

2次共振モードを持つ産業用ロボットの
外乱トルク伝達項を考慮した振動抑制制御法

矢吹 明紀

2021年6月

目次

第 1 章 序論	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究動機	4
1.3 研究目的	7
1.4 まとめ	8
1.5 論文の概要	9
第 2 章 産業用ロボットの減速機モデル	13
2.1 はじめに	13
2.2 従来の多慣性系モデル	14
2.3 減速機におけるねじれ剛性の解析	25
2.4 従来の 3 慣性系モデルと外乱トルク伝達項を考慮した新しい 3 慣性モデル	27
2.5 提案する 3 慣性系モデルの可制御性	44
2.6 まとめ	47
第 3 章 産業用ロボットの減速機における 3 慣性系の状態フィードバック制御	49
3.1 はじめに	49
3.2 3 慣性系の力制御における状態フィードバック制御	51
3.3 提案する 3 慣性系モデルに対する速度制御における状態フィードバック制御	78
3.4 まとめ	88

第 4 章	共振抑圧外乱オブザーバを用いたロボットサーボシステムのための振動抑制制御	89
4.1	はじめに	89
4.2	3 慣性系に対する 2 慣性系モデルに基づく速度制御系の制振性能	90
4.3	共振抑制電流制御系によるダンピング制御	103
4.4	共振抑圧電流制御系を用いた 3 慣性系の制振制御	118
4.5	3 慣性系に対する外乱抑圧性能	129
4.6	まとめ	133
第 5 章	結論	135
5.1	本論文による成果	135
5.2	今後の課題	137
付録 A	限定極配置法を用いた D-PD 位置制御系の設計	141

第 1 章

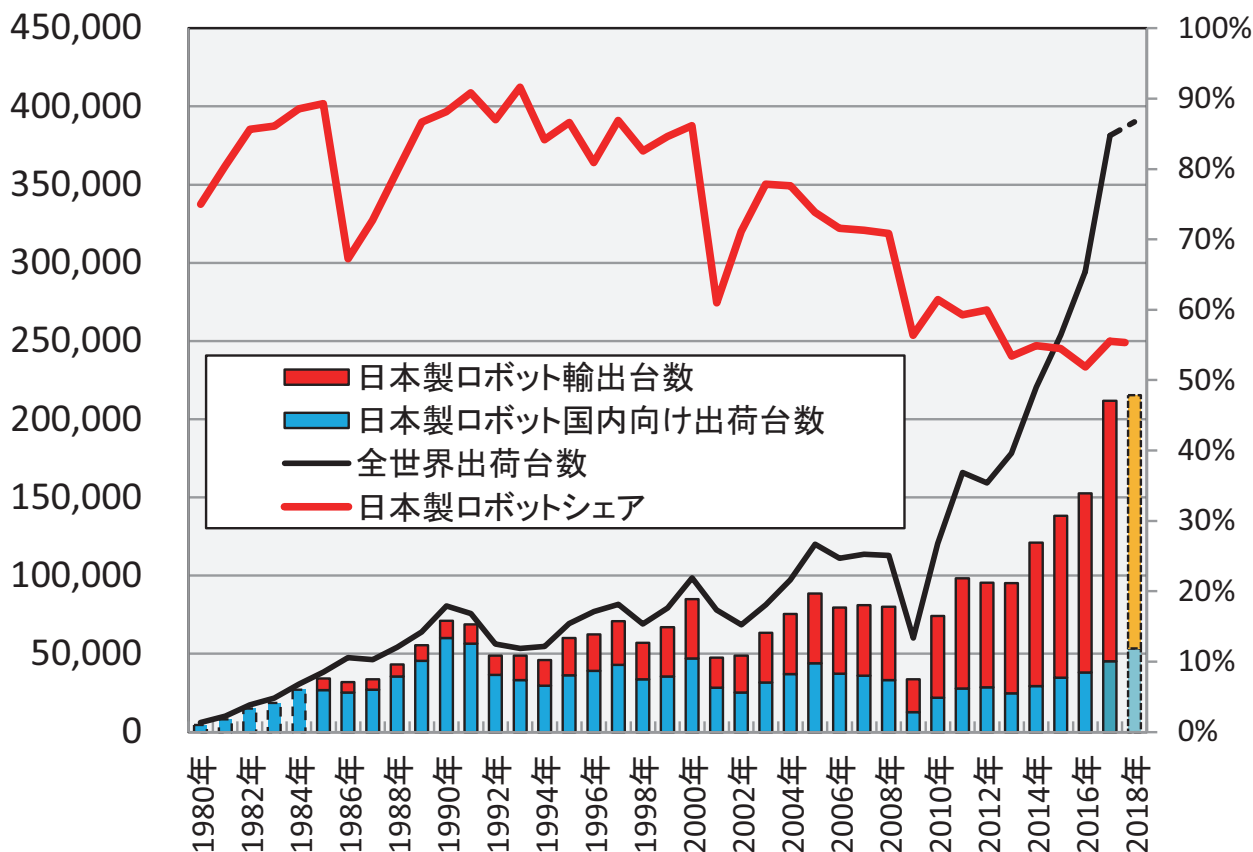
序論

1.1 研究背景

ものづくりの現場において、製造ラインの生産性の向上に産業用ロボットは重要な役割を担っており、自動車産業や電気・電子産業などの産業分野において、作業者の代わりを担う労働力や品質向上、ニーズの拡大を背景とし導入 [1-3] が進んできている。労働力としては少子高齢化が進む現代において、生産年齢人口の減少および人手不足が問題とされており、ロボットの導入による自動化は急務となっている [2,4]。加えて、国内の作業者の代わりを担う労働力の役割を担う産業用ロボットは、国内だけでなく新興国の賃金上昇や品質向上ニーズ拡大などを背景とし [5]、世界において販売台数は増加してきている。図 1.1 に世界の産業用ロボットの年間出荷台数の推移を示す。図 1.1 に示すように 2012 年から 2017 年の 5 年間に 2 倍に増加 [4,6,7] しているが、1990 年頃と比べ現在の日本製ロボットの販売台数のシェアは低下する傾向が見られる。これは世界のロボットの出荷台数の内、6 割は日本メーカー製となっており、国内より世界へ向けた輸出量が増加しているためである。

また、図 1.2 に世界の産業用ロボットの 2012 年と 2017 年における導入台数と 2017 年における世界の産業用ロボットの導入密度を示す。図 1.2 に示すように日本での導入台数は 2012 年では世界 1 位であり、2017 年には導入台数は増加してきているが世界 2 位となっており、導入密度においては世界 4 位となっている。これより国内における導入台数の増加に対し、世界

世界の産業用ロボット年間出荷台数の推移



(出典) International Federation of Robotics, World Robotics 2018

図 1.1: 世界の産業用ロボットの年間出荷台数

文献7：ロボットによる社会変革推進会議：「ロボットを取り巻く環境変換を今後の施策の方向性-ロボットによる社会変革推進計画-」より引用

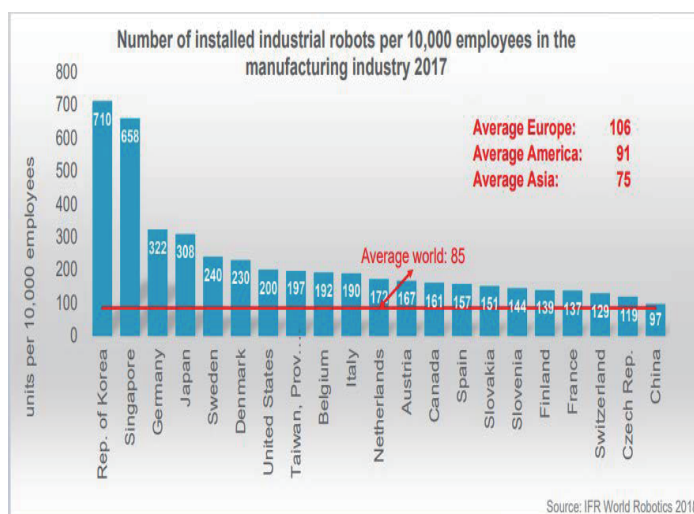
における導入台数が著しく増加してきていることが確認される。したがって、図 1.1 および図 1.2 に示す産業用ロボットの世界における年間出荷台数の推移と導入率より、産業用ロボットの活躍の場は日本国内から世界に変化してきていることがわかる。

活躍する場を国内から世界へ広げる産業用ロボットが導入される分野において、図 1.3 に産業別における世界の産業用ロボット推定販売台数を示す。図 1.3 に示すように従来では自動車産業がロボットの最大の導入先とされていたが、近年では電機・エレクトロニクス産業におい

世界の産業用ロボットの導入台数

	2012年	2017年	伸び率
日本	28,680 (1位)	45,566 (2位)	+58.9%
北米	26,269 (2位)	43,529 (3位)	+65.7%
中国	22,987 (3位)	137,920 (1位)	+500.0%
韓国	19,424 (4位)	39,732 (4位)	+104.6%
ドイツ	17,528 (5位)	21,404 (5位)	+22.1%
合計	159,346	381,335	+139.3%

世界の産業用ロボットの導入密度（従業員10,000人当たり）



(出典) International Federation of Robotics, World Robotics 2013, World Robotics 2018

図 1.2: 世界の産業用ロボットの導入率

文献7：ロボットによる社会変革推進会議：「ロボットを取り巻く環境変換を今後の施策の方向性-ロボットによる社会変革推進計画-」より引用

でも導入が増加している [6,7]。これにより、世界的に活躍する場を拡張する産業用ロボットは分野の方面においても活躍する場面の拡張が確認される。

加えて、大規模な製造ラインに組み込む専用仕様とされていた産業用ロボットは、食品・医薬品・化粧品の三品産業への導入が進んでいる [2,4,8,9]。三品産業などを含める多種多様なプロセスの多い分野において、高い衛生性が求められるため産業用ロボットを用いる利点が挙げられる。また、高い衛生性という面においては2019年12月末に確認された新型コロナウイルス (coronavirus disease 2019:COVID-19) の影響により自動化技術や無人化技術が注目され、医療分野や食品分野において導入への取り組みに期待が寄せられてきている [10]。これらの背景より、従来の自動車産業や電気・電子産業だけでなく、医療や食品などの様々分野にて導入が進められている産業用ロボットは、日本国内だけでなく世界各国にて、作業者の代わりを担う労働力として期待されている。

世界の産業用ロボット推定販売台数（産業別）

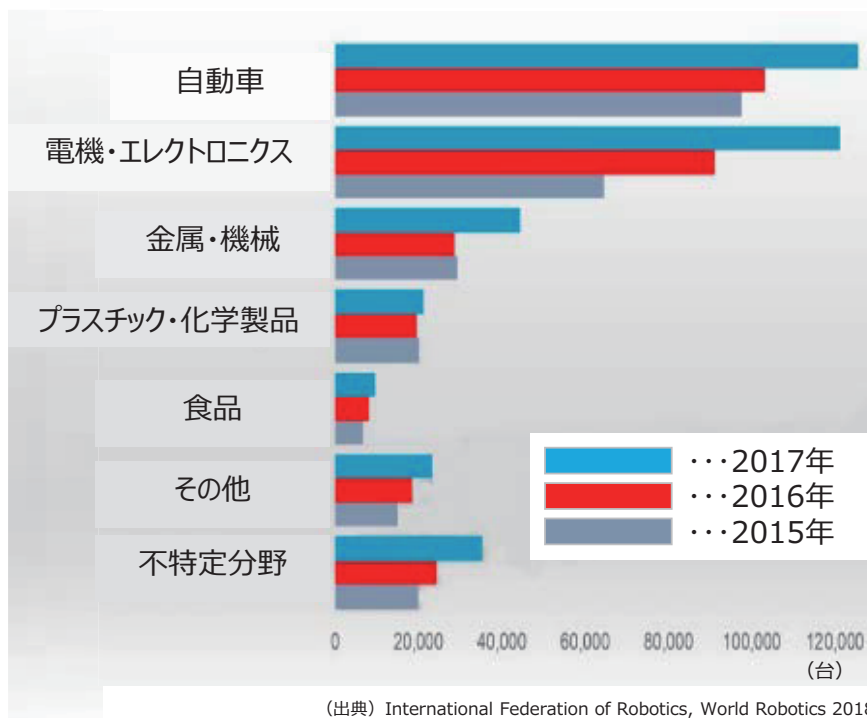


図 1.3: 世界の産業用ロボット推定販売台数 (産業別)

文献7：ロボットによる社会変革推進会議：「ロボットを取り巻く環境変換を今後の施策の方向性-ロボットによる社会変革推進計画-」より引用

1.2 研究動機

作業者の代わりに担う労働力として期待される産業用ロボットには、製造ラインの生産性・品質向上のために高速・高精度な動作の実現が求められる。高速・高精度な動作を実現するためには関節軸に用いられる減速機における軸ねじれを考慮したサーボシステムが必要となり、この軸ねじれによる振動を抑圧する必要がある。軸ねじれによる振動を抑圧するには、軸ねじれを考慮したプラントシステムのモデル化が重要となり、減速機における軸ねじれを考慮したプラントシステムは2慣性系としてモデル化される [11-14]。この2慣性系としてモデル化された関節軸に対し、精密機器の組み立てを想定した精密位置決めのための振動抑制制御 [15,16] や運搬や溶接など定められた軌跡を正確に追従するための振動抑制 [17,18] などの検討がされ、

関節軸における軸ねじれを考慮した制御系が提案されている。加えて、関節軸における軸ねじれを模擬した2慣性系モデルに対する制振制御に関する提案がされており [19–22]、軸ねじれによる共振モードに対する振動抑制は重要な課題となっている。

自動車産業などにおける産業用ロボットのサーボシステムには位置決めや軌跡追従性に加えて、産業用ロボットの用途拡大のために接触対象からの反力応答を制御する力制御が必要となってくる。従来の用途である溶接や運搬などに加えて、メガネフレームの研磨 [4] や検査工程・組み立て [8] においては、接触対象である環境との接触力である環境反力を規定値となるように制御する力制御系 [23, 24] が必要となる。位置制御時と異なり力制御においては、関節軸におけるねじれ剛性に加えて環境剛性を考慮する必要がある。そのため、2慣性系モデルの負荷側に負荷側位置応答に対する環境剛性による負荷反力が外乱トルクとして作用するプラントシステムに対する振動抑制や安定解析 [25–30] が提案されている。このように産業用ロボットを用いた製造ラインの生産性・品質向上のためには、産業用ロボットの動作条件や用途に応じた関節軸の共振周波数に対する振動抑制を実現する制御系が必要となる。

産業用ロボットの動作条件による関節軸における共振周波数の一例を示す。実際の産業用ロボットを図 1.4 に示し、図 1.4 に示す姿勢における旋回軸の周波数特性を図 1.5 と図 1.6 に示す。図 1.5 にはロボットの先端に負荷を取り付けていない場合の周波数特性を示す。なお、周波数特性はモータトルク指令入力に対するモータ側速度応答までの特性を示す。

図 1.5 において、30 Hz 程にてゲイン特性のピークが存在し、位相特性において位相が -90 deg.シフトしていることが確認される。これが共振周波数の特徴であり、従来の産業用ロボットの関節軸における軸ねじれによる共振モードとされ、2慣性系としてモデル化される。

しかしながら、ロボットの先端に負荷を取り付けた場合、図 1.5 は大きく変化する。図 1.6 に先端負荷を取り付けた場合の旋回軸の周波数特性を示す。図 1.5 と比べ、図 1.6 においては共振モードは二つ存在することがゲイン特性および位相特性より確認される。加えて、図 1.6 に示す周波数特性では、2次共振モードの振動ピークが高い特性となっている。そのため、省エネルギー化の観点より軽量化が進み、より高速化が進む際に従来の共振モード（1次共振モード）のみを考慮した2慣性系モデルでは、振動抑制は不十分となるもしくは制御系の帯域

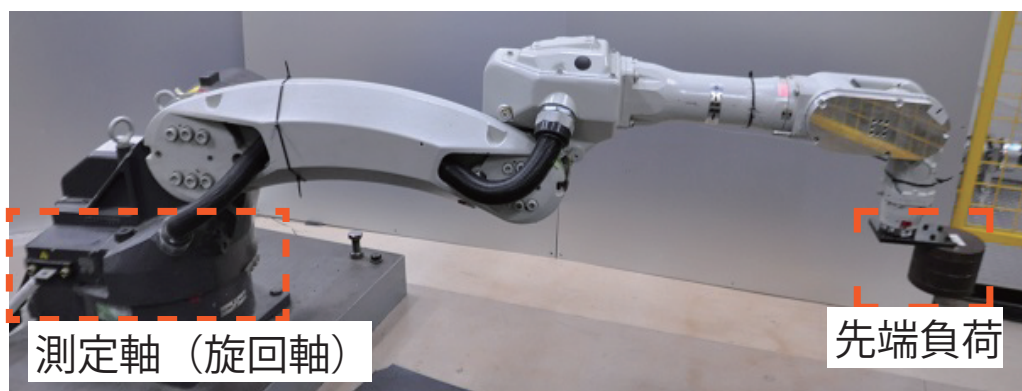


図 1.4: 産業用ロボットの伸ばした伸長姿勢

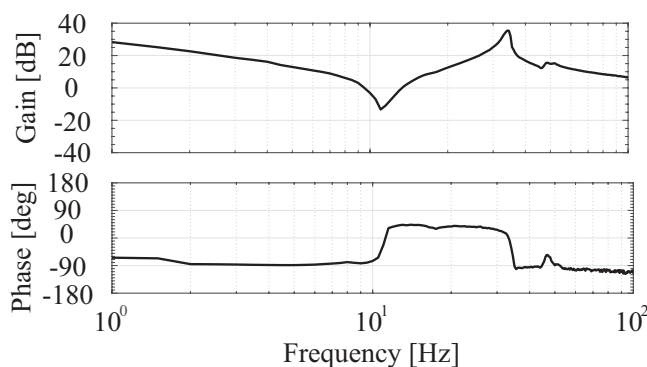


図 1.5: 図 1.4 の姿勢における先端負荷
無しの時の周波数特性

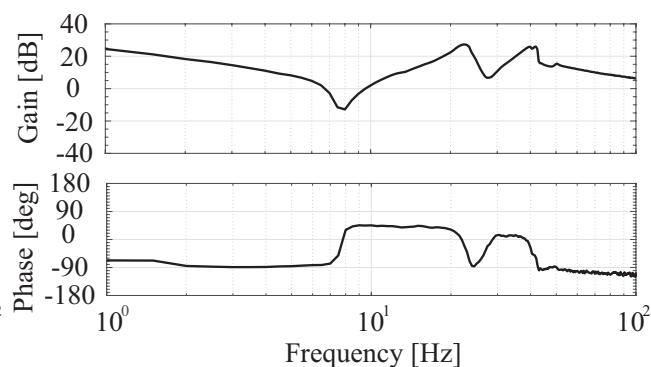


図 1.6: 図 1.4 の姿勢における先端負荷
有りの時の周波数特性

を下げざるを得なくなる。

問題となる 2 次共振モードは、産業用ロボットに用いられる減速機である遊星歯車装置および波動歯車装置において複数確認されているねじれ剛性 [31,32] によるものであり、従来において顕著とされていた 1 次共振モードに加えて、先端負荷の増加といった動作条件により 2 次共振モードの影響が顕著になったものと考えられる。そのため、導入される分野の拡張に伴い、産業用ロボットの軽量化と高速化が進み、1 次共振モードに加えて 2 次共振モードの克服が産業用ロボットの制御性能の向上に必須項目となってきている。特に用途拡大による外乱トルクに対する 2 次共振モードの振動は新しい課題となっている。

1.3 研究目的

2次共振モードに対する振動抑制を実現するため、プラントシステムは3慣性系としてモデル化され、モデル化された3慣性系に基づく制御系が設計される。従来用いられる3慣性は軸ねじれの位置や外乱トルクについて明確なシステムを対象としており、モデル化が容易であった。これに対して産業用ロボットの関節軸の減速機の場合、複数存在する軸ねじれによる2次共振モードを持つ際は従来の3慣性モデルとして扱われるが、軸ねじれ位置および外乱トルク入力に対する特性などの解析が不十分であった。

2次共振モードをもつ際の振動抑制を実現するにおいて、位置・速度制御などにおける振動抑制の場合、モータトルク指令に対する目標値応答における周波数特性に基づくモデルが重要視される。しかしながら、位置・速度制御における外乱抑圧特性の評価においては外乱トルクに対する特性が重要となり、加えて産業用ロボットの用途拡大の担う力制御において、位置・速度制御における外乱トルクは、接触対象となる環境からの反力として扱われ、この環境反力における振動抑制を実現する必要がある。そのため、外乱トルク入力に対する特性などの解析が十分に解析されていない場合、位置・速度制御時における外乱抑圧特性が不十分となり、加えて力制御においては環境反力に対する高速化の実現が難しくなる。そのため、2次共振モードを有するシステムに対し広帯域かつ振動抑制を実現するには目標値応答と外乱トルク応答の両方に対するモデル化および2次共振モードを考慮した制御系を構築する必要がある。

本論文では、2次共振モードをもつ産業用ロボットの関節軸に対し、軸ねじれ位置について減速機の構造、モータトルクおよび外乱トルクの伝達特性についてより解析を行い、ハンマー試験を用いた物理的な解析により制御モデルを構築する。従来の3慣性モデルではねじれ剛性は直列接続されたモデルとされていたため、モデルに対する各トルクの伝搬経路はそれぞれ1つであった。しかしながら減速機の構造では、モータとの接続する入力ギアとアームとの接続する中継ギアの間にて従来の支配的なねじれ剛性が存在し、ロボットの姿勢や動作条件により、アームと中継ギア間での新たなねじれ剛性の影響が顕著となることが構造解析より確認される。これにより、従来の3慣性系としてモデル化された減速機においてモータトルクの伝搬

