\nu_2 \cdot (2k_m - 1 - \nu_1) \cdot (b/a) + 2k_m \cdot (b/a)^2] \cdot G_m \\ + (1 - \nu_2^2) \cdot (b/a) \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

$$(c)_M \left[ k_m = (1 + \nu_1)/(3 + \nu_1), \quad G_m = (E_2 h_2^3)/(E_1 h_1^3) \right]$$

(1) 相互の関係

$$\begin{aligned}
 \text{(i) vs. (ii)} \quad \dots & \frac{\boxed{\text{分子}}_{(ii)}}{[\text{分母} \cdot \Delta^{(m3)}]_{(ii)}} = \frac{\boxed{\text{分子}}_{(i)} \times (b/a)}{[\text{分母} \cdot \Delta^{(m3)}]_{(i)} \times (b/a)} \\
 \text{(ii) vs. (iii)} \quad \dots & \frac{\boxed{\text{分子}}_{(iii)}}{[\text{分母} \cdot \Delta^{(m3)}]_{(iii)}} = \frac{\boxed{\text{分子}}_{(ii)} \text{ を } G_m \text{ に関する 2 次式に整理}}{[\text{分母} \cdot \Delta^{(m3)}]_{(ii)} \text{ を } G_m \text{ に関する 2 次式に整理}}
 \end{aligned}$$

(2) 各式の適用例

(i) 式の利点 :  $p_x^{(m3)} \Leftrightarrow q_y^{(m3)}, p_y^{(m3)} \Leftrightarrow q_x^{(m3)}$  の相対関係の check 等に適用.  
 $\dots [b/a; a/b] \Leftrightarrow [a/b; b/a] \dots$

$\left. \begin{array}{l} \text{(ii) 式} \\ \text{(iii) 式} \end{array} \right\}$  の利点 :  $(b/a \rightarrow 0, G_m \rightarrow 0 \text{ or } \infty)$  の特殊条件に対する要因分析等に適用.

(1.3.2) 続き

$$\begin{aligned}
 p_x^{(t4)} &= \frac{\left[ \begin{aligned} &[(4k_t - 1 - \nu_1) \cdot (b/a) + 2k_t \cdot (1 + \nu_1 b/a)] \cdot (G_t)^2 \\ &+ [-(2k_t \cdot \nu_2 - 1 - \nu_2) \cdot (b/a) + 2k_t \cdot (b/a)^2] \cdot G_t \end{aligned} \right]_{(iii)}}{[\Delta^{(t4)}]_{(iii)}} \\
 p_y^{(t4)} &= \frac{\left[ \begin{aligned} &[(4k_t - 1 - \nu_1) - 2k_t] \cdot (b/a) - 2k_t \cdot \nu_1 \cdot (G_t)^2 \\ &+ [2k_t \cdot \nu_2 - (2k_t - 1 - \nu_2) \cdot (b/a)] \cdot G_t \end{aligned} \right]_{(iii)}}{[\Delta^{(t4)}]_{(iii)}} \\
 q_x^{(t4)} &= \frac{\left[ \begin{aligned} &[(4k_t - 1 - \nu_1) - 2k_t] \cdot (b/a) - \nu_1 \cdot 2k_t \cdot (b/a)^2 \cdot (G_t)^2 \\ &+ [2k_t \nu_2 \cdot (b/a)^2 - (2k_t - 1 - \nu_2) \cdot (b/a)] \cdot G_t \end{aligned} \right]_{(iii)}}{[\Delta^{(t4)}]_{(iii)}} \\
 q_y^{(t4)} &= \frac{\left[ \begin{aligned} &[(4k_t - 1 - \nu_1) \cdot (b/a) + 2k_t \nu_1 \cdot (b/a) + 2k_t \cdot (b/a)^2] \cdot (G_t)^2 \\ &+ [2k_t - (2k_t \nu_2 - 1 - \nu_2) \cdot (b/a)] \cdot G_t \end{aligned} \right]_{(iii)}}{[\Delta^{(t4)}]_{(iii)}} \\
 [\Delta^{(t4)}]_{(iii)} &= \left[ \begin{aligned} &+ [(4k_t - 1 - \nu_1) \cdot (1 + \nu_1) \cdot (b/a)] \cdot (G_t)^2 \\ &+ [+2k_t - 2\nu_2 \cdot (2k_t - 1 - \nu_1) \cdot (b/a) + 2k_t \cdot (b/a)^2] \cdot G_t \\ &+ (1 - \nu_2^2) \cdot (b/a) \end{aligned} \right]
 \end{aligned}$$

(c)<sub>T</sub>  $\left[ k_t = 1, G_t = (E_2 h_2) / (E_1 h_1) \right]$

(1) 相互の関係

$$\begin{aligned}
 \text{(i) vs. (ii)} \quad \dots & \frac{\boxed{\text{分子}}_{(ii)}}{\boxed{\text{分母}} \cdot \Delta^{(t4)}_{(ii)}} = \frac{\boxed{\text{分子}}_{(i)} \times (b/a)}{\boxed{\text{分母}} \cdot \Delta^{(t4)}_{(i)} \times (b/a)} \\
 \text{(ii) vs. (iii)} \quad \dots & \frac{\boxed{\text{分子}}_{(iii)}}{\boxed{\text{分母}} \cdot \Delta^{(t4)}_{(iii)}} = \frac{\boxed{\text{分子}}_{(ii)} \text{を } G_m \text{ に関する 2 次式に整理}}{\boxed{\text{分母}} \cdot \Delta^{(t4)}_{(ii)} \text{を } G_m \text{ に関する 2 次式に整理}} \quad \dots \text{eq. (p.119-2)}
 \end{aligned}$$

(2) 各式の適用例

(i) 式の利点 :  $p_x^{(t4)} \Leftrightarrow q_y^{(t4)}, p_y^{(t4)} \Leftrightarrow q_x^{(t4)}$  の相対関係の check 等に適用。  
 $\dots [b/a; a/b] \Leftrightarrow [a/b; b/a] \dots$

$\left. \begin{array}{l} \text{(ii) 式} \\ \text{(iii) 式} \end{array} \right\}$  の利点 :  $(b/a \rightarrow 0, G_t \rightarrow 0 \text{ or } \infty)$  の特殊条件に対する要因分析等に適用。

(1.3.2)<sup>(m)</sup> 境界発生内力計算式の適用例

定義：  $\left[ \beta_x^{(m4)} = p_x^{(m4)} \cdot m_x + p_y^{(m4)} \cdot m_y \quad , \quad \beta_x^{(m4)} = p_x^{(m4)} \cdot m_x + p_y^{(m4)} \cdot m_t \right]$

影響因子：  $\left[ \begin{array}{l} [m_x, m_y]; 0 \leq (b/a) \leq 1; 0 \leq [G_m = (E_2 h_2^3) / (E_1 h_1^3)] \leq \infty \\ k_m = (1 + \nu_1) / (3 + \nu_1); (\nu_1, \nu_2) \end{array} \right]$

基本形- 1

$$\left[ \begin{array}{l} [p_x^{(m4)}]_{(1)} = \frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)}} \left[ \left( 1 + 2k_m \frac{b}{a} \right) \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} G_m \right) - (2k_m - 1) [(v_2) + (2k_m - 1 - \nu_1) G_m] \right] \\ [p_y^{(m4)}]_{(1)} = \frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)}} \left[ -(2k_m - 1) \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} G_m \right) + \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} \right) [(v_2) + (2k_m - 1 - \nu_1) G_m] \right] \\ [q_x^{(m4)}]_{(1)} = \frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)}} \left[ -(2k_m - 1) \left( 1 + 2k_m \frac{b}{a} G_m \right) + \left( 1 + 2k_m \frac{b}{a} \right) [(v_2) + (2k_m - 1 - \nu_1) G_m] \right] \\ [q_y^{(m4)}]_{(1)} = \frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)}} \left[ \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} \right) \left( 1 + 2k_m \frac{b}{a} G_m \right) - (2k_m - 1) [(v_2) + (2k_m - 1 - \nu_1) G_m] \right] \\ [\Delta^{(m4)}]_{(1)} = \left( 1 + 2k_m \frac{b}{a} G_m \right) \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} G_m \right) - [(v_2) + (2k_m - 1 - \nu_1) G_m]^2 \end{array} \right] \dots \text{Eq. (p.54 - 1)}$$

(a) 複合板-[m4]計算式と単体板-[m1,m2,m3]計算式の相互関係

[m1] 一様平板

[m2] 自由縁開孔板

[m3] 固定縁開孔板



[m4]  $\left\{ \begin{array}{l} G_m = 1 \\ \nu_2 = \nu_1 \end{array} \right\}$

[m4]  $\{G_m = 0\}$

[m4]  $\{G_m = \infty\}$



$$\left[ \begin{array}{l} p_x^{(m1)} = 1 \\ p_y^{(m1)} = 0 \\ q_x^{(m1)} = 0 \\ q_y^{(m1)} = 1 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{l} p_x^{(m2)} = 0 \\ p_y^{(m2)} = 0 \\ q_x^{(m2)} = 0 \\ q_y^{(m2)} = 0 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{l} p_x^{(m3)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \left\{ \frac{a}{b} + \nu_1 \right\} \right] \\ p_y^{(m3)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left[ 1 + \frac{-2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \left\{ \frac{\nu_1 a}{b} + 1 \right\} \right] \\ q_x^{(m3)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left[ 1 + \frac{-2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \left\{ \frac{\nu_1 b}{a} + 1 \right\} \right] \\ q_y^{(m3)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \left\{ \frac{b}{a} + \nu_1 \right\} \right] \end{array} \right] \dots \text{Eq. (p.54 - 2)}$$

Note( p. 54 + p. 55)

(i) ( p. 54 + p. 55 ) に関連する計算式と計算図は、 plate-2編の中で初めに示した。

(ii) Eq. (p.54 - 2)とEq. (p.55 - 2) の導出については、 第3章の例題の中で解説を追加した。 → p.100~105<sub>参照</sub>。

(1.3.2)<sup>(1)</sup> 境界発生内力計算式の適用例

定義： $\left[ \beta_x^{(t4)} = p_x^{(t4)} \cdot t_x + p_y^{(t4)} \cdot t_y \quad , \quad \beta_t^{(t4)} = p_x^{(t4)} \cdot t_x + p_y^{(t4)} \cdot t_t \right]$

影響因子： $\left[ \begin{array}{l} [t_x, t_y] ; 0 \leq (b/a) \leq 1 ; 0 \leq [G_t = (E_2 h_2) / (E_1 h_1)] \leq \infty \\ k_t \equiv 1 \text{ (const.)} ; (v_1, v_2) \end{array} \right]$

基本形- (1)

$$\left[ \begin{array}{l} [p_x^{(t4)}]_{(1)} = \frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]_{(1)}} \left[ \left( 1 + 2k_t \frac{b}{a} \right) \left( 1 + 2k_t \frac{a}{b} G_t \right) - (2k_t - 1) [(v_2) + (2k_t - 1 - v_1) G_t] \right] \\ [p_y^{(t4)}]_{(1)} = \frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]_{(1)}} \left[ -(2k_t - 1) \left( 1 + 2k_t \frac{a}{b} G_t \right) + \left( 1 + 2k_t \frac{a}{b} \right) [(v_2) + (2k_t - 1 - v_1) G_t] \right] \\ [q_x^{(t4)}]_{(1)} = \frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]_{(1)}} \left[ -(2k_t - 1) \left( 1 + 2k_m \frac{b}{a} G_m \right) + \left( 1 + 2k_m \frac{b}{a} \right) [(v_2) + (2k_m - 1 - v_1) G_m] \right] \\ [q_y^{(t4)}]_{(1)} = \frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]_{(1)}} \left[ \left( 1 + 2k_t \frac{a}{b} \right) \left( 1 + 2k_t \frac{b}{a} G_t \right) - (2k_t - 1) [(v_2) + (2k_t - 1 - v_1) G_m]_t \right] \\ [\Delta^{(t4)}]_{(1)} = \left( 1 + 2k_t \frac{b}{a} G_t \right) \left( 1 + 2k_t \frac{a}{b} G_t \right) - [(v_2) + (2k_t - 1 - v_1) G_t]^2 \end{array} \right] \dots \text{Eq. (p.55 - 1)}$$

(a)<sup>(1)</sup> [t 4]計算式と[t 1, t 2, t 3]計算式との相互関係

[t 1] 一様平板  
□

[t 2] 自由縁開孔板  
□

[m3]固定縁開孔板  
□

[t 4]  $\left\{ \begin{array}{l} G_t = 1 \\ v_2 = v_1 \end{array} \right\}$   
↓

[t 4]  $\{G_t = 0\}$   
↓

[t 4]  $\{G_t = \infty\}$   
↓

$$\left[ \begin{array}{l} p_x^{(t1)} = 1 \\ p_y^{(t1)} = 0 \\ q_x^{(t1)} = 0 \\ q_y^{(t1)} = 1 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{l} p_x^{(t2)} = 0 \\ p_y^{(t2)} = 0 \\ q_x^{(t2)} = 0 \\ q_y^{(t2)} = 0 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{l} p_x^{(t3)} = \frac{1}{1+v_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_t}{(4k_t-1-v_1)} \cdot \left\{ \frac{a}{b} + v_1 \right\} \right] \\ p_y^{(t3)} = \frac{1}{1+v_1} \cdot \left[ 1 + \frac{-2k_t}{(4k_t-1-v_1)} \cdot \left\{ \frac{v_1 a}{b} + 1 \right\} \right] \\ q_x^{(t3)} = \frac{1}{1+v_1} \cdot \left[ 1 + \frac{-2k_t}{(4k_t-1-v_1)} \cdot \left\{ \frac{v_1 b}{a} + 1 \right\} \right] \\ q_y^{(t3)} = \frac{1}{1+v_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_t}{(4k_t-1-v_1)} \cdot \left\{ \frac{b}{a} + v_1 \right\} \right] \end{array} \right] \dots \text{Eq. (p.63 - 2)}$$

(1.3.3) 境界発生内力計算式の適用例

(a) <sup>(m)</sup> 概要

(m1)式 と (m2)式 及び  $(\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)})$ を用いることによって、  
一様連続板      自由縁開孔板      境界発生内力

(m4の全領域) の計算が可能になる。  
複合板の内部板+外部板

(b) <sup>(m)</sup> 一般式

$$M_x^{(m4)}(R_1) = A_x^{(m4)}(R_1) \cdot m_x + A_y^{(m4)}(R_1) \cdot m_y$$

$$A_x^{(m4)}(R_1) \cdot m_x = \left[ A_x^{(m1)}(R_1) \cdot (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)}) + A_x^{(m2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)})\} \right] \cdot m_x$$

$$A_y^{(m4)}(R_1) \cdot m_y = \left[ A_y^{(m1)}(R_1) \cdot (p_y^{(m4)} + q_y^{(m4)}) + A_y^{(m2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)})\} \right] \cdot m_y$$
  

$$M_y^{(m4)}(R_1) = A_x^{(m4)}(R_1) \cdot m_x + A_y^{(m4)}(R_1) \cdot m_y$$

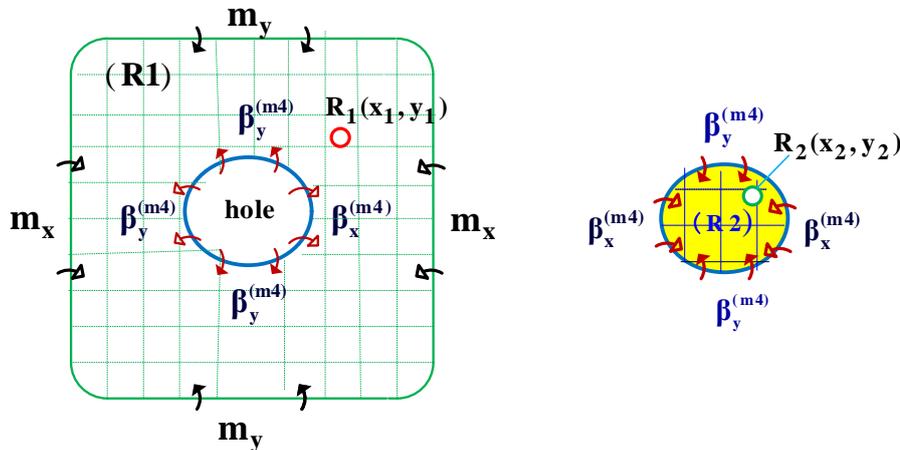
$$B_x^{(m4)}(R_1) \cdot m_x = \left[ B_x^{(m1)}(R_1) \cdot (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)}) + B_x^{(m2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)})\} \right] \cdot m_x$$

$$B_y^{(m4)}(R_1) \cdot m_y = \left[ B_y^{(m1)}(R_1) \cdot (p_y^{(m4)} + q_y^{(m4)}) + B_y^{(m2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)})\} \right] \cdot m_y$$
  

$$M_x^{(m4)}(R_2) = (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)}) \cdot m_x \quad ; \quad M_y^{(m4)}(R_2) = (p_y^{(m4)} + q_y^{(m4)}) \cdot m_y$$

(R1) : 外部板  $E_1, v_1, h_1$

(R2) : 内部板  $E_2, v_2, h_2$



Note ( p. 56 + p. 57)

( p. 56 + p. 57) に関する適用例を、第3章の例題の中で示した。→ p. 90~95 参照

(1.3.3) 境界発生内力計算式の適用例

(a)<sup>(t)</sup> 概要

(t1)式 と (t2)式 及び  $(\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)})$ 式を用いることによって、  
一様連続板      自由縁開孔板      境界発生内力

(t4の全領域) の計算が可能になる。  
複合板の内部板+外部板

(b)<sup>(t)</sup> 一般式

$$T_x^{(t4)}(R_1) = A_x^{(t4)}(R_1) \cdot t_x + A_y^{(t4)}(R_1) \cdot t_y$$

$$A_x^{(t4)}(R_1) \cdot t_x = \left[ A_x^{(t1)}(R_1) \cdot (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)}) + A_x^{(t2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)})\} \right] \cdot t_x$$

$$A_y^{(t4)}(R_1) \cdot t_y = \left[ A_y^{(t1)}(R_1) \cdot (p_y^{(t4)} + q_y^{(t4)}) + A_y^{(t2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)})\} \right] \cdot t_y$$

$$T_y^{(t4)}(R_1) = A_x^{(t4)}(R_1) \cdot t_x + A_y^{(t4)}(R_1) \cdot t_y$$

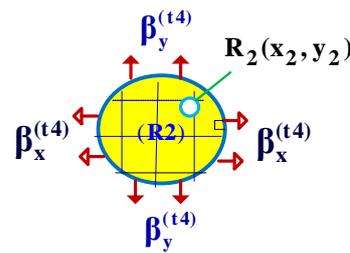
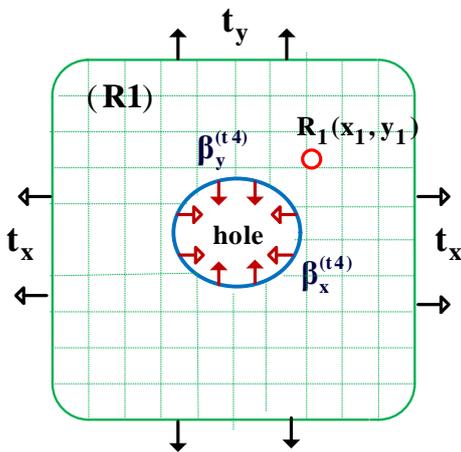
$$B_x^{(t4)}(R_1) \cdot t_x = \left[ B_x^{(t1)}(R_1) \cdot (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)}) + B_x^{(t2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)})\} \right] \cdot t_x$$

$$B_y^{(t4)}(R_1) \cdot t_y = \left[ B_y^{(t1)}(R_1) \cdot (p_y^{(t4)} + q_y^{(t4)}) + B_y^{(t2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)})\} \right] \cdot t_y$$

$$T_x^{(t4)}(R_2) = (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)}) \cdot t_x \quad ; \quad T_y^{(t4)}(R_2) = (p_y^{(t4)} + q_y^{(t4)}) \cdot t_y$$

(R1) : 外部板  $E_1, v_1, h_1$

(R2) : 内部板  $E_2, v_2, h_2$



第 2 章<sup>(m)</sup> 境界発生内力の数値計算図

[3-1]<sup>(m)</sup> 3D 図 … p.58～69

(3.1.1) 無限範囲目盛  $\{0 \leq G_m \leq \infty\}$  を有限範囲目盛に置換(例)

(i)<sup>(m)</sup> 3D グラフの主軸 ( $G_m$  - 軸) 表示の模式図

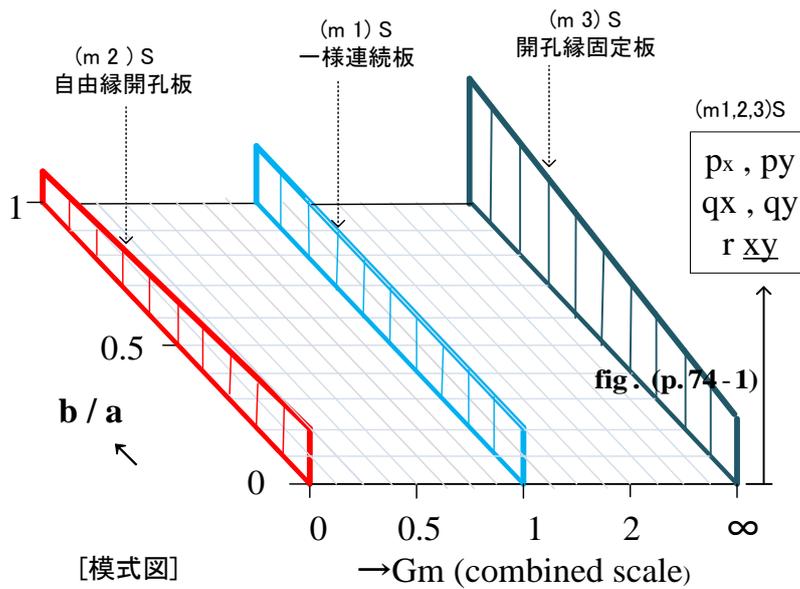


fig. (p.58) 3D<sup>(m)</sup> 図 主軸 ( $G_m$  - 軸) の組合せ目盛の説明

第 2 章<sup>(t)</sup> 境界発生内力の数値計算図

[3-1]<sup>(t)</sup> 3D 図 … p.58 ~69

(3.1.1) 無限範囲目盛 $\{0 \leq G_t \leq \infty\}$ を有限範囲目盛に置換(例)

(i)<sup>(t)</sup> 3D グラフの主軸 ( $G_m$  - 軸) 表示の模式図

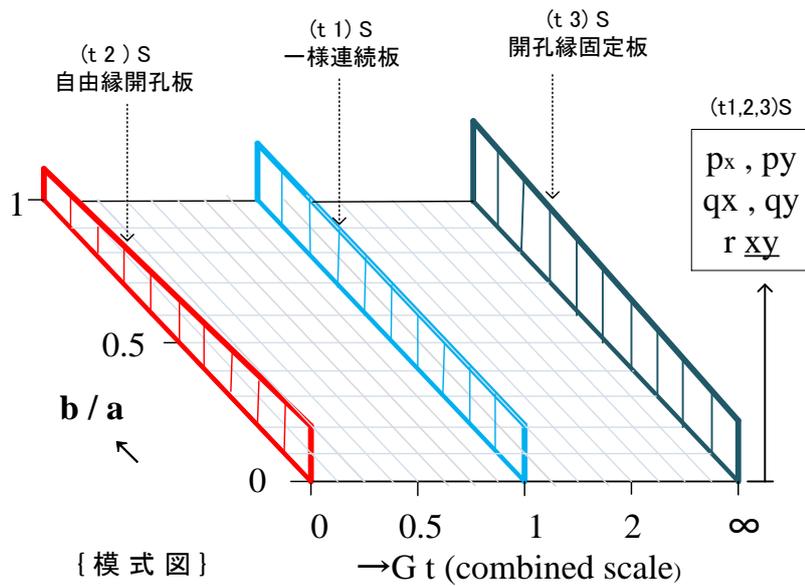


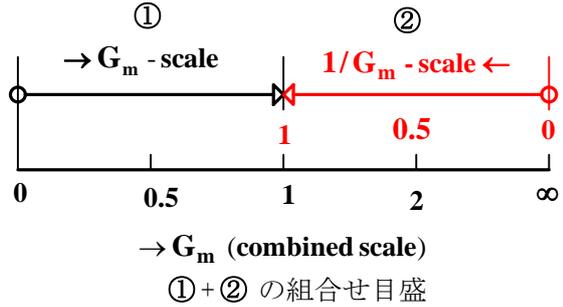
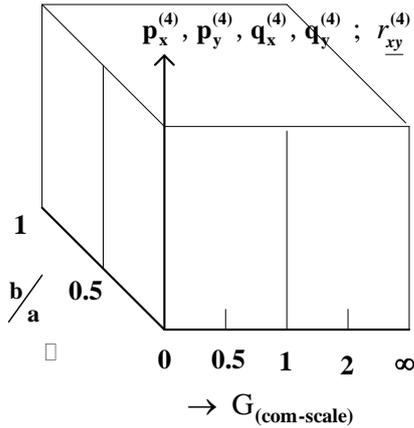
fig. (p.59) 3D<sup>(t)</sup>図 主軸 ( $G_t$  - 軸) の組合せ目盛の説明

fig. (p.59)

(3.1.1) 続き

(ii)<sup>[m] ↔ [t]</sup>  $G_m \leftrightarrow G_t$  目盛の説明

$$\left[ \begin{array}{l} G_m = \frac{E_2 h_2^3}{E_1 h_1^3} \dots G_m (0 \leq G_m \leq \infty) \text{のグラフ軸目盛} \\ G_t = \frac{E_2 h_2}{E_1 h_1} \dots G_t (0 \leq G_t \leq \infty) \text{のグラフ軸目盛} \end{array} \right] \dots \text{plate - 2編他参照}$$



$G$ -軸の目盛...[plate - 2編\_ p.50]他参照

(iii.1) 上図のように、横軸に等間隔目盛(0~1~2)をつけて、それを次のように 2 区分する。

$$\textcircled{1} \left[ \begin{array}{l} G(\text{scale}) \\ (0 \sim 1) \dots 0 \leq G \leq 1 \\ G\text{-値の等間隔目盛} \end{array} \right] ; \textcircled{2} \left[ \begin{array}{l} G(\text{com-scale}) \\ (1 \sim 2) \dots 1 \leq G \leq \infty \\ \mathbf{1} \dots (2 - 1/G) \dots \mathbf{2} \end{array} \right]$$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & & \uparrow \\ (2 - 1/G_{=1}) = \mathbf{1} & & (2 - 1/G_{=\infty}) = \mathbf{2} \end{array}$$

(iii.2)  $G \leq 1$ と $\leq G$ に分離して表す場合:

$$\left[ 0 \leq G \leq 1 : G_{\text{com-scale}} = G \quad ; \quad 1 \leq G \leq \infty : G_{\text{com-scale}} = \left( 2 - \frac{1}{G} \right) \right] \dots \text{eq. ( p. 60 - 1)}$$

(iii.3)  $0 \leq G \leq \infty$ の全区間を同一式で表す場合:

$$G_{\text{com-scale}} = \frac{1 + \text{SIGN}(1-G)}{2} \cdot G + \frac{1 - \text{SIGN}(1-G)}{2} \cdot \left( 2 - \frac{1}{G} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{SIGN}(1-G) = \left\{ \begin{array}{l} +1 \dots G \ll 1 \\ 0 \dots G = 1 \\ -1 \dots 1 \ll G \end{array} \right\} \end{array} \right] \dots \text{eq. ( p. 60 - 2)}$$