経路は1つであるのに対し、外乱トルクの伝搬経路はアームから直接中継ギアに伝達する経路とねじれ剛性を介して伝達する経路の2つが存在することが確認される。したがって、従来の3慣性モデルでは外乱トルク入力において二つの共振周波数をもつみの特性に対し、減速機における3慣性モデルでは外乱トルク入力において2つの伝搬経路をもつため、二つの共振周波数に加えて反共振周波数をもつ特性となる。この反共振周波数は、ハンマー試験による外乱トルク特性の解析結果より反共振周波数の存在が確認され、従来の3慣性モデルでは存在しない、新しい外乱トルク伝達項の存在が実機実験により立証された。新しい外乱トルク伝達項を考慮した提案する3慣性モデルにより、サーボ剛性が低い力制御とサーボ剛性が高い速度制御の両方に対する振動抑制制御系を広帯域に実現する。加えて、従来の産業用ロボットの1次共振モードだけの制振制御系を用いた際の2次共振モードに対する抑圧を実現する共振抑圧外乱オブザーバを用いた新しい電流制御を提案する。提案する3慣性モデルおよび振動抑制手法を用いることにより、2次共振モードをもつ産業用ロボットの高性能化を実現する。

1.4 まとめ

本章では、ものづくりの現場において重要視される産業用ロボットの年間出荷台数の推移や世界のロボットの台数における日本製の割合や導入密度などにより、産業用ロボットの活躍の場が日本国内から世界各国へ広がっていることを示した。加えて、世界各国へ活躍の場を広げる産業用ロボットの導入の分野が、従来では自動車産業や電機・エレクトロニクス産業が主とされてきていたが、食品・医薬品・化粧品といった三品産業への導入が進められてきていることから、産業用ロボットの重要性が高まっており、コロナ禍における現在において、高い衛生性や非接触性が求められるため、ロボットの導入には関心が集まっていることを示した。

導入される分野の拡張に伴い、産業用ロボットの動作条件も多様化されるため、産業用ロボットの関節軸に用いられる減速機に含まれる複数のねじれ剛性において、ロボットの高速化および軽量化に加えて、動作条件に応じて従来の1次共振モードに加えて2次共振モードの影響が顕著となることを実例を用いて示した。

これにより、作業者の代わりに労働力を担う産業用ロボットを用いる際の生産性および品質を向上するためには、従来の1次共振モードに加えて、2次共振モードを抑圧する必要がある。二つの共振モードを抑圧した応答を実現するためには、産業用ロボットの関節軸におけるモータトルク指令に対する周波数特性に加え、外乱トルクに対する周波数特性の双方に基づく新しい3慣性系モデルが必要となる。そのため、本論文の目的は提案する新しい3慣性系モデルのモデル化および新しい3慣性系モデルに基づく力制御、および位置・速度制御における振動抑制の実現であることを述べた。

これにより、産業用ロボットの関節軸における目標値および外乱トルクに対する周波数特性をそれぞれ解析し、提案する3慣性モデルおよび振動抑制手法を用いることにより、2次共振モードをもつ産業用ロボットの高性能化を実現する。

1.5 論文の概要

本論文の概要を図 1.7 に示す。本論文は5章構成となり、各章の内容は以下の通りである。

1章にて研究背景として産業用ロボットの重要性が高まり、現在のコロナ禍におけるロボットの導入への高い関心が集まっていることを示した。またロボット導入における生産性および品質を向上するためには、高速化・軽量化に伴い従来の1次共振モードに加えて、2次共振モードを抑圧する必要があることを述べた。高速化・軽量化における二つの共振モードを抑圧した応答を実現するためには、産業用ロボットの関節軸におけるモータトルク指令に対する周波数特性に加え、外乱トルクに対する周波数特性の双方に基づく新しい3慣性系モデルが必要となることを述べ、研究目的を示した。

2章にて産業用ロボットの関節軸における減速機の構造と軸ねじれ位置について解析を行い、モータトルクおよび外乱トルクの伝搬経路および外乱トルク入力における反共振周波数をもつ特性を構造解析より示す。この反共振周波数について、ハンマー試験によるインパルス状の外乱トルクの入力時における外乱特性に対する解析より物理的に立証し、外乱トルクの伝搬経路が二つ存在することが実機実験により実証する。この特性は遊星歯車装置および波動歯車装置、

加えて別社製の産業用ロボットにおいて同様に確認し、産業用ロボットの関節軸における共通して発生する現象であることを実証する。そのため新しい負荷トルク伝達項を考慮した3慣性系モデルは、今後軽量化かつ高速化を目指す産業用ロボットの位置・速度制御に加えて接触対象からの負荷反力に対する力制御における振動抑制を実現するのに重要であることを示す。

3章にて新しい3慣性系モデルに基づく産業用ロボットの振動抑制について検討を行う。振動抑制については状態フィードバックを用いることとし、サーボ剛性が低い力制御とサーボ剛性が高い速度制御の両方に対する振動抑制制御系の広帯域化を実現する。特に力制御においては、接触対象である環境に対する環境反力に対する動特性を考慮したモデル化が重要となる。そのため、3慣性系において新しい負荷トルク伝達項を考慮することにより、精密な環境反力を含めたプラントシステムをモデル化でき、モデル化した3慣性系の整合性の検証および振動抑制に対する有効性を実機実験により立証する。

4章では、従来の1次共振モードに着目した2慣性系モデルに基づく制御系を用いた際の2次共振モードによる振動が問題に対し、振動抑制を実現する新しい電流制御系を提案する。2慣性系に基づく制御系を用いた際に対象としていない2次共振モードにより残留振動が発生する問題があるため、2慣性系にて着目していない2次共振モードの振動抑制ループをもつ電圧外乱オブザーバを用いた電流制御系を設計する。これにより、電流制御系にて2次共振モードの抑圧、外側の位置・速度制御系にて1次共振モードの抑圧を実現し、提案する制御系の有用性を実機実験により立証する。

最後に、5章にて2次共振モードを有する産業用ロボットにおいて外乱特性に着目した3慣性系の振動抑制の観点から、本論文での成果および今後の課題について言及する。本論文にて検討・提案した手法を用いることにより、2次共振モードをもつ産業用ロボットに対する振動抑制を実現でき、産業用ロボットの更なる高性能化を図ることが可能になる。

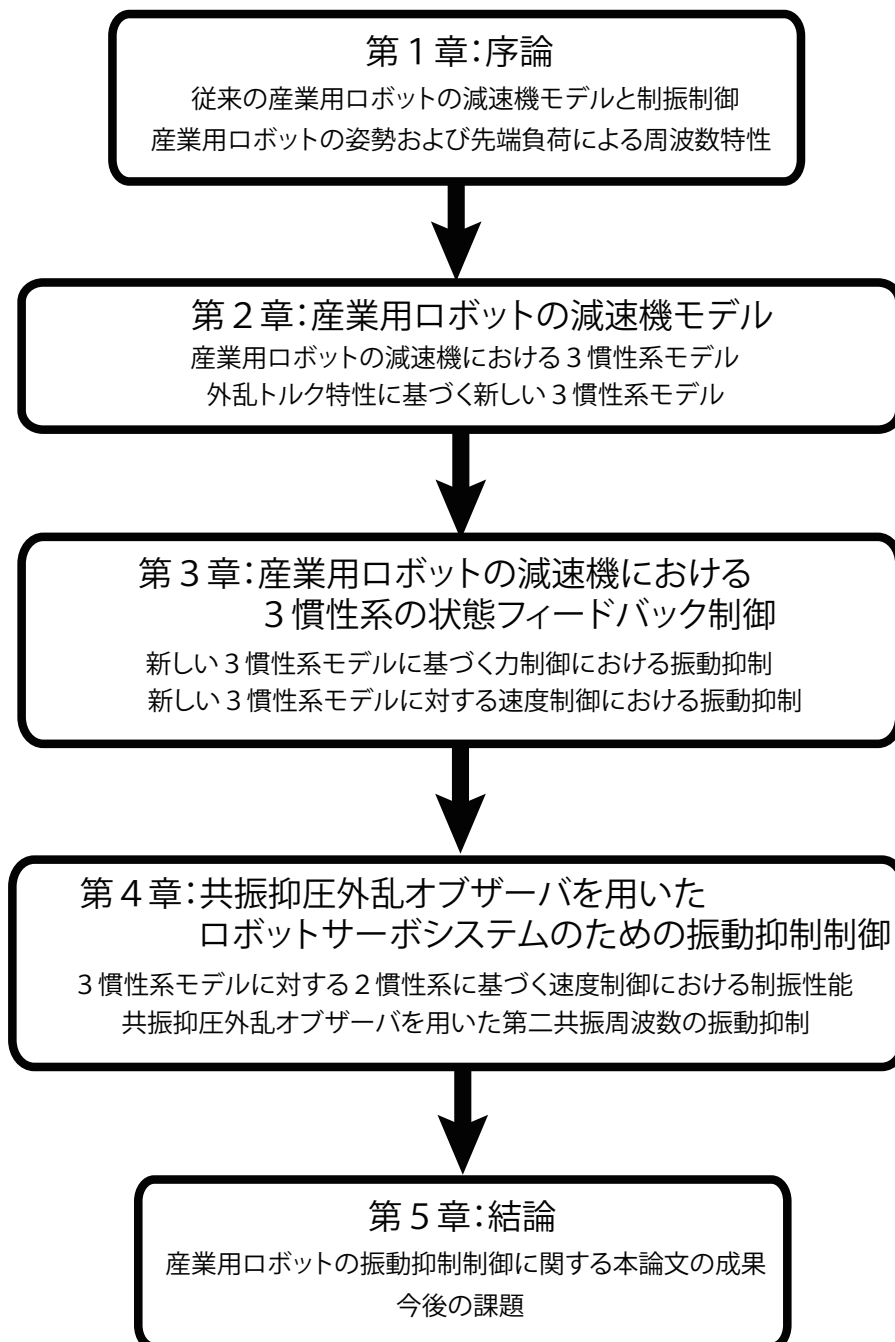


図 1.7: 博士論文の構成

第 2 章

産業用ロボットの減速機モデル

2.1 はじめに

1 章の研究動機および研究目的にて、ロボットの高速化および軽量化に加えて、動作条件に応じて減速機において従来の 1 次共振モードに加えて 2 次共振モードの影響が顕著となる。これにより生産性および品質を向上するためには、1 次共振モードおよび 2 次共振モードの双方を抑圧する必要があることを述べた。二つの共振モードを抑圧した応答を実現するためには、産業用ロボットの関節軸におけるモータトルク指令に対する周波数特性に加え、外乱トルクに対する周波数特性の双方に基づく 3 慣性系モデルが必要となる。第 2 章では、産業用ロボットの関節軸の構成と従来用いられている 3 慣性系モデルらとの比較を行い、関節軸の構成に適した 3 慣性系モデルの選定を行う。

次に産業用ロボットの減速機の構造と軸ねじれ位置について構造解析を行い、解析結果より減速機において外乱トルク入力におけるモータ側速度応答までの伝達関数に反共振周波数をもつ特性であることを示す。この反共振周波数について、ハンマー試験によるインパルス状の外乱トルクの入力時における外乱特性に対する解析より物理的に立証し、外乱トルクの伝搬経路が二つ存在することを実機実験により実証する。これにより新しい負荷トルク伝達項を考慮した 3 慣性系モデルは、今後軽量化かつ高速化を目指す産業用ロボットの位置・速度制御に加えて接触対象からの負荷反力に対する力制御における振動抑制を実現するのに重要であることを

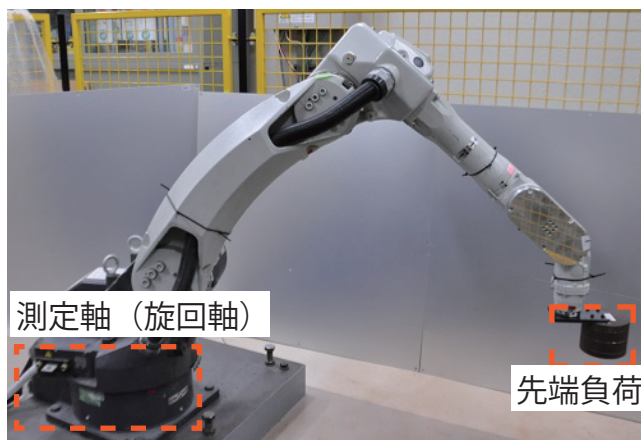


図 2.1: 産業用ロボットの伸長姿勢と測定軸

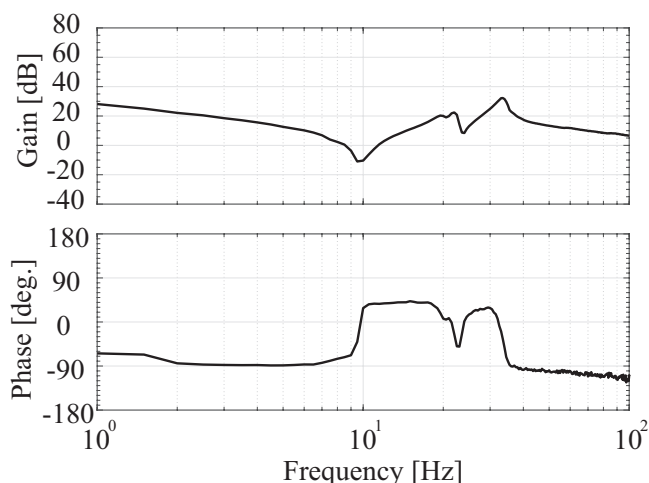


図 2.2: 産業用ロボット関節軸の周波数特性測定結果

示す。

2.2 従来の多慣性系モデル

1次共振モードと2次共振モードの両方を考慮する制御対象は3慣性系としてモデル化される。3慣性系は多慣性系モデル [33–35] におけるねじれ剛性を二つ、慣性体を三つとしたモデルで扱われることが多い。しかしながら、3慣性系は多慣性系モデルから近似したモデルのほかにもいくつかのタイプが用いられている。そのため、産業用ロボットの関節軸において適切な3慣性系のモデル化を行うために、従来用いられている各3慣性系モデルについてロボットの関節軸の構成と比較し、関節軸にて1次共振モードと2次共振モードの両方を考慮した場合の3慣性系モデルについて選定を行う。選定に使用する1次共振モードと2次共振モードを有する産業用ロボットの関節軸を図 2.1 に、その関節軸の周波数特性を図 2.2 に示す。図 2.1 に示す関節軸の構成および図 2.2 に示す周波数特性を用いて関節軸に適した3慣性系モデルの解析とモデリングを行う。

2.2.1 対称形3慣性系モデル

初めに1慣性体に対し二つのばね剛性が並列に接続され、その先にそれぞれ慣性体が接続されたモデルである対称形3慣性系モデル [36] について検証を行う。対称形3慣性系モデルはエレベーターなど、図 2.3 に示すように駆動軸に対し、二つの出力端を有するシステムに対し用いられる。

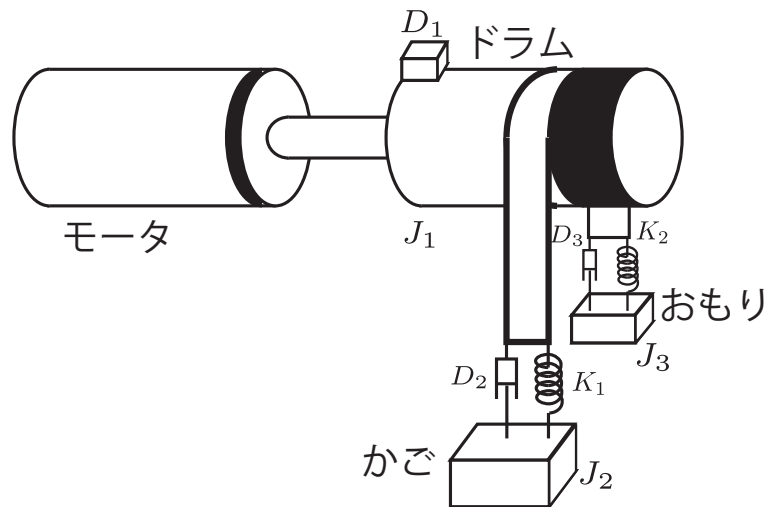


図 2.3: 対称形3慣性系のモデル図

図 2.3 において、駆動側速度応答 ω_1 、負荷側速度応答（かご） ω_2 、負荷側速度応答（おもり） ω_3 、駆動軸とおもり間のねじれトルク τ_{s1} 、駆動軸とはこ間のねじれトルク τ_{s2} 、かごおよびおもりにそれぞれ作用する外乱トルク τ_{dis1} 、 τ_{dis2} の関係式は式 (2.1)～式 (2.5) に示すように表される。

$$\omega_1 = \frac{1}{J_1 s + D_1} (K_t I_{cmd} - \tau_{s1} - \tau_{s2}) \quad (2.1)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{J_2 s + D_2} (\tau_{s1} - \tau_{dis1}) \quad (2.2)$$

$$\omega_3 = \frac{1}{J_3 s + D_3} (\tau_{s2} - \tau_{dis2}) \quad (2.3)$$

$$\tau_1 = \frac{1}{s} K_{s1} (\omega_1 - \omega_2) \quad (2.4)$$

$$\tau_2 = \frac{1}{s} K_{s2} (\omega_1 - \omega_3) \quad (2.5)$$

式 (2.1)～式 (2.5) で表した各状態方程式より対称形 3 慣性系モデルのブロック線図は図 2.4 と
なる。

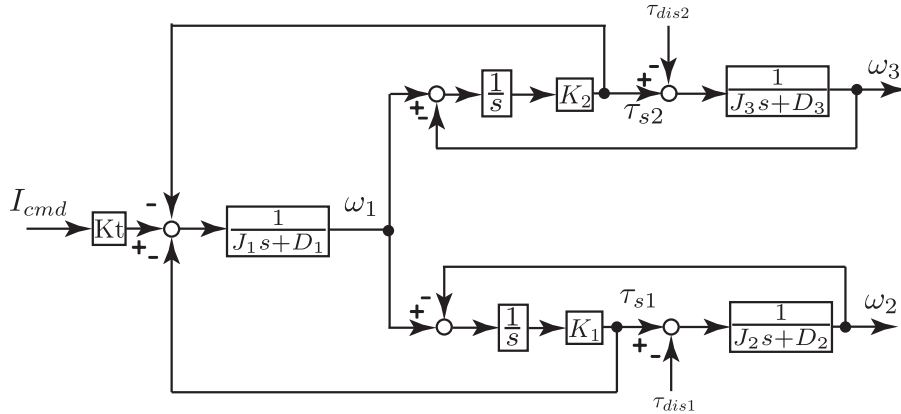


図 2.4: 対称形 3 慣性系のブロック線図

図 2.4 より駆動軸に対し、二つの負荷側は独立した構成となり、それぞれのねじれ反力 τ_{s1} 、 τ_{s2} が駆動軸へ作用する構成となっていることがわかる。また、外乱トルク τ_{dis1} 、 τ_{dis2} はそれぞれの負荷側に作用している。

また図 2.4 に基づき、モータトルク入力 $K_t I_{cmd}$ に対するモータ側速度応答 ω_1 までの伝達関数は式 (2.6) に示すようになる。

$$\frac{\omega_1}{I_{cmd}} = \frac{\frac{K_t}{J_1} (s^2 + \frac{K_1}{J_2}) (s^2 + \frac{K_2}{J_3})}{s^4 + (\frac{K_1}{J_2} + \frac{K_2}{J_3} + \frac{K_1 + K_2}{J_1}) s^2 + (\frac{K_1 K_2}{J_2 J_3} + \frac{K_1 K_2}{J_1} (\frac{1}{J_2} + \frac{1}{J_3}))} \quad (2.6)$$

$$= \frac{\frac{K_t}{J_1} (s^2 + \omega_{a1}^2) (s^2 + \omega_{a2}^2)}{s (s^2 + \omega_{r1}^2) (s^2 + \omega_{r2}^2)} \quad (2.7)$$

なお、3 慣性系のモデル化にて周波数成分に着目するため、式 (2.6) において図 2.4 に示す各粘性摩擦 D_1 、 D_2 、 D_3 はゼロとしている。

式 (2.6) を共振周波数 ω_{r1} 、 ω_{r2} および反共振周波数 ω_{a1} 、 ω_{a2} を用いて表すと式 (2.7) と表すことができる。式 (2.6) と式 (2.7) より、図 2.4 における物理パラメータは式 (2.8)～(2.12) に示

すように求まる。

$$J_1 = J_{all} \frac{1}{R_1^2 R_2^2} \frac{\omega_{a1}^2 \omega_{a2}^2}{\omega_{r1}^2 \omega_{r2}^2} \quad (2.8)$$

$$K_1 = J_1 \left(\frac{\omega_{a1}^2 (\omega_{r1}^2 + \omega_{r2}^2 - \omega_{a1}^2 - \omega_{a2}^2)}{\omega_{a1}^2 - \omega_{a2}^2} - \frac{\omega_{r1}^2 \omega_{r2}^2 - \omega_{a1}^2 \omega_{a2}^2}{\omega_{a1}^2 - \omega_{a2}^2} \right) \quad (2.9)$$

$$K_2 = J_1 \left(-\frac{\omega_{a2}^2 (\omega_{r1}^2 + \omega_{r2}^2 - \omega_{a1}^2 - \omega_{a2}^2)}{\omega_{a1}^2 - \omega_{a2}^2} + \frac{\omega_{r1}^2 \omega_{r2}^2 - \omega_{a1}^2 \omega_{a2}^2}{\omega_{a1}^2 - \omega_{a2}^2} \right) \quad (2.10)$$

$$J_2 = \frac{K_1}{\omega_{a1}^2} \quad (2.11)$$

$$J_3 = \frac{K_2}{\omega_{a2}^2} \quad (2.12)$$

式 (2.8)~(2.12) に示した物理パラメータを図 2.2 に示す測定した周波数特性より導出し、カー

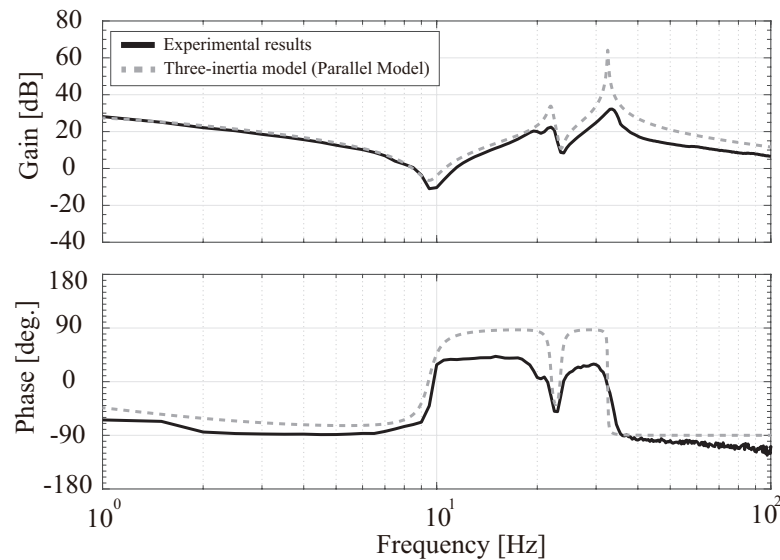


図 2.5: 周波数特性測定結果と対称形 3 慣性系モデルの周波数特性

ブフィッティングした際の周波数特性を図 2.5 に示す。

図 2.5 より、産業用ロボットの関節軸の二つの共振・反共振周波数と一致していることが確認される。また、図 2.5 において共振・反共振周波数のピーク値の高さが完全に一致しないのは、粘性摩擦の影響である。図 2.5 より関節軸の周波数特性は対称形 3 慣性系モデルを用いることで表すことができるように思える。

次に産業用ロボットの関節軸構成と対称形 3 慣性系モデルの構成図を比較する。構成比較図を図 2.6 に示す。図 2.6 に示す産業用ロボットの関節軸の構成では、駆動用モーター一つに対し、

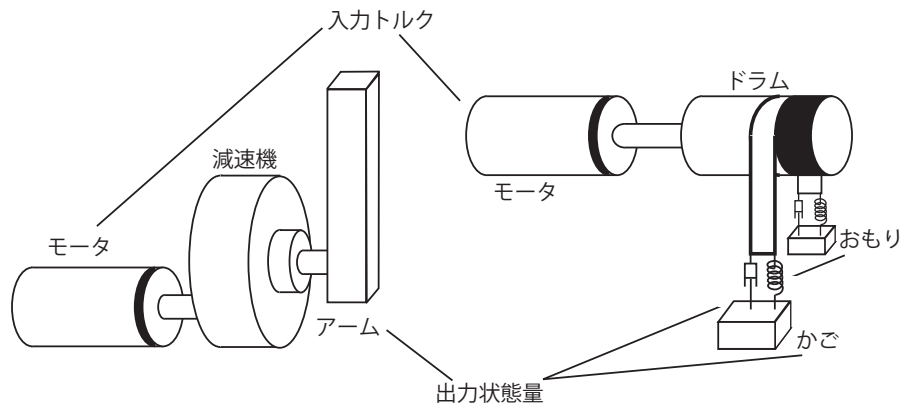


図 2.6: 産業用ロボット関節軸と対称形3慣性系モデルの構成比較

減速機が取り付けられ、減速機の出力量にアームが取り付けられる構成となる。この構成において、モータおよび減速機は土台に固定され、モータの外側および減速機の外側自体は固定される。

表 2.1: 産業用ロボットの関節軸構成と対称形3慣性系モデルの構成比較

	周波数特性	入力トルク数	出力状態量数
産業用ロボット関節軸	-	モータ：1つ	アーム：1
対称形3慣性系モデル	測定結果と一致	モータ：1つ	かごとおもり：2

それに対し、対称形3慣性系モデルの構成では、駆動用モータ一つとドラムが接続し、ドラムの回転に合わせ、かごとおもりの二つの出力端が動作する構成となる。両者の共通点は駆動用モータ一つおよび、減速機または回転運動と直線運動へ変換するドラムの構成である。しかしながら、出力がアームだけの産業用ロボットの関節軸に対し、対称形3慣性系モデルではかごとおもりの二つの出力端が存在する。産業用ロボットの関節軸にはアームの他に出力端は存在しないため、周波数特性は図 2.5 に示すように一致はするが、物理的構造が大きく異なる。両者の構造的特徴を表 2.1 にまとめる。表 2.1 より、1次共振モードと2次共振モードを有する産業用ロボットの関節軸を対称形3慣性系モデルで表すことはできない。

2.2.2 直列接続3慣性系モデル

次に1慣性体とばね剛性が二つ直列に接続されたモデルである直列接続3慣性系モデル [37-42] について検証を行う。直列接続3慣性系モデルは図 2.7 に示すように慣性体とばね剛性を直列に接続したモデルのうち、負荷側第2慣性体および第2ねじれ剛性までの特性、つまり二つの共振周波数を特徴とするシステムに対し用いられる。

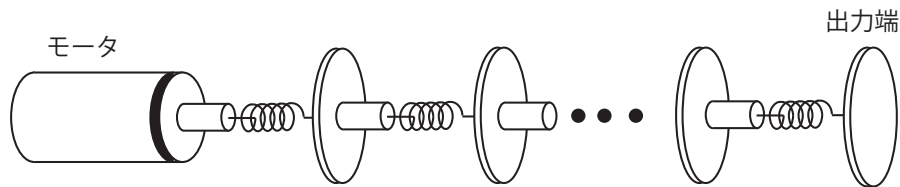


図 2.7: 多慣性系のモデル図

そのため、図 2.7 に示す多慣性系モデルのうち、二つの共振周波数を特徴とすることで直列接続3慣性系モデルは図 2.8 となる。

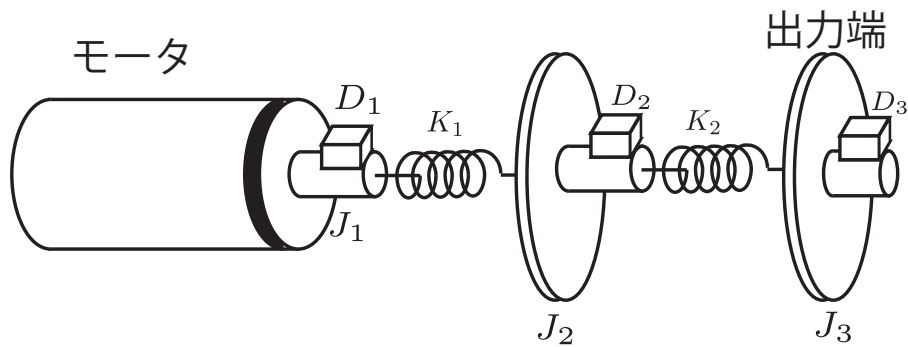


図 2.8: 直列接続3慣性系のモデル図

3 慣性系における共振・反共振周波数は式 (2.13)–(2.16) となる。

$$\omega_{r1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\Omega_r - \sqrt{\Omega_r^2 - 4X_r}} \quad (2.13)$$

$$\omega_{r2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\Omega_r + \sqrt{\Omega_r^2 - 4X_r}} \quad (2.14)$$

$$\omega_{a1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\Omega_a - \sqrt{\Omega_a^2 - 4X_a}} \quad (2.15)$$

$$\omega_{a2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\Omega_a + \sqrt{\Omega_a^2 - 4X_a}} \quad (2.16)$$

$$\Omega_r = \frac{K_1}{J_1 R_1^2} + \frac{K_1}{J_2} + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2}{J_2}, \quad \Omega_a = \frac{K_1}{J_2} + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2}{J_3}$$

$$X_r = \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \frac{K_2}{J_3} + \frac{K_1}{J_2} \frac{K_2}{J_3}, \quad X_a = \frac{K_1}{J_2} \frac{K_2}{J_3}$$

従来の3慣性系は図 2.9 に示すブロック線図のように共振モードを発生する機械的構造が直列接続されたモデルとして表される。なお、図 2.9 における各物理パラメータは制御対象の周波数特性に基づき同定されている。

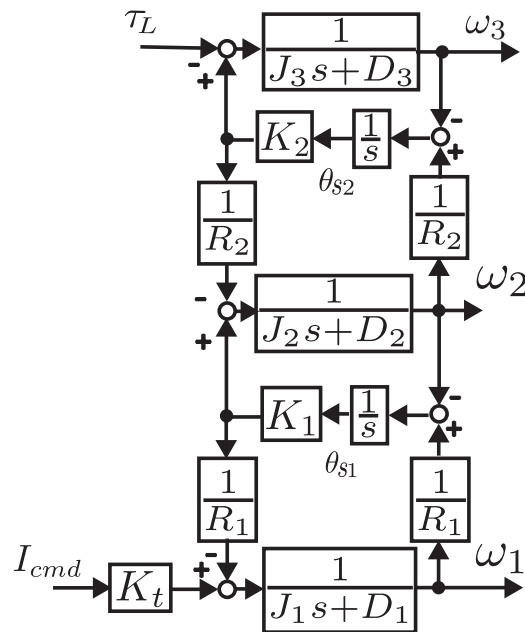


図 2.9: 従来の3慣性系のブロック線図

図 2.9 に示すブロック線図の物理パラメータを測定した周波数特性より同定を行う。式 (2.13)–(2.16) に示す共振・反共振周波数の式より物理パラメータの同定式は式 (2.17)–(2.21) となる。

$$J_1 = J_{all} \frac{1}{R_1^2 R_2^2} \frac{X_a}{X_r} \quad (2.17)$$

$$K_1 = J_1 R_1^2 (\Omega_r - \Omega_a) \quad (2.18)$$

$$J_2 = K_1 \frac{1}{\Omega_a - \Omega} \quad (2.19)$$

$$K_2 = J_1 R_1^2 R_2^2 \frac{(\Omega_r - \Omega_a)}{\Omega_a - \Omega} \quad (2.20)$$

$$J_3 = J_1 R_1^2 R_2^2 \frac{(\Omega_r - \Omega_a)}{X_a} \left(\Omega - \frac{X_a}{\Omega_a - \Omega} \right) \quad (2.21)$$

$$\Omega_r = \omega_{r1}^2 + \omega_{r2}^2, \Omega_a = \omega_{a1}^2 + \omega_{a2}^2$$

$$X_r = \omega_{r1}^2 \omega_{r2}^2, X_a = \omega_{a1}^2 \omega_{a2}^2$$

$$\Omega = \frac{X_r - X_a}{\Omega_r - \Omega_a}$$

式 (2.17)–(2.21) において、 J_{all} は負荷側からみた全慣性モーメントを示す。

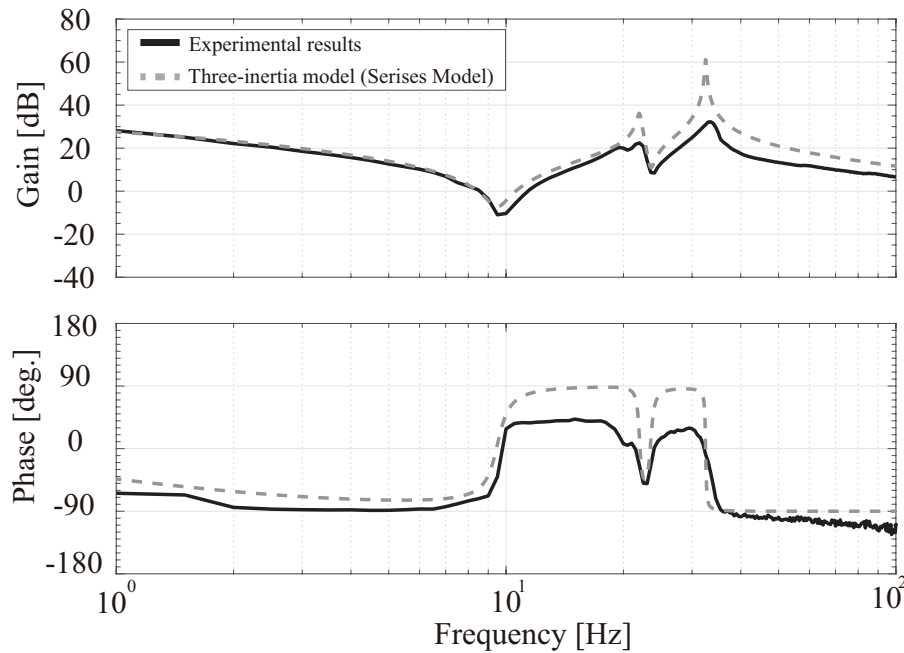


図 2.10: 周波数特性測定結果と直列接続 3 慣性系モデルの周波数特性

式 (2.17)–(2.21) に示した物理パラメータを図 2.2 に示す測定した周波数特性より導出し、カーブフィッティングした際の周波数特性を図 2.10 に示す。

図 2.10 より、産業用ロボットの関節軸の二つの共振・反共振周波数と一致していることが確認される。また、図 2.10 において共振・反共振周波数のピーク値の高さが完全に一致しないの

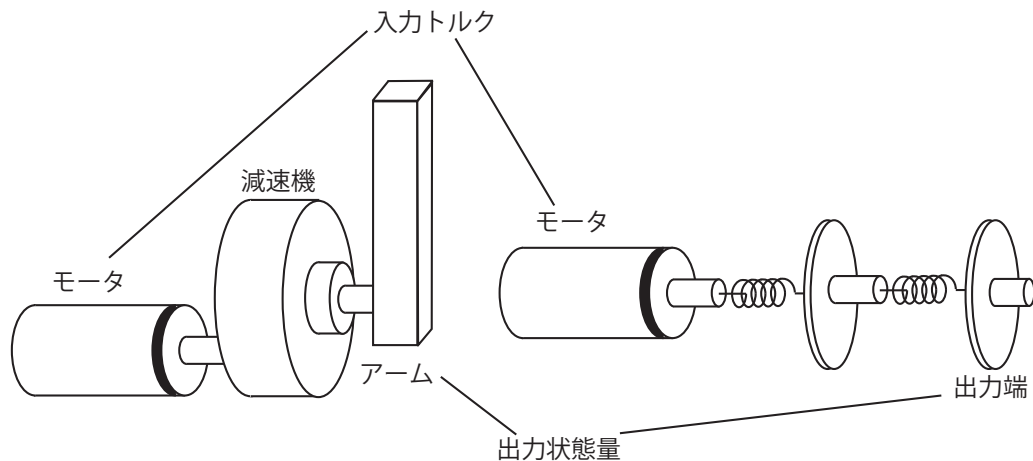


図 2.11: 産業用ロボット関節軸と直列接続3慣性系モデルの構成比較

は、粘性摩擦の影響である。図 2.10 より関節軸の周波数特性は直列接続3慣性系モデルを用いることで表すことができるように思える。

次に産業用ロボットの関節軸構成と直列接続3慣性系モデルの構成図を比較する。構成比較図を図 2.11 に示す。図 2.11 に示す産業用ロボットの関節軸の構成では、駆動用モータ一つに対し、減速機が取り付けられ、減速機の出力量にアームが取り付けられる構成となる。この構成において、モータおよび減速機は土台に固定され、モータの外側および減速機の外側自体は固定される。

表 2.2: 産業用ロボットの関節軸構成と直列接続3慣性系モデルの構成比較

	周波数特性	入力トルク数	出力状態量数
産業用ロボット関節軸	-	モータ: 1つ	アーム: 1
直列接続3慣性系モデル	測定結果と一致	モータ: 1つ	出力端: 1

それに対し、直列接続3慣性系モデルの構成では、駆動用モータ一つと慣性体が接続され、ねじれ剛性よりねじれトルクが発生し次の慣性体に動力が伝達する。次に二つ目のねじれ剛性よりねじれトルクが発生し、出力端が動作する構成となる。両者の共通点は駆動用モータ一つおよび、減速機またはねじれ剛性よりねじれトルクが発生し、一つの出力が動作する構成であ

る。そのため、出力がアームだけの産業用ロボットの関節軸に対し、直列接続3慣性系モデルは同様に一つの出力端となり、似た構造となっている。また、周波数特性は図 2.5 に示すように一致する。両者の構造的特徴を表 2.2 にまとめる。表 2.2 より、1次共振モードと2次共振モードを有する産業用ロボットの関節軸を直列接続3慣性系モデルで表すことができる。

2.2.3 ツインドライブシステム

最後に対称形3慣性系モデルと直列接続3慣性系モデルに加えて、2慣性系を二つ接続したモデルである一次共振周波数と二次共振周波数を有するシステムとして「ツインドライブシステム」[43–48]について検証を行う。ツインドライブシステムは図 2.12 に示すように二つのモータを使用し、二つのモータの速度差によりアームを動作させるシステムである。ツインドライブシステムを用いることにより、ギアによるバックラッシュや摩擦の影響を低減することができる [43]。

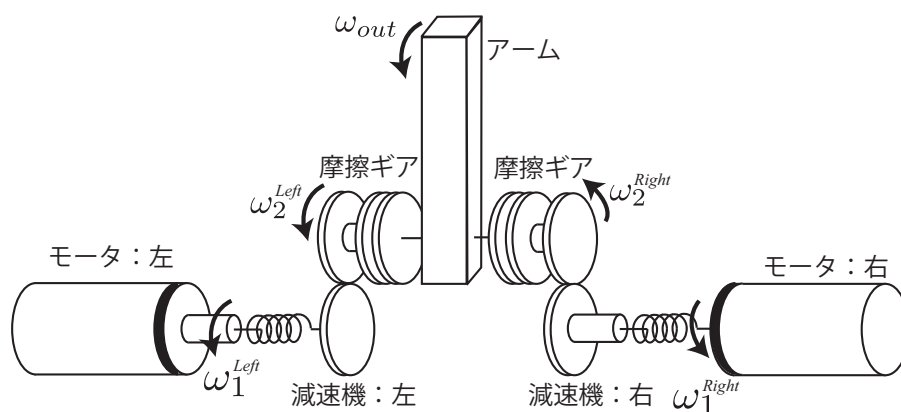


図 2.12: 複数サーボモータを使用したツインドライブシステムのモデル図

二つのモータに取り付けられている減速機における軸ねじれを考慮し、それぞれ2慣性系としてモデル化され、その結合形として全体がモデル化される。そのため、ツインドライブシステムのブロック線図は図 2.13 に示すように2慣性系モデルの負荷側の速度差が出力となっている。システム全体で見ると、図 2.13 よりねじれ剛性が二つ存在し、各2慣性系の負荷側慣性を合成し、一つの慣性とみなせば3慣性系と同等のモデルと思われる。

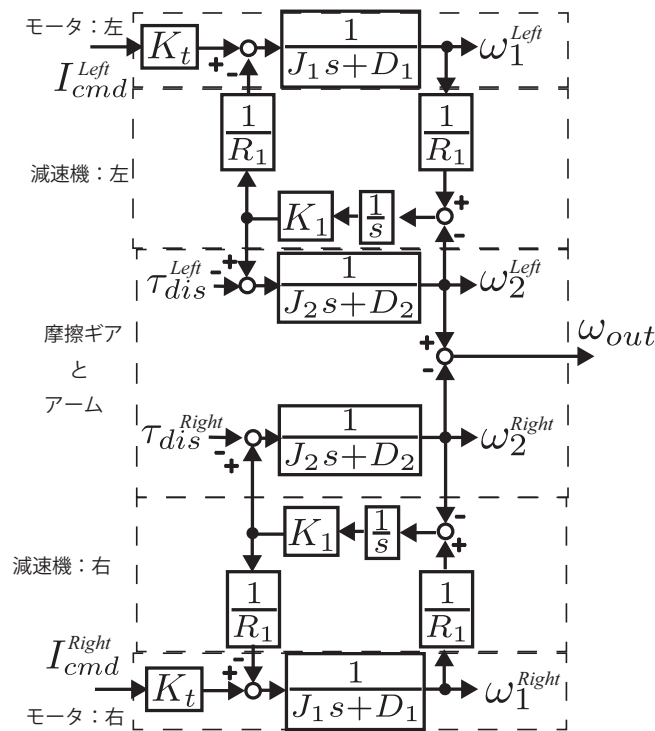


図 2.13: 複数サーボモータを使用したツインドライブシステムのブロック線図

しかしながら、表 2.3 に示すように、産業用ロボットの関節軸の構成に対し、ツインドライブシステムには駆動用モータが二つ必要となる。そのため構成上、産業用ロボットの関節軸の構成とは異なる。

表 2.3: 産業用ロボットの関節軸構成とツインドライブの構成比較

	入力トルク数	出力状態量数
産業用ロボット関節軸	モータ : 1つ	アーム:1
ツインドライブ	モータ : 2つ	出力端 : 1

1次共振モードと2次共振モードを有する産業用ロボットの関節軸に対して、対称形3慣性系モデルと直列接続3慣性系モデルとツインドライブシステムのそれぞれのモデルの構成と比較を行い、産業用ロボットの関節軸の構成とは対称形3慣性系モデルとツインドライブシステムでは構成が異なる。そのため本研究では産業用ロボットの関節軸の構成と一致する直列接続

3 慣性系モデルを関節軸のモデルとする。

2.3 減速機におけるねじれ剛性の解析

前節にて、産業用ロボットの関節軸の構成との比較を行い、従来にて用いられている各3慣性系モデルの内、直列接続3慣性系モデルが適していることを示した。次に産業用ロボットの関節軸の減速機の構造解析を行い、振動の原因となるねじれ剛性の位置について示し、関節軸に対する3慣性系のモデリングを行う。