(3.1.1) 続き

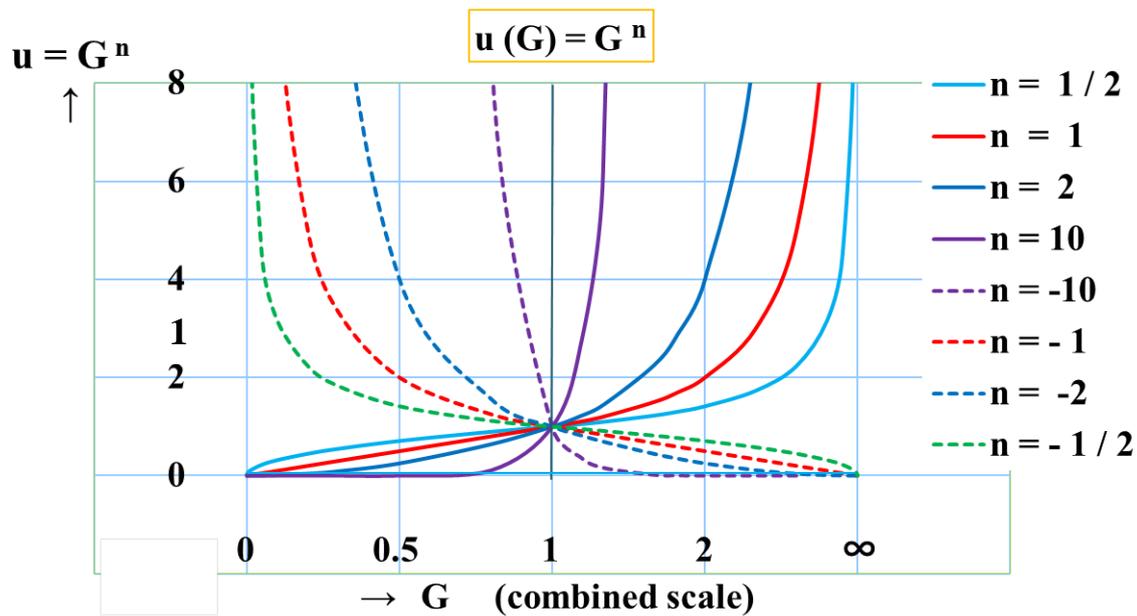


fig.(p. 61) 組み合わせ座標によるグラフ表示例  
 $u(G) = G^n$  の場合

$G=1$  の軸に対して、 $G \ll 1$ 問題と  $1 \ll G$ 問題の反対称性

$$\left( \begin{array}{l} (b/a \rightarrow 0, G_m \rightarrow 0) : (b/a \rightarrow 0, G_m \rightarrow \infty) \\ (b/a \rightarrow 0, G_t \rightarrow 0) : (b/a \rightarrow 0, G_t \rightarrow \infty) \end{array} \right)$$

[3-2] 主要数値計算図； $[\beta_x, \beta_y, \beta_{xy}]^{[m^4 \leftrightarrow t^4]}$ と関連因子の影響の確認

(3.2.1)<sup>(m ↔ t)</sup> 主要計算図

(a)<sup>[m ↔ t]</sup> 3Dグラフ： $[p_x, p_y, q_x, q_y ; r_{xy}]$ の値に対する関係因子の影響

$$\begin{cases} \beta_x^{(m^4)} = p_x^{(m^4)} \cdot m_x + p_y^{(m^4)} \cdot m_y \\ \beta_y^{(m^4)} = q_x^{(m^4)} \cdot m_x + q_y^{(m^4)} \cdot m_y \end{cases}$$

[共通式]

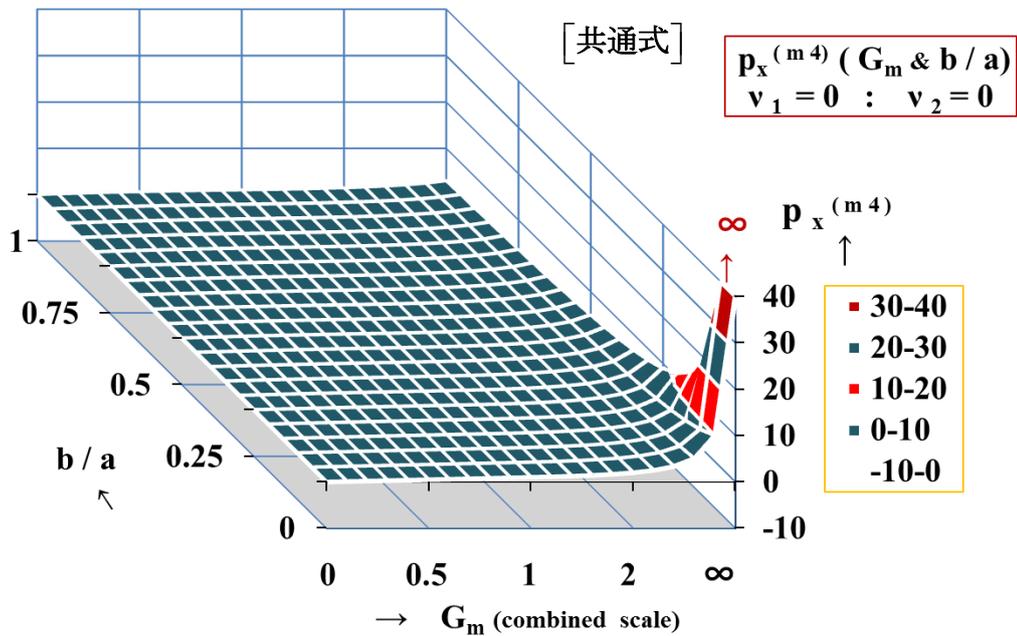
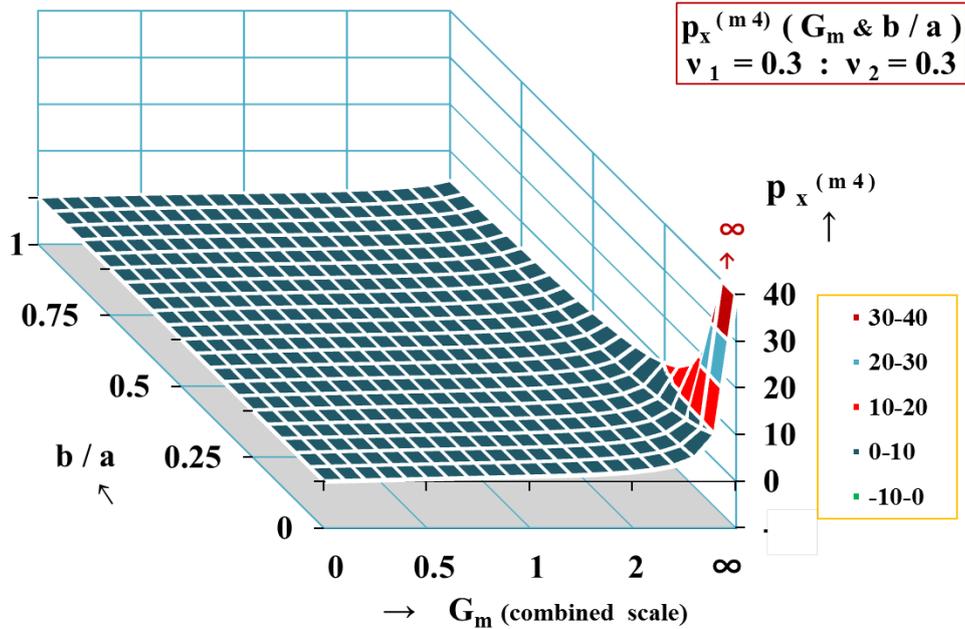


fig. (p. 62)  $p_x^{(m^4)} (G_m, b/a) \cdots (v_1 = v_2 = 0.3)$  vs.  $(v_1 = v_2 = 0)$

[3-2] 主要数値計算図： $[\beta_x, \beta_y, \beta_{xy}]^{[m^4 \leftrightarrow t^4]}$ と関連因子の影響の確認

(3.2.1)  $(m \leftrightarrow t)$  主要計算図

(a)<sup>T</sup> 3Dグラフ： $[p_x, p_y, q_x, q_y; r_{xy}]^T$ の値に対する関係因子の影響

$$\begin{cases} \beta_x^{(t^4)} = p_x^{(t^4)} \cdot t_x + p_y^{(t^4)} \cdot t_y \\ \beta_y^{(t^4)} = q_x^{(t^4)} \cdot t_x + q_y^{(t^4)} \cdot t_y \end{cases}$$

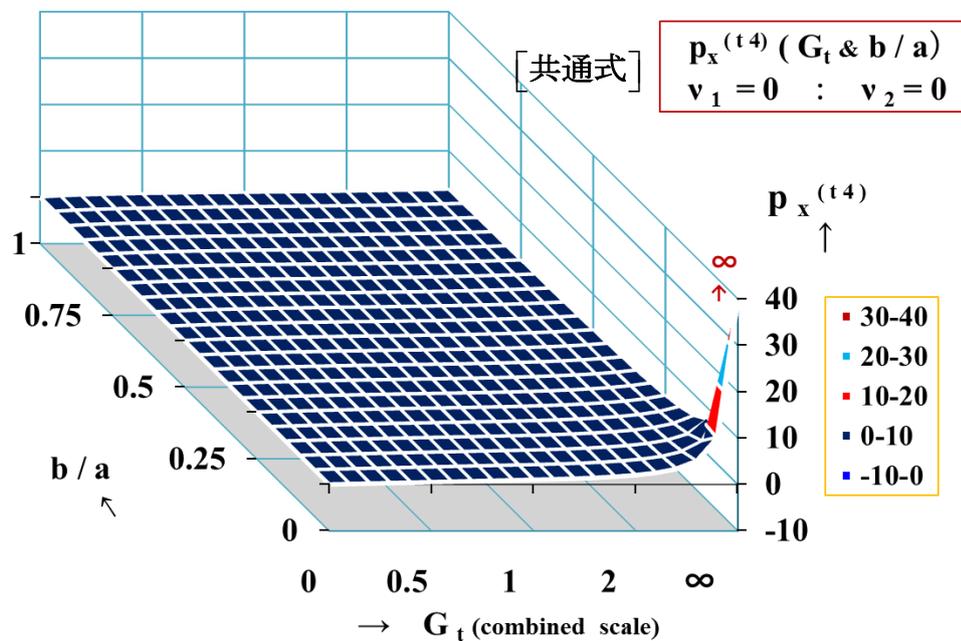
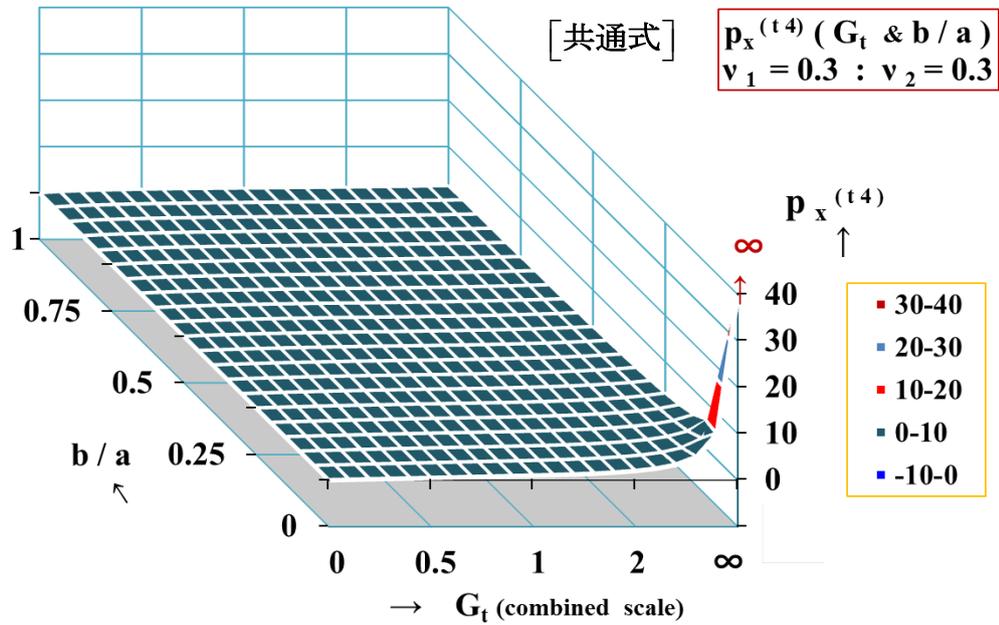


fig. (p. 63)  $p_x^{(t^4)} (G_t, b/a) \cdots (v_1 = v_2 = 0.3) \text{ vs. } (v_1 = v_2 = 0)$

$$\begin{bmatrix} \beta_x^{(m4)} = p_x^{(m4)} \cdot m_x + p_y^{(m4)} \cdot m_y \\ \beta_y^{(m4)} = q_x^{(m4)} \cdot m_x + q_y^{(m4)} \cdot m_y \end{bmatrix}$$

[共通式]

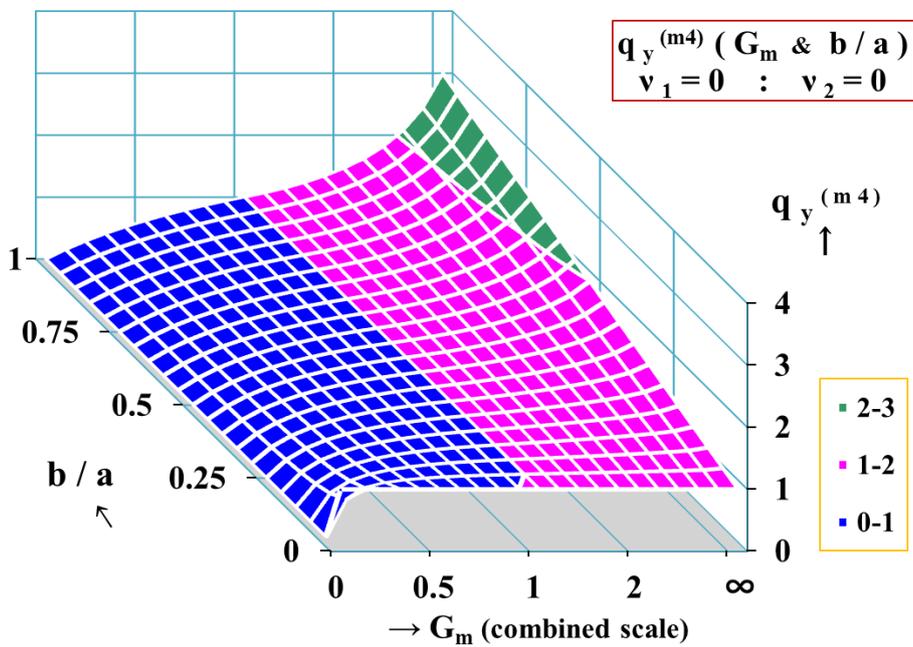
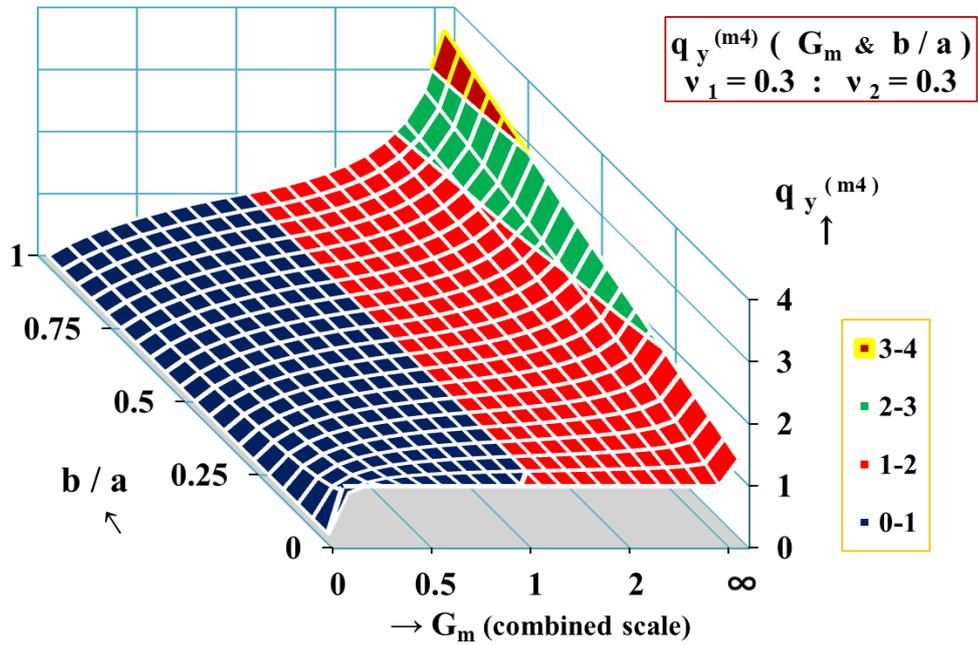


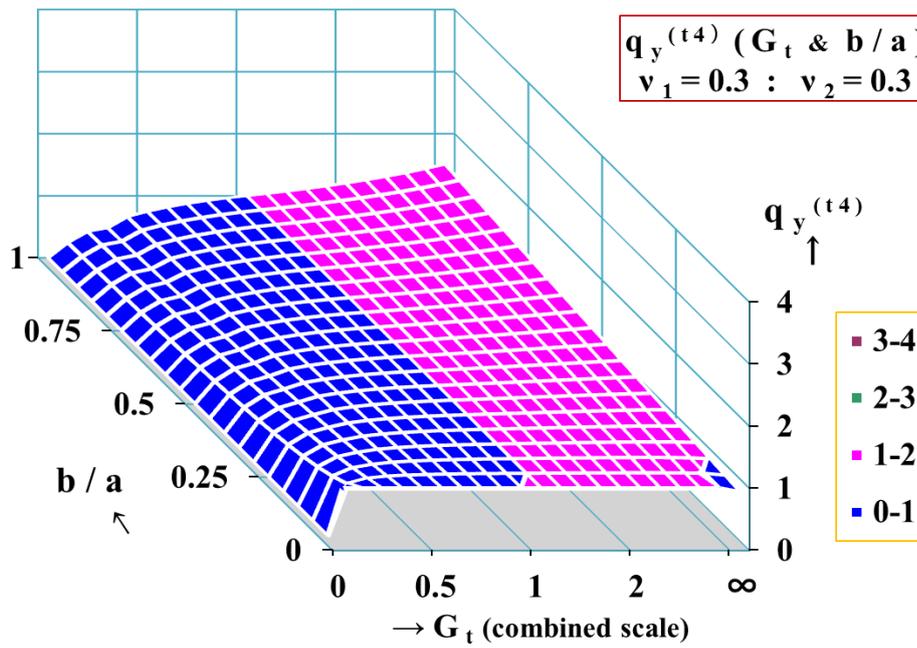
fig. (p. 64)  $q_y^{(m4)} (G_m, b/a) \dots (\nu_1 = \nu_2 = 0.3)$  vs.  $(\nu_1 = \nu_2 = 0)$

$$\begin{cases} \beta_x^{(t4)} = p_x^{(t4)} \cdot t_x + p_y^{(t4)} \cdot t_y \\ \beta_y^{(t4)} = q_x^{(t4)} \cdot t_x + \mathbf{q}_y^{(t4)} \cdot t_y \end{cases}$$

[共通式]

$$\mathbf{q}_y^{(t4)} (G_t \text{ \& } b/a)$$

$$v_1 = 0.3 : v_2 = 0.3$$



[共通式]

$$\mathbf{q}_y^{(t4)} (G_t \text{ \& } b/a)$$

$$v_1 = 0 : v_2 = 0$$

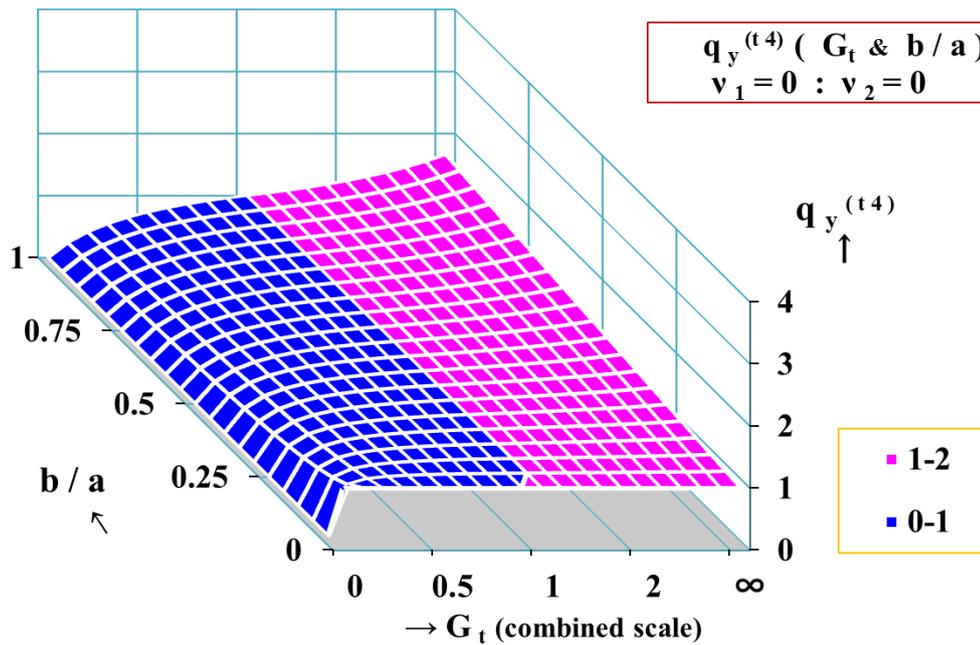


fig.(p. 65)  $q_y^{(t4)} (G_t, b/a) \cdots (v_1 = v_2 = 0.3)$  vs.  $(v_1 = v_2 = 0)$

$$\begin{bmatrix} \beta_x^{(m4)} = p_x^{(m4)} \cdot m_x + p_y^{(m4)} \cdot m_y \\ \beta_y^{(m4)} = q_x^{(m4)} \cdot m_x + q_y^{(m4)} \cdot m_y \end{bmatrix}$$

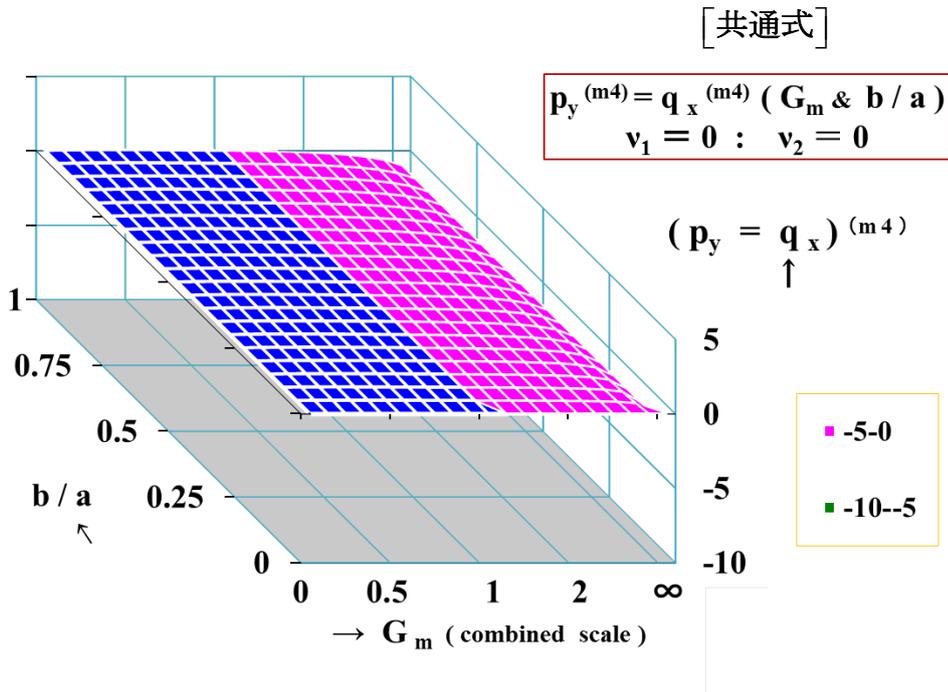
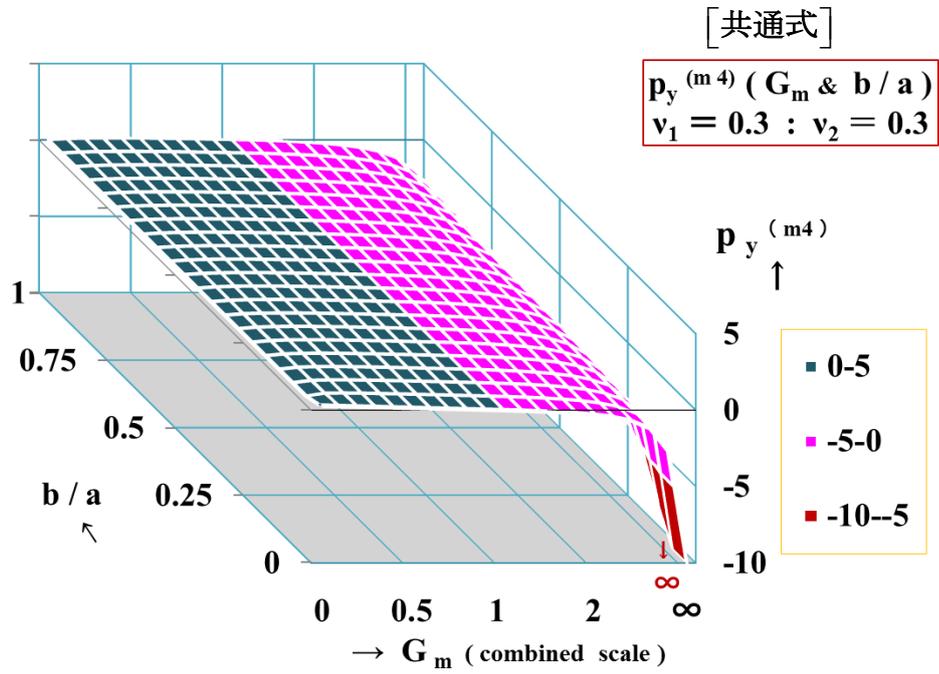


fig.(p. 66)  $p_y^{(m4)} (G_m, b/a) \cdots (v_1 = v_2 = 0.3)$  vs.  $(v_1 = v_2 = 0)$

$$\begin{cases} \beta_x^{(t4)} = p_x^{(t4)} \cdot t_x + \mathbf{p}_y^{(t4)} \cdot t_y \\ \beta_y^{(t4)} = q_x^{(t4)} \cdot t_x + q_y^{(t4)} \cdot t_y \end{cases}$$