産業用ロボットの関節軸に用いられる減速機は、代表的なものとして遊星歯車装置 [61,62] と波動歯車装置 [63–65] がある。図 2.14 に波動歯車装置の構造図を示す。波動歯車においてフレクスライン (FS) に存在する固有振動数が軸ねじれの主となる要因とされていた [66,67]。しかしながら、減速機全体の解析 [68–70] により波動歯車装置において、実験的考察によるねじれ成分は次のようなる。

- フレクスライン (FS) 自体の円筒としてのねじれ
- FS のコーニング [65] に起因する FS の歯の逃げによるねじれ
- FS の開口部の半径方向の変位に起因するねじれ
- FS とウェーブ・ジェネレータ (WG) のすき間の寄りによるねじれ
- サーキュラ・スプライン (CS) の半径方向の変形による CS の歯の逃げによるねじれ

実験的考察に加えて、波動歯車装置のかみあいのシミュレーションおよび数値解析 [71,72] により、減速機にかかる負荷が増加することにより、FS の開口部凸変形が増加しやすくなり、波動歯車装置の全体のねじれは以下に示す3つに区分されることが確認されている。

- WG と FS 内周のすき間の寄りによるねじれ
- FS の胴体のねじれと FS 開口部の変位によるねじれ
- FS の胴体のねじれ

従来の産業用ロボットの関節軸では、波動歯車装置の FS の胴体のねじれが顕著として表れ、

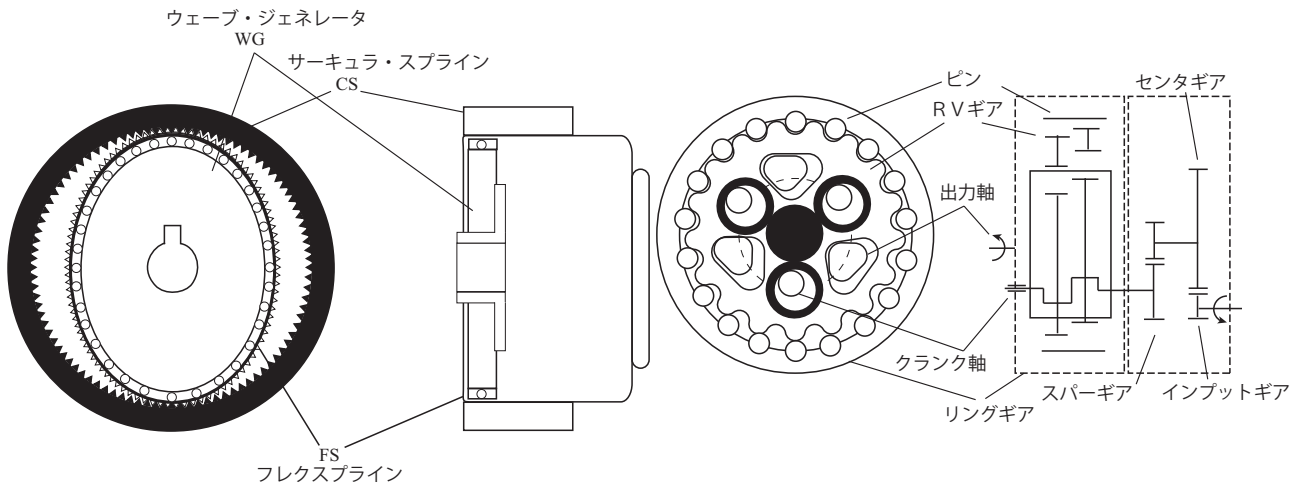


図 2.14: 波動歯車装置の構造図

図 2.15: 遊星歯車装置の構造図

振動モードを一つとした2慣性系モデルとして扱われていた。しかしながら、減速機にかかる負荷が増加することによりFSの開口部の凸変形によるねじれが顕著となり、FSの胴体のねじれによる振動モードに加えて、WGとFS内周のすき間の寄りによるねじれを含む開口部に関連する変形によるねじれから発生する振動モードが発生する[73]。そのため、FSの胴体のねじれによる振動モードと開口部に関連する変形によるねじれから発生する振動モードの二つの振動モードを考慮する必要が出てくる。これより、波動歯車装置の振動モデル図は、ばね成分が二つ存在する構造となる。よって、姿勢変動や先端負荷が増加した際の産業用ロボットの関節軸に波動歯車装置を用いた場合二つの振動モードが発生し、3慣性系としてモデル化とする必要があるといえる。

次に遊星歯車装置について解析を行う。図 2.15 に遊星歯車装置の構造図を示す。遊星歯車において、実験を含めた歯車および構造解析[31,74,75]によりねじれ成分は次のようになる。

- 歯元曲げ応力による振動
- 内歯車のリングモード変形による振動

加えて、減速機の動作からの解析[76,77]により3種類の固有振動モードを多自由度の連成運動方程式より定義されている。

- 回転モード：各要素が相対的に回転運動するモード

- 並進モード：機構全体が並進運動するモード
- プラネットモード：プラネットギアのみが回転運動するモード

この解析において外枠のリングギアが固定された場合は、並進モードは高剛性のため、高周波な振動モードになる。これにより、減速機の動作において支配的な振動モードは回転モードとプラネットモードの二つとなる。これらのモードにおいて、回転モードにはかみあい剛性（歯元曲げ応力）が関連し、プラネットモードにはかみあい剛性に加えてリングモードの変形が関連してくる。したがって、姿勢変動や先端負荷が増加した際の産業用ロボットの関節軸に遊星歯車装置を用いた際、振動モデル図は、ばね成分が二つ存在する構造となる。

これらの構造解析より図 2.16 に示すように減速機におけるねじれ剛性はモータと接続する入力ギアとアームと接続する中継ギアの間にて従来の支配的なねじれ剛性が存在する。加えて、従来の支配的なねじれ剛性に加えて、開口部の変位やプラネットモードにより、中継ギアとアーム間にて新たなねじれ剛性が存在するといえる。そのため、2.2 節にて行った関節軸の構成と適するとして図 2.17 に示す従来の直列接続 3 慣性系モデルと比較すると、負荷トルク入力に対する伝達経路が二つ存在することがわかる。減速機の構造解析より、1 次共振モードと 2 次共振モードを考慮した 3 慣性系モデルにおいて負荷トルク入力に対する伝達経路は二つ存在することが示される。この二つの負荷トルク伝達項は従来の 3 慣性系モデルと異なる特性を持つため、位置・速度制御時の外乱トルク抑圧について関係し、力制御時において環境反力の特性に重要となってくる。そのため、二つの負荷トルク伝達項を考慮した 3 慣性系モデルについて解析が 1 次共振モードと 2 次共振モードを考慮した振動抑制には必要である。

2.4 従来の 3 慣性系モデルと外乱トルク伝達項を考慮した新しい 3 慣性モデル

前節での減速機の構造解析より、1 次共振モードと 2 次共振モードを考慮した 3 慣性系モデルにおいて負荷トルク入力に対する伝達経路は二つ存在することを示し、二つの負荷トルク伝達項を考慮した 3 慣性系モデルについて解析が 1 次共振モードと 2 次共振モードを考慮した振

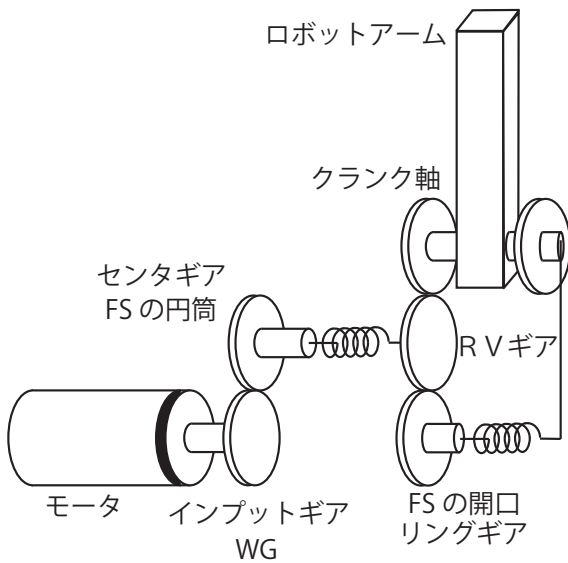


図 2.16: 波動歯車装置および遊星歯車装置の構造図と外力トルク伝搬経路

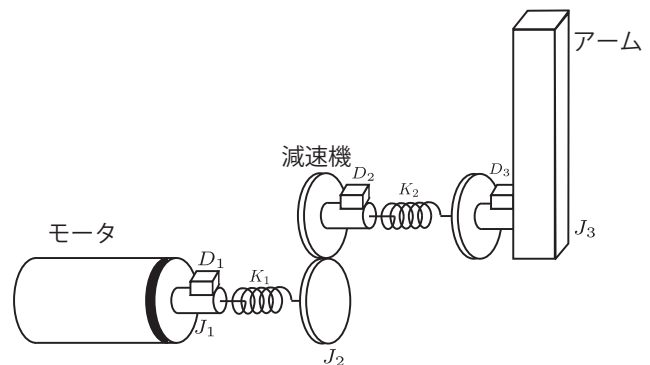


図 2.17: 直列接続 3 慣性系モデルを用いた場合の産業用ロボット関節軸のモデル図

動抑制には必要であることを述べた。図 2.16 に示すように、図 2.17 に示す従来の 3 慣性系モデルの構成図とは異なり、新しい外乱トルク伝達項が存在することが図示される。この新しい外乱トルク伝達項は、位置・速度制御時においては外乱抑圧特性、力制御時においては環境反力に対する周波数特性に影響してくる。そのため、1 次共振モードと 2 次共振モードを考慮した振動抑制を実現するために新しい外乱トルク伝達項を考慮した 3 慣性系モデルについての解析が必要となる。本節では、新しい外乱トルク伝達項を考慮した 3 慣性系モデルについて負荷トルク入力に対する解析を行い、ハンマー試験による実機実験による検証により、新しい外乱トルク伝達項について立証を行う。

2.4.1 波動歯車装置の関節軸の解析

解析を行う産業用ロボットの手先 3 軸における波動歯車を有する関節軸を図 2.18 に示す。図 2.18 に示す関節軸を対象とし、モータトルク入力に対する周波数特性の測定を行う。測定した周波数特性を図 2.18 に示す。

次に、測定した周波数特性に基づきモータトルク入力に対するモデリングを行う。3 慣性系における物理パラメータと共振・反共振周波数の関係は式 (2.17)–(2.21) となる。測定した周波

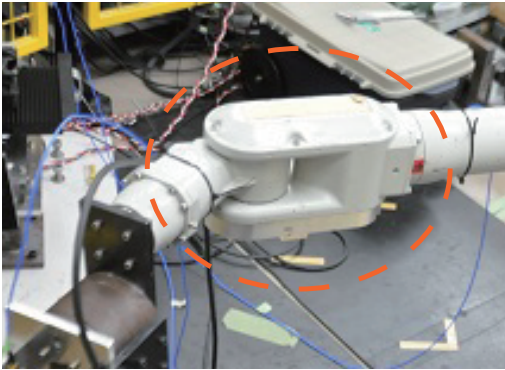


図 2.18: 波動歯車を有する産業ロボットの関節軸

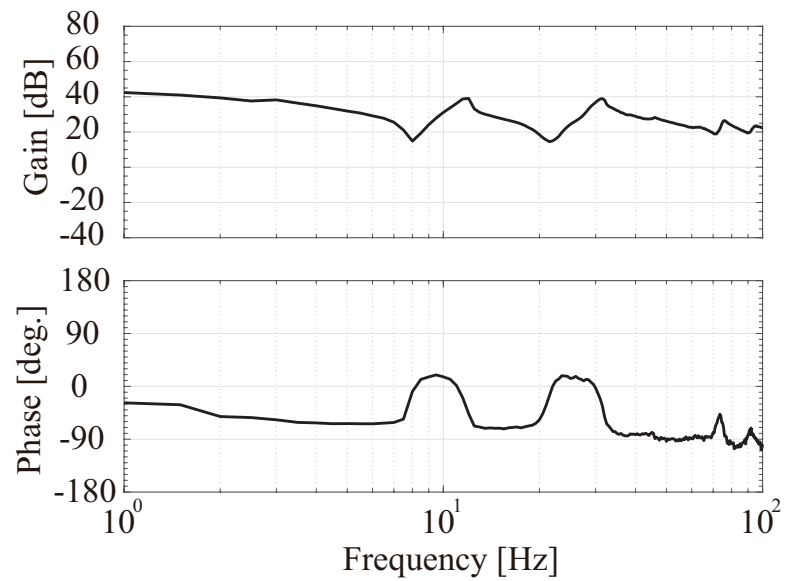


図 2.19: モータ側トルク指令に対するモータ側速度応答の周波数特性の測定結果

数特性より共振・反共振周波数を用いて同定した物理パラメータおよび図 2.16 に示す新しい外乱トルク伝達経路を考慮した減速機の構造図より 3 慣性系における各状態量は式 2.22–(2.26) のように考えられる。

$$\omega_1 = \frac{1}{J_1 s + D_1} (K_t I_{cmd} - \tau_{s1}) \quad (2.22)$$

$$\tau_{s1} = \frac{K_1}{s} \left(\frac{\omega_1}{R_1} - \omega_2 \right) \quad (2.23)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{J_2 s + D_2} \left(\tau_{s1} - \frac{\tau_{s2}}{R_2} - \tau_L \right) \quad (2.24)$$

$$\tau_{s2} = \frac{K_2}{s} \left(\frac{\omega_2}{R_2} - \omega_3 \right) \quad (2.25)$$

$$\omega_3 = \frac{1}{J_3 s + D_3} (\tau_{s2} - \tau_L) \quad (2.26)$$

これにより、3慣性系の状態方程式は式(2.27)および式(2.28)と示される。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_M I_{cmd} + \mathbf{B}_L \tau_L \quad (2.27)$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \omega_1 & \theta_{s1} & \omega_2 & \theta_{s2} & \omega_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D_1}{J_1} & -\frac{K_1}{J_1 R_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{J_2} & -\frac{D_2}{J_2} & -\frac{K_2}{J_2 R_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_2}{J_3} & -\frac{D_3}{J_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_M = \begin{bmatrix} \frac{K_t}{J_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \mathbf{B}_L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{tB}{J_2} & 0 & -\frac{tA}{J_3} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

式(2.27)および式(2.28)に基づき、モデリングを行った3慣性系におけるモータトルク入力 ($K_t I_{cmd}$) に対するモータ側速度応答 (ω_1) までの周波数特性と測定して周波数特性を比較した結果を図2.20に示す。図2.20に示すように、モデリングを行った3慣性系におけるモータトルク入力に対する周波数特性は測定結果における共振・反共振周波数は一致していることより、モータトルク入力に対するモデリングは良好であるといえる。

次に負荷トルク (τ_L) 入力に対する解析およびモデリングを行う。式(2.27)および式(2.28)に示す状態方程式より新しい外乱トルク伝達経路を考慮した3慣性系のブロック線図は図2.21中の(a)に示すようになる。図2.21の(b)に示す従来の3慣性系のブロック線図と比べ、新しい外乱トルク伝達経路を考慮した3慣性系のブロック線図では負荷トルクがトルク伝達項 tA と tB により分配される。これにより、提案する3慣性系モデルでは負荷トルクに対する動特性が従来の3慣性系モデルとは異なることがいえる。次に負荷トルク入力に対する特性について解析を行う。提案する3慣性系モデルにおいて、負荷トルクからモータ側速度応答までの伝達関数を導出する。

$$\frac{\omega_1}{\tau_L} = \frac{-\frac{K_1 tB}{J_1 J_2} s^2 - \left(\frac{K_1 K_2 tA}{J_1 J_2 J_3} + \frac{K_1 K_2 tB}{J_1 J_2 J_3} \right)}{s(s^2 + \omega_{r1}^2)(s^2 + \omega_{r2}^2)} \quad (2.29)$$

式(2.29)に示すように新しい負荷トルク伝達項 tB により、負荷側トルク τ_L 入力に対するモータ側速度応答の伝達関数は分子多項式は2次となり、反共振周波数が一つ存在することとな

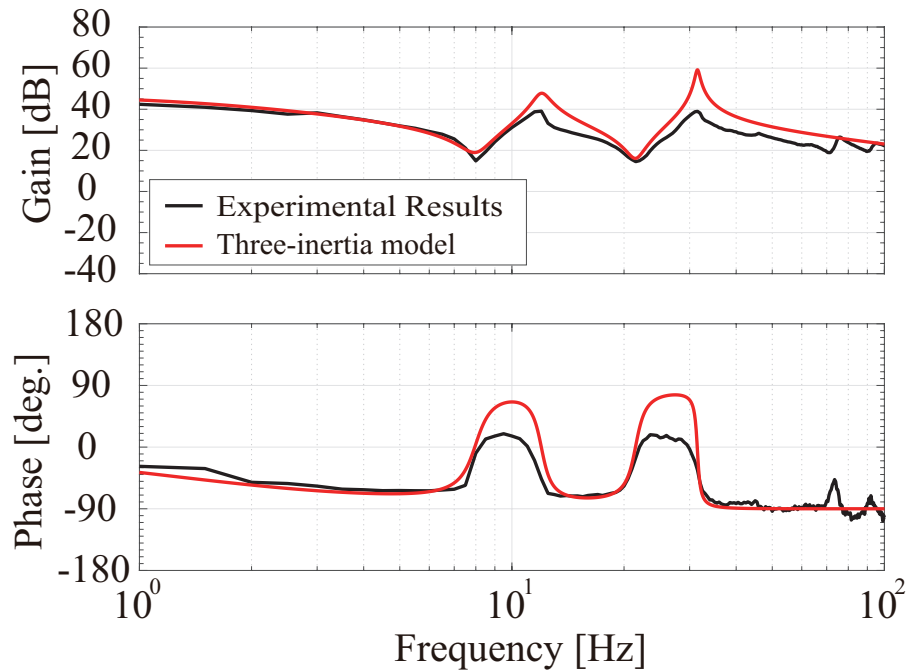


図 2.20: モータ側トルク指令に対するモータ側速度応答の周波数特性の測定結果とモデルにおける周波数特性

る。式 (2.29) に対して、従来の 3 慣性系モデルにおける負荷トルクからモータ側速度応答までの伝達関数を式 (2.30) に示す。

$$\frac{\omega_1}{\tau_L} = \frac{-\frac{K_1 K_2}{J_1 J_2 J_3}}{s(s^2 + \omega_{r1}^2)(s^2 + \omega_{r2}^2)} \quad (2.30)$$

式 (2.30) に示すように従来の 3 慣性系モデルの場合では伝達関数の分子多項式は 0 次となるため、提案する 3 慣性系モデルとは異なり反共振周波数が存在しないこととなる。この新しい負荷トルク伝達項による反共振周波数の有無について実機実験により検証を行う。

新しい負荷トルク伝達項 tB により、負荷トルク入力に対する特性にて反共振周波数が存在することが伝達関数より確認される。この反共振周波数の存在について、図 2.22 に示すようにロボットの負荷側に対しハンマーを用いたインパルス試験 [49–60] により検証を行う。インパルス試験では図 2.22 に示すように、測定軸である 5 軸目にて重力の影響を考慮し水平方向のみの駆動となるようにロボットの姿勢を変え、先端負荷にハンマーを用いたインパルス状のトルク入力し、その時のモータ側速度応答を測定し、モータ側速度応答の周波数解析を行う。

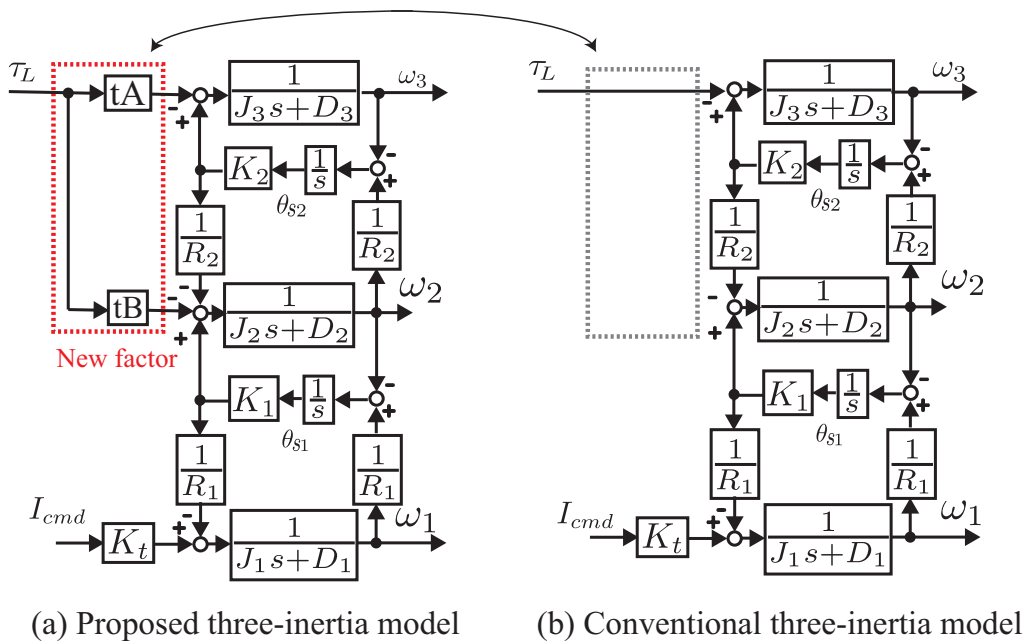


図 2.21: 提案する 3 慣性系のブロック線図と従来の 3 慣性系のブロック線図の比較図

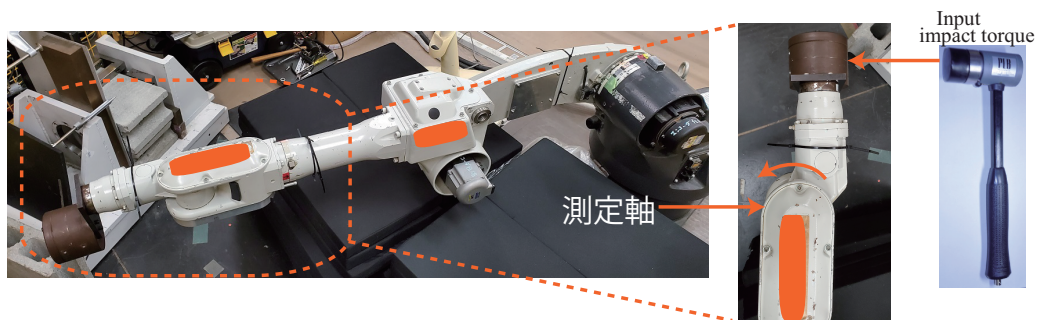


図 2.22: ハンマーを用いた負荷側トルク入力実験の概要図

ハンマーを用いたインパルス状のトルクを入力する際には測定軸の回転方向に合わせるために先端負荷の側面に対し、垂直方向にトルクが加わるようにハンマーを打ち込む。なお、位置制御系を用いたサーボロックでは位置制御系の外乱抑圧特性が測定結果に影響するため、この時測定する 5 軸目は電磁ブレーキを解除し、他の軸は電磁ブレーキを ON とする。