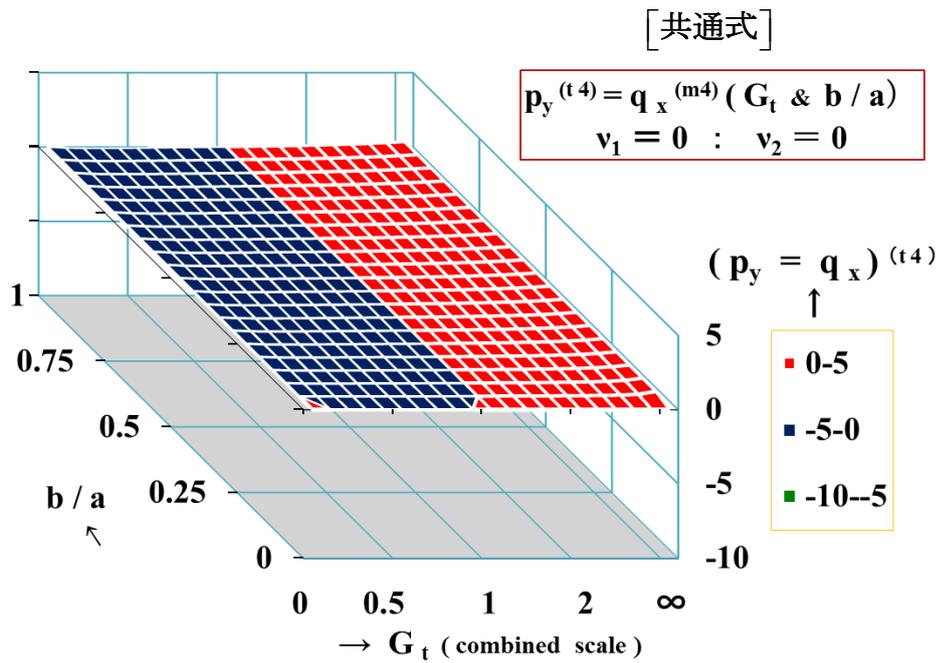
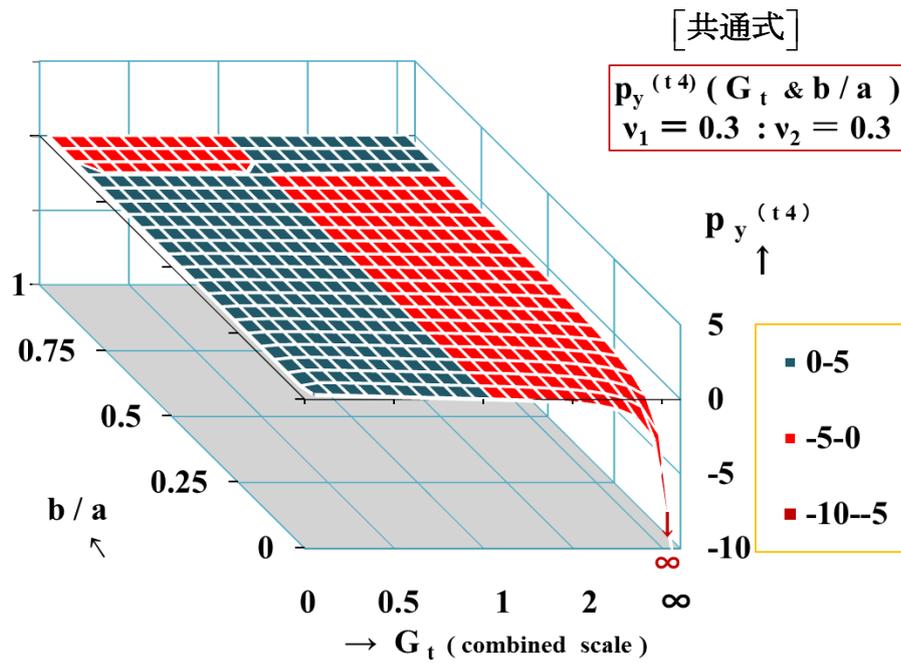
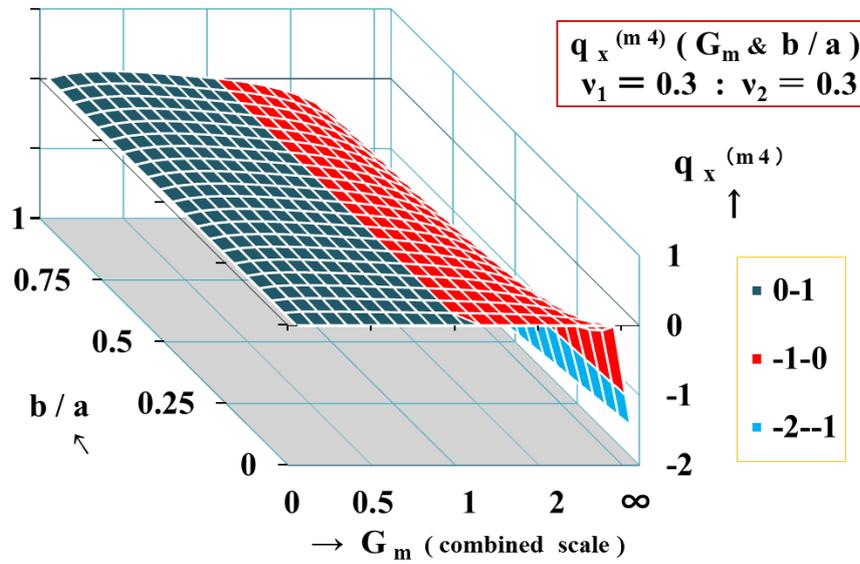


fig.(p. 67)  $p_y^{(t4)} (G_t, b/a) \cdots (v_1 = v_2 = 0.3)$  vs.  $(v_1 = v_2 = 0)$

$$\begin{bmatrix} \beta_x^{(m4)} = p_x^{(m4)} \cdot m_x + p_y^{(m4)} \cdot m_y \\ \beta_y^{(m4)} = q_x^{(m4)} \cdot m_x + q_y^{(m4)} \cdot m_y \end{bmatrix}$$

[共通式]



[共通式]

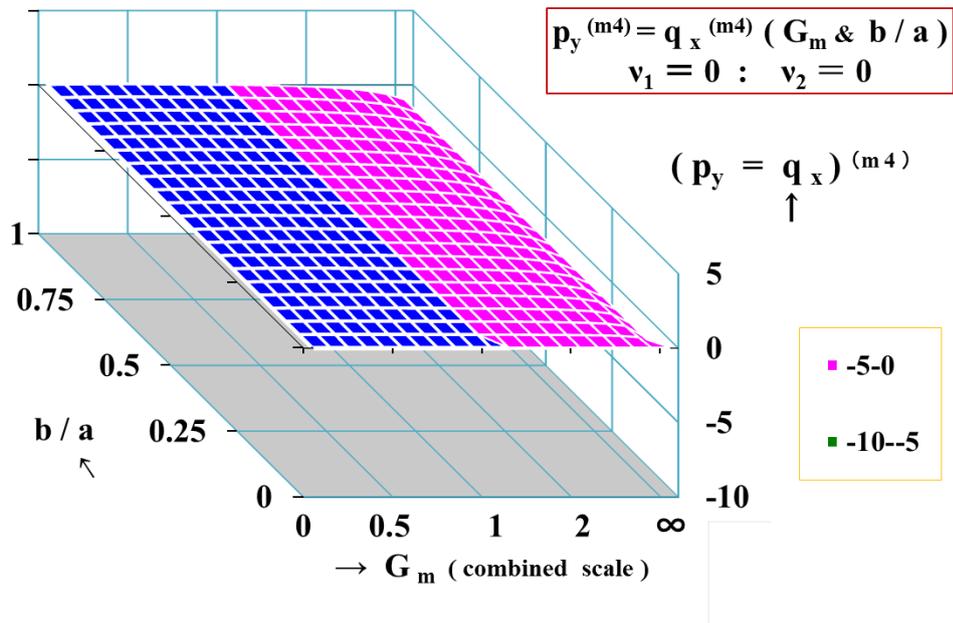
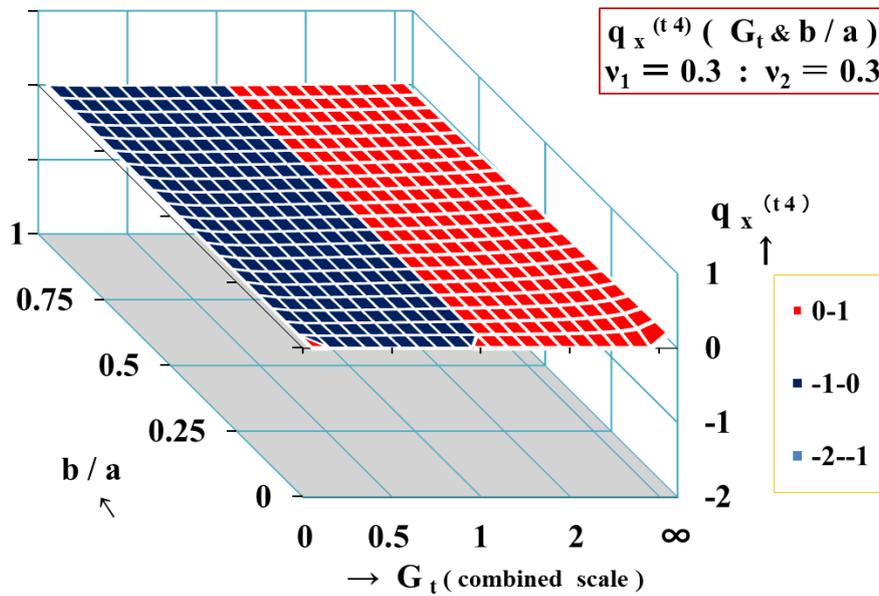


fig.(p. 68)  $q_x^{(m4)} (G_m, b/a) \dots (\nu_1 = \nu_2 = 0.3)$  vs.  $(\nu_1 = \nu_2 = 0)$

$$\begin{cases} \beta_x^{(t4)} = p_x^{(t4)} \cdot t_x + p_y^{(t4)} \cdot t_y \\ \beta_y^{(t4)} = q_y^{(t4)} \cdot t_x + q_x^{(t4)} \cdot t_y \end{cases}$$

[共通式]



[共通式]

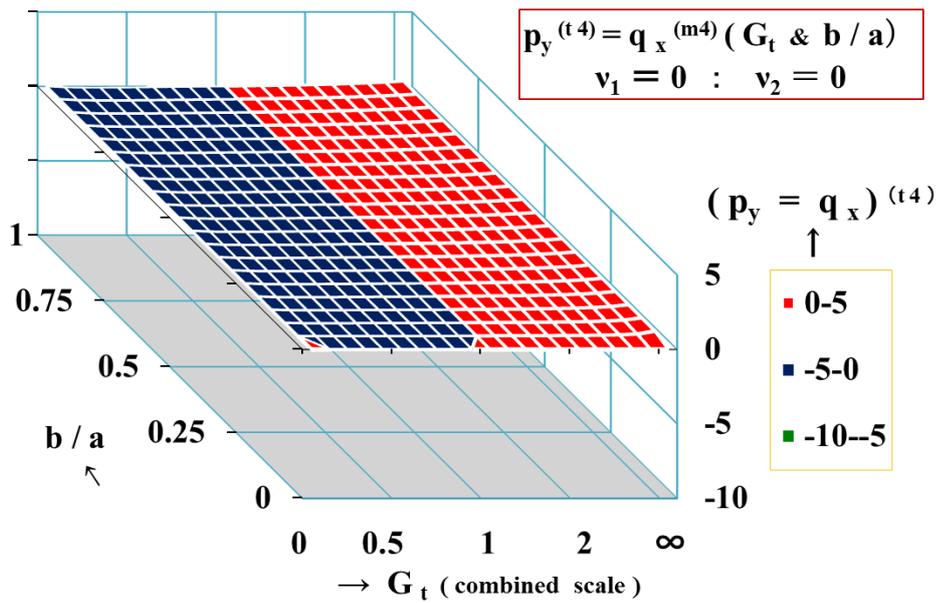


fig.(p. 69)  $q_x^{(t4)} (G_t, b/a) \dots (v_1 = v_2 = 0.3)$  vs.  $(v_1 = v_2 = 0)$

(b)<sup>M</sup> 2Dグラフ…[(m4) vs. {m1S, m2S, m3S}]…(複合平板)と{自由縁及び固定縁板}の比較

$$[m_x, m_y, m_{xy}] : \left[ \begin{array}{l} \text{横軸} \cdots 0 \leq (b/a) \leq 1 \\ \text{縦軸} \cdots [p_x, p_y, q_x, q_y, r_{xy}]^m \end{array} \right], \left[ \begin{array}{l} \text{変数} \cdots (G_m) \& \left\{ \begin{array}{l} v_1 = v_2 = 0.3 \\ v_1 = v_2 = 0 \end{array} \right\} \end{array} \right]$$

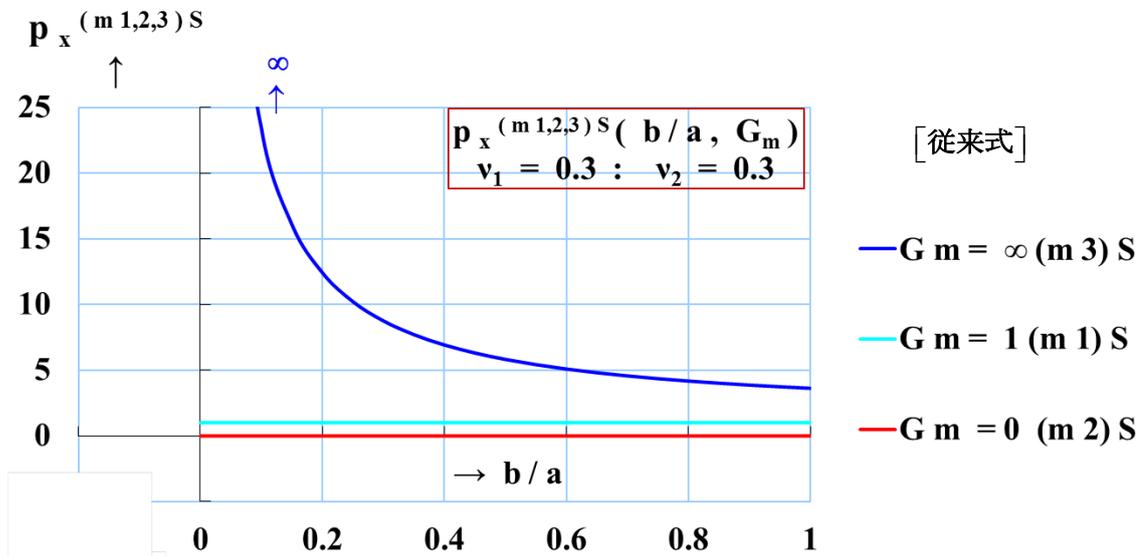
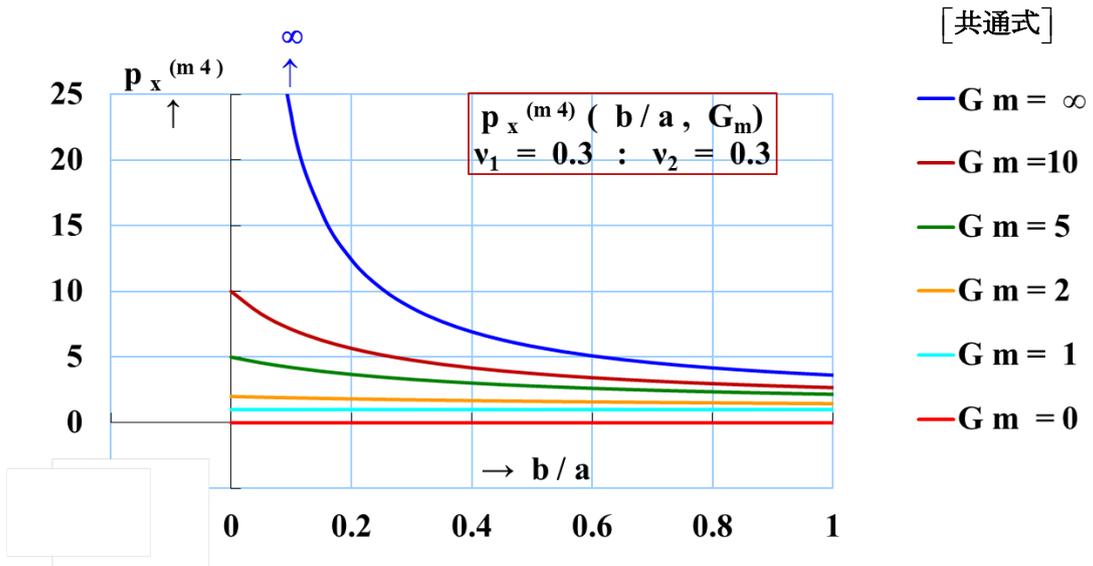


fig. (p. 70)  $p_x^{(m4)}$  vs.  $[p_x^{(m1S)}, p_x^{(m2S)}, p_x^{(m3S)}] \cdots v_1 = v_2 = 0.3$

(b)<sup>T</sup> 2Dグラフ… $[(t4) \text{ vs. } \{t1S, t2S, t3S\}]$ …(複合平板)と{自由縁及び固定縁板}の比較

$$[t_x, t_y, t_{xy}] : \left[ \begin{array}{l} \text{横軸} \cdots 0 \leq (b/a) \leq 1 \\ \text{縦軸} \cdots [p_x, p_y, q_x, q_y, r_{xy}]^t \end{array} \right], \left[ \begin{array}{l} \text{変数} \cdots (G_t) \& \left\{ \begin{array}{l} v_1 = v_2 = 0.3 \\ v_1 = v_2 = 0 \end{array} \right\} \end{array} \right]$$

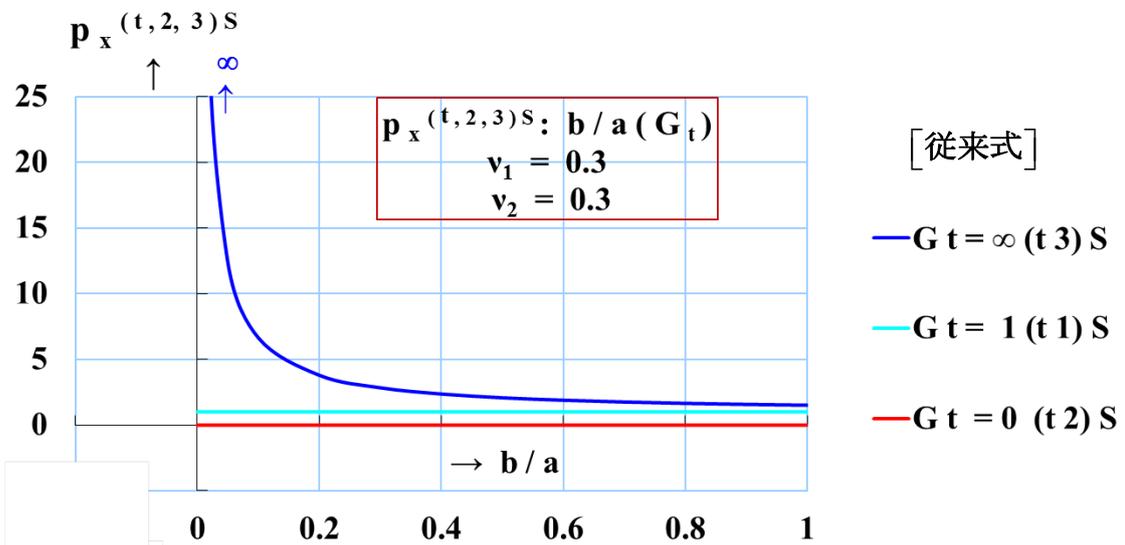
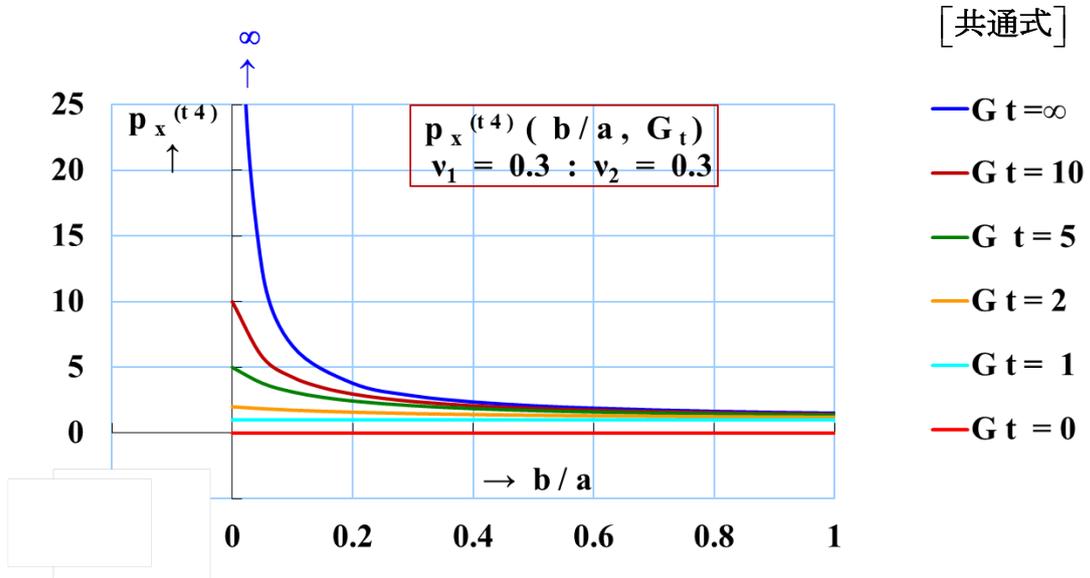
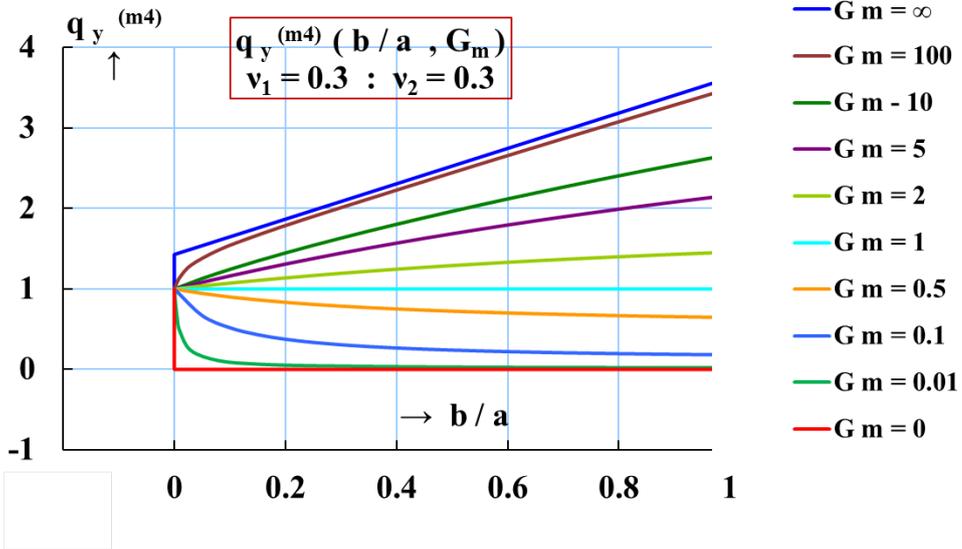


fig.(p. 71)  $p_x^{(t4)}$  vs.  $[p_x^{(t1S)}, p_x^{(t2S)}, p_x^{(t3S)}]$ … $v_1 = v_2 = 0.3$

[共通式]



[従来式]

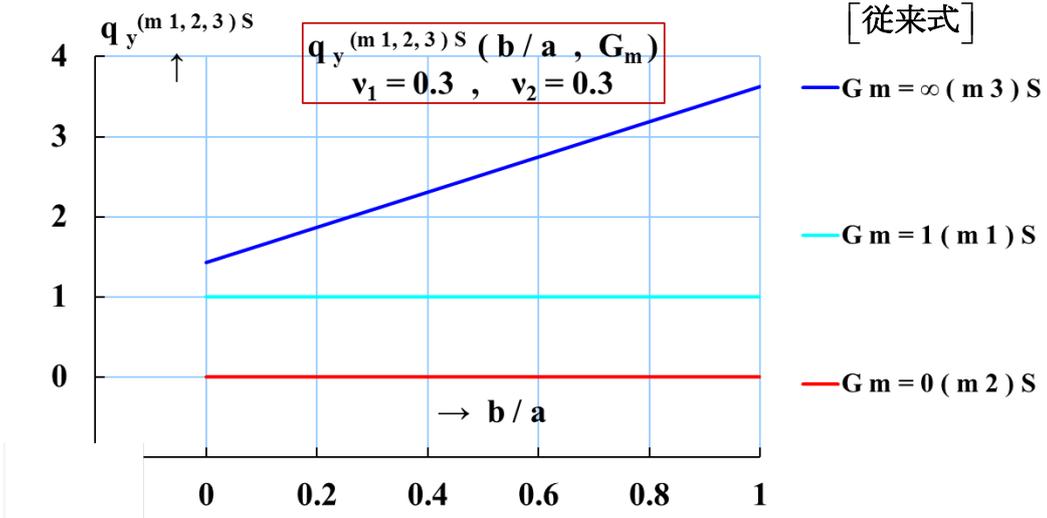


fig.(p. 72)  $q_y^{(m4)}$  vs.  $[q_y^{(m1S)}, q_y^{(m2S)}, q_y^{(m3S)}] \dots \nu_1 = \nu_2 = 0.3$

[共通式]

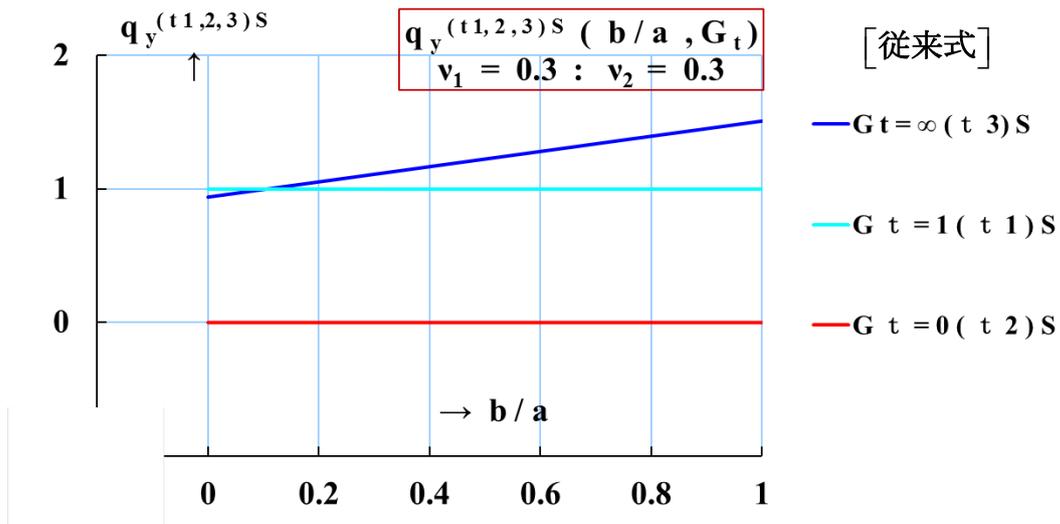
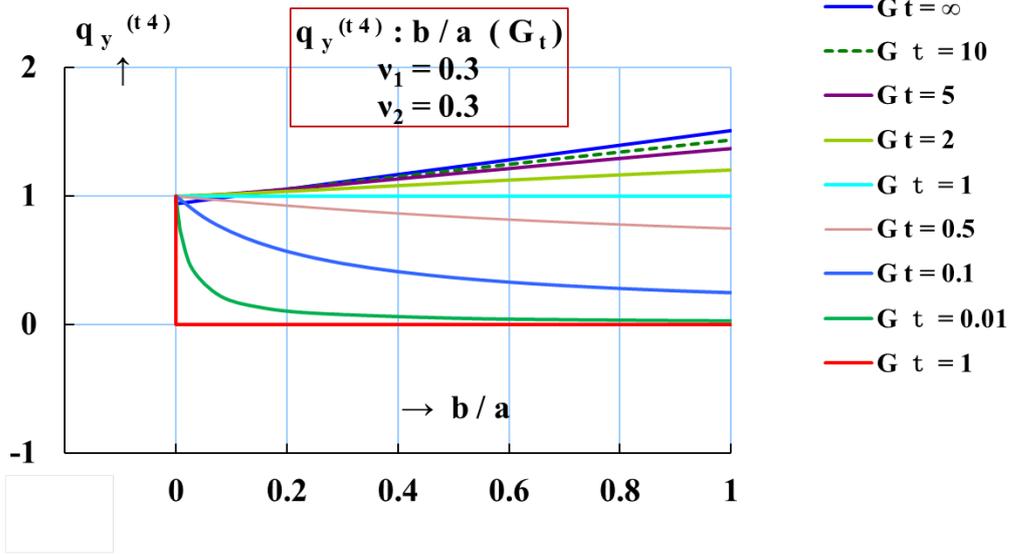
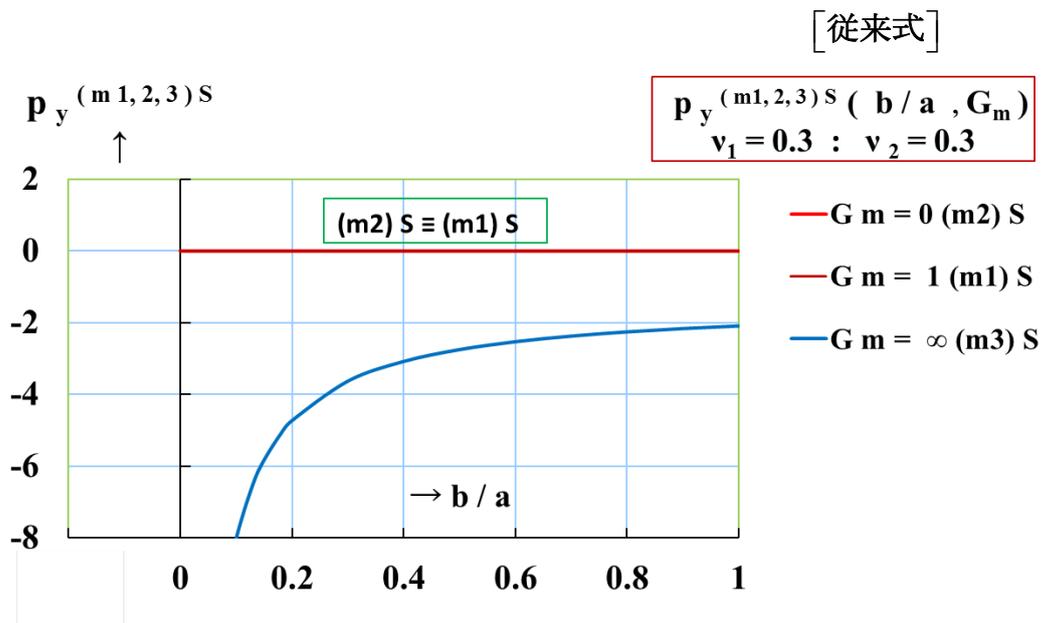
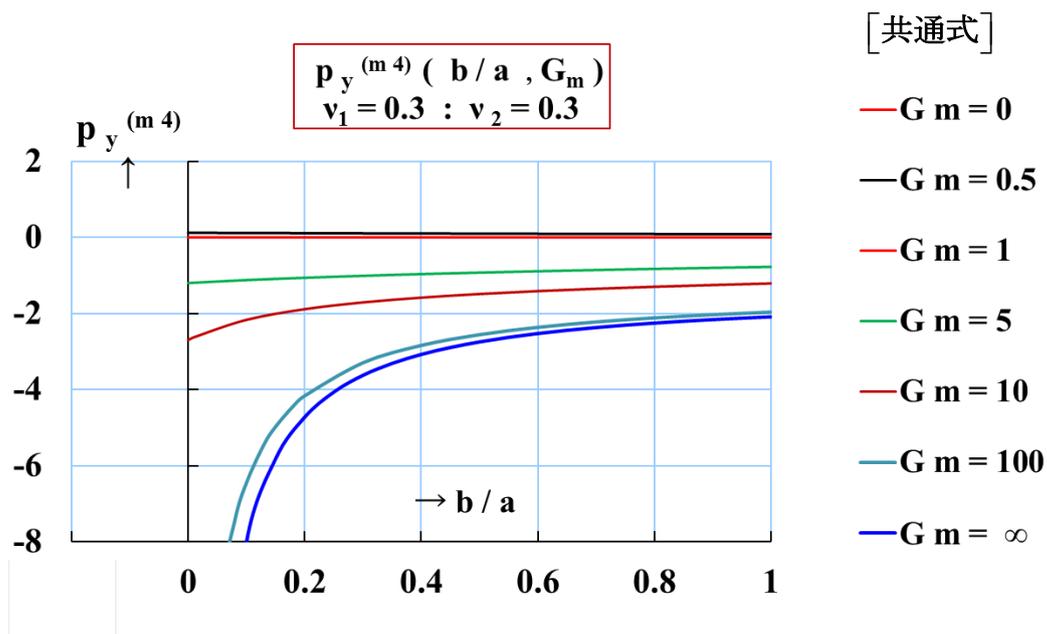


fig.(p. 73)  $q_y^{(t4)}$  vs.  $[q_y^{(t1S)}, q_y^{(t2S)}, q_y^{(t3S)}] \dots v_1 = v_2 = 0.3$



*fig. (p. 74)*  $p_y^{(m4)}$  vs.  $[p_y^{(m1S)}, p_y^{(m2S)}, p_y^{(m3S)}]$ ...  $v_1 = v_2 = 0.3$

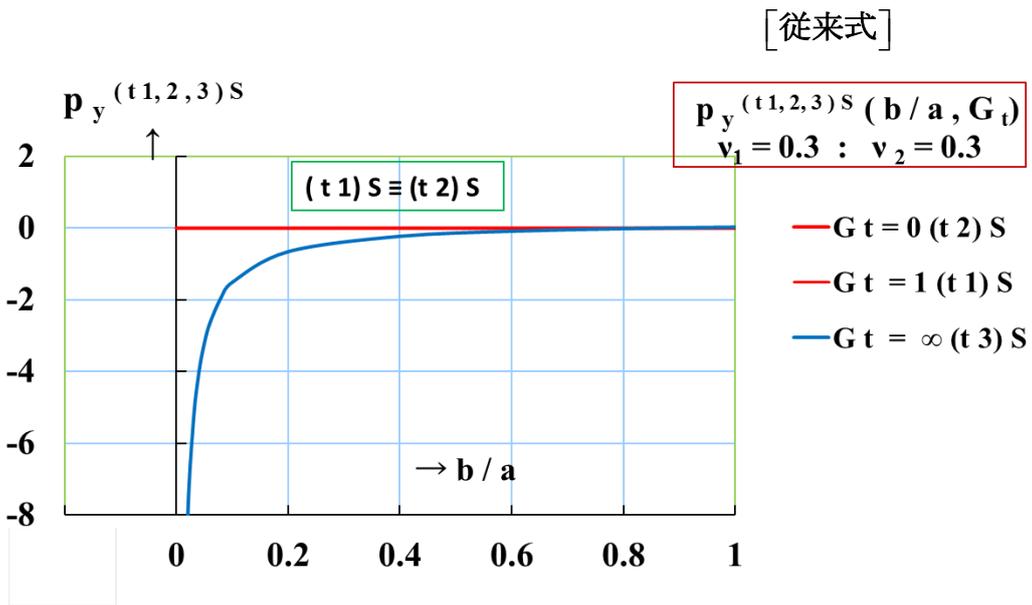
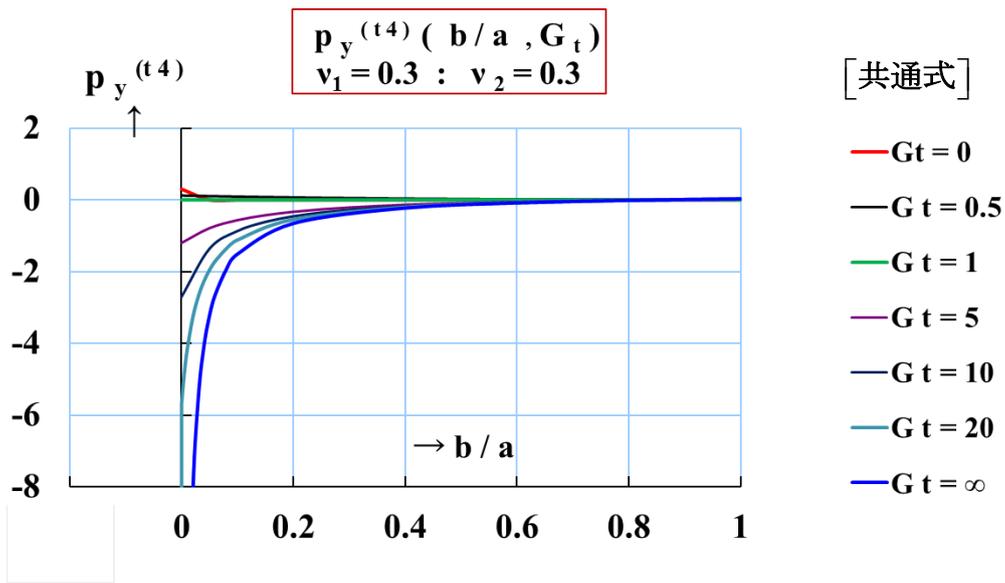


fig.(p. 75)  $p_y^{(t4)}$  vs.  $[p_y^{(t1S)}, p_y^{(t2S)}, p_y^{(t3S)}] \dots v_1 = v_2 = 0.3$

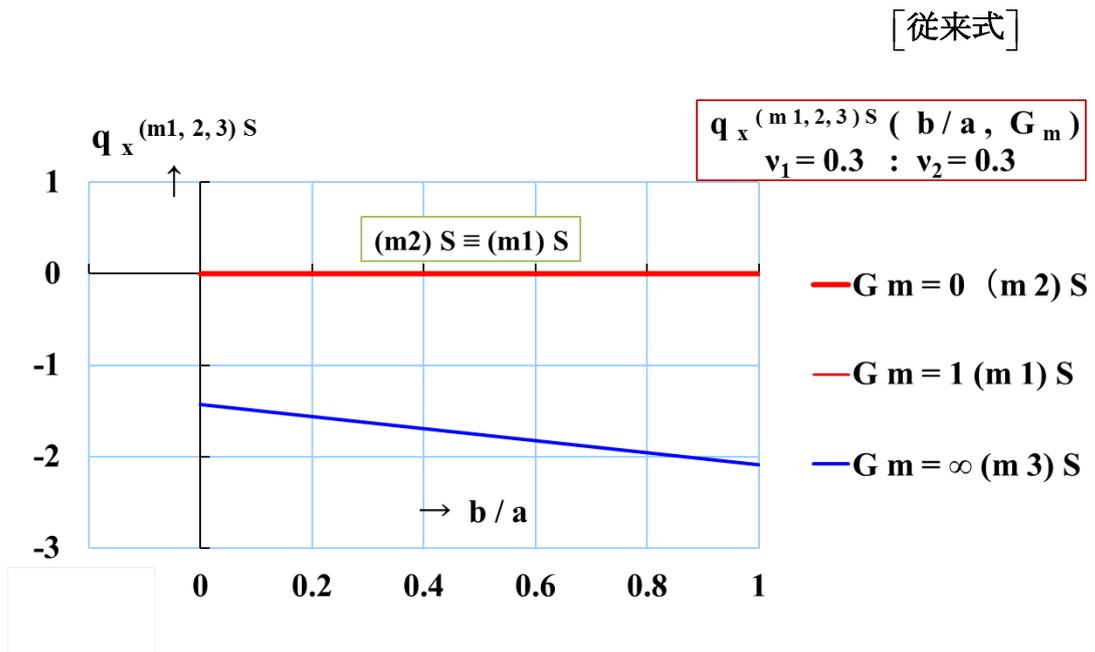
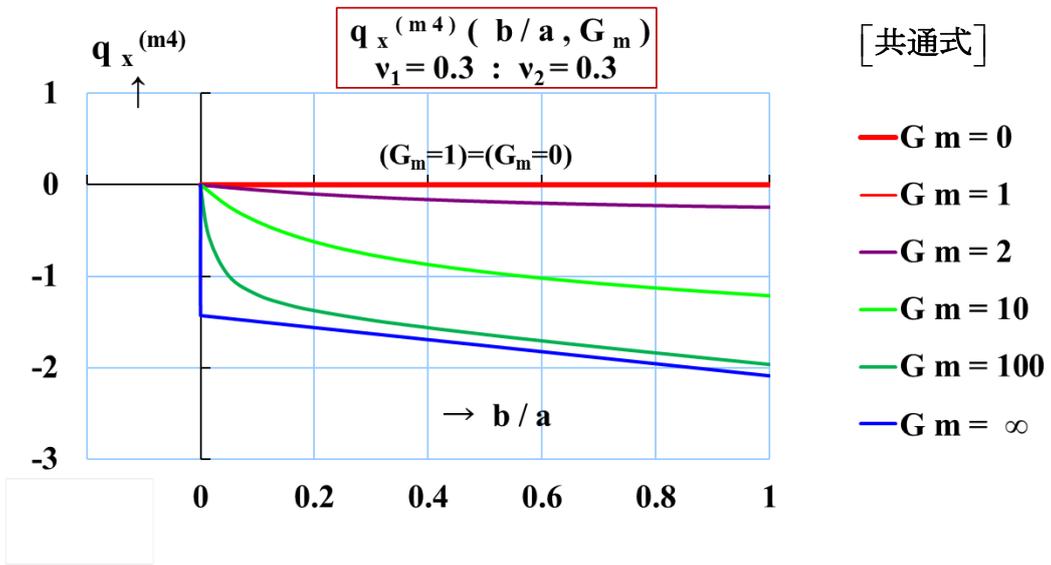
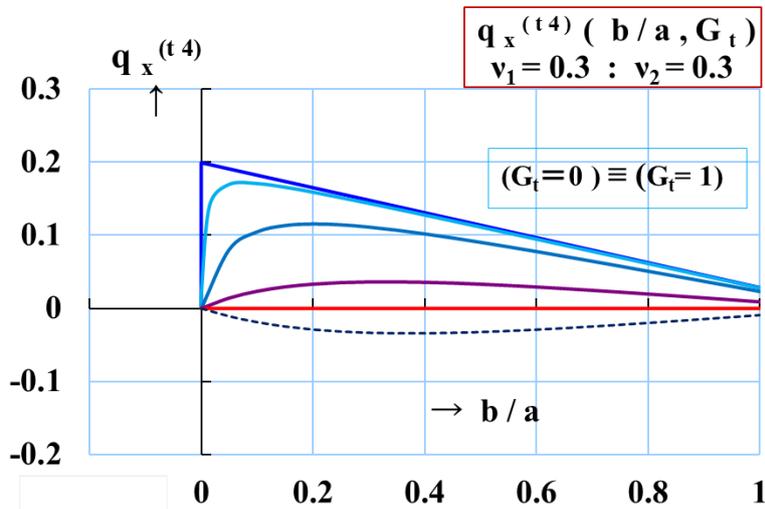
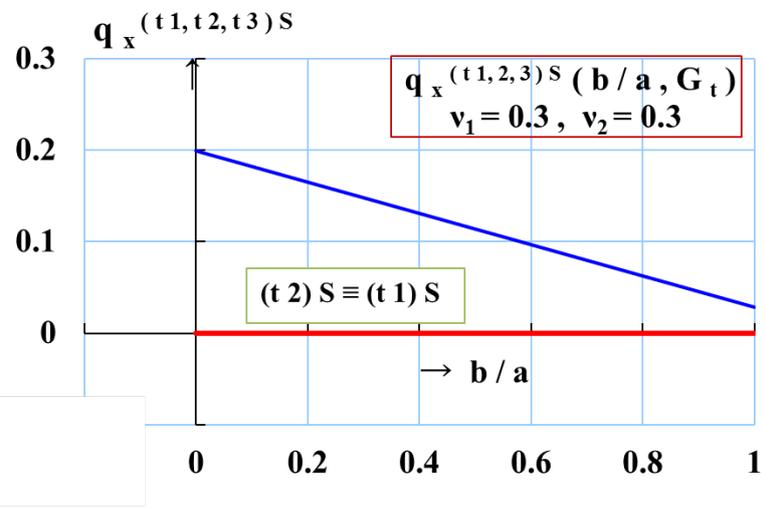


fig. (p. 76)  $q_x^{(m4)}$  vs.  $[q_x^{(m1S)}, q_x^{(m2S)}, q_x^{(m3S)}] \dots v_1 = v_2 = 0$

[共通式]



- $G t = \infty$
- $G t = 100$
- $G t = 10$
- $G t = 2$
- $G t = 1$
- $G t = 0$
- $G t = 0.3$



[従来式]

- $G t = \infty (t_3)S$
- $G t = 1 (t_1)S$
- $G t = 0 (t_2)S$

fig.(p. 77)  $q_x^{(t4)}$  vs.  $[q_x^{(t1S)}, q_x^{(t2S)}, q_x^{(t3S)}] \dots v_1 = v_2 = 0.3$

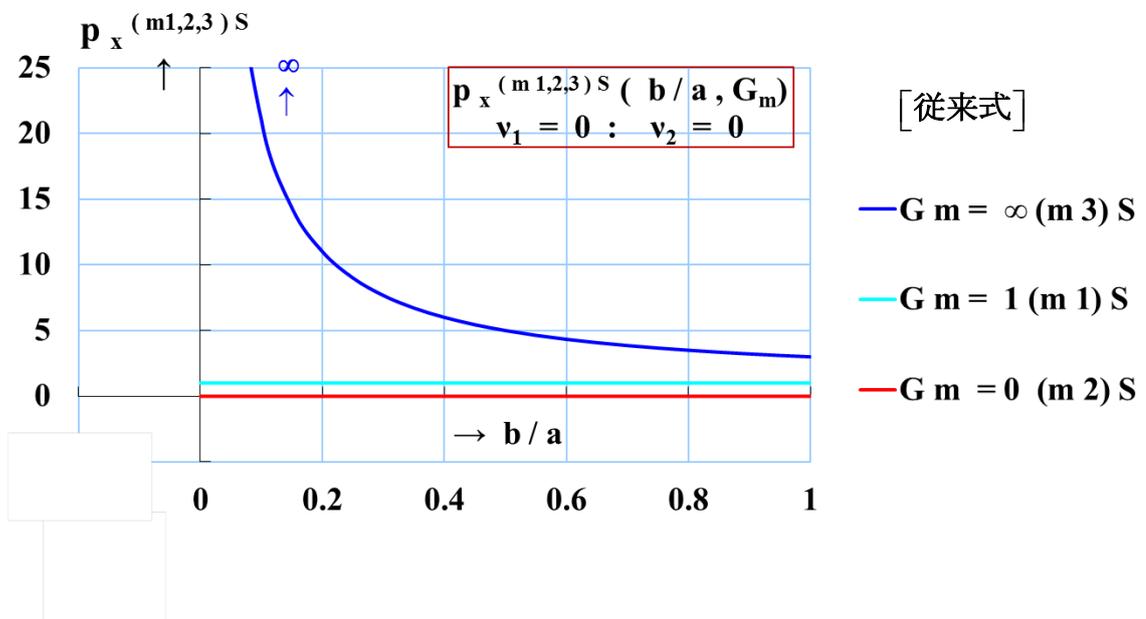
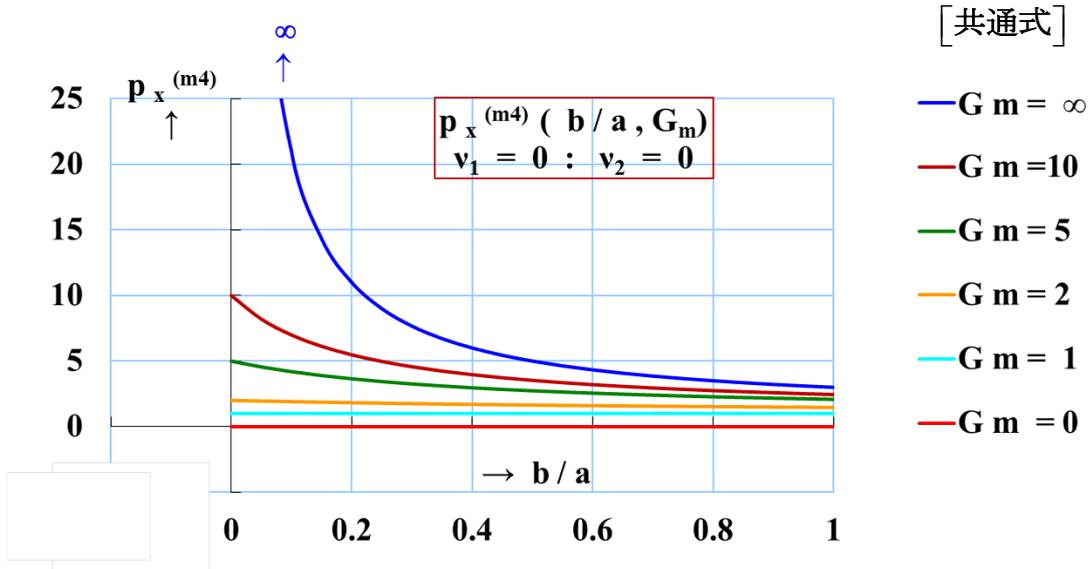


fig. (p. 78)  $p_x^{(m4)}$  vs.  $[p_x^{(m1S)}, p_x^{(m2S)}, p_x^{(m3S)}] \cdots v_1 = v_2 = 0$

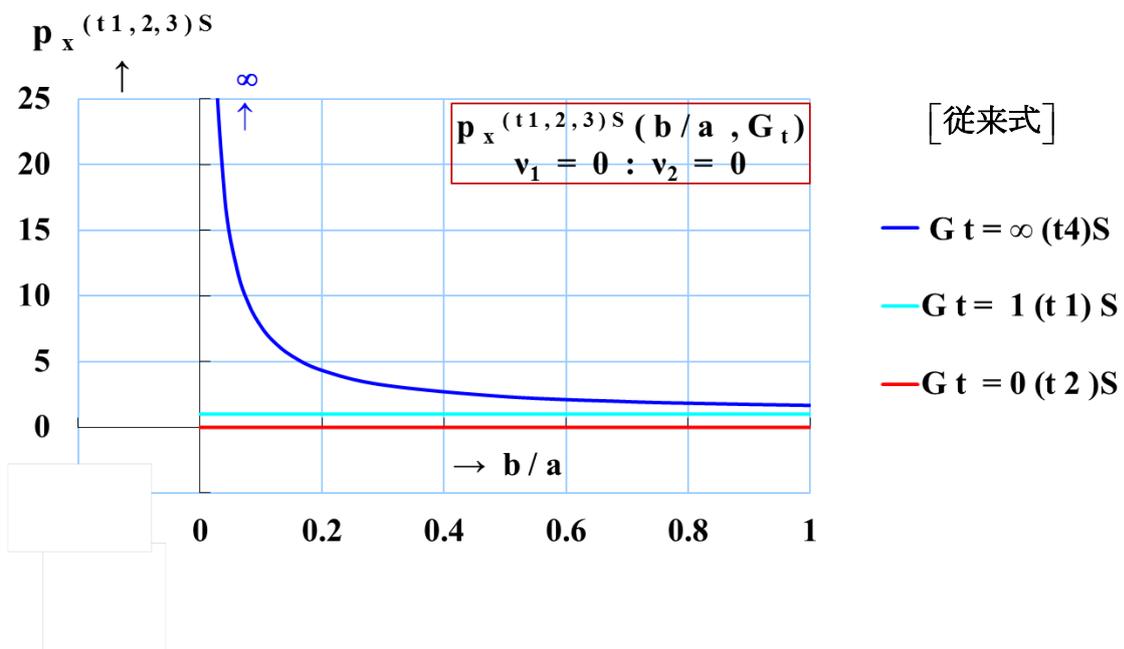
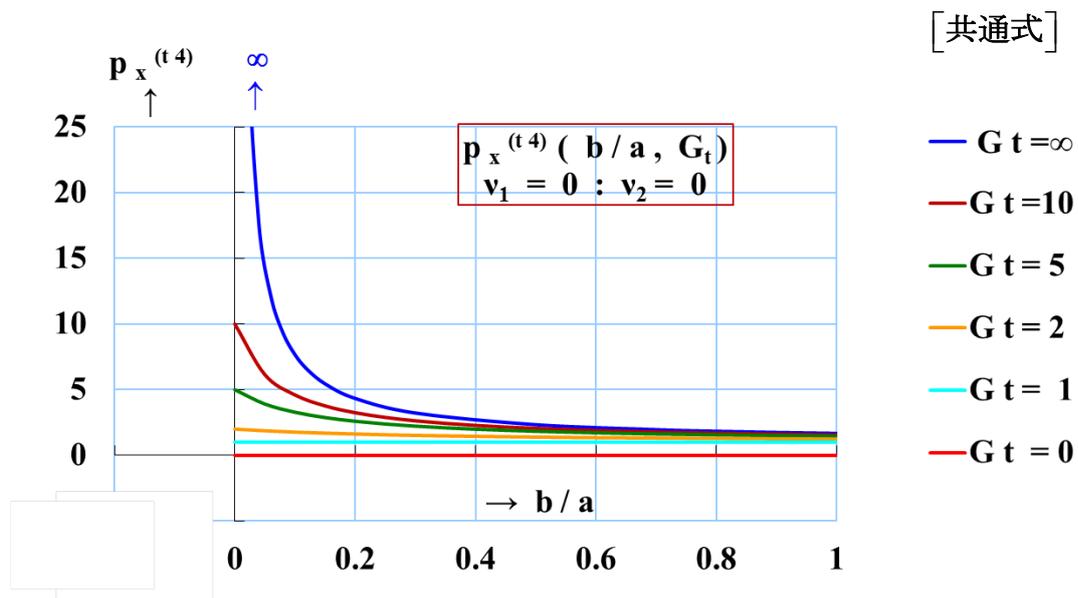


fig.(p. 79)  $p_x^{(t4)}$  vs.  $[p_x^{(t1S)}, p_x^{(t2S)}, p_x^{(t3S)}] \dots v_1 = v_2 = 0$

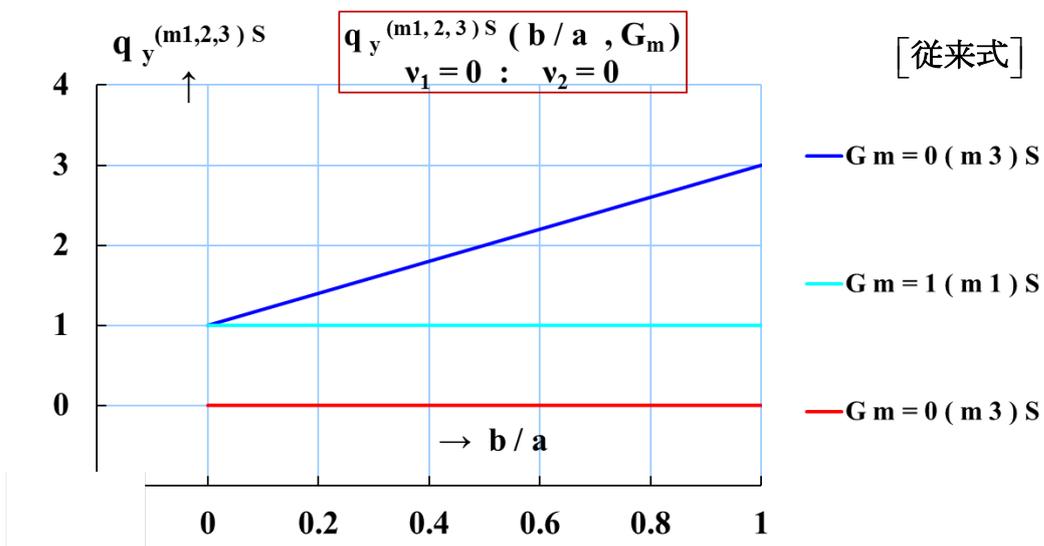
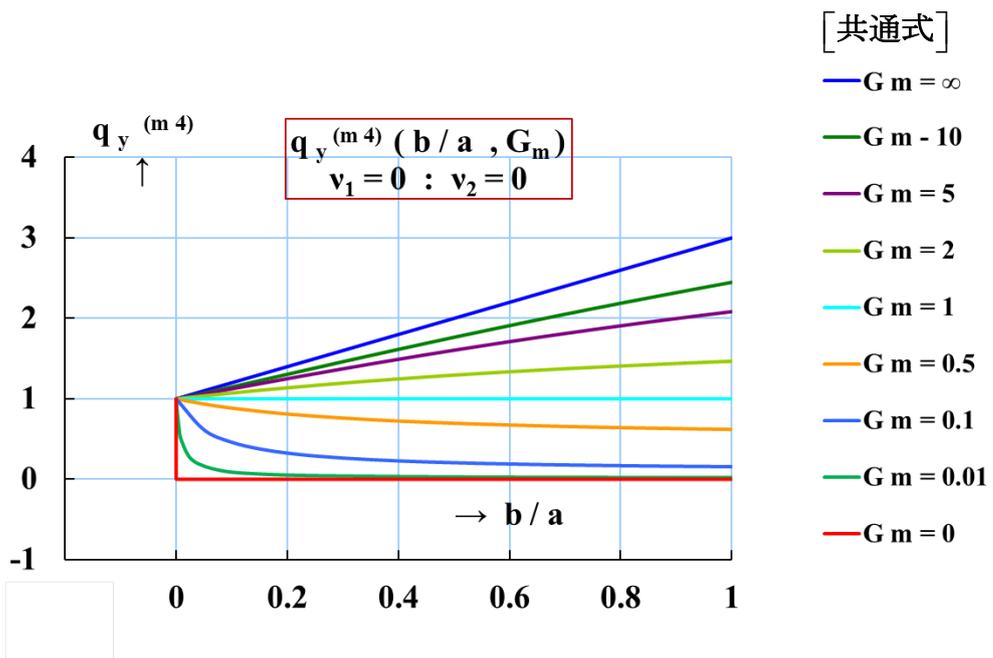


fig. (p. 80)  $q_y^{(m4)}$  vs.  $[q_y^{(m1S)}, q_y^{(m2S)}, q_y^{(m3S)}] \dots v_1 = v_2 = 0$