ハンマーを打ち込んだ際の 5 軸目のエンコーダによる位置応答および速度応答を図 2.23 および 2.24 に示す。図 2.24 に示す 5 軸目の速度応答波形の周波数解析を行った結果を図 2.25 に示す。図 2.25 に示す速度応答波形の周波数解析結果より 19.17Hz にて反共振周波数が存在す

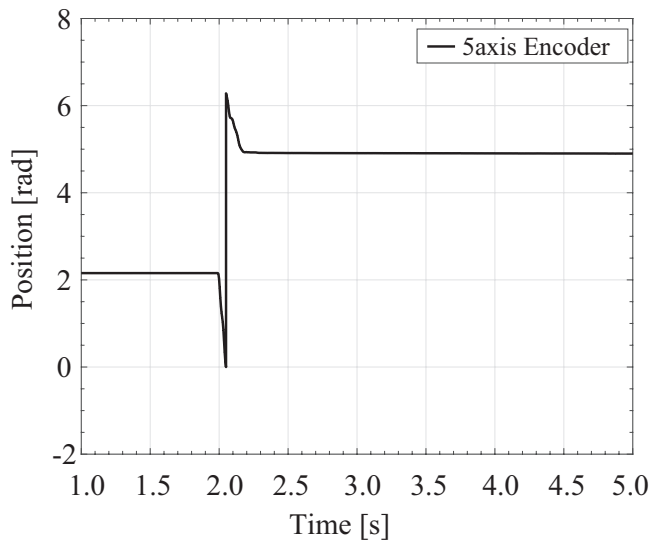


図 2.23: インパルス試験時の 5 軸目のエンコーダによる位置応答波形

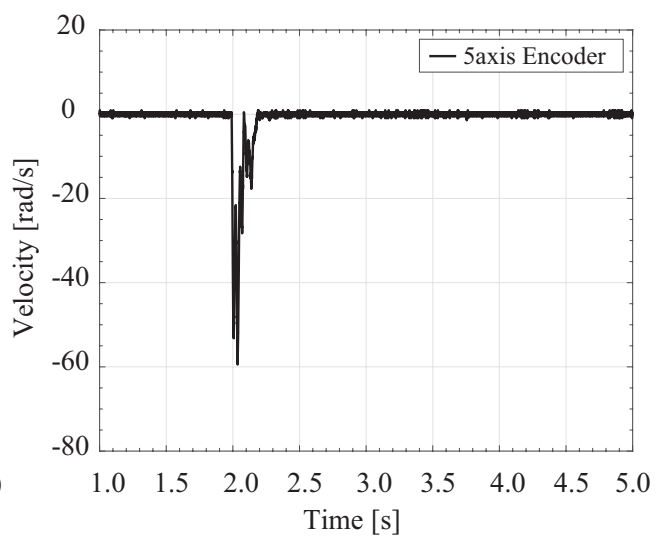


図 2.24: インパルス試験時の 5 軸目のエンコーダによる速度応答波形

ることが確認される。これにより、負荷側トルクに対するモータ側速度応答までの周波数特性において反共振周波数が存在することが確認され、新しい負荷トルク伝達項 t_B が存在することが実機実験により立証される。

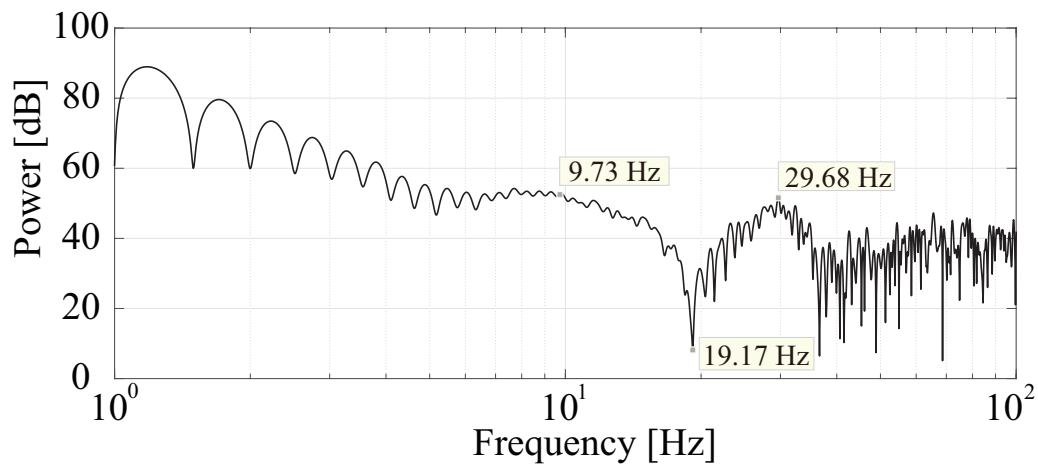


図 2.25: 負荷側トルク入力に対するモータ側速度応答の周波数特性

なお、インパルス試験時における先端負荷付近である 6 軸および 5 軸と同回転軸となる 1 軸目のエンコーダによる位置応答波形を図 2.26 と図 2.27 に 6 軸目について、図 2.28 と図 2.29 に 1 軸目についての位置応答波形を示す。1 軸目および 6 軸目のモータ側位置応答波形の拡大図

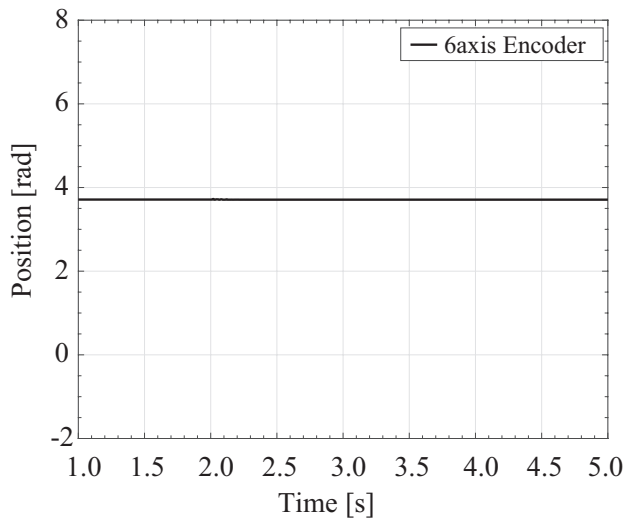


図 2.26: インパルス試験時の 6 軸目のエンコーダによる位置応答波形

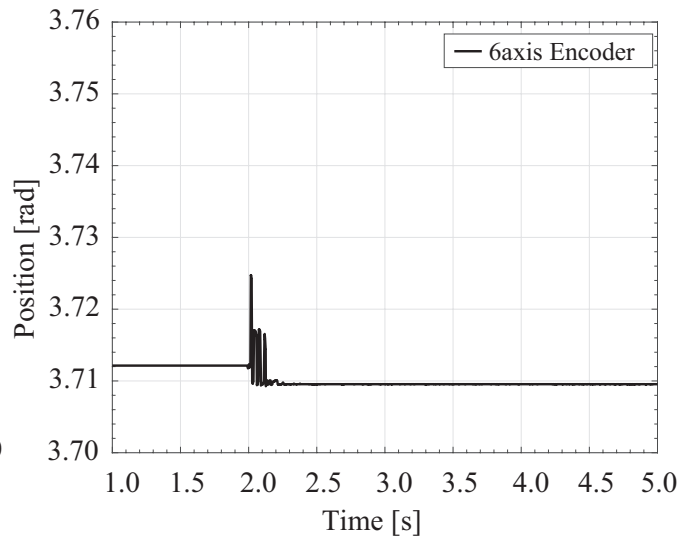


図 2.27: 図 2.26 の拡大図

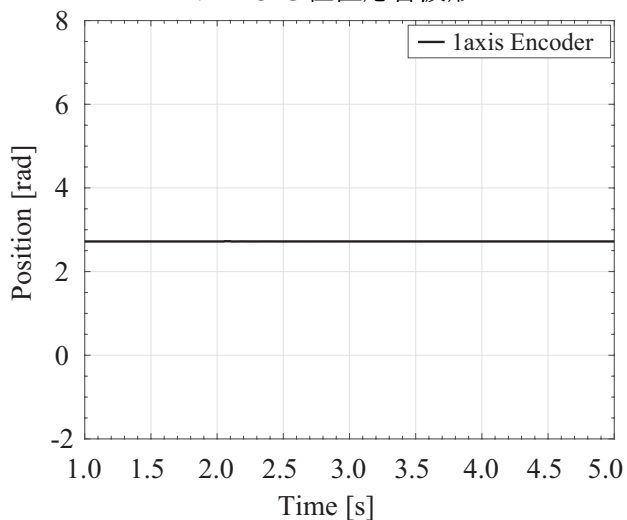


図 2.28: インパルス試験時の 1 軸目のエンコーダによる位置応答波形

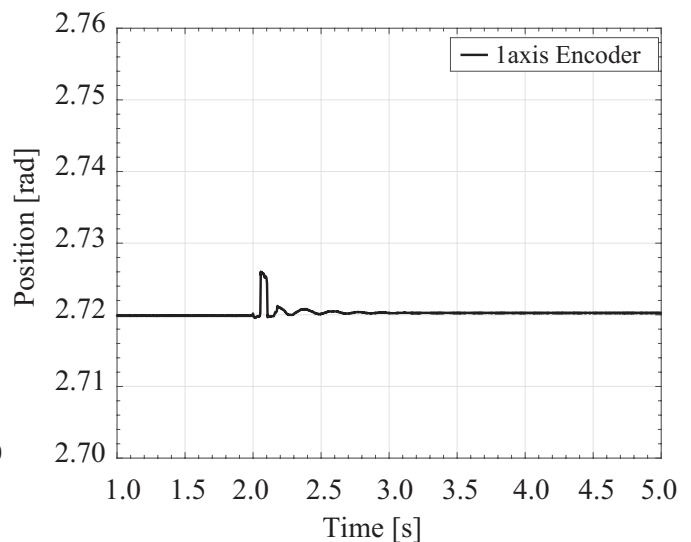


図 2.29: 図 2.28 の拡大図

2.27 と 2.29 を見ると 5 軸目の移動量が 3.52 rad ほどであるのに対し、瞬時の移動量を考慮した場合においても 0.013 rad 程となり、 $1/250$ 以下となる。また、トルクを加えた先端位置から各軸へのリンク長さを考慮した場合、5 軸目のリンク長さを基準とした条件での 5 軸と 6 軸および 1 軸目の移動量について表 2.4 にまとめる。表 2.4 において、先端負荷からの 5 軸目までのリンク長さを 1 とし各軸の移動量から先端位置までの換算値を示す。表 2.4 を見ると、測定対象としている 5 軸目を基準とすると先端負荷付近である 6 軸目と 5 軸目と同回転軸となる 1 軸

表 2.4: 先端負荷における入力トルクに対する各軸の移動量の関係 (5 軸目波動歯車装置)

	リンク長さ L	移動量 x	ギア比 Rg	先端位置換算した移動量
5 軸目	1.00	3.524 rad	80	$L \times x/Rg = 4.40 \times 10^{-2}$
6 軸目	0.36	0.013 rad	50	$L \times x/Rg = 0.94 \times 10^{-4}$
1 軸目	5.45	0.006 rad	140.25	$L \times x/Rg = 2.33 \times 10^{-4}$

表 2.5: 各トルク入力時におけるモータ側速度応答の共振・反共振周波数 (5 軸目波動歯車装置)

	共振周波数		反共振周波数	
	ω_{r1}	ω_{r2}	ω_{a1}	ω_{a2}
モータ側トルク入力	11.5 Hz	31.0 Hz	8.0 Hz	21.5 Hz
負荷側トルク入力 (従来モデル)	11.5 Hz	31.0 Hz	–	–
負荷側トルク入力 (提案モデル)	9.73 Hz	29.68 Hz	19.17 Hz	–

目における各軸の移動量から先端位置までの換算値を見ると、2桁小さいことが確認できる。これにより、5軸目の外乱トルクに対する測定において他軸の影響はないと考えられる。よって、図 2.25 に示す速度応答波形の周波数解析結果は5軸単体の周波数特性となり、減速機において新しい負荷トルク伝達項 tB は存在するといえるため、従来用いられる3慣性系 [33–35] とは異なり、産業用ロボットに用いられる減速機における3慣性系では、負荷側からの外乱トルク伝達項が二つ存在するといえる。なお、5軸目である波動歯車装置における測定した周波数特性を表 2.5 に示す。表 2.5 に示す測定した周波数特性に用いた際、負荷側トルクに対するモータ側速度応答までの周波数特性を図 2.30 となる。図 2.30 において提案する3慣性系モデルの伝達関数式 (2.29) および従来の3慣性系モデルの伝達関数式 (2.30) に基づいている。これにより、提案する3慣性系モデルと従来の3慣性系モデルにおいて負荷側トルク入力に対する周波数特性は大きく異なることがわかる。なお図 2.30 において、伝達関数式 (2.29) および式 (2.30) に基づいているため、各3慣性系モデルにおける粘性摩擦 $D_1 = D_2 = D_3$ をゼロとして

いるため、共振・反共振周波数は顕著となる。加えて伝達関数式 (2.29) および式 (2.30) は伝達関数式 (2.31) および式 (2.32) とすることができる。

$$\begin{aligned}\frac{\omega_1}{\tau_L} &= \frac{-\frac{K_1 t B}{J_1 J_2} s^2 - \left(\frac{K_1 K_2 t A}{J_1 J_2 J_3} + \frac{K_1 K_2 t B}{J_1 J_2 J_3} \right)}{s(s^2 + \omega_{r1}^2)(s^2 + \omega_{r2}^2)} \\ &= (s^2 + \omega_a^2) \frac{-\frac{K_1 t B}{J_1 J_2}}{s} \frac{1}{s^2 + \omega_{r1}^2} \frac{1}{s^2 + \omega_{r2}^2}\end{aligned}\quad (2.31)$$

$$\begin{aligned}\frac{\omega_1}{\tau_L} &= \frac{-\frac{K_1 K_2}{J_1 J_2 J_3}}{s(s^2 + \omega_{r1}^2)(s^2 + \omega_{r2}^2)} \\ &= \frac{-\frac{K_1 K_2}{J_1 J_2 J_3}}{s} \frac{1}{s^2 + \omega_{r1}^2} \frac{1}{s^2 + \omega_{r2}^2}\end{aligned}\quad (2.32)$$

伝達関数式 (2.31) および式 (2.32) により、積分項は位相は-90deg.となるが、今回は負荷トルクの入力を負としていることにより位相が反転するため 90deg.となる。なお共振周波数の項については低周波側においては位相は 0deg.となる。よって、図 2.30 において低周波側は位相 90deg.を示す特性となる。

なお、粘性摩擦 D_1 、 D_2 、 D_3 を考慮した際は各 3 慣性系の伝達関数は式 (2.33) および式 (2.34) となり、積分項が一次系となる。そのため低周波側における位相が 180deg.となり、図 2.31 に示すようになる。

$$\frac{\omega_1}{\tau_L} = \frac{-\frac{K_1 t B}{J_1 J_2} (s^2 + 2\zeta_a \omega_a s + \omega_a^2)}{(s + a)(s^2 + 2\zeta_{r1} \omega_{r1} s + \omega_{r1}^2)(s^2 + 2\zeta_{r2} \omega_{r2} s + \omega_{r2}^2)}\quad (2.33)$$

$$\frac{\omega_1}{\tau_L} = \frac{-\frac{K_1 K_2}{J_1 J_2 J_3}}{(s + a)(s^2 + 2\zeta_{r1} \omega_{r1} s + \omega_{r1}^2)(s^2 + 2\zeta_{r2} \omega_{r2} s + \omega_{r2}^2)}\quad (2.34)$$

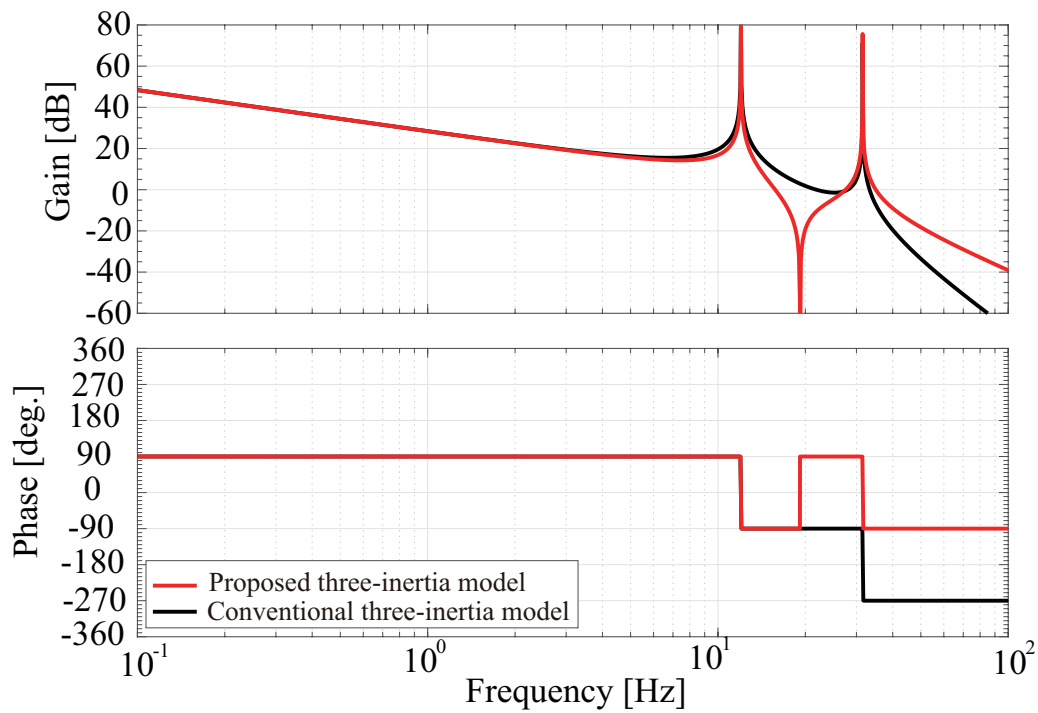


図 2.30: 従来の3慣性系負モデルと提案する3慣性系モデルにおける負荷側トルク入力時におけるモータ側速度応答までの周波数特性 (粘性摩擦 $D_1 = D_2 = D_3 = 0$ の場合)

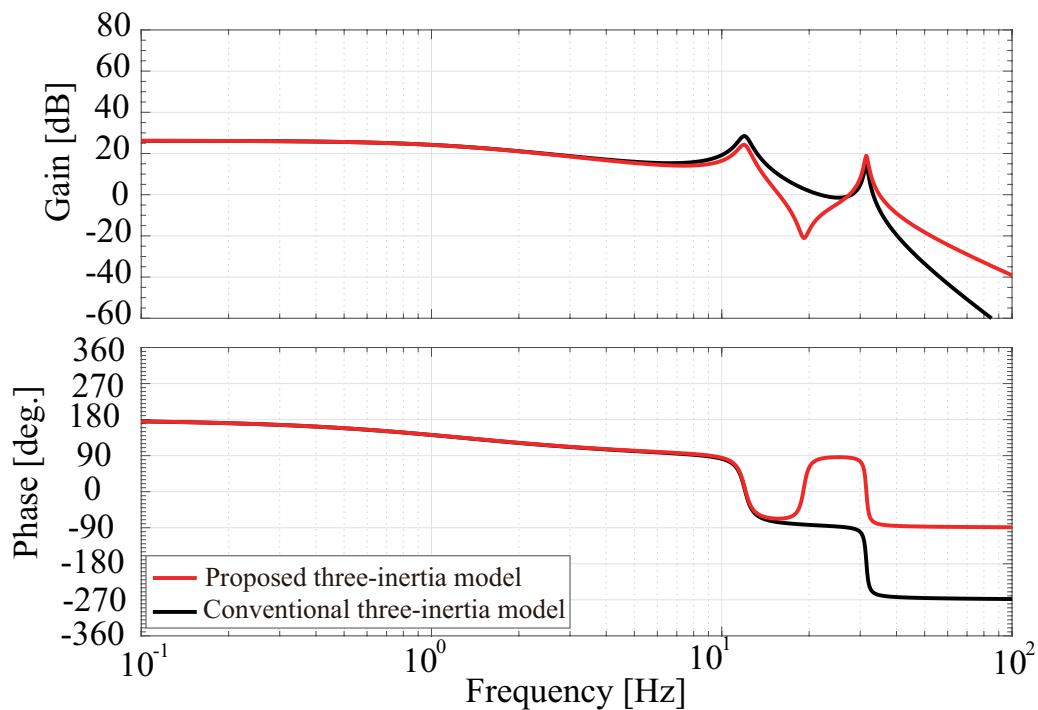


図 2.31: 従来の3慣性系負モデルと提案する3慣性系モデルにおける負荷側トルク入力時におけるモータ側速度応答までの周波数特性 (粘性摩擦を考慮した場合)