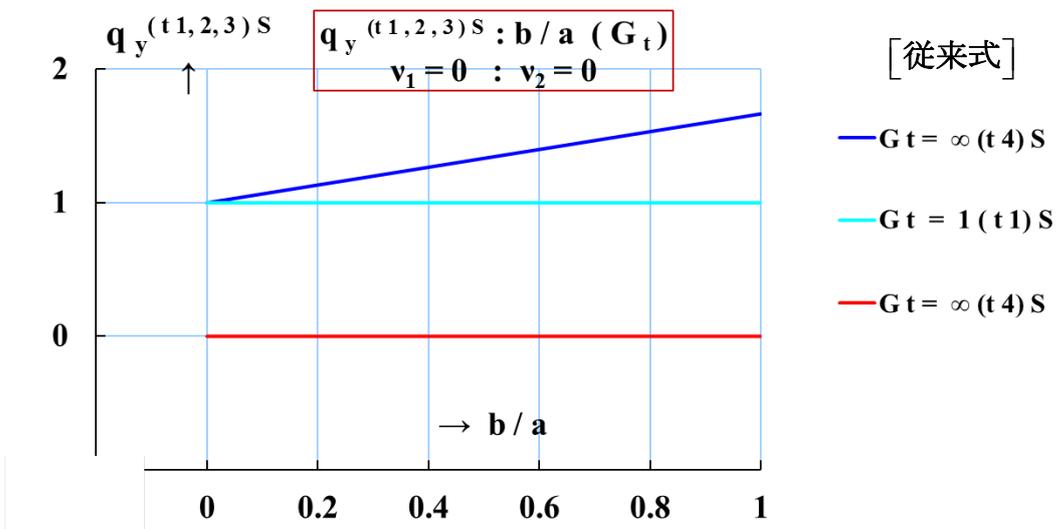
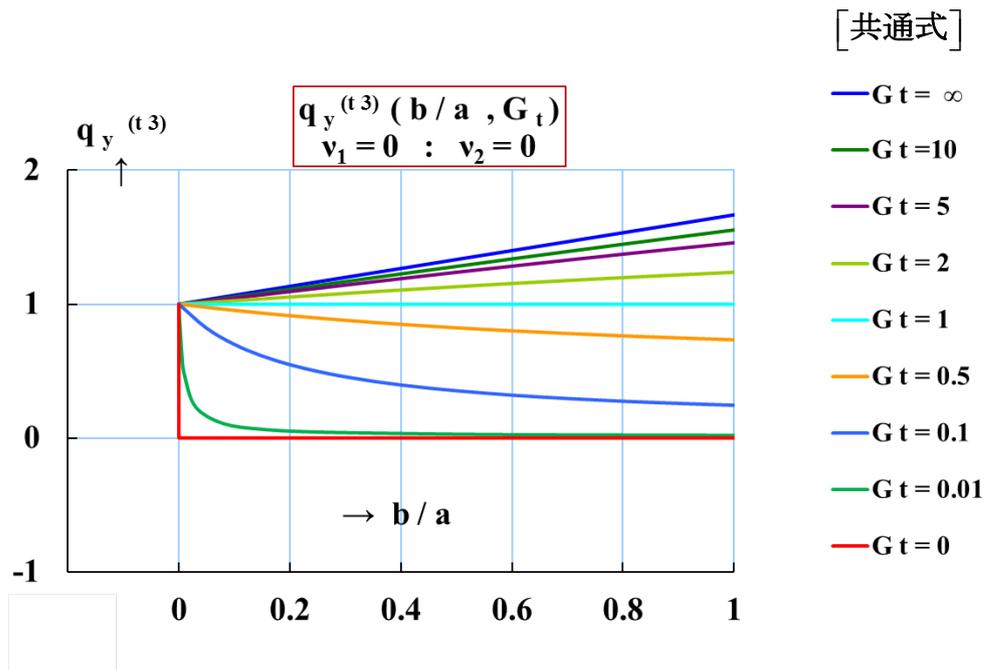


fig. (p. 81)  $q_y^{(t4)}$  vs.  $[q_y^{(t1S)}, q_y^{(t2S)}, q_y^{(t3S)}] \dots v_1 = v_2 = 0$

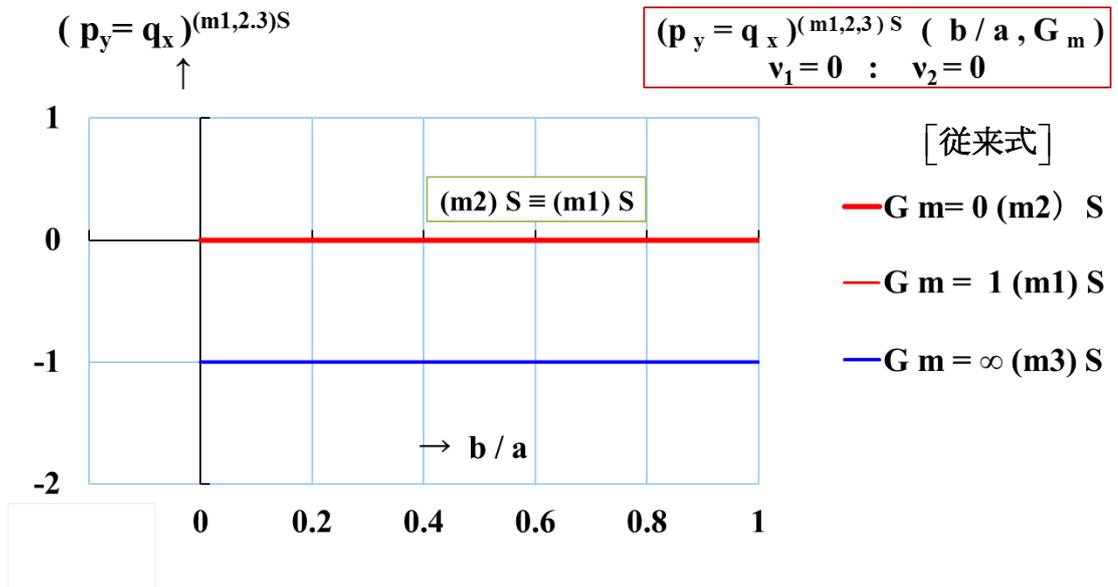
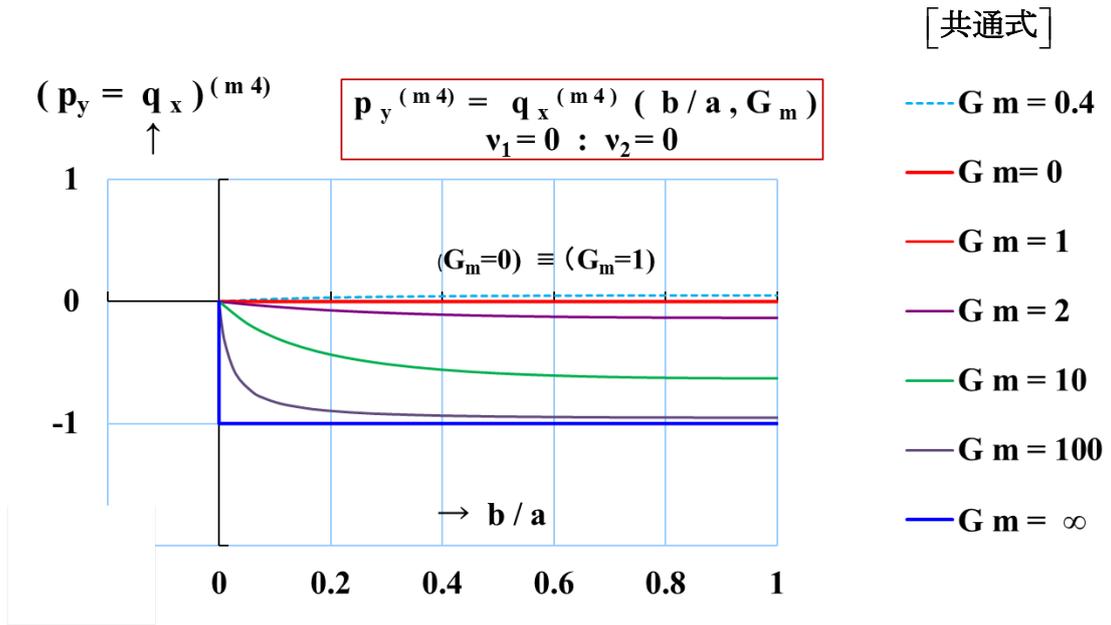


fig. (p. 82)  $[p_y^{(m4)} = q_x^{(m4)}]$  vs.  $[p_y = q_x]^{(m1S, m2S, m3S)} \dots v_1 = v_2 = 0$

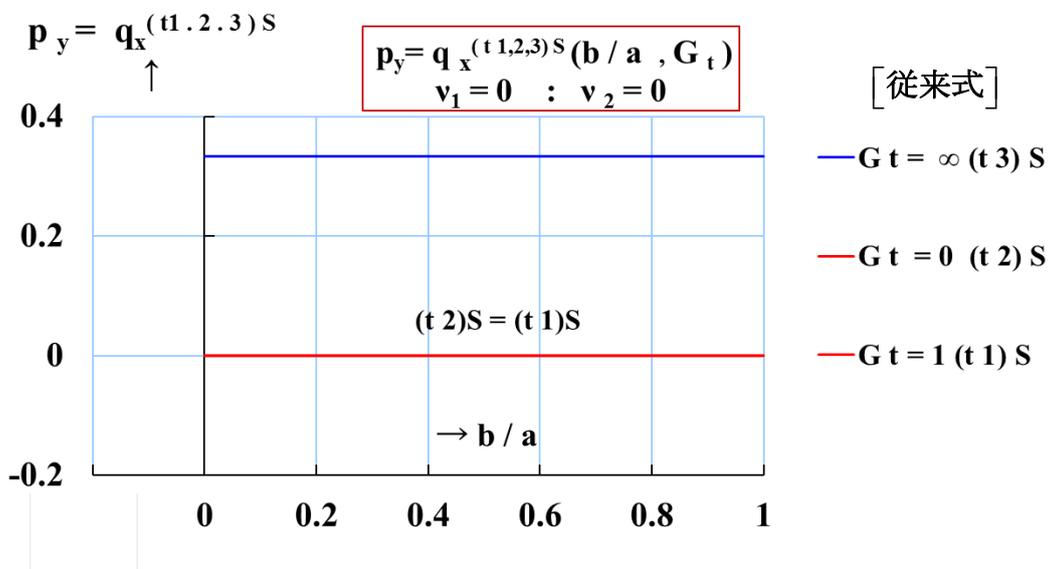
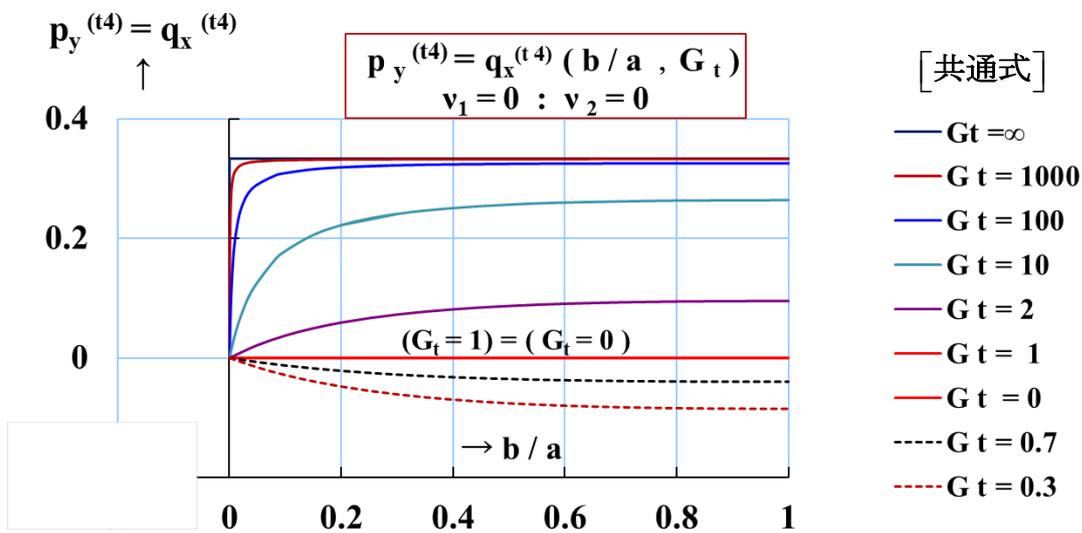


fig.(p. 83)  $[p_y^{(t4)} = q_x^{(t4)}]$  vs.  $[p_y = q_x]^{(t1S,t2S,t3S)} \dots v_1 = v_2 = 0$

### 第 3 章 補足資料

#### [3-1] 試算例：境界条件の変化に伴う境界線移動現象の考察

(3.1.1)<sup>(m)</sup> 例題と計算上の諸問題 … fig.(p. 84)<sub>下図</sub> 参照

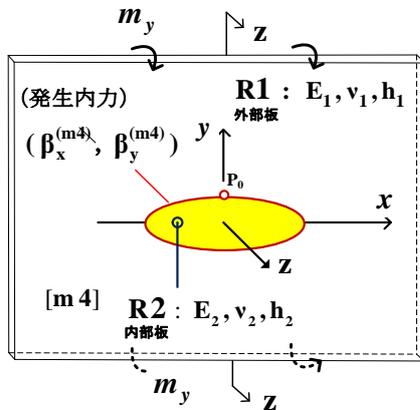
(a)<sup>(m)</sup> 例題 (負荷外力 $m_y$ )

楕円形境界を持つ複合平板(m4)に外力( $m_y$ )を負荷した時、境界部に接合内力( $\beta_x, \beta_y$ )<sup>(m4)</sup>が発生する。この負荷条件下で境界断面が損傷して( $\beta_x, \beta_y$ )<sup>(m4)</sup>の内力の平衡関係が大きく変化すると仮定する。この変化に伴う(0,b)点の3次元の変位(空隙, 段差, 隆起, すべり等)の現象を, 前編までに記述した「負荷に共通方式の弾性計算式」を応用して推測してみる。

(b)<sup>(m)</sup> 曲げ負荷( $m_y$ )による境界線の変化

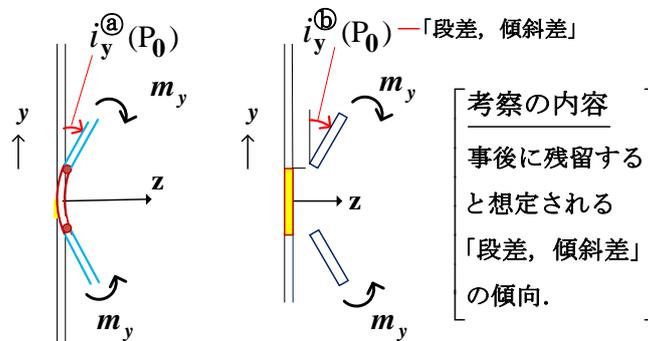
Ⓐ<sup>m</sup> 破断前(定常状態); 外力( $m_y$ )

外力を(R1 + R2)の両弾性板で支える。



Ⓑ<sup>m</sup> 破断後(内力消失); 外力( $m_y$ )

外力をR1の弾性開孔板のみで支える。



考察の内容  
事後に残留すると想定される「段差, 傾斜差」の傾向。

fig.(p. 84) 例題の内容の説明図; 負荷  $m_y$  の例

Note (p. 84)

$$i_y^{(md)}(0, b; m_y) = \frac{\partial w^{(md)}}{\partial y}(0, b; m_y) = \frac{12 \cdot m_y}{Eh^3} \cdot \underline{D_y^{(md)}(0, b)}$$

$$(md) = [ \text{全ての(面外計算model)} ] = \left[ \begin{array}{l} (m1), (m2), (m3), (m4), \\ (m1\beta), (m4\beta), \dots, \dots \end{array} \right]$$

第 3 章 補足資料

[3-1] 試算例：境界条件の変化に伴う境界線移動現象の考察

(3.1.1)<sup>(t)</sup> 例題と計算上の諸問題 … fig.(p. 85)<sub>下図</sub> 参照

考察の内容  
事後に残留する  
と想定される  
「空隙」の傾向.

(a)<sup>(t)</sup> 例題 (負荷外力  $t_y$ )

楕円形境界を持つ複合平板(t4)に外力 ( $t_y$ ) を負荷した時、境界部に接合内力 ( $\beta_x, \beta_y$ )<sup>(t4)</sup> が発生する。この負荷条件下で境界断面が損傷して( $\beta_x, \beta_y$ )<sup>(t4)</sup>の内力の平衡関係が大きく変化すると仮定する。この変化に伴う(0,b)点の2次元の変位(空隙, 段差, 隆起, すべり等)の現象を, 前編までに記述した「負荷に共通方式の弾性計算式」を応用して推測してみる。

(b)<sup>(t)</sup> 引張負荷( $t_y$ )による境界線の変化

Ⓐ<sup>t</sup> 破断前(定常状態); 外力 ( $t_y$ )

外力を(R1 + R2)で支える。

Ⓑ<sup>t</sup> 破断後(内力消失); 外力 ( $t_y$ )

外力をR1 (開孔板)のみで支える。

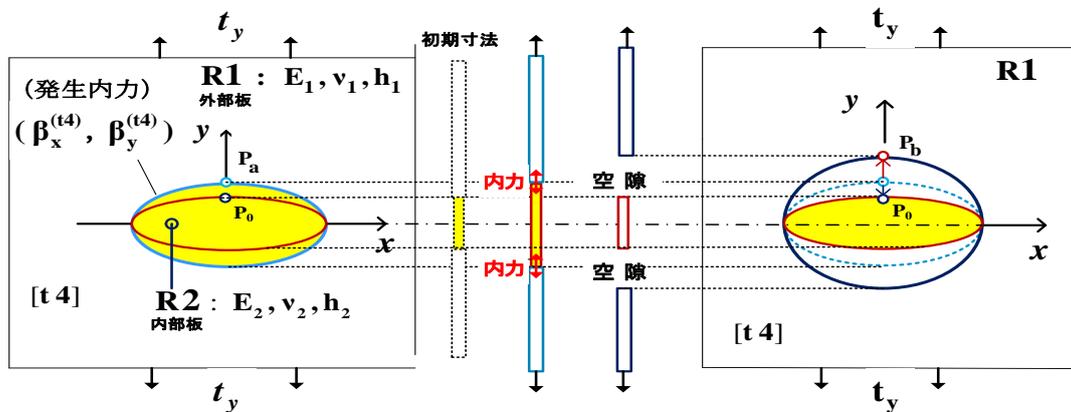


fig. (p. 85) 例題 の内容の説明図：負荷  $t_y$  の例

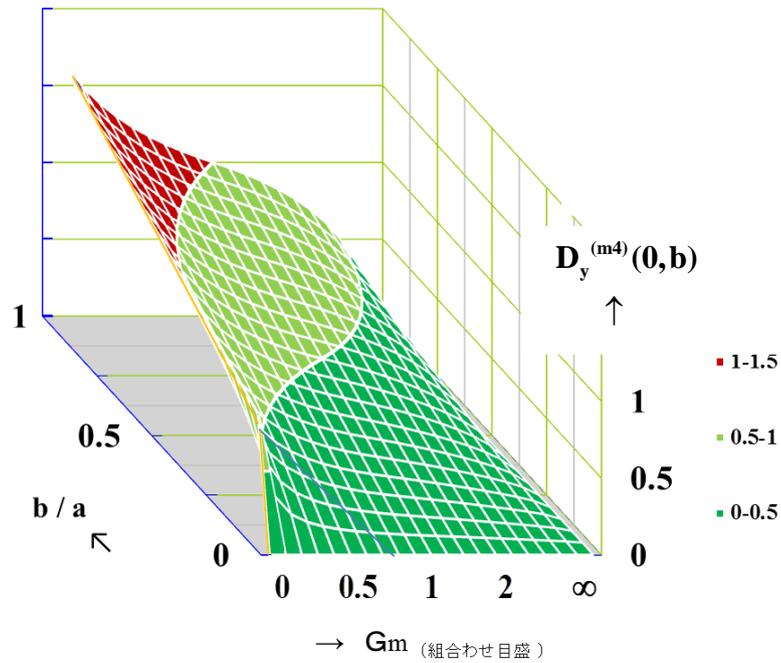
Note (p. 85)

$$u_y^{(td)}(0, b; t_y) = \frac{t_y}{Eh} \cdot \underline{D_y^{(td)}(0, b)}$$

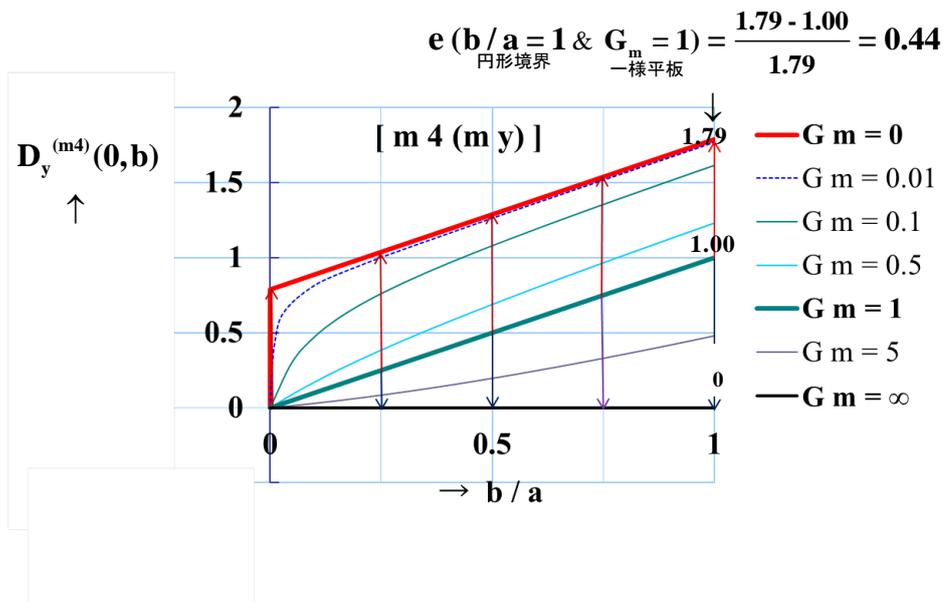
$$(t d) = [ \text{全ての(面内計算model)} ] = \left[ \begin{array}{l} (t1), (t2), (t3), (t4), \\ (t1\beta), (t4\beta), \dots, \dots \end{array} \right]$$

(3.1.2)<sup>(m<sub>y</sub> vs t<sub>y</sub>)</sup> 負荷 (m<sub>y</sub>)

(a)<sup>m<sub>y</sub></sup> 数值計算図-1  
3D図



(b) 横軸 G<sub>m</sub> の2D図 … fig. (p.86-2)



**Note(p.86)** (b)<sup>m<sub>y</sub></sup> 数值計算図-2 : 2D図の説明

$G_m = 1$ :  $\frac{b}{a} = 1 : m_y = 1$  で  $b_0(0, b)$  点の  $D_y^{(md)}(b_0)$  値を調べる.  
一様平板 円形境界 単位負荷 Note(p.84)参照

0

- (i) 正常負荷の時 : (md)<sub>(i)</sub>=(m1) →  $D_y^{(m1)}(b_0) = 1.00$
- (ii) 境界破断時の外板縁: (md)<sub>(ii)</sub>=(m2) →  $D_y^{(m2)}(b_0) = 1.79$   
開孔板に外力のみ
- (iii) 境界破断時の内板縁: (md)<sub>(iii)</sub>=(m3) →  $D_y^{(m3)}(b_0) = 0$   
内板は無負荷状態

(3.1.2)<sup>(m<sub>y</sub> vs t<sub>y</sub>)</sup> 負荷 t<sub>y</sub>

fig. (p. 85) 及び Note (p. 86) 参照

(a)<sup>t</sup> 数值計算図-1

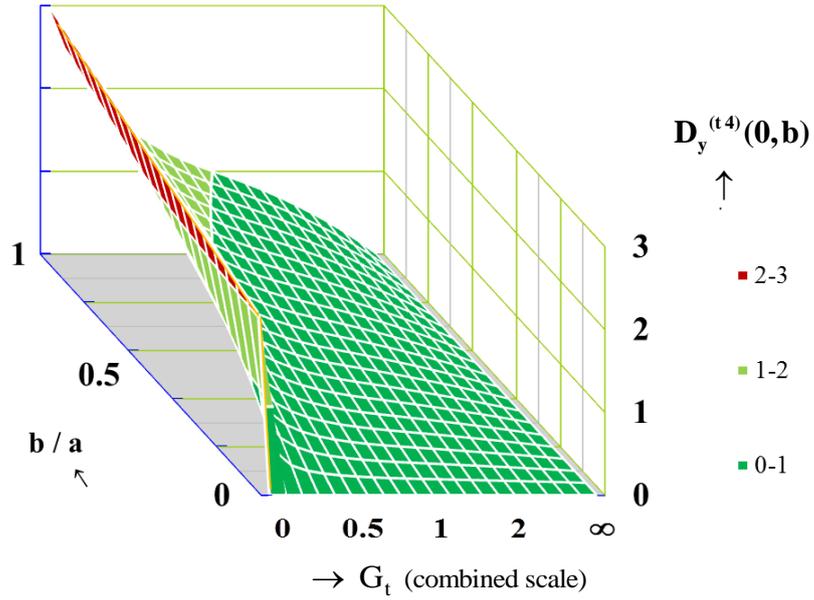


fig. (p. 87 - 1)

$$e(b/a = 1 \ \& \ G_t = 1) = \frac{3-1}{3} = 0.67$$

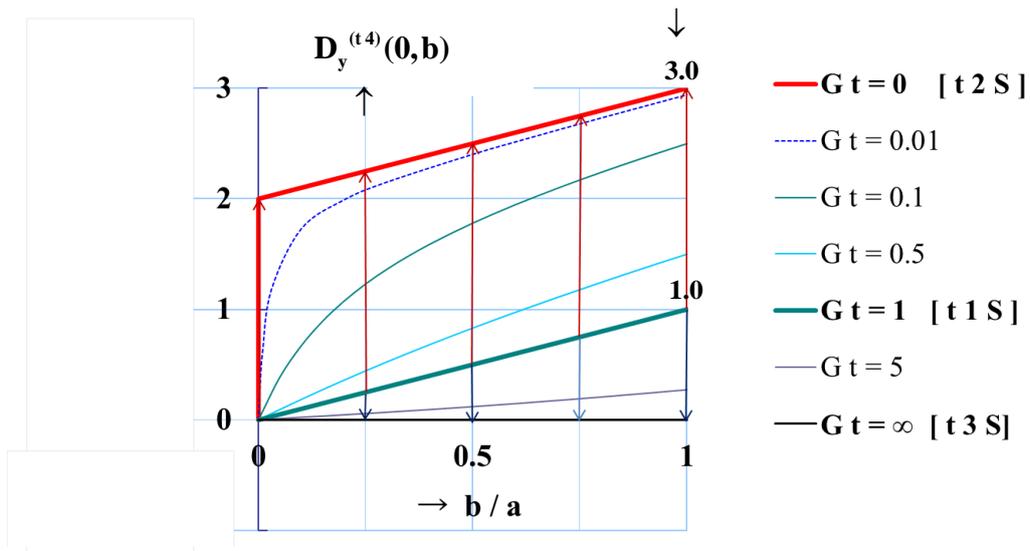


fig. (p. 87 - 2)

(3.1.3)<sup>(m<sub>y</sub> vs t<sub>y</sub>)</sup> 負荷 (m<sub>y</sub>)

fig. (p. 84) 及び Note (p. 86) 参照

(i)<sup>m<sub>y</sub></sup> 数值計算図 - 2

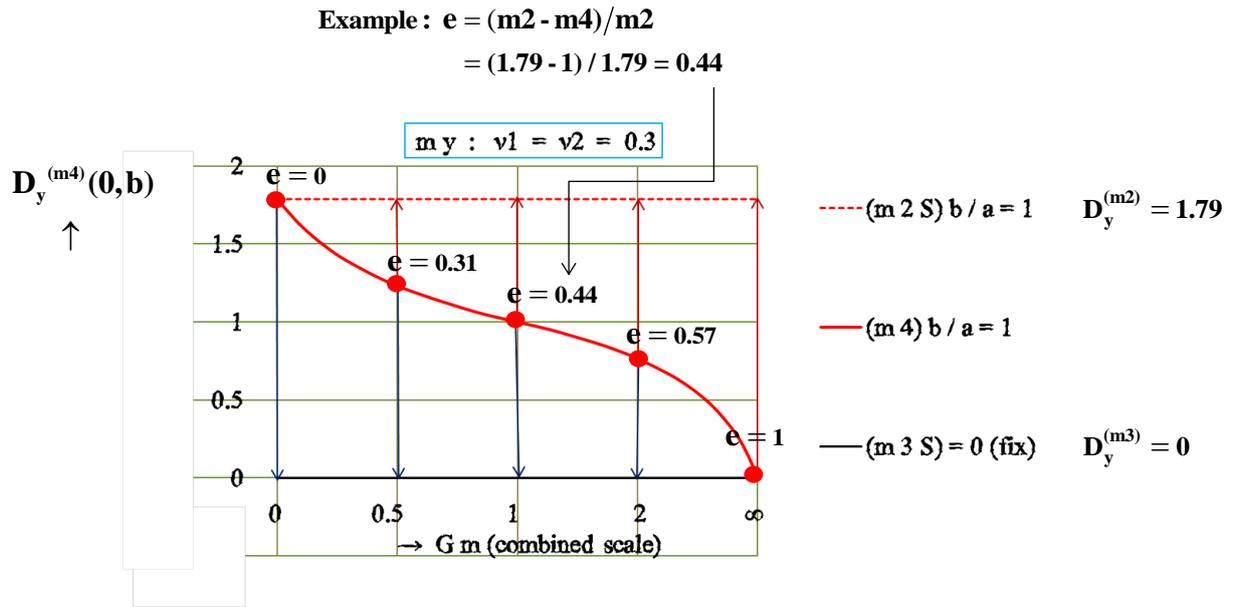


Fig. (p. 88 - 1)

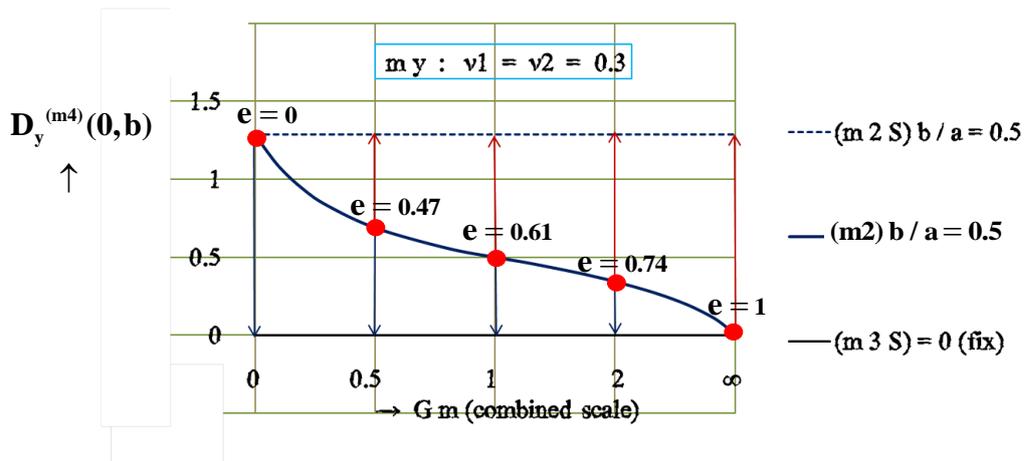


fig. (p. 88 - 2)

(3.1.3)<sup>(m<sub>y</sub> vs t<sub>y</sub>)</sup> 負荷 (t<sub>y</sub>)

(i)<sup>t</sup> 数值計算図-1

fig. (p. 85) 及び Note(p. 86) 参照

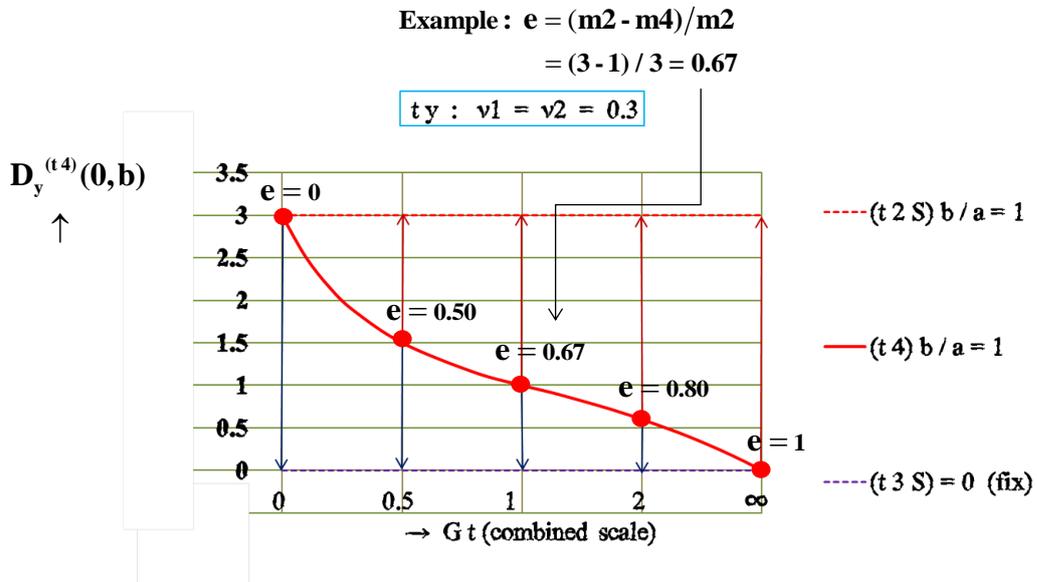


Fig. (p. 89 - 1)

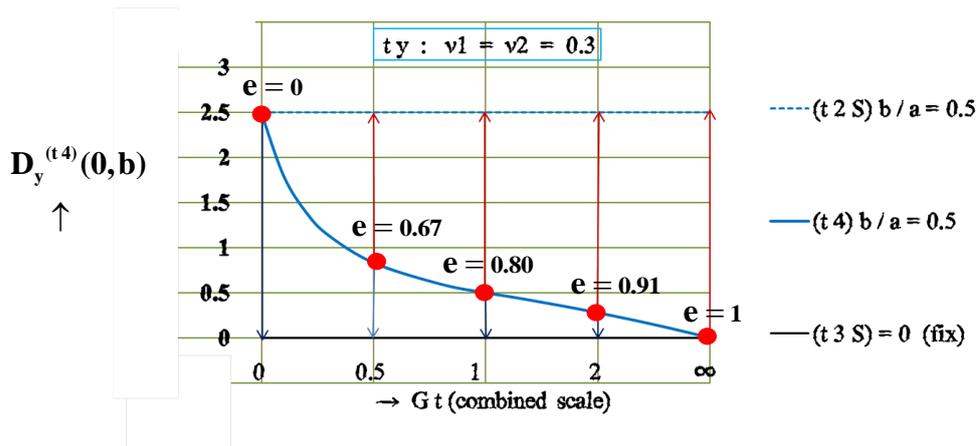


fig. (p.89 - 2)

概要<sup>(m)</sup> (m1) 一様連続板, (m2) 自由縁開孔板 &  $(\beta_x^{(m4)}, \beta_y^{(m4)})$  境界発生内力により, (m4の全領域) 複合板の内部板+外部板 の計算が可能になる.

(3.2.1)<sup>(m)</sup>  $M_x^{(m4)}(R_1), M_y^{(m4)}(R_1); M_x^{(m4)}(R_2), M_y^{(m4)}(R_2)$  の例について:  $\begin{cases} (R_1) = R(x_1, y_1) \\ (R_2) = R(x_2, y_2) \end{cases}$

(a)<sup>(m)</sup> 一般式

$$M_x^{(m4)}(R_1) = A_x^{(m4)}(R_1) \cdot m_x + A_y^{(m4)}(R_1) \cdot m_y$$

$$A_x^{(m4)}(R_1) \cdot m_x = \left[ A_x^{(m1)}(R_1) \cdot (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)}) + A_x^{(m2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)})\} \right] \cdot m_x$$

$$A_y^{(m4)}(R_1) \cdot m_y = \left[ A_y^{(m1)}(R_1) \cdot (p_y^{(m4)} + q_y^{(m4)}) + A_y^{(m2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)})\} \right] \cdot m_y$$

$$M_y^{(m4)}(R_1) = A_x^{(m4)}(R_1) \cdot m_x + A_y^{(m4)}(R_1) \cdot m_y$$

$$B_x^{(m4)}(R_1) \cdot m_x = \left[ B_x^{(m1)}(R_1) \cdot (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)}) + B_x^{(m2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)})\} \right] \cdot m_x$$

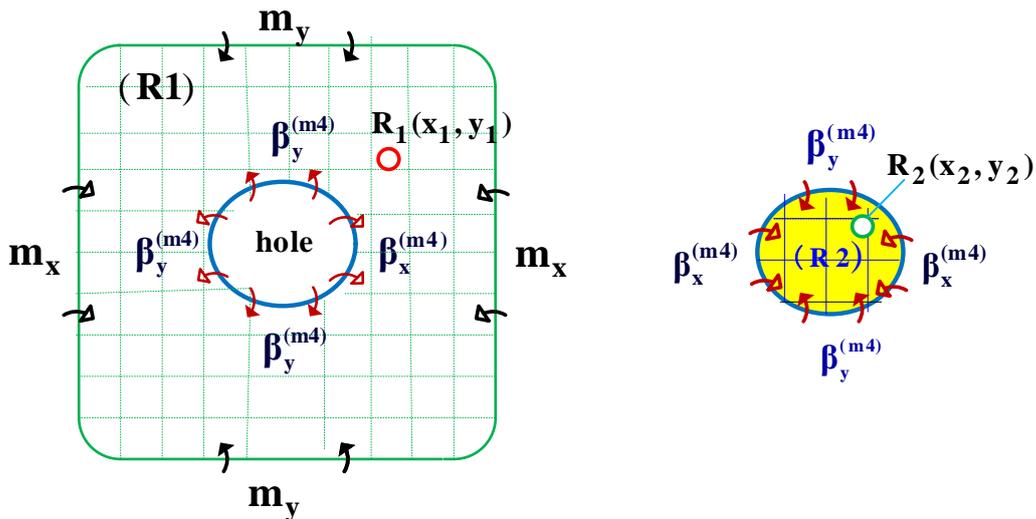
$$B_y^{(m4)}(R_1) \cdot m_y = \left[ B_y^{(m1)}(R_1) \cdot (p_y^{(m4)} + q_y^{(m4)}) + B_y^{(m2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)})\} \right] \cdot m_y$$

$$M_x^{(m4)}(R_2) = (p_x^{(m4)} + q_x^{(m4)}) \cdot m_x$$

$$M_y^{(m4)}(R_2) = (p_y^{(m4)} + q_y^{(m4)}) \cdot m_y$$

(R1): 外部板  $E_1, v_1, h_1$

(R2): 内部板  $E_2, v_2, h_2$



概要<sup>(t)</sup> (t1) 一様連続板, (t2) 自由縁開孔板 &  $(\beta_x^{(t4)}, \beta_y^{(t4)})$  により, (t4の全領域) の計算が可能になる.  
境界発生内力 複合板の内部板+外部板

(3.2.1)<sup>(t)</sup>  $T_x^{(t4)}(x_1, y_1), T_y^{(t4)}(x_1, y_1); T_x^{(t4)}(x_2, y_2), T_y^{(t4)}(x_2, y_2)$  の例について:  $\begin{cases} (R_1) = R(x_1, y_1) \\ (R_2) = R(x_2, y_2) \end{cases}$

(a)<sup>(t)</sup> 一般式

$$T_x^{(t4)}(R_1) = A_x^{(t4)}(R_1) \cdot t_x + A_y^{(t4)}(R_1) \cdot t_y$$

$$A_x^{(t4)}(R_1) \cdot t_x = \left[ A_x^{(t1)}(R_1) \cdot (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)}) + A_x^{(t2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)})\} \right] \cdot t_x$$

$$A_y^{(t4)}(R_1) \cdot t_y = \left[ A_y^{(t1)}(R_1) \cdot (p_y^{(t4)} + q_y^{(t4)}) + A_y^{(t2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)})\} \right] \cdot t_y$$

$$T_y^{(t4)}(R_1) = A_x^{(t4)}(R_1) \cdot t_x + A_y^{(t4)}(R_1) \cdot t_y$$

$$B_x^{(t4)}(R_1) \cdot t_x = \left[ B_x^{(t1)}(R_1) \cdot (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)}) + B_x^{(t2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)})\} \right] \cdot t_x$$

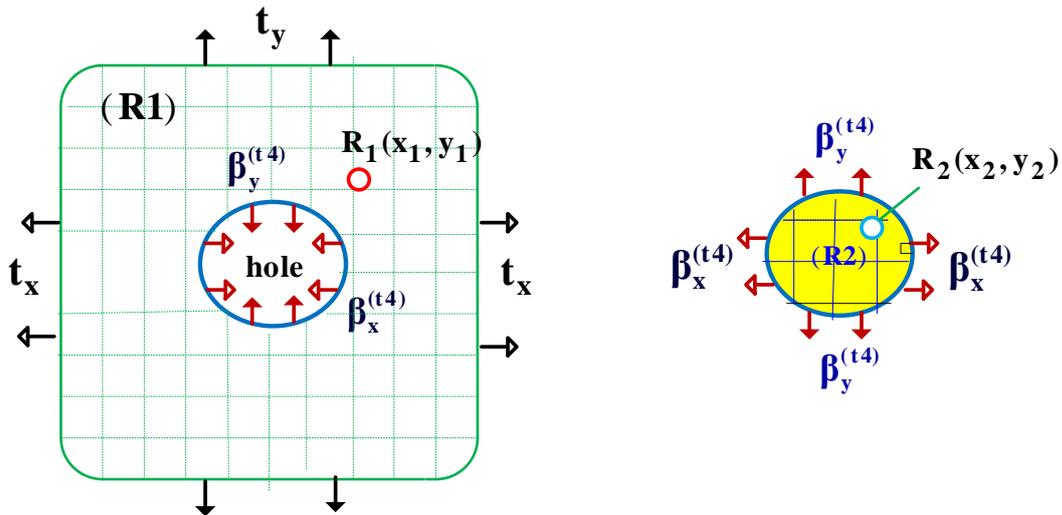
$$B_y^{(t4)}(R_1) \cdot t_y = \left[ B_y^{(t1)}(R_1) \cdot (p_y^{(t4)} + q_y^{(t4)}) + B_y^{(t2)}(R_1) \cdot \{1 - (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)})\} \right] \cdot t_y$$

$$T_x^{(t4)}(R_2) = (p_x^{(t4)} + q_x^{(t4)}) \cdot t_x$$

$$T_y^{(t4)}(R_2) = (p_y^{(t4)} + q_y^{(t4)}) \cdot t_y$$

(R1) : 外部板  $E_1, v_1, h_1$

(R2) : 内部板  $E_2, v_2, h_2$



(3.2.1)<sup>(m)</sup> 続き(b)<sup>(m)</sup>(i)<sup>(m)</sup> [m1( $R_1$ )]

$$\begin{cases} M_x^{(m1)}(R_1) = A_x^{(m1)}(R_1) \cdot m_x + A_y^{(m1)}(R_1) \cdot m_y \\ M_y^{(m1)}(R_1) = B_x^{(m1)}(R_1) \cdot m_x + B_y^{(m1)}(R_1) \cdot m_y \\ A_x^{(m1)}(R_1) \cdot m_x = 1 \cdot m_x, \quad A_y^{(m1)}(R_1) \cdot m_y = 0 \cdot m_y \\ B_x^{(m1)}(R_1) \cdot m_x = 0 \cdot m_x, \quad B_y^{(m1)}(R_1) \cdot m_y = 1 \cdot m_y \end{cases}$$

$$(ii)^{(m)} [m2(R_1)]: \quad c_b = \frac{a-b}{a+b} \rightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{(1+c_b)}{2}, \quad \frac{b}{a+b} = \frac{(1-c_b)}{2}$$

$$\begin{cases} M_x^{(m2)}(R_1) = A_x^{(m2)}(R_1) \cdot m_x + A_y^{(m2)}(R_1) \cdot m_y \\ M_y^{(m2)}(R_1) = B_x^{(m2)}(R_1) \cdot m_x + B_y^{(m2)}(R_1) \cdot m_y \end{cases}$$

(iii)<sup>(m=1)</sup>

$$\begin{cases} A_x^{(m2)}(R_1) \cdot m_x = \left[ 1 - \frac{(1-c_b)}{2} \cdot [+(2k_m+1) \cdot V(R_1) - (2k_m-1) \cdot W(R_1)] \right] \cdot m_x \\ A_y^{(m2)}(R_1) \cdot m_y = \left[ 0 - \frac{(1+c_b)}{2} \cdot [-(2k_m-1) \cdot V(R_1) + (2k_m-1) \cdot W(R_1)] \right] \cdot m_y \\ B_x^{(m2)}(R_1) \cdot m_x = \left[ 0 - \frac{(1-c_b)}{2} \cdot [+(2k_m-1) \cdot V(R_1) + (2k_m-1) \cdot W(R_1)] \right] \cdot m_x \\ B_y^{(m2)}(R_1) \cdot m_y = \left[ 1 - \frac{(1+c_b)}{2} \cdot [-(2k_m+1) \cdot V(R_1) - (2k_m-1) \cdot W(R_1)] \right] \cdot m_y \end{cases}$$

(d)<sup>(m=1)</sup>  $V(R_1) \cdots \{Plate-5編 \_ p. 26, \_ Plate-6編 \_ p. 27\}$ 

$$(i) [一般式(x_1, y_1)]: \quad V(x_1, y_1) = \left[ \frac{1}{\zeta_1^2 - c_b} = \frac{1}{\rho_1^2 \cdot e^{i2\phi} - c_b} \right] \cdots [ \rho_1, \phi_1, c_b \cdots (\mathbf{b}-1) ]$$

$$(ii) [x_1-軸上(x_1, 0)]: \quad V(x_1, 0) = \left[ V(\rho_x) = \frac{1}{\rho_x^2 - c_1} \right] \cdots V(a, 0) = \frac{+1}{1-c_b} = \frac{a+b}{2b}$$

$$(iii) [y_1-軸上(0, y_1)]: \quad V(0, y_1) = \left[ V(i \cdot \rho_y) = \frac{-1}{\rho_y^2 + c_1} \right] \cdots V(0, b) = \frac{-1}{1+c_1} = \frac{-(a+b)}{2a}$$

$$(iv) [境界上(x_0, y_0)]: \quad V(x_0, y_0) = V(e^{j\phi}) = \frac{1}{e^{j2\phi} - c_1} = \frac{(\cos 2\phi - c_b) + j \cdot (-\sin 2\phi)}{1 - 2c_b \cos 2\phi + c_b^2}$$

(e)<sup>(m=1)</sup>  $V(R_1) \cdots \{Plate-5編 \_ p. 26, \_ Plate-6編 \_ p. 27\}$

(3.2.1)<sup>(t)</sup> 続き

(b)<sup>(t)</sup>

(i) [t1] (R<sub>1</sub>)

$$\begin{bmatrix} T_x^{(t1)}(R_1) = A_x^{(t1)}(R_1) \cdot t_x + A_y^{(t1)}(R_1) \cdot t_y \\ T_y^{(t1)}(R_1) = B_x^{(t1)}(R_1) \cdot t_x + B_y^{(t1)}(R_1) \cdot t_y \\ A_x^{(t1)}(R_1) \cdot t_x = 1 \cdot t_x, \quad A_y^{(t1)}(R_1) \cdot t_y = 0 \cdot t_y \\ B_x^{(t1)}(R_1) \cdot t_x = 0 \cdot t_x, \quad B_y^{(t1)}(R_1) \cdot t_y = 1 \cdot t_y \end{bmatrix}$$

(ii)<sup>(t)</sup> [t2(R<sub>1</sub>)] :  $c_b = \frac{a-b}{a+b} \rightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{(1+c_b)}{2}, \quad \frac{b}{a+b} = \frac{(1-c_b)}{2}$

$$\begin{bmatrix} T_x^{(t2)}(R_1) = A_x^{(t2)}(R_1) \cdot t_x + A_y^{(t2)}(R_1) \cdot t_y \\ T_y^{(t2)}(R_1) = B_x^{(t2)}(R_1) \cdot t_x + B_y^{(t2)}(R_1) \cdot t_y \end{bmatrix}$$

(iii)<sup>(t)</sup>

$$\begin{bmatrix} A_x^{(t2)}(R_1) \cdot t_x = \left[ 1 - \frac{(1-c_b)}{2} \cdot [+(2k_t+1) \cdot V(R_1) - (2k_t-1) \cdot W(R_1)] \right] \cdot t_x \\ A_y^{(t2)}(R_1) \cdot t_y = \left[ 0 - \frac{(1+c_b)}{2} \cdot [-(2k_t-1) \cdot V(R_1) + (2k_t-1) \cdot W(R_1)] \right] \cdot t_y \\ B_x^{(t2)}(R_1) \cdot t_x = \left[ 0 - \frac{(1-c_b)}{2} \cdot [+(2k_t-1) \cdot V(R_1) + (2k_t-1) \cdot W(R_1)] \right] \cdot t_x \\ B_y^{(t2)}(R_1) \cdot t_y = \left[ 1 - \frac{(1+c_b)}{2} \cdot [-(2k_t+1) \cdot V(R_1) - (2k_t-1) \cdot W(R_1)] \right] \cdot t_y \end{bmatrix}$$

(d)<sup>(m=t)</sup>  $V(R_1) \equiv (d)^{(m)} \dots$  前page と同一.