2.4.2 遊星歯車装置の関節軸の解析

図 2.24 に示した解析結果は産業用ロボットの先端軸である波動歯車装置を対象としている。そのため、産業用ロボットの減速機として一般性を示すために新しい負荷トルク伝達項の存在について他の減速機である遊星歯車装置に対しての検証が必要となる。

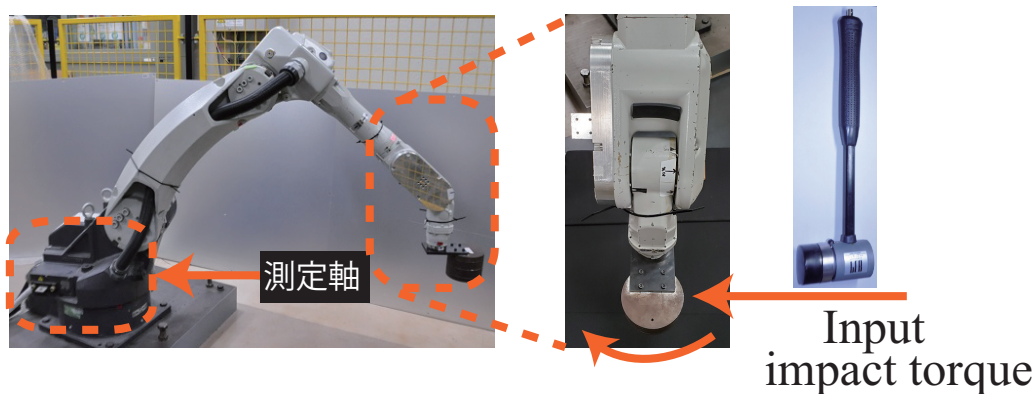


図 2.32: 遊星歯車装置を対象としたインパルス試験

同実験機における遊星歯車装置を対象としたインパルス試験を行う。遊星歯車装置を対象とした際のロボットの姿勢は図 2.32 に示すようになる。インパルス試験においては 5 軸目と同様に、ハンマーを用いてのインパルス状のトルクを入力する際には測定軸である 1 軸目の回転方向に合わせるために先端負荷の側面に対し、垂直方向にトルクが加わるようにハンマーを打ち込む。なお、位置制御系を用いたサーボロックでは制御系の外乱抑圧特性が影響するため、この時測定する 1 軸目は電磁ブレーキを解除し、他の軸は電磁ブレーキを ON とする。

ハンマーを打ち込んだ際の 1 軸目のエンコーダによる位置応答および速度応答を図 2.33 および図 2.34 に示す。図 2.34 に示す 5 軸目の速度応答波形の周波数解析を行った結果を図 2.35 に示す。図 2.35 に示す速度応答波形の周波数解析結果より 28.07Hz にて反共振周波数が存在することが確認される。これにより、負荷側トルクに対するモータ側速度応答までの周波数特性において反共振周波数が存在することが確認され、5 軸目の波動歯車装置と同様に遊星歯車装置においても新しい負荷トルク伝達項 t_B が存在することが実機実験により立証される。

なお、インパルス試験時における 1 軸と同回転軸となる 6 軸目と同回転方向成分を持つ 4 軸

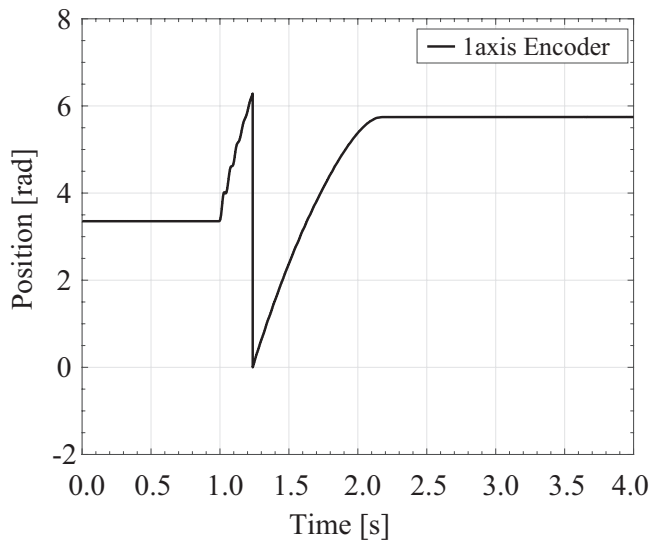


図 2.33: インパルス試験時の 1 軸目のエンコーダによる位置応答波形

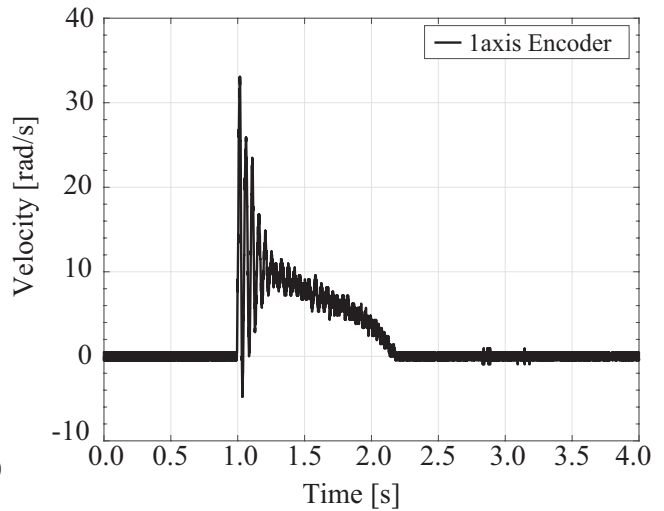


図 2.34: インパルス試験時の 1 軸目のエンコーダによる速度応答波形

表 2.6: 先端負荷における入力トルクに対する各軸の移動量の関係 (1 軸目遊星歯車装置の測定時)

	リンク長さ L	移動量 x	ギア比 Rg	先端位置換算した移動量
1 軸目	1.00	8.672 rad	140.25	$L \times x / Rg = 6.18 \times 10^{-2}$
4 軸目	0.62	0.011 rad	81	$L \times x / Rg = 0.84 \times 10^{-4}$
6 軸目	0.08	0.198 rad	50	$L \times x / Rg = 3.17 \times 10^{-4}$

目のエンコーダによる位置応答波形を図 2.36 と図 2.37 に 6 軸目について、図 2.38 と図 2.39 に 1 軸目についての位置応答波形を示す。4 軸目および 6 軸目のモータ側位置応答波形の拡大図 2.37 と図 2.39 を見ると 1 軸目の移動量が 8.67 rad ほどであるのに対し、瞬時の移動量を考慮した場合においても 0.20 rad 程となり、1/40 以下となる。また、トルクを加えた先端位置から各軸へのリンク長さを考慮した場合、1 軸目の回転軸長さを基準とした条件での 4 軸と 6 軸および 1 軸目の移動量について表 2.6 にまとめる。表 2.6 において、先端負荷からの 1 軸目までのリンク長さを 1 とし各軸の移動量から先端位置までの換算値を示す。実験機 1 における遊星歯車装置を用いている 1 軸目の周波数特性を表 2.7 に示す。表 2.7 に示すように、モータトルク指令入力に対するモータ側速度応答の周波数特性には共振・反共振周波数がともに二つ存在

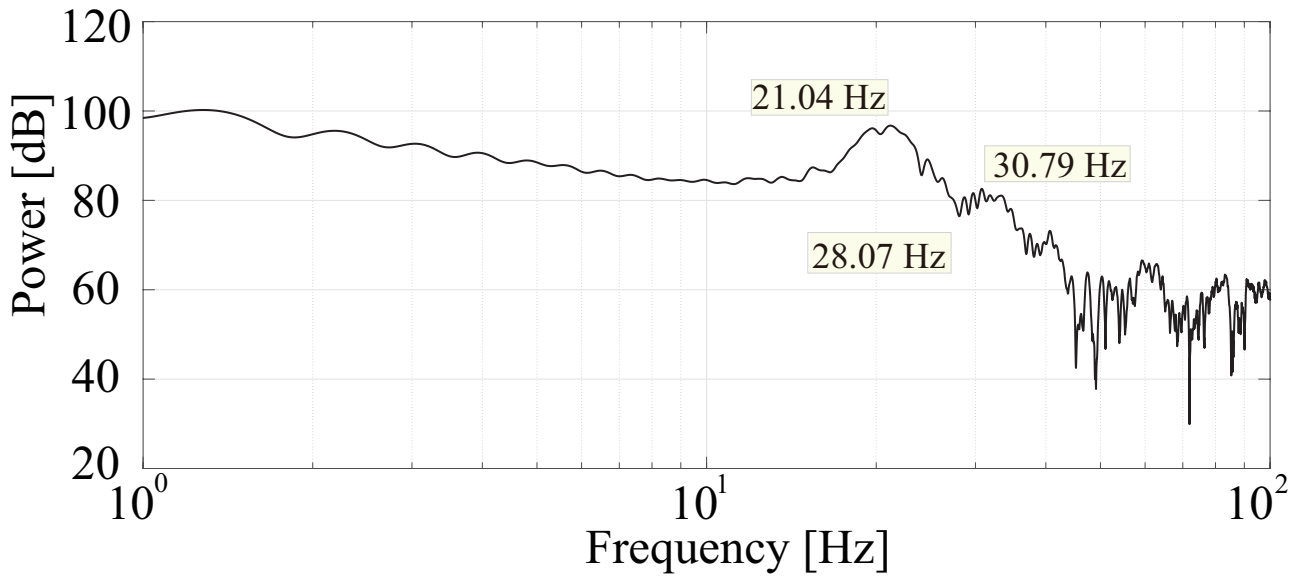


図 2.35: 負荷側トルク入力に対するモータ側速度応答の周波数特性 (1 軸：遊星歯車)

表 2.7: モータ側トルク指令に対するモータ側速度応答の周波数特性 (1 軸目遊星歯車装置)

	共振周波数		反共振周波数	
	ω_{r1}	ω_{r2}	ω_{a1}	ω_{a2}
モータ側トルク入力	21.50 Hz	32.50 Hz	10.00 Hz	23.50 Hz
負荷側トルク入力 (従来モデル)	21.50 Hz	32.50 Hz	—	—
負荷側トルク入力 (提案モデル)	21.04 Hz	30.79 Hz	28.07 Hz	—

し、負荷側トルク τ_L 入力に対するモータ側速度応答を測定した際の周波数特性は図 2.35 において 5 軸目の波動歯車装置と同様に反共振周波数が観測される。

これらの測定結果より、波動歯車装置および遊星歯車装置においてモータトルク指令入力時の周波数特性より、共振・反共振周波数がともに二つ存在し、負荷側トルク τ_L 入力に対するモータ側速度応答の周波数特性には反共振周波数が表れるため、新しい負荷トルク伝達項を考慮した 3 慣性系モデルが産業用ロボットの関節軸モデルに適していることがいえる。

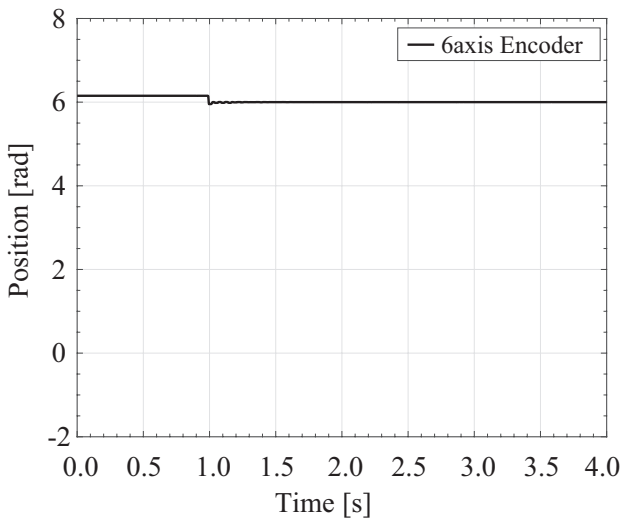


図 2.36: インパルス試験時の6軸目のエンコーダによる位置応答波形

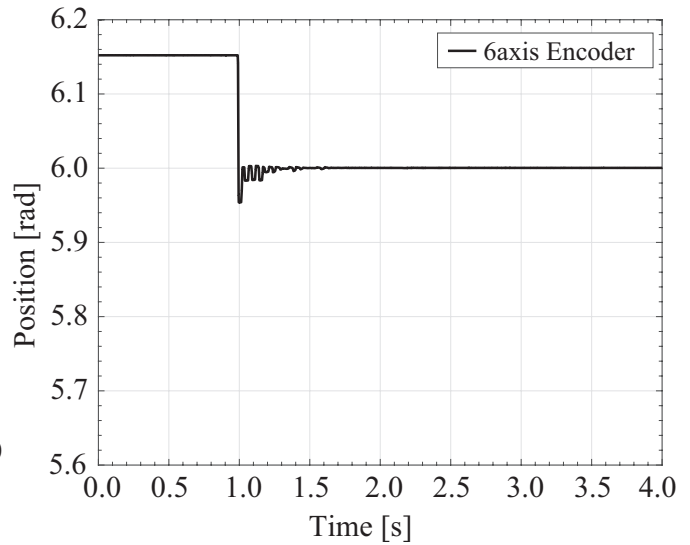


図 2.37: 図 2.36 の拡大図

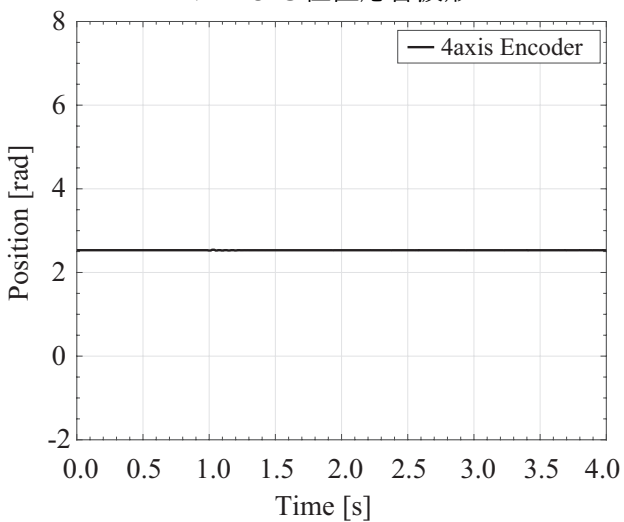


図 2.38: インパルス試験時の4軸目のエンコーダによる位置応答波形

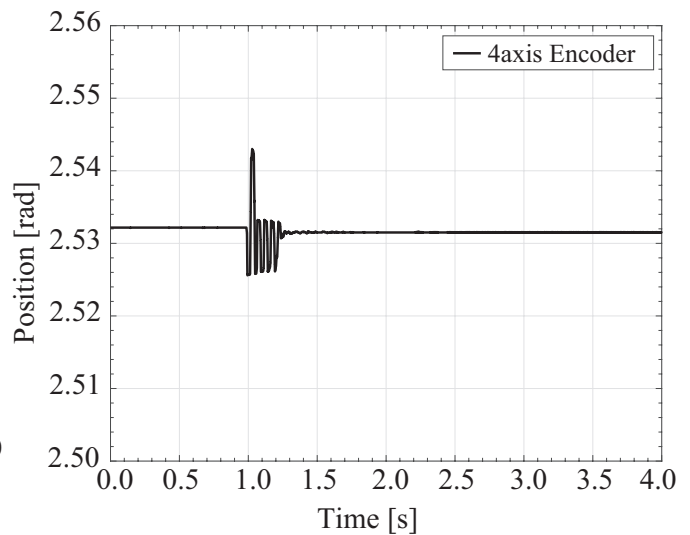


図 2.39: 図 2.38 の拡大図

2.4.3 別の産業用ロボットの関節軸の解析

図 2.22 や図 2.32 に示す産業用ロボットに加えて、図 2.40 に示す別の産業用ロボットにおいても同様に検証を行う。

図 2.41–2.44 に別実験機における波動歯車装置および遊星歯車装置における測定結果を示す。図 2.41 および 2.42 に5軸目の波動歯車装置の周波数特性の測定結果を示す。図 2.41 に示すよ

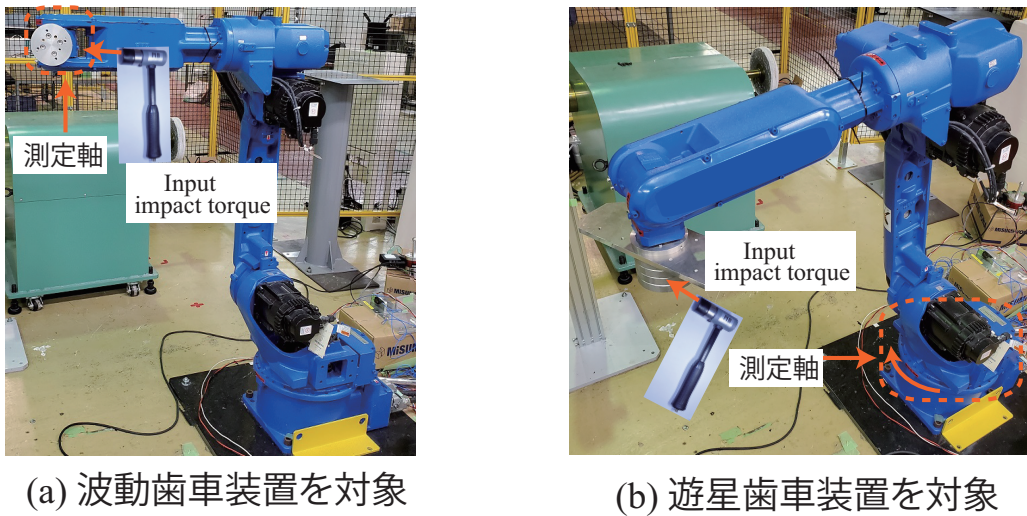


図 2.40: 別実験機におけるインパルス試験

うに、モータトルク指令入力に対するモータ側速度応答の周波数特性には共振・反共振周波数がともに二つ存在することが確認される。これに対し、負荷側トルク τ_L 入力に対するモータ側速度応答を測定した際の周波数特性は図 2.42 において 5 軸目の波動歯車装置には反共振周波数が観測される。同様に、図 2.43 および 2.44 に 1 軸目の遊星歯車装置の周波数特性の測定結果を示す。図 2.43 に示すように、モータトルク指令入力に対するモータ側速度応答の周波数特性には共振・反共振周波数がともに二つ存在することが確認される。これに対し、負荷側トルク τ_L 入力に対するモータ側速度応答を測定した際の周波数特性は図 2.44 において 5 軸目の波動歯車装置と同様に反共振周波数が観測される。

これらの結果より、二つの実験機において 3 慣性系の特性を示す関節軸の波動歯車装置および遊星歯車装置ともにモータトルク指令入力時の周波数特性より、共振・反共振周波数がともに二つ存在する従来の 3 慣性系モデルを示し、負荷側トルク τ_L 入力に対するモータ側速度応答の周波数特性には反共振周波数が表れるため、従来の 3 慣性系モデルとは異なる特性であることが確認される。そのため、負荷側トルク入力に対するモータ側速度応答の周波数特性にて反共振周波数が存在する従来 3 慣性系モデルと異なる特性は、産業用ロボットに用いられる減速機における特性であることがいえる。

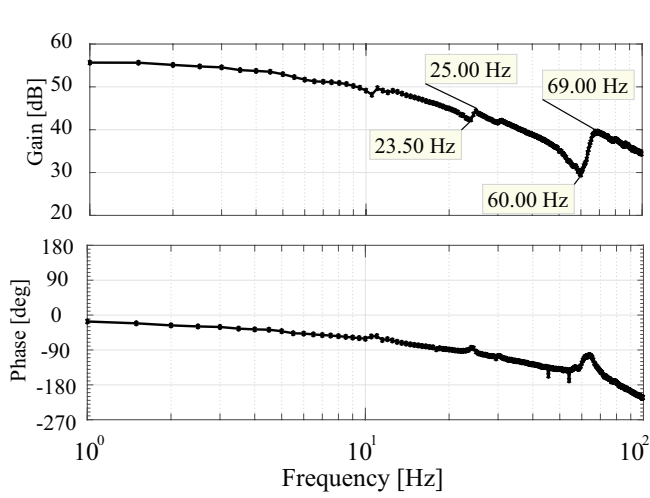


図 2.41: 別実験機におけるモータ側トルク指令に対するモータ側速度応答の周波数特性 (5軸：波動歯車).

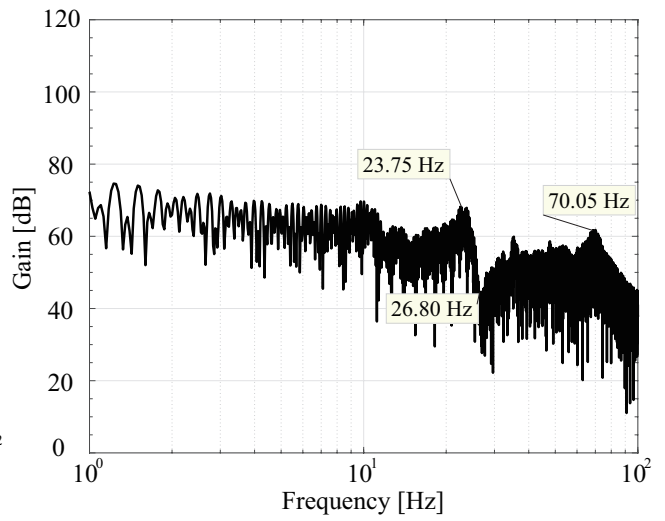


図 2.42: 別実験機における負荷側トルク入力に対するモータ側速度応答の周波数特性 (5軸：波動歯車).