(i)  $\left( \begin{matrix} \mathbf{f-1} \\ \text{一般式} \end{matrix} \right)$  :  $W(x, y) = W(\zeta) = \frac{c_1}{\zeta^2 - c_1} + \frac{3(1+c_1^2) - 2 \cdot (\rho^2 + c_1 \cdot e^{j2\phi})}{(\zeta^2 - c_1)^2} + \frac{2c_1 [(1+c_1^2) - (\rho^2 + c_1 \cdot e^{j2\phi})]}{(\zeta^2 - c_1)^3}$

(ii)  $\left( \begin{matrix} \mathbf{f-2} \\ x\text{-軸上} \end{matrix} \right)$  :  $W(x, 0) = W(\rho_x) = \frac{(-2+c_1)}{\rho_x^2 - c_1} + \frac{3(1-c_1)^2}{(\rho_x^2 - c_1)^2} + \frac{2c_1(1-c_1)^2}{(\rho_x^2 - c_1)^3} ; W(a, 0) = \frac{1}{1-c_1} = \frac{a+b}{2b}$

(

)  $\left( \begin{matrix} \mathbf{f-3} \\ y\text{-軸上} \end{matrix} \right)$  :  $W(0, y) = W(j \cdot \rho_y) = \frac{-2+c_1}{\rho_y^2 + c_1} + \frac{3(1+c_1)^2}{(\rho_y^2 + c_1)^2} + \frac{-2c_1(1+c_1)^2}{(\rho_y^2 + c_1)^3} ; W(0, b) = \frac{1}{1+c_1} = \frac{a+b}{2a}$

$\left( \begin{matrix} \mathbf{f-4} \\ \text{境界上} \end{matrix} \right)$  :  $W(x_0, y_0) = W(e^{j\phi}) = \frac{-c_1}{e^{2j\phi} - c_1} + \frac{(1-c_1^2)}{(e^{2j\phi} - c_1)^2}$

(3.2.2)<sup>(m)↔(t)</sup> その他、全般 : {plate-6 (p. 25,26,27)} 他

(a)  $k_m$  ,  $k_t$

$$\left( \begin{array}{l} \mathbf{a-1} \\ \text{ねじり係数} \end{array} \right) : k_m = \frac{1+\nu_1}{3+\nu_1}$$

$$\left( \begin{array}{l} \mathbf{a-2} \\ \text{せん断係数} \end{array} \right) : k_t \equiv 1 \text{ (一定)}$$

(b)  $z$  -  $\zeta$  関係 … 写像関係 - 上図参照

$$\left( \begin{array}{l} \mathbf{b-1} \\ \text{一般式} \end{array} \right) : z = \frac{R}{2} \left( \zeta + \frac{c_1}{\zeta} \right), R = (a+b), c_1 = \frac{a-b}{a+b}; z = x + j \cdot y, \zeta = \rho \cdot e^{j\phi}; j = \sqrt{-1}$$

$$x = \frac{R}{2} \left( \rho + \frac{c_1}{\rho} \right) \cos \phi, y = \frac{R}{2} \left( \rho - \frac{c_1}{\rho} \right) \sin \phi$$

$$\left( \begin{array}{l} \mathbf{b-2} \\ x\text{-軸上} \end{array} \right) : (x, 0), z = \bar{z} = x; \phi = 0 \rightarrow \zeta = \rho_x; \rho_x = \frac{1}{a+b} \left[ x + \sqrt{x^2 - a^2 + b^2} \right]$$

$$\left( \begin{array}{l} \mathbf{b-3} \\ y\text{-軸上} \end{array} \right) : (0, y), z = j \cdot y, \bar{z} = -j \cdot y; \phi = \frac{\pi}{2} \rightarrow; \rho_y = \frac{1}{a+b} \left[ y + \sqrt{y^2 - b^2 + a^2} \right]$$

$$\left( \begin{array}{l} \mathbf{b-4} \\ \text{境界上} \end{array} \right) : (x_0, y_0) = (a \cos \phi, b \sin \phi); \rho = 1, \zeta = e^{j\phi}$$

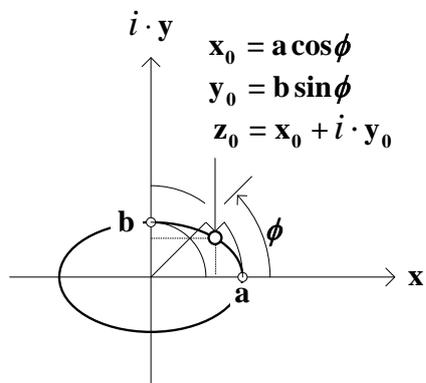
$$(c) L(\rho, \phi) = L(x, y) = (\zeta^2 - c_1) \cdot (\bar{\zeta} - c_1) = \rho^4 - 2c_1\rho^2 \cos 2\phi + c_1^2$$

$$\left( \begin{array}{l} \mathbf{(c-1)} \\ \text{一般式} \end{array} \right) : L(x, y) = L(\rho, \phi) = \rho^4 - 2c_1\rho^2 \cos 2\phi + c_1^2$$

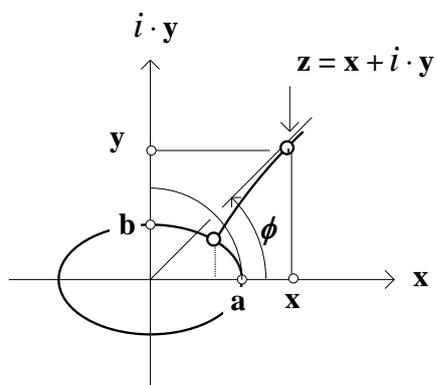
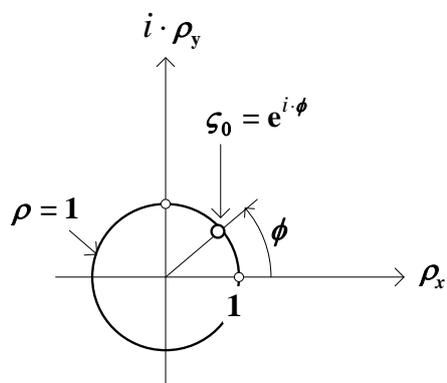
$$\left. \begin{array}{l} \left( \begin{array}{l} \mathbf{(c-2)} \\ x\text{-軸上} \end{array} \right) : L(x, 0) = L(\rho_x) = (\rho_x^2 - c_1)^2 \\ \left( \begin{array}{l} \mathbf{(c-3)} \\ y\text{-軸上} \end{array} \right) : L(0, y) = L(j \cdot \rho_y) = (\rho_y^2 + c_1)^2 \\ \left( \begin{array}{l} \mathbf{(c-4)} \\ \text{境界上} \end{array} \right) : L(x_0, y_0) = L(e^{j\phi}) = 1 - 2c_1 \cdot \cos 2\phi + c_1^2 \end{array} \right] ; \left[ \begin{array}{l} L(a, 0) = (1 - c_1)^2 = (2b)^2 / (a+b)^2 \\ L(0, b) = (1 + c_1)^2 = (2a)^2 / (a+b)^2 \end{array} \right]$$

(3.2.2)<sup>(m)↔(t)</sup> 続き

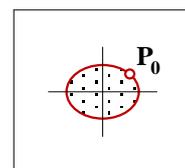
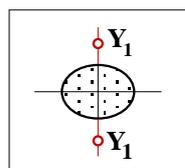
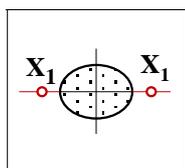
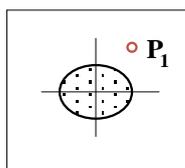
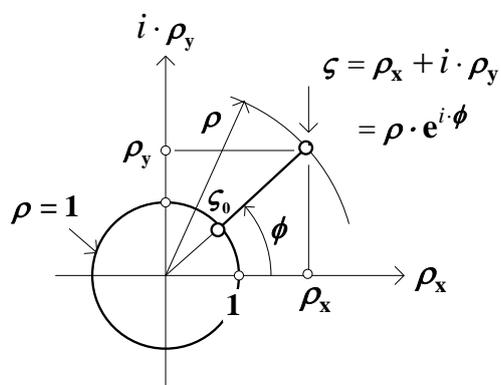
(d)<sup>(m)=(t)</sup> 説明図



境界上  
 $z_0 \Leftrightarrow \zeta_0$



任意の点  
 $z \Leftrightarrow \zeta$



[3-3] 基本式の中から, 2例題

(3.3.1)<sup>(m)</sup> 例題-1<sup>(m)</sup>

単体板(m1,m2,m3)<sub>ⓐ</sub>の境界発生合力計算式を, 複合板(m4)<sub>ⓑ</sub>の境界発生合力の一般計算式から算定する.

(a)関連の考察

境界発生内力計算式の基本: 下図の [m1]<sub>ⓐ</sub>, [m2]<sub>ⓐ</sub>, [m3]<sub>ⓐ</sub>, [m4]<sub>ⓑ</sub> 参照

(1) 面外modelを一般化して[md]とし, その境界発生内力( $\beta_x^{(md)}, \beta_y^{(md)}$ )を次のように置いて考察する.

$$\beta_x^{(md)} = [p_x^{(md)} \cdot m_x + p_y^{(md)} \cdot m_y], \beta_y^{(md)} = [p_x^{(md)} \cdot m_x + p_y^{(md)} \cdot m_y] \leftarrow \text{p. 24_(a)<sup>(m)}</sup>の定義, 記号を参照$$

単体板に対する $[\beta_x^{(md)}, \beta_y^{(md)}]^{(m1,m2,m3)\text{ⓐ}}$ は既知式として求められているが,  $[\beta_x^{(m3)\text{ⓐ}}, \beta_y^{(m3)\text{ⓐ}}]$ は(境界線変位=0)に対する解析が必要である. この従来解析法を例題-2において考察する.

(2) 本書では一般化して,  $[m3]_{\text{ⓐ}}^{\text{境界線固定}} = [m4]_{\text{ⓑ}}^{\text{内板剛性}=\infty}$  によって, 次頁以降に説明する.

本書で先に導出済みの  $[m4]_{\text{ⓑ}}^{\text{内板剛性}=\infty}$  は次式である.

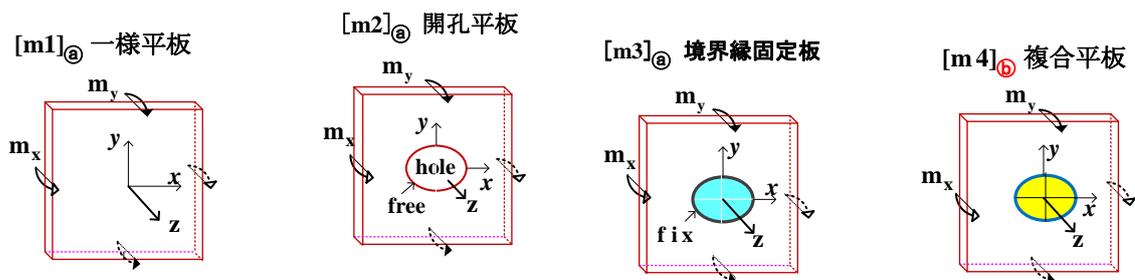
$$\left[ \begin{array}{l} p_x^{(m4)} = \frac{1}{1+\nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{+2k_m}{(4k_m-1-\nu_1)} \cdot \frac{a+\nu_1 b}{b} \right) ; p_y^{(m4)} = \frac{1}{1+\nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_m}{(4k_m-1-\nu_1)} \cdot \frac{\nu_1 a+b}{b} \right) \\ q_x^{(m4)} = \frac{1}{1+\nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_m}{(4k_m-1-\nu_1)} \cdot \frac{a+\nu_1 b}{a} \right) ; q_y^{(m4)} = \frac{1}{1+\nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{+2k_m}{(4k_m-1-\nu_1)} \cdot \frac{\nu_1 a+b}{a} \right) \end{array} \right] = \text{Eq. (p. 54-2)}$$

(3) 注記: 上記の $\{[m3]_{\text{ⓐ}}^{\text{境界線固定}} = [m4]_{\text{ⓑ}}^{\text{内板剛性}=\infty}\} \dots \text{③}^{(m)}$ には 成立 と 不成立 の条件がある.

③<sup>(m)</sup>成立の条件: 負荷外力が軸対称で, 基本座標軸が支持条件の時...曲げ負荷( $m_x, m_y$ )

③<sup>(m)</sup>不成立条件: 負荷外力が非軸対称で, 基本軸が面外回転可能の時...(例)ねじり負荷( $m_{xy}$ )

plate-7編参照



[3-3] 基本式の中から, 2例題

(3.3.1)<sup>(t)</sup> 例題-1<sup>(t)</sup>

単体板(t1, t, t3)<sup>Ⓐ</sup>の境界発生合力計算式を, 複合板(t4)<sup>Ⓑ</sup>の境界発生合力の一般ない計算式から算定する.

(a) 関連の考察

境界発生内力計算式の基本: 下図の [t1]<sup>Ⓐ</sup>, [t2]<sup>Ⓐ</sup>, [t3]<sup>Ⓐ</sup>, [t4]<sup>Ⓑ</sup> 参照

(1) 面内modelを一般化して[t d]とし, その境界発生内力( $\beta_x^{(t d)}, \beta_y^{(t d)}$ )を次のように置いて考察する.  
 $\beta_x^{(rd)} = [p_x^{(rd)} \cdot t_x + p_y^{(rd)} \cdot t_y], \beta_y^{(rd)} = [p_x^{(rd)} \cdot t_x + p_y^{(rd)} \cdot t_y] \leftarrow p. 25_{-}(a)^{(t)}$ の定義, 記号を参照

単体板に対する $[\beta_x^{(rd)}, \beta_y^{(rd)}]^{(t1, t2, t3)^{\circ}}$ は既知式として求められているが,  $[\beta_x^{(t3)^{\circ}}, \beta_y^{(t3)^{\circ}}]$ は(境界線変位 $\equiv 0$ )に対する解析が必要である. この従来解析法を例題-2において考察する.

(2) 本書では一般化して,  $[t3]_{\text{境界線固定}}^{\text{Ⓐ}} = [t4]_{\text{内板剛性}=\infty}^{\text{Ⓑ}}$  によって, 次頁以降に説明する.  
 本書で先に導出済みの  $[t4]_{\text{内板剛性}=\infty}^{\text{Ⓑ}}$  は次式である.

$$\left[ \begin{array}{l} p_x^{(t4)} = \frac{1}{1+\nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{+2k_t}{(4k_t-1-\nu_1)} \cdot \frac{a+\nu_1 b}{b} \right) ; p_y^{(t4)} = \frac{1}{1+\nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_t}{(4k_t-1-\nu_1)} \cdot \frac{\nu_1 a+b}{b} \right) \\ q_x^{(t4)} = \frac{1}{1+\nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_t}{(4k_t-1-\nu_1)} \cdot \frac{a+\nu_1 b}{a} \right) ; q_y^{(t4)} = \frac{1}{1+\nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{+2k_t}{(4k_t-1-\nu_1)} \cdot \frac{\nu_1 a+b}{a} \right) \end{array} \right] = \text{Eq. (p. 55-2)}$$

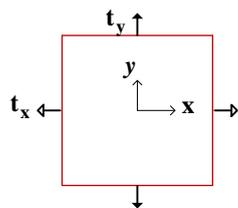
(3) 注記: 上記の $\{[t3]_{\text{境界線固定}}^{\text{Ⓐ}} = [t4]_{\text{内板剛性}=\infty}^{\text{Ⓑ}}\} \dots \text{③}^{\circ}$  には 成立 と 不成立 の条件がある.

③<sup>∘</sup>成立の条件: 負荷外力が軸対称で, 基本座標軸が支持条件の時... (例) 引張負荷( $t_x, t_y$ )

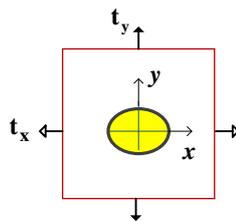
③<sup>∘</sup>不成立条件: 負荷外力が非軸対称で, 基本軸が面外回転可能の時... (例) せん断負荷( $t_{xy}$ )

plate-7編参照

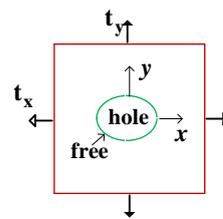
[t1]<sup>Ⓐ</sup> 一様平板



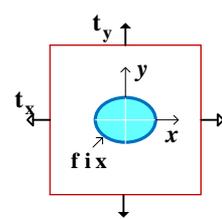
[t4]<sup>Ⓑ</sup> 複合平板



[t2]<sup>Ⓐ</sup> 開孔平板



[t3]<sup>Ⓐ</sup> 境界線固定板



例題-(3.3.1)<sup>(m)</sup> 続き

(b) Eq. (p.54-2) 式の整理

$$\frac{+2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} = \frac{2 \cdot (1 + \nu_1)}{4(1 + \nu_1) - (3 + \nu_1)(1 + \nu_1)} = \frac{2}{1 - \nu_1}$$

$$p_x^{(m3)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{+2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{a + \nu_1 b}{b} \right) = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{2}{(1 - \nu_1)} \cdot \frac{a + \nu_1 b}{b} \right) = \frac{(1 - \nu_1) + 2(\nu_1 + a/b)}{(1 + \nu_1)(1 - \nu_1)}$$

$$= \frac{(1 + \nu_1) + 2(a/b)}{(1 + \nu_1)(1 - \nu_1)}$$

$$p_y^{(m3)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{\nu_1 a + b}{b} \right) = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 - \frac{2}{1 - \nu_1} \cdot \frac{\nu_1 a + b}{b} \right) = \frac{1 - \nu_1 - 2(1 + \nu_1 a/b)}{(1 + \nu_1)(1 - \nu_1)}$$

$$= \frac{-(1 + \nu_1) - 2\nu_1(a/b)}{(1 + \nu_1)(1 - \nu_1)}$$

$$q_x^{(m3)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{a + \nu_1 b}{a} \right) = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 - \frac{2}{1 - \nu_1} \cdot \frac{a + \nu_1 b}{a} \right) = \frac{1 - \nu_1 - 2(1 + \nu_1 b/a)}{(1 + \nu_1)(1 - \nu_1)}$$

$$= \frac{-(1 + \nu_1) - 2\nu_1(b/a)}{(1 + \nu_1)(1 - \nu_1)}$$

$$q_y^{(m3)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{+2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{\nu_1 a + b}{a} \right) = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{2}{1 - \nu_1} \cdot \frac{\nu_1 a + b}{a} \right) = \frac{(1 - \nu_1) + 2 \cdot (\nu_1 + b/a)}{(1 + \nu_1)(1 - \nu_1)}$$

$$= \frac{(1 + \nu_1) + 2 \cdot (b/a)}{(1 + \nu_1)(1 - \nu_1)}$$

(c) 例題-1<sup>(m)</sup> の解答

[m1]<sub>ⓐ</sub> 一様平板



$$[m1]_{\text{ⓐ}} = [m4]_{\text{ⓑ}} \quad G_m = 1, \nu_2 = \nu_1$$



$$\begin{bmatrix} p_x^{(m1)} \\ p_y^{(m1)} \\ q_x^{(m1)} \\ q_y^{(m1)} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

[m2]<sub>ⓐ</sub> 開孔板  
自由縁



$$[m2]_{\text{ⓐ}} = [m4]_{\text{ⓑ}} \quad G_m = 0$$



$$\begin{bmatrix} p_x^{(m2)} \\ p_y^{(m2)} \\ q_x^{(m2)} \\ q_y^{(m2)} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

[m3]<sub>ⓐ</sub> 開孔板  
固定縁



$$[m3]_{\text{ⓐ}} = [m4]_{\text{ⓑ}} \quad G_m = \infty$$



$$\begin{bmatrix} p_x^{(m3)} \\ p_y^{(m3)} \\ q_x^{(m3)} \\ q_y^{(m3)} \\ \vdots \end{bmatrix} = \frac{1}{(1 + \nu_1)(1 - \nu_1)} \begin{bmatrix} +(1 + \nu_1) + 2(a/b) \\ -(1 - \nu_1) - 2\nu_1(a/b) \\ -(1 - \nu_1) - 2\nu_1(b/a) \\ +(1 + \nu_1) + 2(b/a) \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{matrix} p_x^{(m1)} = q_y^{(m1)} = 1 \\ p_y^{(m1)} = q_x^{(m1)} = 0 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} p_x^{(m2)}, q_y^{(m2)} \\ p_y^{(m2)}, q_x^{(m2)} \end{matrix} \right\} \equiv 0 \quad \left[ \begin{matrix} a/b \\ \updownarrow \text{置換} \\ b/a \end{matrix} \right] : \begin{pmatrix} p_x^{(m3)} & p_y^{(m3)} \\ q_y^{(m3)} & q_x^{(m3)} \end{pmatrix}$$

例題 - (3.3.1)<sup>(t)</sup> 続き

(b) Eq. (p.55-2) 式の整理

$$\left[ \frac{+2k_t}{(4k_t - 1 - \nu_1)} \right]_{k_t=1} = \frac{2}{3 - \nu_1}$$

$$p_x^{(t3)} = \left[ \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{+2k_t}{4k_t - 1 - \nu_1} \cdot \frac{a + \nu_1 b}{b} \right) \right]_{k_t=1} = \frac{+(3 + \nu_1) + 2(a/b)}{(1 + \nu_1)(3 - \nu_1)}$$

$$p_y^{(t3)} = \left[ \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_t}{4k_t - 1 - \nu_1} \cdot \frac{\nu_1 a + b}{b} \right) \right]_{k_t=1} = \frac{+(1 - \nu_1) - 2\nu_1(a/b)}{(1 + \nu_1)(3 - \nu_1)}$$

$$q_x^{(t3)} = \left[ \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_t}{(4k_t - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{a + \nu_1 b}{a} \right) \right]_{k_t=1} = \frac{+(1 - \nu_1) - 2\nu_1(b/a)}{(1 + \nu_1)(3 - \nu_1)}$$

$$q_y^{(t3)} = \left[ \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{+2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{\nu_1 a + b}{a} \right) \right]_{k_t=1} = \frac{+(3 + \nu_1) + 2(b/a)}{(1 + \nu_1)(3 - \nu_1)}$$

(c) 例題 - 1<sup>(t)</sup> の解答

[t 1]ⓐ 一様平板



[t 1]ⓐ = [t 4]ⓑ  
 $G_1=1, \nu_2=\nu_1$



$$\begin{bmatrix} p_x^{(t1)} \\ p_y^{(t1)} \\ q_x^{(t1)} \\ q_y^{(t1)} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p_x^{(t1)} = q_y^{(t1)} = 1 \\ p_y^{(t1)} = q_x^{(t1)} = 0 \end{array} \right\}$$

[t 2]ⓐ 開孔板  
自由縁



[t 2]ⓐ = [t 4]ⓑ  
 $G_1=0$



$$\begin{bmatrix} p_x^{(t2)} \\ p_y^{(t2)} \\ q_x^{(t2)} \\ q_y^{(t2)} \\ \vdots \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p_x^{(t2)}, q_y^{(t2)} \\ p_y^{(t2)}, q_x^{(t2)} \end{array} \right\} \equiv 0$$

[t 3]ⓐ 開孔板  
固定縁



[t 3]ⓐ = [t 4]ⓑ  
 $G_1=\infty$



$$\begin{bmatrix} p_x^{(t3)} \\ p_y^{(t3)} \\ q_x^{(t3)} \\ q_y^{(t3)} \\ \vdots \end{bmatrix} = \frac{1}{(1 + \nu_1)(3 - \nu_1)} \begin{bmatrix} +(3 + \nu_1) + 2(a/b) \\ +(1 - \nu_1) - 2\nu_1(a/b) \\ +(1 - \nu_1) - 2\nu_1(b/a) \\ +(3 + \nu_1) + 2(b/a) \end{bmatrix}$$

$$\left[ \begin{array}{l} a/b \\ \updownarrow \text{置換} \\ b/a \end{array} \right] : \left( \begin{array}{cc} p_x^{(t3)} & p_y^{(t3)} \\ q_y^{(t3)} & q_x^{(t3)} \end{array} \right)$$

(3.3.2)<sup>(m)</sup> 例題-2<sup>(m)</sup> : 境界発生内力計算式の使用法

複合平板[m4]の境界発生内力 $[p_x^{(m4)}, p_y^{(m4)}, q_x^{(m4)}, q_y^{(m4)}]$ の基本式

定義：
$$\left[ \beta_x^{(m4)} = p_x^{(m4)} \cdot m_x + p_y^{(m4)} \cdot m_y, \quad \beta_y^{(m4)} = p_x^{(m4)} \cdot m_x + p_y^{(m4)} \cdot m_t \right]$$

影響因子：
$$\left[ \begin{array}{l} [m_x, m_y]; 0 \leq (b/a) \leq 1; 0 \leq [G_m = (E_2 h_2^3) / (E_1 h_1^3)] \leq \infty \\ k_m = (1 + \nu_1) / (3 + \nu_1); (\nu_1, \nu_2) \end{array} \right]$$

(a)<sup>m</sup> 基本形- (1) …(p. 50- i)参照

$$\left[ \begin{array}{l} [p_x^{(m4)}]_{(1)} = \frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)}} \left[ \left( 1 + 2k_m \frac{b}{a} \right) \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} G_m \right) - (2k_m - 1) [(\nu_2) + (2k_m - 1 - \nu_1) G_m] \right] \\ [p_y^{(m4)}]_{(1)} = \frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)}} \left[ -(2k_m - 1) \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} G_m \right) + \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} \right) [(\nu_2) + (2k_m - 1 - \nu_1) G_m] \right] \\ [q_x^{(m4)}]_{(1)} = \frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)}} \left[ -(2k_m - 1) \left( 1 + 2k_m \frac{b}{a} G_m \right) + \left( 1 + 2k_m \frac{b}{a} \right) [(\nu_2) + (2k_m - 1 - \nu_1) G_m] \right] \\ [q_y^{(m4)}]_{(1)} = \frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)}} \left[ \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} \right) \left( 1 + 2k_m \frac{b}{a} G_m \right) - (2k_m - 1) [(\nu_2) + (2k_m - 1 - \nu_1) G_m] \right] \\ [\Delta^{(m4)}]_{(1)} = \left( 1 + 2k_m \frac{b}{a} G_m \right) \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} G_m \right) - [(\nu_2) + (2k_m - 1 - \nu_1) G_m]^2 \end{array} \right] \dots \text{Eq. (p.54 - 1)}$$

(b) [m 4]計算式と[m1,m2,m3]計算式との相互関係

[m1] 一様平板      [m2] 自由縁開孔板      [m3] 固定縁開孔板

[m4]  $\left\{ \begin{array}{l} G_m = 1 \\ \nu_2 = \nu_1 \end{array} \right\}$       [m4]  $\{G_m = 0\}$       [m4]  $\{G_m = \infty\}$

$$\left[ \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{l} p_x^{(m1)} = 1 \\ p_y^{(m1)} = 0 \\ q_x^{(m1)} = 0 \\ q_y^{(m1)} = 1 \end{array} \right] \quad \left[ \begin{array}{l} p_x^{(m2)} = 0 \\ p_y^{(m2)} = 0 \\ q_x^{(m2)} = 0 \\ q_y^{(m2)} = 0 \end{array} \right] \quad \left[ \begin{array}{l} p_x^{(m4)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{+2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{a + \nu_1 b}{b} \right) \\ p_y^{(m4)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{\nu_1 a + b}{b} \right) \\ q_x^{(m4)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{a + \nu_1 b}{a} \right) \\ q_y^{(m4)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{+2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{\nu_1 a + b}{a} \right) \end{array} \right] \dots \text{Eq. (p.54 - 2)}$$

(3.3.2)<sup>(i)</sup> 例題-2<sup>(i)</sup> : 境界発生内力計算式の使用法

複合平板 [t 4] の境界発生内力  $[p_x^{(t4)}, p_y^{(t4)}, q_x^{(t4)}, q_y^{(t4)}]$  の基本式

定義 :  $[\beta_x^{(t4)} = p_x^{(t4)} \cdot t_x + p_y^{(t4)} \cdot t_y, \quad \beta_y^{(t4)} = p_x^{(t4)} \cdot t_x + p_y^{(t4)} \cdot t_t]$

影響因子 :  $\left[ \begin{array}{l} [t_x, t_y]; 0 \leq (b/a) \leq 1; 0 \leq [G_t = (E_2 h_2) / (E_1 h_1)] \leq \infty \\ k_t \equiv 1 \text{ (const.)}; (\nu_1, \nu_2) \end{array} \right]$

(a)<sup>(i)</sup> 基本形- (1) …(p. 51- i)参照

(i) 計算式

$$\left[ \begin{array}{l} [p_x^{(t4)}]_{(1)} = \frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]_{(1)}} \left[ \left(1 + 2k_t \frac{b}{a}\right) \left(1 + 2k_t \frac{a}{b} G_t\right) - (2k_t - 1) [(\nu_2) + (2k_t - 1 - \nu_1) G_t] \right] \\ [p_y^{(t4)}]_{(1)} = \frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]_{(1)}} \left[ -(2k_t - 1) \left(1 + 2k_t \frac{a}{b} G_t\right) + \left(1 + 2k_t \frac{a}{b}\right) [(\nu_2) + (2k_t - 1 - \nu_1) G_t] \right] \\ [q_x^{(t4)}]_{(1)} = \frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]_{(1)}} \left[ -(2k_t - 1) \left(1 + 2k_t \frac{b}{a} G_t\right) + \left(1 + 2k_t \frac{b}{a}\right) [(\nu_2) + (2k_t - 1 - \nu_1) G_t] \right] \\ [q_y^{(t4)}]_{(1)} = \frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]_{(1)}} \left[ \left(1 + 2k_t \frac{a}{b}\right) \left(1 + 2k_t \frac{b}{a} G_t\right) - (2k_t - 1) [(\nu_2) + (2k_t - 1 - \nu_1) G_t] \right] \\ [\Delta^{(t4)}]_{(1)} = \left(1 + 2k_t \frac{b}{a} G_t\right) \left(1 + 2k_t \frac{a}{b} G_t\right) - [(\nu_2) + (2k_t - 1 - \nu_1) G_t]^2 \end{array} \right] \dots \text{Eq. (p.55 - 1)}$$

(ii) [t 4] 計算式と [t 1, t 2, t 3] 計算式との相互関係

[t 1] 一様平板  
□

[t 2] 自由縁開孔板  
□

[t 3] 固定縁開孔板  
□

[t 4]  $\left\{ \begin{array}{l} G_t = 1 \\ \nu_2 = \nu_1 \end{array} \right\}$

[t 4]  $\{G_t = 0\}$

[t 4]  $\{G_t = \infty\}$

↓

↓

↓

$$\left[ \begin{array}{l} p_x^{(t1)} = 1 \\ p_y^{(t1)} = 0 \\ q_x^{(t1)} = 0 \\ q_y^{(t1)} = 1 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{l} p_x^{(t2)} = 0 \\ p_y^{(t2)} = 0 \\ q_x^{(t2)} = 0 \\ q_y^{(t2)} = 0 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{l} p_x^{(t4)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left(1 + \frac{+2k_t}{(4k_t - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{a + \nu_1 b}{b}\right) \\ p_y^{(t4)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left(1 + \frac{-2k_t}{(4k_t - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{\nu_1 a + b}{b}\right) \\ q_x^{(t4)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left(1 + \frac{-2k_t}{(4k_t - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{a + \nu_1 b}{a}\right) \\ q_y^{(t4)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left(1 + \frac{+2k_t}{(4k_t - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{\nu_1 a + b}{a}\right) \end{array} \right] \dots \text{Eq. (p.55 - 2)}$$

(3.3.2)<sup>(m)</sup> 続き

(b) 解析

$$\left[ \begin{array}{l} p_x^{(m3)} = \lim_{G_m \rightarrow \infty} [p_x^{(m4)}] = \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left\{ \frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]} \left[ \left(1 + 2k_m \frac{b}{a}\right) \left(1 + 2k_m \frac{a}{b} G_m\right) - (2k_m - 1)[(\nu_2) + (2k_m - 1 - \nu_1)G_m] \right] \right\} \\ p_y^{(m3)} = \lim_{G_m \rightarrow \infty} [p_y^{(m4)}] = \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left\{ \frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]} \left[ -(2k_m - 1) \left(1 + 2k_m \frac{a}{b} G_m\right) + \left(1 + 2k_m \frac{a}{b}\right) [(\nu_2) + (2k_m - 1 - \nu_1)G_m] \right] \right\} \\ q_x^{(m3)} = \lim_{G_m \rightarrow \infty} [q_x^{(m4)}] = \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left\{ \frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]} \left[ -(2k_m - 1) \left(1 + 2k_m \frac{b}{a} G_m\right) + \left(1 + 2k_m \frac{b}{a}\right) [(\nu_2) + (2k_m - 1 - \nu_1)G_m] \right] \right\} \\ q_y^{(m3)} = \lim_{G_m \rightarrow \infty} [q_y^{(m4)}] = \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left\{ \frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]} \left[ \left(1 + 2k_m \frac{a}{b}\right) \left(1 + 2k_m \frac{b}{a} G_m\right) - (2k_m - 1)[(\nu_2) + (2k_m - 1 - \nu_1)G_m] \right] \right\} \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} \lim_{G_m \rightarrow \infty} [\Delta^{(m4)}] &= \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left[ \left(1 + 2k_m \frac{b}{a} G_m\right) \left(1 + 2k_m \frac{a}{b} G_m\right) - [(\nu_2) + (2k_m - 1 - \nu_1)G_m]^2 \right] \\ &\doteq \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left[ (2k_m)^2 - (2k_m - 1 - \nu_1)^2 \right] \cdot G_m^2 = \lim_{G_m \rightarrow \infty} (1 + \nu_1) \cdot (4k_m - 1 - \nu_1) \cdot G_m^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{G_m \rightarrow \infty} p_x^{(m4)} &= \frac{1}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)}} \cdot \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left\{ G_m \left[ \left(1 + 2k_m \frac{b}{a}\right) \left(1 + 2k_m \frac{a}{b} G_m\right) - (2k_m - 1)[(\nu_2) + (2k_m - 1 - \nu_1)G_m] \right] \right\} \\ &\doteq \frac{1}{[\Delta^{(m4)}]_{G_m \rightarrow \infty}} \cdot \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left[ \left(1 + 2k_m \frac{b}{a}\right) \left(2k_m \frac{a}{b}\right) - (2k_m - 1)(2k_m - 1 - \nu_1) \right] \cdot G_m^2 \\ &= \frac{1}{[\Delta^{(m4)}]_{G_m \rightarrow \infty}} \cdot \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left[ (2k_m)^2 - (2k_m - 1 - \nu_1)^2 + 2k_m \frac{a}{b} - \nu_1(2k_m - 1 - \nu_1) \right] \cdot G_m^2 \\ &= \frac{1}{[\Delta^{(m4)}]_{G_m \rightarrow \infty}} \cdot \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left[ (4k_m - 1 - \nu_1) + 2k_m \left(\frac{a}{b} + \nu_1\right) \right] \cdot G_m^2 = \frac{(4k_m - 1 - \nu_1) + 2k_m \left[\frac{a}{b} + \nu_1\right]}{(1 + \nu_1) \cdot (4k_m - 1 - \nu_1)} \\ &= \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_m}{4k_m - 1 - \nu_1} \cdot \left(\frac{a}{b} + \nu_1\right) \right] \quad \rightarrow p_x^{(m3)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_m}{4k_m - 1 - \nu_1} \cdot \left(\frac{a}{b} + \nu_1\right) \right] \end{aligned}$$

$$\left( \begin{array}{l} q_y^{(m3)} \text{式は } p_x^{(m3)} \text{式の } (a/b) \text{ を} \\ (b/a) \text{に置換すればよい。} \end{array} \right) \quad \rightarrow q_y^{(m3)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_m}{4k_m - 1 - \nu_1} \cdot \left(\frac{b}{a} + \nu_1\right) \right]$$

(3.3.2)<sup>(1)</sup> 続き(b)<sup>(1)</sup> 解析

$$\left[ \begin{array}{l} p_x^{(t3)} = \lim_{G_t \rightarrow \infty} [p_x^{(t4)}] = \lim_{G_t \rightarrow \infty} \left\{ \frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]} \left[ \left(1 + 2k_t \frac{b}{a}\right) \left(1 + 2k_t \frac{a}{b} G_t\right) - (2k_t - 1)[(v_2) + (2k_t - 1 - v_1)G_t] \right] \right\} \\ p_y^{(t3)} = \lim_{G_t \rightarrow \infty} [p_y^{(t4)}] = \lim_{G_t \rightarrow \infty} \left\{ \frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]} \left[ -(2k_t - 1) \left(1 + 2k_t \frac{a}{b} G_t\right) + \left(1 + 2k_t \frac{a}{b}\right) [(v_2) + (2k_t - 1 - v_1)G_t] \right] \right\} \\ q_x^{(t3)} = \lim_{G_t \rightarrow \infty} [q_x^{(t4)}] = \lim_{G_t \rightarrow \infty} \left\{ \frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]} \left[ -(2k_t - 1) \left(1 + 2k_t \frac{b}{a} G_t\right) + \left(1 + 2k_t \frac{b}{a}\right) [(v_2) + (2k_t - 1 - v_1)G_t] \right] \right\} \\ q_y^{(t3)} = \lim_{G_t \rightarrow \infty} [q_y^{(t4)}] = \lim_{G_t \rightarrow \infty} \left\{ \frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]} \left[ \left(1 + 2k_t \frac{a}{b}\right) \left(1 + 2k_t \frac{b}{a} G_t\right) - (2k_t - 1)[(v_2) + (2k_t - 1 - v_1)G_t] \right] \right\} \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} \lim_{G_t \rightarrow \infty} [\Delta^{(t4)}] &= \lim_{G_t \rightarrow \infty} \left[ \left(1 + 2k_t \frac{b}{a} G_t\right) \left(1 + 2k_t \frac{a}{b} G_t\right) - [(v_2) + (2k_t - 1 - v_1)G_t]^2 \right] \\ &\doteq \lim_{G_t \rightarrow \infty} \left[ (2k_t)^2 - (2k_t - 1 - v_1)^2 \right] \cdot G_t^2 = \lim_{G_t \rightarrow \infty} (1 + v_1) \cdot (4k_t - 1 - v_1) \cdot G_t^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{G_m \rightarrow \infty} p_x^{(m4)} &= \frac{1}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)}} \cdot \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left\{ G_m \left[ \left(1 + 2k_m \frac{b}{a}\right) \left(1 + 2k_m \frac{a}{b} G_m\right) - (2k_m - 1)[(v_2) + (2k_m - 1 - v_1)G_m] \right] \right\} \\ &\doteq \frac{1}{[\Delta^{(m4)}]_{G_m \rightarrow \infty}} \cdot \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left[ \left(1 + 2k_m \frac{b}{a}\right) \left(2k_m \frac{a}{b}\right) - (2k_m - 1)(2k_m - 1 - v_1) \right] \cdot G_m^2 \\ &= \frac{1}{[\Delta^{(m4)}]_{G_m \rightarrow \infty}} \cdot \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left[ (2k_m)^2 - (2k_m - 1 - v_1)^2 + 2k_m \frac{a}{b} - v_1(2k_m - 1 - v_1) \right] \cdot G_m^2 \\ &= \frac{1}{[\Delta^{(m4)}]_{G_m \rightarrow \infty}} \cdot \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left[ (4k_m - 1 - v_1) + 2k_m \left(\frac{a}{b} + v_1\right) \right] \cdot G_m^2 = \frac{(4k_m - 1 - v_1) + 2k_m \left[\frac{a}{b} + v_1\right]}{(1 + v_1) \cdot (4k_m - 1 - v_1)} \\ &= \frac{1}{1 + v_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_m}{4k_m - 1 - v_1} \cdot \left(\frac{a}{b} + v_1\right) \right] \quad \rightarrow p_x^{(m3)} = \frac{1}{1 + v_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_m}{4k_m - 1 - v_1} \cdot \left(\frac{a}{b} + v_1\right) \right] \end{aligned}$$

$$\left( \begin{array}{l} q_y^{(m3)} \text{式は } p_x^{(m3)} \text{式の } (a/b) \text{を} \\ (b/a) \text{に置換すればよい。} \end{array} \right) \quad \rightarrow p_x^{(m3)} = \frac{1}{1 + v_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_m}{4k_m - 1 - v_1} \cdot \left(\frac{b}{a} + v_1\right) \right]$$

(b)<sup>(m)</sup> 解析 続き

$$[p_y^{(m3)}] = \frac{G_m}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)}} \left[ -(2k_m - 1) \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} G_m \right) + \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} \right) [(\nu_2) + (2k_m - 1 - \nu_1)G_m] \right]$$

$$\begin{aligned} [p_y^{(m3)}] &= \left[ p_y^{(m4)} \right]_{G_m \rightarrow \infty} = \frac{1}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)} \Big|_{G_m \rightarrow \infty}} \cdot \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left\{ G_m \left[ -(2k_m - 1) \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} G_m \right) + \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} \right) [(\nu_2) + (2k_m - 1 - \nu_1)G_m] \right] \right\} \\ &\doteq \frac{1}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)} \Big|_{G_m \rightarrow \infty}} \cdot \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left[ -(2k_m - 1) \left( 2k_m \frac{a}{b} \right) + \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} \right) (2k_m - 1 - \nu_1) \right] G_m^2 \\ &\doteq \frac{1}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)} \Big|_{G_m \rightarrow \infty}} \cdot \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left( \left[ -(2k_m - 1 - \nu_1) \left( 2k_m \frac{a}{b} \right) - \nu_1 \left( 2k_m \frac{a}{b} \right) + \left( 1 + 2k_m \frac{a}{b} \right) (2k_m - 1 - \nu_1) \right] G_m^2 \right) \\ &\doteq \frac{1}{[\Delta^{(m4)}]_{(1)} \Big|_{G_m \rightarrow \infty}} \cdot \lim_{G_m \rightarrow \infty} \left( \left[ -\nu_1 \left( 2k_m \frac{a}{b} \right) + (2k_m - 1 - \nu_1) \right] G_m^2 \right) = \frac{(4k_m - 1 - \nu_1) + (-2k_m)(1 + \nu_1 a / b)}{(1 + \nu_1) \cdot (4k_m - 1 - \nu_1)} \\ &= \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \frac{\nu_1 a + b}{b} \right) \rightarrow \underline{p_y^{(m3)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \left\{ 1 + \frac{\nu_1 a}{b} \right\} \right)} \end{aligned}$$

$(q_x^{(m3)})$ 式は  $p_y^{(m3)}$ 式の  $(a/b)$  を  $(b/a)$ に置換すればよい。  $\rightarrow \underline{q_x^{(m3)} = \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left[ 1 + \frac{-2k_m}{4k_m - 1 - \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{\nu_1 b}{a} \right) \right]}$

(c)<sup>(m)</sup> 解答

$$\begin{aligned} p_x^{(m3)} &= \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_m}{4k_m - 1 - \nu_1} \cdot \left( \frac{a}{b} + \nu_1 \right) \right] \\ p_y^{(m3)} &= \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left[ 1 + \frac{-2k_m}{(4k_m - 1 - \nu_1)} \cdot \left( 1 + \frac{\nu_1 a}{b} \right) \right] \\ p_y^{(m3)} &= \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left[ 1 + \frac{-2k_m}{4k_m - 1 - \nu_1} \cdot \left( 1 + \frac{\nu_1 b}{a} \right) \right] \\ q_y^{(m3)} &= \frac{1}{1 + \nu_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_m}{4k_m - 1 - \nu_1} \cdot \left( \frac{b}{a} + \nu_1 \right) \right] \end{aligned}$$

(b)<sup>(t)</sup> 続き

$$[p_y^{(t4)}] = \frac{G_t}{[\Delta^{(t4)}]} \left[ -(2k_t - 1) \left( 1 + 2k_t \frac{a}{b} G_t \right) + \left( 1 + 2k_t \frac{a}{b} \right) [(v_2) + (2k_t - 1 - v_1)G_t] \right]$$

$$\begin{aligned} [p_y^{(t3)}] &= \left[ p_y^{(t4)} \right]_{G_i=\infty} = \frac{1}{[\Delta^{(t4)}]_{(1)}_{G_i=\infty}} \cdot \lim_{G_i=\infty} \left\{ G_t \left[ -(2k_t - 1) \left( 1 + 2k_t \frac{a}{b} G_t \right) + \left( 1 + 2k_t \frac{a}{b} \right) [(v_2) + (2k_t - 1 - v_1)G_t] \right] \right\} \\ &\doteq \frac{1}{[\Delta^{(t4)}]_{G_i=\infty}} \cdot \lim_{G_i=\infty} \left[ -(2k_t - 1) \left( 2k_t \frac{a}{b} \right) + \left( 1 + 2k_t \frac{a}{b} \right) (2k_t - 1 - v_1) \right] G_t^2 \\ &\doteq \frac{1}{[\Delta^{(t4)}]_{G_i=\infty}} \cdot \lim_{G_i=\infty} \left[ \left[ -(2k_t - 1 - v_1) \left( 2k_t \frac{a}{b} \right) - v_1 \left( 2k_t \frac{a}{b} \right) + \left( 1 + 2k_t \frac{a}{b} \right) (2k_t - 1 - v_1) \right] G_t^2 \right] \\ &\doteq \frac{1}{[\Delta^{(t4)}]_{G_i=\infty}} \cdot \lim_{G_i=\infty} \left[ \left[ -v_1 \left( 2k_t \frac{a}{b} \right) + (2k_t - 1 - v_1) \right] G_m^2 \right] = \frac{(4k_t - 1 - v_1) + (-2k_t)(1 + v_1 a / b)}{(1 + v_1) \cdot (4k_t - 1 - v_1)} \\ &= \frac{1}{1 + v_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_t}{(4k_t - 1 - v_1)} \cdot \frac{v_1 a + b}{b} \right) \rightarrow \underline{p_y^{(t3)} = \frac{1}{1 + v_1} \cdot \left( 1 + \frac{-2k_t}{(4k_t - 1 - v_1)} \cdot \left\{ 1 + \frac{v_1 a}{b} \right\} \right)} \end{aligned}$$

( $q_x^{(t3)}$ 式は  $p_y^{(t3)}$ 式の  $(a/b)$  を  
( $b/a$ )に置換すればよい.)  $\rightarrow \underline{q_x^{(t3)} = \frac{1}{1 + v_1} \cdot \left[ 1 + \frac{-2k_t}{4k_t - 1 - v_1} \cdot \left( 1 + \frac{v_1 b}{a} \right) \right]}$

(c)<sup>(0)</sup> 解答

$$\begin{aligned} p_x^{(t3)} &= \frac{1}{1 + v_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_t}{4k_t - 1 - v_1} \cdot \left( \frac{a}{b} + v_1 \right) \right] \\ p_y^{(t3)} &= \frac{1}{1 + v_1} \cdot \left[ 1 + \frac{-2k_t}{(4k_t - 1 - v_1)} \cdot \left( 1 + \frac{v_1 a}{b} \right) \right] \\ p_y^{(t3)} &= \frac{1}{1 + v_1} \cdot \left[ 1 + \frac{-2k_t}{4k_t - 1 - v_1} \cdot \left( 1 + \frac{v_1 b}{a} \right) \right] \\ q_y^{(t3)} &= \frac{1}{1 + v_1} \cdot \left[ 1 + \frac{+2k_t}{4k_t - 1 - v_1} \cdot \left( \frac{b}{a} + v_1 \right) \right] \end{aligned}$$

[参考文献]

参考文献

技術専門書 ， 学術論文等 … *p.* 93

研究資料例示（1954～1985）

新製品開発等の関連グループの共同資料の例 … *p.* 94 , 95

研究資料例示（1985～2015）

関連研究グループの共同発表論文等の例 … *p.* 96 , 97

## 参 考 文 献

- (1) N. Savin , W. Johnson : Stress Concentration around Holes ,  
Pergamon Press (1961)
- ( 2 ) M. Hetenyi : Beams on Elastic Foundation ,  
The University of Michigan Press (1971 )
- ( 3 ) Stephen P. Timochenko , S. Woinowsky-Krieger : Theory of Plates and Shells ,  
( 2<sup>nd</sup> printing) , McGraw-Hill Book Company ( 1959 ) ,
- ( 4 ) J. P. Den Hartog : Advanced Strength of Materials ,  
McGraw-Hill Book Company ( 1952 )
- (5) N. I. Muskhelishvili , J. R. M. Radok : Some Basic Problems of  
The Mathematical Theory of Elasticity,  
Noordhoff International Publishing (1977)
- (6) 高木貞治 : 解析概論 (改訂第 3 編) , 岩波書店 (1961)
- (7) 森口繁一 : 二次元弾性論 , 岩波書店(1957)
- (8) 倉西正嗣 : 弾性学 , 日本機械学会 (1948)
- (9) 川井忠彦, 吉村信利 : 平板の影響関数とその工学的応用に関する研究,  
造船学会論文集 117 (1965) 164-177
- (10) 大久保肇 : 応用弾性学 , 朝倉書店 (1969)
- (11) 山本善之, 堀 幸夫 固体力学Ⅱ, 岩波講座 - 基礎工学(1969)
- (12) 小林繁夫, 近藤恭平 : 弾性力学 , 培風館 (1987)

**(1956 ～ 1985 ) 研究資料例示 (順不同) - 1/2**

- (1) K . Masubuchi , T. Yada : Some Problems of Elastic Dislocation and their Application on Residual Welding Stresses , Int. Congress for Applied Mechanics (1958)**
- (2) 矢田敏夫, 小杉貞夫 : ガス切断による収縮 , 石川島技報 Vol.15 , No.1 (1958)**
- (3) 前田豊生, 矢田敏夫, 中村宇八郎, 谷山斉彬 : 有限矩形炭素鋼板点過熱による収縮 , I H I 技報, Vol. 1, No.3 (1961)**
- (4) 秋田好雄, 矢田敏夫 : 大型脆性破壊試験法の開発 (No.1), I H I 技報, Vol.4 , No. 20 , (1961)**
- (4) 矢田敏夫, 谷山斉彬, 中村宇八郎, 山岡 昭 : 鋼材の溶接残留応力の常温における経時変化, I H I 技報, Vol. 2, No.8 (1962)**
- (6) H. Kihara , Y. Akita , K. Ikeda , T. Yada : Recent Studies on Brittle Fracture Initiation in Japan Using Large Size Specimens , Annual Meeting of International Institute of Welding ( July , 1964)**
- (7) 秋田好雄, 矢田敏夫, 柳沢一郎 : コンポジットセグメント製低温液体ガス貯蔵用地下タンクに関する基礎的研究 : 日本土木学会論文集 第 157 号 (1968-9)**
- (8) 矢田敏夫 : 材質と板厚不連続部を持つ平板の応力集中の計算 (面内変形の場合), 日本造船学会論文集, 第 125 号 (1968) (面外変形の場合), 日本造船学会論文集, 第 126 号 (1969)**
- (9) T. Yada : On Brittle Fracture Initiation Characteristics to Welded Structures, Soc. Naval Architect of Japan (Selected paper) Vol.2 (1969)**
- (10) 前田豊生, 矢田敏夫, 富所 栄, 中村宇八郎, 神近亮一 : 溶接実験における電算化システムの研究, I H I 技報 Vol. 13 , No.6 (1973)**
- (11) 矢田敏夫, 酒井啓一, 飯野 暢 : 鋼構造物に発生する脆性破壊の研究 : I H I 技報, Vol. 11 , No. 4 (1971)**

( 1956 ~ 1985 ) 研究資料例示 ( 順不同 ) - 2/2

- (12) 矢田敏夫, 酒井啓一, 飯野 暢, 阪野賢治 : 引張りと曲げ疲労を受ける部材の安全性評価に関する一考察, 日本造船学会論文集, 第 135 号 (1974)
- (13) 神近亮一, 矢田敏夫 : 有限要素法による非定常熱弾塑性解析および溶接への適用例. I H I 技報, vol.14, No. 6 (1974)
- (14) 矢田敏夫, 中村宇八郎, 福沢光男 : エレクトロガスおよびエレクトロスラグ溶接の熱変形対策, I H I Engineering Review, Vol. 8 , No. 1 (1975)
- (15) 矢田敏夫, 山岡 昭 : I B 型自動溶接線ならい装置, 溶接技術. N o .11 (1975) ; 日本特許 No.1,037,199 (1981), United State Patent No. 3,5696,048 (1975)
- (16) T. Yada : Fracture Mechanics – Theory and Application , Univ. of Sao-Paulo(大学院課程講義テキスト, JICA 派遣 客員講師), (1977)
- (17) 佐藤邦彦, 矢田敏夫, 神近亮一 : 片面溶接における変形と割れに関する研究, I H I 技報 Vol.17 , No. 3 (1977)
- (18) 菊島 信, 中村宇八郎, 福沢光男, 矢田敏夫 : 高周波抵抗溶接における溶接条件の定量的解析 , I H I 技報 Vol. 18 , No.5 (1978)
- (19) 矢田敏夫, 中村宇八郎, 冨所 栄, 福沢 光男 : ステンレス鋼の水中プラズマアーク切断法の研究, I H I 技報, Vol. 20 , No. 6 (1980)
- (20) 三輪滋雄, 冨所 栄 , 中村宇八郎, 間島是一 , 矢田敏夫, 鈴木忍 , 中崎長三郎, 市橋義徳 , 伊丹宏治, 高橋三郎, 林 清純 : JMTR 内圧クリープ照射試験装置の水中プラズマ切断法に関する研究, 動力炉技報 No. 35 (1980)
- (21) 浅井寿太郎, 矢田敏夫, 中村宇八郎, 冨所 栄, 福沢光男 : NC 多層溶接装置の 開発, I H I 技報, Vol. 24 , No.2 (1984)
- (22) T. yada , U. Nakamura , S. Tomidokoro , M. Fukuzawa , J. Asai : Development of a Multi-pass Arc Welding Robot for Joining Heavy Plate , Welding Journal (Feb. 1985)

(1986 ~ 2000) - 研究資料例示 (順不同) - 1/2

- [1] 岡崎正和, 武藤睦治, 矢田敏夫, 山口友大 ; 異種金属電子ビーム溶接継手のクリープ・疲労破壊特性, 材料(日本材料学会誌) Vol.36, No.410 (1987-11)
- [2] 栗田正則, 小野伸幸, 井原郁夫, 矢田敏夫 : ガウス曲線法による炭化ケイ素の X 線応力測定, 材料(日本材料学会誌), Vol.37, No. 423 (1988-12)
- [3] 矢田敏夫, 古口日出男, 本澤豊茂, 賀屋俊典, 宮川松男 : セラミックスと金属の接続部の信頼性評価, 日本機械学会論文集, A編, 54 巻,508 号, (1988-12)
- [4] M. Oksazaki , T. Yada , T. Endoh : Surface Small Crack in Low-cycle Fatigue at Elevated Temperature and Application Limitation of Macroscopic Crack Growth Law , Nuclear Engineering & Design , No.111 (1989)
- [5] 大谷幸広, 古口日出男, 矢田敏夫 : 初期面外変形を持つ平板が引張り荷重を受けるときの非線形応力解析, 日本機械学会論文集, 55 巻 520 号(1989-12)
- [6] 小金宏喜, 古口日出男, 矢田敏夫 : 内部発熱源を持つ定常熱伝導問題の境界要素法逆解析の精度向上法に関する一考察, 日本機械学会シンポジウム講演論文集 (1988-7)
- [7] 于 金圭, 岡崎正和, 矢田敏夫 : 大脚長溶接継手の疲労強度評価の研究(不溶着部および止端部の応力拡大係数の近似計算式), 日本機械学会講演論文集 (1987-3)
- [8] 森 宏之, 本澤豊重, 古口日出男, 矢田敏夫 : セラミックスと金属の接合部の信頼性評価(有限要素法による弾塑性応力解析), 日本機械学会講演論文集 (1987-3)
- [9] T. Tomishima, T. Yada : Study on an Identification Method of Residual Stresses by Inverse Analysis , International Journal of Pressure Vessel and Piping ,No.44 (Jan. 1991)
- [10] 李 銀性, 矢田敏夫 , 小林 勝 : 境界要素解析の精度向上に関する研究 , 塑性と加工(日本塑性加工学会誌) (1990-1)

(1986 ~ 2000) - 研究資料例示 (順不同) - 2/2

- [11] 富島俊彦, 矢田敏夫 : 弾性体の内部応力推定に対する逆問題解析手法の一応用, 日本機械学会論文集, 56 巻 529 号 (1990-9)
- [12] . Y, Ohtani , Koguchi, T. yada : Non-linear Analysis of Strain Concentration Ocurring at Welded Joint with Initial Distortion in a Spherical Pressure Vessel , Int. Journal of Pressure Vessels and Piping , 45 (1991)
- [13] 李 銀性, 古口日出男, 矢田敏夫 : セラミックスー金属接合体の応力集中緩和法, 日本機械学会論文集, 58 巻 552 号(1992-8)
- [14] Yin-Sheng Li , H. Koguchi, T. Yada : Some Improvements of Accurarcy and Efficiency in Three Dimensional Direct Boundary Element Method , International Journal for Numerical Methods in Engineering , Vol. 33 ,1992
- [15] 佐藤豊一, 武藤睦治, 矢田敏夫, 鷹野, 角田 : 高温フレットィング疲労特性に及ぼす接触面圧の影響 ; 材料(日本材料学会誌) 第 42 巻 472 号 (Jan. 1993)
- [16] 井上忠信, 古口日出男, 矢田敏夫, : 表面力を受ける異材接合体の接合端部近傍における応力および変位場の解析, 日本機会学会論文集, 59 巻 564 号 (1993-8)
- [17] 井上忠信, 古口日出男, 矢田敏夫 : 表面に垂直な力が作用する 3 相異材接合体の接合端部近傍の特異応力強さの分布, 日本機械学会論文集 (A) 59 巻 567 号 (1993-10)
- [18] H. Koguchi, T. Inoue , T. Yada : Stress Singularity in Three-Phase Bonded Structure , Transactions of the ASME , Journal of Applied Mechanics , Vol. 63 (June,1996)
- [19] 矢田敏夫, 益子淳也, 井上忠信 : 平板内の楕円形開孔部に寸法および材質の異なる楕円板を接合するとき生ずる内部応力の推定, 日本機会学会論文集, 63 巻 610 号 (1997-6)

---

著者略歴

矢田 敏夫

工学博士，長岡技術科学大学名誉教授

(株)IHI（旧・石川島播磨重工業株式会社）（1956 - 1985）研究部部长，技師長

長岡技術科学大学（1985 - 1994）教授，副学長

千葉工業大学（1994 - 2002）教授

---

負荷に対して共通表示方式の弾性計算式

(plate-9)編

境界発生内力計算式の特性

---

2018年11月20日 初版発行©

著者 矢田 敏夫

発行者 和田 安弘

発行所 GIGAKU Press

(長岡技術科学大学出版会)

〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1603-1

長岡技術科学大学内

電話 0258-47-9266

[gakujutu@jcom.nagaokaut.ac.jp](mailto:gakujutu@jcom.nagaokaut.ac.jp)

---

Printed in Japan

ISBN978-4-907996-37-6