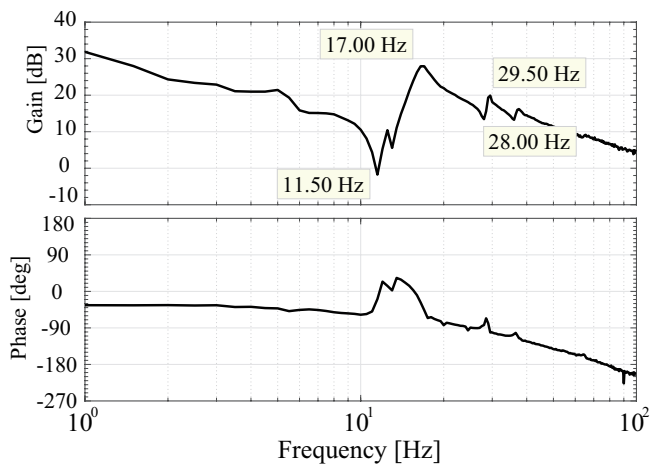


図 2.43: 別実験機におけるモータ側トルク指令に対するモータ側速度応答の周波数特性 (1軸：遊星歯車).

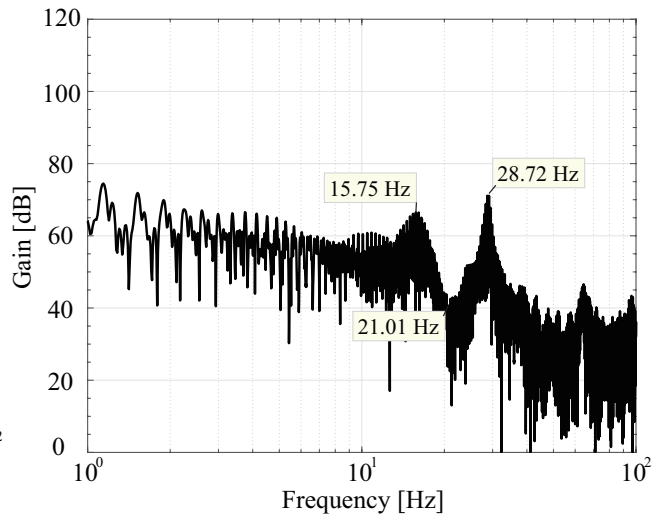


図 2.44: 別実験機における負荷側トルク入力に対するモータ側速度応答の周波数特性 (1軸：遊星歯車).

2.5 提案する3慣性系モデルの可制御性

ハンマーを用いたインパルス試験により減速機において新しい負荷トルク伝達項の存在を確認することができ、減速機の種類およびロボットの種類によらず一般的な産業用ロボットの減速機における現象であることを示した。新しい負荷トルク伝達項 tB が加わることにより従来の3慣性系の B 行列が変化する。そのため、可制御性について評価を行う必要がある。新しい負荷トルク伝達項 tB を考慮した際の3慣性系の状態方程式を式 2.35 に示す。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{x} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \end{bmatrix} \mathbf{u} & (2.35) \\ \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} \omega_1 & \theta_{s1} & \omega_2 & \theta_{s2} & \omega_3 \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -\frac{D_1}{J_1} & -\frac{K_1}{J_1 R_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{J_2} & -\frac{D_2}{J_2} & -\frac{K_2}{J_2 R_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_2}{J_3} & -\frac{D_3}{J_3} \end{bmatrix} \\ b_1 &= \begin{bmatrix} \frac{K_t}{J_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ b_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{tB}{J_2} & 0 & -\frac{tA}{J_3} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} I_{cmd} & \tau_L \end{bmatrix} \end{aligned}$$

可制御性は式 2.35 に示す状態方程式より A 行列と B 行列を用いて評価する。システムが可制御であるための必要十分条件は可制御性行列と呼ばれる行列 U_c の階数が n となることであり、3慣性系の場合は $n=5$ となる。可制御性行列 U_c は式 (2.36) のように表される。

$$U_c = \begin{bmatrix} b_1 & Ab_1 & A^2b_1 & A^3b_1 & A^4b_1 & b_2 & Ab_2 & A^2b_2 & A^3b_2 & A^4b_2 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned}
b_1 &= \begin{bmatrix} \frac{K_t}{J_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A}b_1 = \begin{bmatrix} -\frac{K_t D_1}{J_1 J_1} \\ \frac{K_t}{J_1 R_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A}^2 b_1 = \begin{bmatrix} -\frac{K_t(D_1^2 - \frac{J_1 K_1}{R_1^2})}{J_1^3} \\ -\frac{K_t D_1}{J_1^2 R_1} \\ \frac{K_t K_1}{J_1 J_2 R_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{A}^3 b_1 &= \begin{bmatrix} -\frac{D_1 K_t (2J_1 K_1 - D_1^2 R_1^2)}{J_1^4 R_1^2} \\ -\frac{K_t (J_1 J_2 K_1 - D_1^2 J_2 R_1^2 + J_1^2 K_1 R_1^2)}{J_1^3 J_2 R_1^3} \\ -\frac{(D_2 J_1 + D_1 J_2) K_1 K_t}{J_1^2 J_2^2 R_1} \\ -\frac{K_1 K_t}{J_1 J_2 R_1 R_2} \\ 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{A}^4 b_1 &= \begin{bmatrix} \frac{K_t (J_1^2 J_2 K_1^2 - 3D_1^2 J_1 J_2 K_1 R_1^2 + J_1^3 K_1^2 R_1^2 + D_1^4 J_2 R_1^4)}{J_1^5 J_2 R_1^4} \\ \frac{K_t (-D_1^3 J_2^2 R_1^2 + D_2 J_1^3 K_1 R_1^2 + D_1 J_1 J_2 K_1 (2J_2 + J_1 R_1^2))}{J_1^4 J_2^2 R_1^3} \\ \frac{K_1 K_t (D_1^2 J_2^2 R_1^2 R_2^2 + J_1 J_2 (-J_2 K_1 + D_1 D_2 R_1^2) R_2^2 + J_1^2 R_1^2 (D_2^2 R_2^2 + J_2 (K_2 - K_1 R_2^2)))}{J_1^3 J_2^3 R_1^3 R_2^2} \\ -\frac{(D_2 J_1 + D_1 J_2) K_1 K_t}{J_1^2 J_2^2 R_1 R_2} \\ -\frac{K_1 K_2 K_t}{J_1 J_2 J_3 R_1 R_2} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{tB}{J_2} \\ 0 \\ -\frac{tA}{J_3} \end{bmatrix}, \mathbf{A}b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{tB}{J_2} \\ \frac{D_2 tB}{J_2^2} \\ \frac{tA}{J_3} - \frac{tB}{J_2 R_2} \\ \frac{D_3 tA}{J_3^2} \end{bmatrix}, \mathbf{A}^2 b_2 = \begin{bmatrix} -\frac{K_1 tB}{J_1 J_2 R_1} \\ -\frac{D_2 tB}{J_2^2} \\ \frac{J_2^2 K_2 R_2 tA - D_2^2 J_3 R_2^2 tB + J_2 J_3 (-K_2 + K_1 R_2^2) tB}{J_2^3 J_3 R_2^2} \\ -\frac{D_3 tA}{J_3^2} + \frac{D_2 tB}{J_2^2 R_2} \\ \frac{-D_3^2 J_2 R_2 tA + J_3 K_2 (-J_2 R_2 tA + J_3 tB)}{J_2 J_3^3 R_2} \end{bmatrix} \\
\mathbf{A}^3 b_2 &= \begin{bmatrix} \frac{D_2 J_1 + D_1 J_2}{J_2^2 J_3^2 R_1} K_1 tB \\ \frac{D_2^2 tB + J_2^2 (-\frac{K_2 tA}{J_3 R_2} - \frac{K_1 tB}{J_1 R_1^2}) + J_2 (-K_1 tB + \frac{K_2 tB}{R_2^2})}{J_2^3} \\ \frac{-D_3 J_2^3 K_2 R_2 tA + D_2 J_3 (-J_2^2 K_2 R_2 tA + D_2^2 J_3 R_2^2 tB + 2J_2 J_3 (K_2 - K_1 R_2^2) tB)}{J_2^4 J_3^2 R_2^2} \\ \frac{\frac{D_3^2 tA}{J_3^3} + \frac{K_2 tA}{J_3^2} + \frac{(-J_2 K_2 - D_2^2 R_2^2 + J_2 K_1 R_2^2) tB}{J_2^3 R_2^2} + \frac{K_2 (tA - R_2 tB)}{J_2 J_3 R_2^2}}{D_3^3 J_2^2 R_2 tA - D_2 J_3^3 K_2 tB + D_3 J_2 J_3 K_2 (2J_2 R_2 tA - J_3 tB)} \\ \frac{J_2^2 J_3^4 R_2}{J_2^2 J_3^4 R_2} \end{bmatrix}, \mathbf{A}^4 b_2 = \begin{bmatrix} a_{1-10} \\ a_{2-10} \\ a_{3-10} \\ a_{4-10} \\ a_{5-10} \end{bmatrix} \\
a_{1-10} &= (K_1 (-D_1^2 J_2^2 J_3 R_1^2 R_2^2 tB + J_1 J_2 J_3 (J_2 K_1 - D_1 D_2 R_1^2) R_2^2 tB \\
&\quad + J_1^2 R_1^2 (J_2^2 K_2 R_2 tA - D_2^2 J_3 R_2^2 tB + J_2 J_3 (-K_2 + K_1 R_2^2) tB)) / (J_1^3 J_2^3 J_3 R_1^3 R_2^2) \\
a_{2-10} &= (\frac{D_3 J_2^3 K_2 tA}{J_3^2 R_2} - D_2^3 tB + \frac{D_1 J_2^3 K_1 tB}{J_1^2 R_1^2} \\
&\quad + D_2 J_2 (\frac{J_2 K_2 tA}{J_3 R_2} + 2K_1 tB + \frac{J_2 K_1 tB}{J_1 R_1^2} - \frac{2K_2 tB}{R_2^2}) / (J_2^4) \\
a_{3-10} &= (J_2^4 K_2 (D_3^2 + J_3 K_2) R_2^3 tA - D_2^4 J_3^3 R_2^4 tB + 3D_2^2 J_2 J_3^3 R_2^2 (-K_2 + K_1 R_2^2) tB \\
&\quad + J_2^2 J_3^2 (D_2^2 K_2 R_2^3 tA - J_3 (K_2 - K_1 R_2^2)^2 tB) + J_2^3 J_3 K_2 R_2 (D_2 D_3 R_2^2 tA \\
&\quad - J_3 K_1 R_2^2 tA + J_3 K_2 (tA - R_2 tB))) / (J_2^5 J_3^3 R_2^4) - \frac{K_1^2 tB}{J_1 J_2^2 R_1^2} \\
a_{4-10} &= (-D_3^3 J_2^4 R_2^3 tA + D_3 J_2^3 J_3 K_2 R_2 (-J_3 tA - 2J_2 R_2^2 tA + J_3 R_2 tB) \\
&\quad + D_2 J_3^3 (D_2^2 J_3 R_2^2 tB + 2J_2 J_3 (K_2 - K_1 R_2^2) tB + J_2^2 K_2 R_2 (-tA + R_2 tB))) / (J_2^4 J_3^4 R_2^3) \\
a_{5-10} &= (J_2 J_3^3 K_2 (D_2 D_3 R_2^2 + J_3 (K_2 - K_1 R_2^2)) tB - J_2^3 (D_3^4 + 3D_3^2 J_3 K_2 + J_3^2 K_2^2) R_2^3 tA \\
&\quad + J_2^2 J_3^2 K_2 R_2 (-J_3 K_2 tA + D_3^2 R_2 tB + J_3 K_2 R_2 tB) + D_2^2 J_3^4 K_2 R_2^2 tB) / (J_2^3 J_3^5 R_2^3)
\end{aligned}$$

式 (2.36) において、線形独立なベクトルを 5 つ選択することができる。これより式 (2.36) の階数は 5 となるため、式 (2.35) に示すシステムは可制御であることがわかる。

2.6 まとめ

本章では、産業用ロボットの関節軸において1次共振モードおよび2次共振モードの双方の共振周波数が顕著となる場合において従来用いられている3慣性系モデルである「対称形3慣性系モデル」、「直列接続3慣性系モデル」、「ツインドライブシステム」と関節軸における構成の比較を行い、産業用ロボットの関節軸に適した3慣性系モデルの解析を行った。構成比較の結果より産業用ロボットの関節軸1次共振モードおよび2次共振モードの両方を考慮したモデルとして、慣性とねじれ剛性の組み合わせが二つ存在する直列接続3慣性系モデルが適切であることを示した。

関節軸の構成解析の次に減速機の構造解析を行い、ねじれ剛性について解析を行った。構造解析結果より負荷トルク伝達経路が二つ存在することが示され、新しい負荷トルク伝達項 tB により負荷トルク入力における周波数特性において反共振周波数が存在することが数式解析より示された。この反共振周波数の存在はハンマーを用いたインパルス試験による実機実験の結果より立証され、減速機および産業用ロボットの種類によらず発生する現象であることを示した。また、新しい負荷トルク伝達項 tB が存在する場合においてもシステムの可制御性は確認された。

この新しい負荷トルク伝達項を考慮した3慣性系モデルに基づき制御系の設計および解析を行うことにより、2つの共振周波数に対する振動抑制を実現する位置・速度制御に加えて外乱トルクに対する評価および一次共振モードと二次共振モードと環境のダイナミクスとの相互関係を考慮した力制御を産業用ロボットにて実現することが可能となる

第3章

産業用ロボットの減速機における3慣性系の状態フィードバック制御

3.1 はじめに

2章にて産業用ロボットの関節軸の減速機において、1次共振モードと2次共振モードの両方を考慮したモデルとして、慣性とねじれ剛性の組み合わせが二つ存在する直列接続3慣性系モデルが適切であることを示した。

加えて減速機の構造解析より、負荷側トルクの伝達経路が二つ存在することを示した。これにより、新しい負荷トルク伝達項 t_B により負荷トルク入力における周波数特性において反共振周波数が存在することを数式解析および実機実験により実証した。2章の解析により、減速機の3慣性系モデルは従来の3慣性系とは異なる特性を持つことが示された。

従来、産業用ロボットに求められていた高速・高精度な位置決めおよび軌跡追従制御において目標値応答における振動抑制が重要とされた。しかしながら、目標値応答に加え外乱トルクに対する抑圧応答も高速・高精度な位置決めおよび軌跡追従制御において重視される。加えて、産業用ロボットにおいては用途拡大による力制御を用いた押し付け動作やダイレクトティーチング、バックドライブといった負荷側トルクに対する力制御の高性能化が求められている。そのためそれらの動作を実現には新しい3慣性系モデルに対し、目標値応答として二つの共振周

波数の抑圧に加えて、負荷側トルク入力に対する二つの伝達項を考慮する振動抑制が課題となる。

3慣性系モデルに対する振動抑制において、代表的な手法の一つとして状態フィードバックが用いられている [78–81]。状態フィードバックとは、「線形システムが可制御ならば、任意に指定した極の分布を実現する状態フィードバック係数が存在する」 [82] といわれており、状態フィードバックにより極を自由に変えることができる [83–87] ことを意味している。したがって、2章より提案する3慣性系モデルは可制御であるため、状態フィードバックを用いることにより、システムを安定化させることが可能である。

本章では、外乱トルクの伝達項が二つ存在する産業用ロボットの減速機における3慣性系に対し、状態フィードバックを用いた振動抑制について力制御および速度制御にて検討を行う。

3.2 3 慣性系の力制御における状態フィードバック制御

外乱トルクの伝達項が二つ存在する産業用ロボットの減速機における状態フィードバック制御を用いた振動抑制の検討として、環境剛性からの環境反力が3 慣性系に作用する力制御についてははじめに検討を行う。なお、力制御における環境反力は負荷トルクと定義されるため、3 慣性系モデルにおける外乱トルクは力制御時において負荷トルクと呼称する。負荷トルク伝達項を先端のみとする従来の3 慣性系と、負荷トルク伝達項が二つ存在する提案する3 慣性系モデルでは、環境剛性を考慮した3 慣性系とした際の周波数特性が異なり、状態フィードバックを用いた振動抑制の実現に影響を与える。本節では、従来の3 慣性系と提案する3 慣性系モデルに対し、環境剛性を考慮した3 慣性系に対する力制御における状態フィードバックを用いた振動抑制について検討を行う。検討結果より、負荷トルク伝達項が二つ存在する提案する3 慣性系モデルを用いることによる、3 慣性系の特性を示す産業用ロボットの関節軸に対する状態フィードバックを用いた力制御の有用性を示す。

3.2.1 従来の3 慣性系の力制御における状態フィードバック制御

環境剛性を考慮した従来の3 慣性系に対する状態フィードバック制御系を含めた力制御系のブロック線図を図 3.1 に示す。図 3.1 において環境剛性を考慮した従来の3 慣性系に対する状態フィードバック系の設計には、3 慣性系における各状態変数の伝達関数が必要となる。q 軸電流指令 (I_{cmd}) から3 慣性系のモータ側速度応答 (ω_m) を出力とした伝達関数は、式 (3.1) となる。

$$\frac{\omega_m}{I_{cmd}} = \frac{\sum_{i=1}^5 b_{\omega_i} s^i}{s^6 + \sum_{i=1}^5 a_i s^i} \quad (3.1)$$

$$a_5 = \frac{D_1}{J_1} + \frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3}$$

$$a_4 = \frac{K_1}{J_1 R_1^2} + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2 + K_e}{J_3} + \frac{K_1}{J_2} + \frac{D_1}{J_1} \left(\frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3} \right) + \frac{D_2 D_3}{J_2 J_3}$$

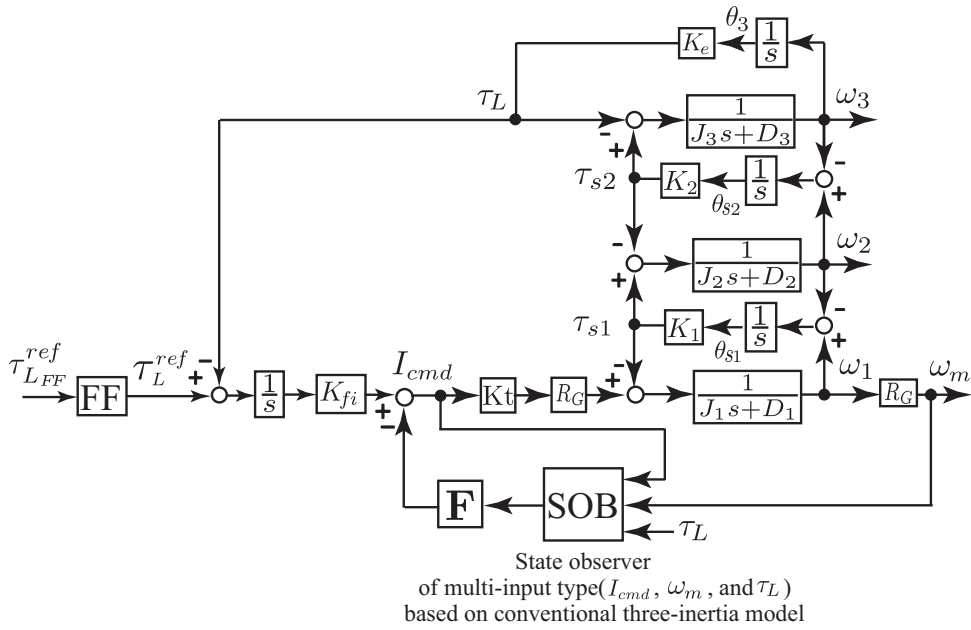


図 3.1: 従来の3慣性系モデルに基づく力制御系のブロック線図

$$\begin{aligned}
 a_3 &= \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \left(\frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3} \right) + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} \left(\frac{D_1}{J_1} + \frac{D_3}{J_3} \right) + \frac{K_2 + K_e}{J_3} \left(\frac{D_1}{J_1} + \frac{D_2}{J_2} \right) \\
 &+ \frac{K_1}{J_2} \left(\frac{D_1}{J_1} + \frac{D_3}{J_3} \right) + \frac{D_1 D_2 D_3}{J_1 J_2 J_3} \\
 a_2 &= \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2 + K_e}{J_3} + \frac{D_2 D_3}{J_2 J_3} \right) + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} \left(\frac{D_1 D_3}{J_1 J_3} + \frac{K_e}{J_3} \right) \\
 &+ \frac{K_2 + K_e}{J_3} \left(\frac{K_1}{J_2} + \frac{D_1 D_2}{J_1 J_2} \right) + \frac{D_1 D_3 K_1}{J_1 J_2 J_3} \\
 a_1 &= \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{D_3}{J_3} + \frac{D_2}{J_2} \frac{K_2 + K_e}{J_3} \right) + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{D_1}{J_1} \frac{K_e}{J_3} + \frac{D_1}{J_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{K_2 + K_e}{J_3} \\
 a_0 &= \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{K_e}{J_3} \\
 b_{\omega_{15}} &= \frac{K_t}{J_1} \\
 b_{\omega_{14}} &= \frac{K_t}{J_1} \left(\frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3} \right) \\
 b_{\omega_{13}} &= \frac{K_t}{J_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2 + K_e}{J_3} + \frac{K_1}{J_2} + \frac{D_2 D_3}{J_2 J_3} \right) \\
 b_{\omega_{12}} &= \frac{K_t}{J_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{D_3}{J_3} + \frac{D_2}{J_2} \frac{K_2 + K_e}{J_3} + \frac{K_1}{J_2} \frac{D_3}{J_3} \right) \\
 b_{\omega_{11}} &= \frac{K_t}{J_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{K_e}{J_3} + \frac{K_1}{J_2} \frac{K_2 + K_e}{J_3} \right)
 \end{aligned}$$

また、q軸電流指令 (I_{cmd}) から3慣性系の各状態量を出力とした伝達関数は、式 (3.2)–(3.6)

となる。

$$\frac{\omega_2}{I_{cmd}} = \frac{\sum_{i=1}^3 b_{\omega_2 i} s^i}{s^6 + \sum_{i=0}^5 a_i s^i} \quad (3.2)$$

$$b_{\omega_2 3} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2}$$

$$b_{\omega_2 2} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{D_3}{J_3}$$

$$b_{\omega_2 1} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{K_2 + K_e}{J_3}$$

$$\frac{\omega_3}{I_{cmd}} = \frac{b_{\omega_3 1} s}{s^6 + \sum_{i=0}^5 a_i s^i} \quad (3.3)$$

$$b_{\omega_3 1} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{1}{R_2} \frac{K_2}{J_3}$$

$$\frac{\theta_{s1}}{I_{cmd}} = \frac{\sum_{i=0}^4 b_{s1 i} s^i}{s^6 + \sum_{i=0}^5 a_i s^i} \quad (3.4)$$

$$b_{s1 4} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1}$$

$$b_{s1 3} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \left(\frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3} \right)$$

$$b_{s1 2} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2 + K_e}{J_3} + \frac{K_1}{J_2} + \frac{D_2 D_3}{J_2 J_3} \right)$$

$$b_{s1 1} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{D_3}{J_3} + \frac{D_2}{J_2} \frac{K_2 + K_e}{J_3} \right)$$

$$b_{s1 0} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{K_e}{J_3}$$

$$\frac{\theta_{s2}}{I_{cmd}} = \frac{\sum_{i=0}^2 b_{s2 i} s^i}{s^6 + \sum_{i=0}^5 a_i s^i} \quad (3.5)$$

$$b_{s2 2} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{1}{R_2}$$

$$b_{s2 1} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{1}{R_2} \frac{D_3}{J_3}$$

$$b_{s2 0} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{1}{R_2} \frac{K_e}{J_3}$$

$$\frac{\tau_L}{I_{cmd}} = \frac{b_{t0}}{s^6 + \sum_{i=0}^5 a_i s^i} \quad (3.6)$$

$$b_{t0} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{1}{R_2} \frac{K_2 K_e}{J_3}$$

導出した 3 慣性系の各状態量の伝達関数式 (3.1)–(3.6) を用いて、状態フィードバックシステ

ム的设计を行う。状態フィードバックシステムは式(3.7)に示す構成となる。

$$I_{cmd} = u - (f_{\omega_1}\omega_1 + f_{\theta_{s1}}\theta_{s1} + f_{\omega_2}\omega_2 + f_{\theta_{s2}}\theta_{s2} + f_{\omega_3}\omega_3 + f_{\tau_L}\tau_L) \quad (3.7)$$

式(3.7)に示す状態フィードバックを用いて、図3.1に示す力制御系における状態フィードバック系と積分器を含めた際の伝達関数は式(3.8)に示すようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\tau_L}{\tau_L^{ref}} &= \frac{b_{f0}}{s^7 + \sum_{i=0}^6 a_{fi}s^i} & (3.8) \\ a_{f6} &= a_5 + f_{w1}b_{\omega_{15}} \\ a_{f5} &= a_4 + f_{w1}b_{\omega_{14}} + f_{s1}b_{s14} \\ a_{f4} &= a_3 + f_{w1}b_{\omega_{13}} + f_{s1}b_{s13} + f_{w2}b_{\omega_{23}} \\ a_{f3} &= a_2 + f_{w1}b_{\omega_{12}} + f_{s1}b_{s12} + f_{w2}b_{\omega_{22}} + f_{s2}b_{s22} \\ a_{f2} &= a_1 + f_{w1}b_{\omega_{11}} + f_{s1}b_{s11} + f_{w2}b_{\omega_{21}} + f_{s2}b_{s21} + f_{w3}b_{\omega_{31}} \\ a_{f1} &= a_0 + f_{w1}b_{\omega_{10}} + f_{s1}b_{s10} + f_{w2}b_{\omega_{20}} + f_{s2}b_{s20} + f_{w3}b_{\omega_{30}} + f_{t3}b_{t0} \\ a_{f0} &= K_{fi}b_{t0}K_e \\ b_{f0} &= K_{fi}b_{t0}K_e \end{aligned}$$

導出した伝達関数式(3.8)を用いて、制御器のゲイン設計を行う。制御器のゲイン設計には、式(3.9)に定義する極配置した際の多項式を用いる。

$$D_3(s) = (s + p_1) \prod_{i=1}^3 (s^2 + 2\zeta_i s + (\zeta_i^2 + w_{ci}^2)) \quad (3.9)$$

$$= s^7 + a_{p6}s^6 + a_{p5}s^5 + a_{p4}s^4 + a_{p3}s^3 + a_{p2}s^2 + a_{p1}s + a_{p0} \quad (3.10)$$

式(3.9)に示す多項式 $D_3(s)$ に基づいて、導出した伝達関数式(3.8)の分母多項式の係数比較によりフィードバックゲインおよび積分ゲインを設計する。設計される各制御器のゲインは式(3.11)–(3.17)で表される。

表 3.1: 従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御系の極配置および制御帯域

	極 1	極 2-7	制御帯域
従来モデルに基づく力制御系	-50.0	-250.0	6.66 Hz

$$f_{w1} = \frac{1}{b_{\omega 15}}(a_{p6} - a_5) \quad (3.11)$$

$$f_{s1} = \frac{1}{b_{s14}}(a_{p5} - a_4 - f_{w1}b_{\omega 14}) \quad (3.12)$$

$$f_{w2} = \frac{1}{b_{\omega 23}}(a_{p4} - a_3 - f_{w1}b_{\omega 13} - f_{s1}b_{s13}) \quad (3.13)$$

$$f_{s2} = \frac{1}{b_{s22}}(a_{p3} - a_2 - f_{w1}b_{\omega 12} - f_{s1}b_{s12} - f_{w2}b_{\omega 22}) \quad (3.14)$$

$$f_{w3} = \frac{1}{b_{\omega 31}}(a_{p2} - a_1 - f_{w1}b_{\omega 11} - f_{s1}b_{s11} - f_{w2}b_{\omega 21} - f_{s2}b_{s21}) \quad (3.15)$$

$$f_{\tau L} = \frac{1}{b_{q30}}(a_{p1} - a_0 - f_{w1}b_{\omega 10} - f_{s1}b_{s10} - f_{w2}b_{\omega 20} - f_{s2}b_{s20} - f_{w3}b_{\omega 30}) \quad (3.16)$$

$$K_{fi} = \frac{a_{p0}}{b_{\tau L}} \quad (3.17)$$

また、図 3.1 に示す力制御系において、状態フィードバック系は振動抑制のために設計され、保守的となる。そのため反力応答の向上のためにフィードフォワード (FF) システムを用いることとする。フィードフォワードシステムの伝達関数は、式 (3.18) で表される。

$$FF(s) = \frac{K \prod_{i=1}^3 (s^2 + 2\zeta_{ai}w_{ai}s + w_{ai}^2)}{\prod_{i=1}^3 (s^2 + 2\zeta_{ri}w_{ri}s + w_{ri}^2)} \quad (3.18)$$

図 3.1 に示す力制御器は、表 3.1 示す極配置とし、図 3.2 に示す極配置となる。図 3.2 に示す極配置より従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御系の制御帯域幅は図 3.3 に示すようになる。

また、図 3.1 に示す力制御器における状態フィードバック系を実現するために 3 慣性系に基づく状態オブザーバを用いる。状態オブザーバの推定精度を向上させるために、従来の状態オブザーバに用いられる q 軸電流指令 I_{cmd} とエンコーダ情報より計算されるモータ側速度応答 ω_m に加え、反力 τ_L を負荷トルクセンサより計測し、状態オブザーバに用いることとする。これにより、状態オブザーバは負荷トルクセンサとモータ側速度応答 ω_m と反力 τ_L を可観測情報とした多入力型状態オブザーバとなり、多入力型状態オブザーバを設計することにより、状態オブ

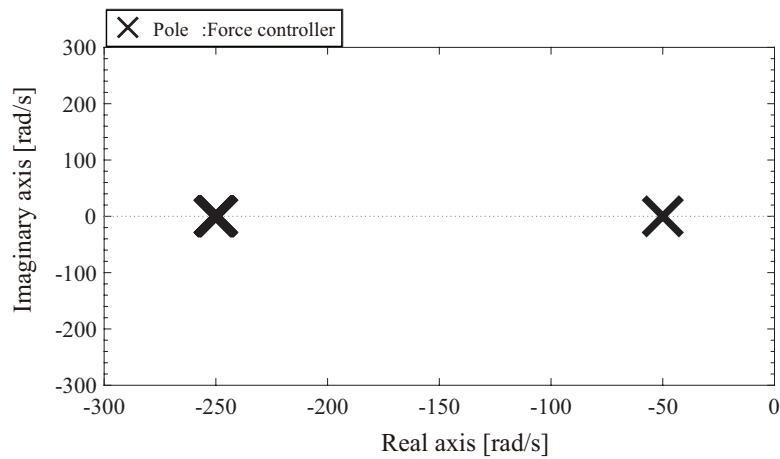


図 3.2: 従来の3慣性系モデルに基づく力制御系の極配置図

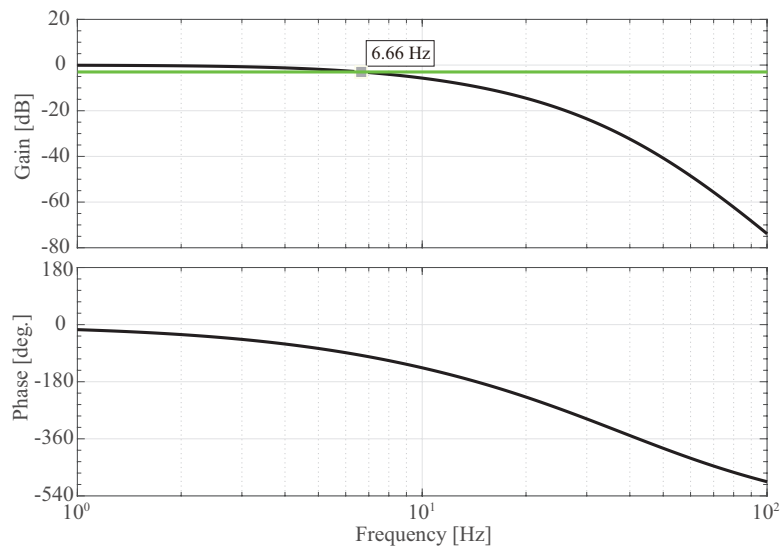


図 3.3: 従来の3慣性系モデルに基づく力制御系のボード線図

ザーバの推定精度の向上を図る。多入力型状態オブザーバの状態方程式は式 (3.19) のように表される。多入力型状態オブザーバのオブザーバゲインは、多入力システムの可観測正準形式を求め、多入力システム $(A - KC)$ での特性多項式の極を用いることにより設計される [85, 86]。

なお、オブザーバゲインはオブザーバ極を 200 rad/s とし設計する。

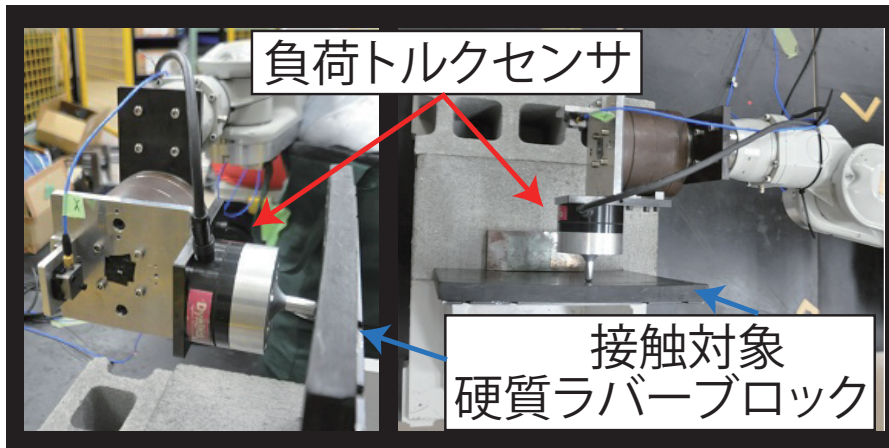


図 3.4: 産業用ロボットの力制御時の外観図

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{I}_{\text{cmd}} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} \omega_m \\ \tau_L \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_1 & \hat{\theta}_{s1} & \hat{\omega}_2 & \hat{\theta}_{s2} & \hat{\omega}_3 & \hat{\tau}_L \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D_1}{J_1} & -\frac{K_1}{J_1 R_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{J_2} & -\frac{D_2}{J_2} & -\frac{K_2}{J_2 R_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_2}{J_3} & -\frac{D_3}{J_3} & -\frac{1}{J_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Ke & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{K_t}{J_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{21} & k_{31} & k_{41} & k_{51} & k_{61} \\ k_{12} & k_{22} & k_{32} & k_{42} & k_{52} & k_{62} \end{bmatrix}^T$$

設計した制御系の有効性を検証するため数値シミュレーションおよび実機実験を行う。実機実験では図 3.4 に示すように、産業用ロボットの先端に負荷トルクセンサ (WACOH-TECH Inc.: WEF-6A200-4-RCD-B) を取り付け、環境反力を直接測定することとする。また、接触対象となる環境剛性は硬質ラバーブロックを使用する。

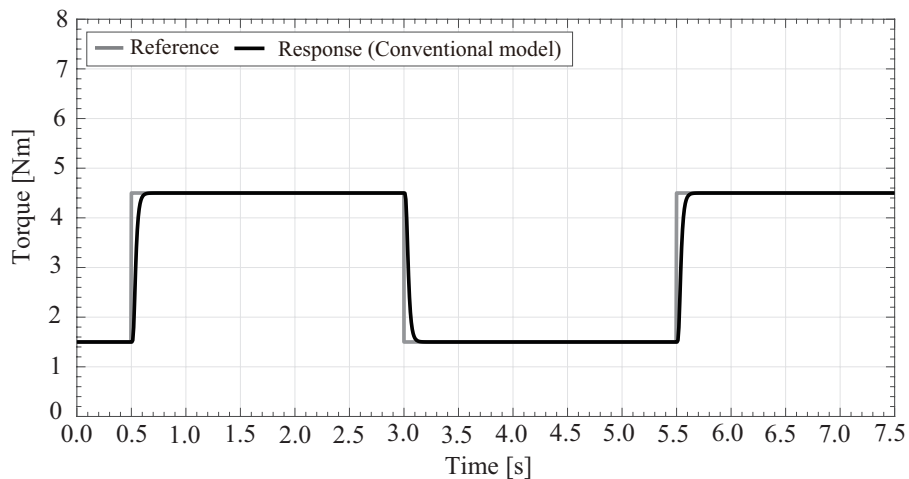


図 3.5: 従来の3慣性系モデルに基づく力制御時の反力応答の数値シミュレーション結果

図 3.5 に従来の3慣性系モデルに基づく力制御器を用いた反力応答の数値シミュレーション結果を示す。数値シミュレーションにおいては残留振動なく高性能な反力応答を実現できていることが確認される。しかしながら、図 3.6 に示すように実機実験では過渡応答にて振動が発生している。

図 3.5 に示す数値シミュレーション結果では、残留振動なく安定した反力応答を実現できていたが、数値シミュレーションに用いた力制御器を実機実験に用いた場合では過渡応答において振動が発生していることが確認される。

次に実機実験における状態オブザーバの三慣性系の状態推定波形および反力推定値を確認する。図 3.7 と 3.8 に示す状態オブザーバの反力応答の推定値と実測値を比較すると推定波形の立ち上がりにアンダーシュートが生じており、また実測値とは異なる振動ピークが確認される。

また、状態オブザーバにおける各状態量の推定波形を図 3.9–3.11 に示す。図 3.9–3.11 において (a) は数値シミュレーション結果を示し、(b) は実機実験結果を示す。各状態量の数値シミュレーション結果と実機実験結果において、過渡応答の周波数成分が異なりかつ過渡応答のピーク値が大きく異なっている。図 3.9–3.11 において、姿勢変動等は生じていないためパラメータ変動は大きく生じない。図 3.9–3.11 中での (a) の数値シミュレーションにおいては実応答と推定波形は一致しており、状態オブザーバの設計は良好である。

しかしながら、(b) の実機実験においてはモータ側速度応答の実応答と推定波形において定

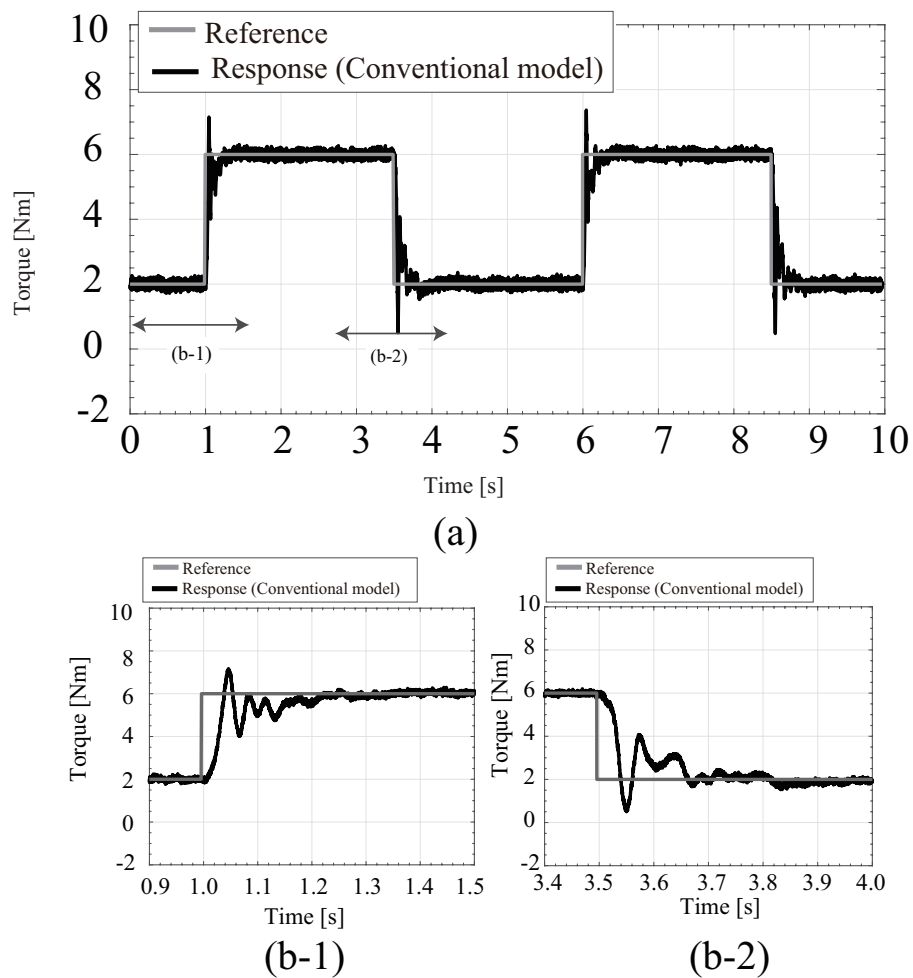


図 3.6: 従来の3 慣性系モデルに基づく力制御時の反力応答の実機実験結果

常偏差が確認される。これは停止時における静止摩擦の影響であると考えられる。静止摩擦を含めた環境反力と釣り合うモータトルク指令を入力しているため、状態オブザーバにてモデル化していない静止摩擦分のモータトルク指令が入力され、その結果状態量として速度応答が一定出力される結果となっていると思われる。

そのため、図 3.10 および 3.11 においても同様に静止状態にも関わらず、一定速度の推定波形が出力されている。また、図 3.12 および 3.13 に示す各ねじれ角においては数値シミュレーションと比べトルク指令入力に対する変位量が異なり、推定波形は数値シミュレーションより大きく出力される。

これらの結果より、数値シミュレーションと実機実験結果における推定波形が異なる原因と

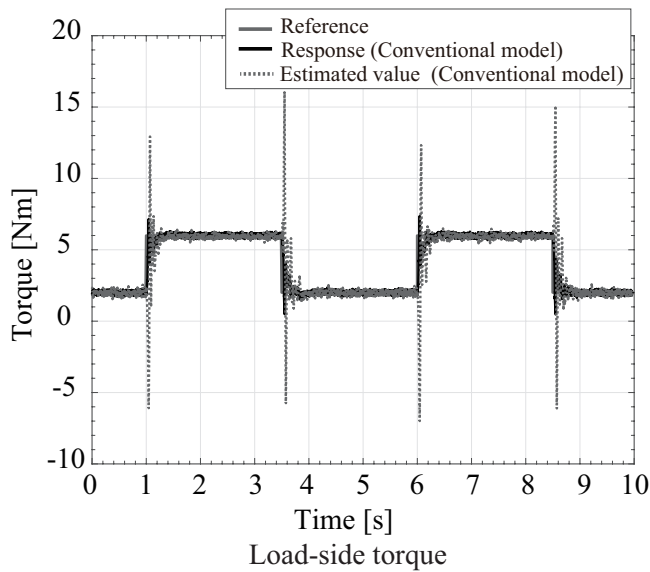


図 3.7: 従来の3慣性系モデルに基づく力制御時の反力応答と推定波形の実験結果

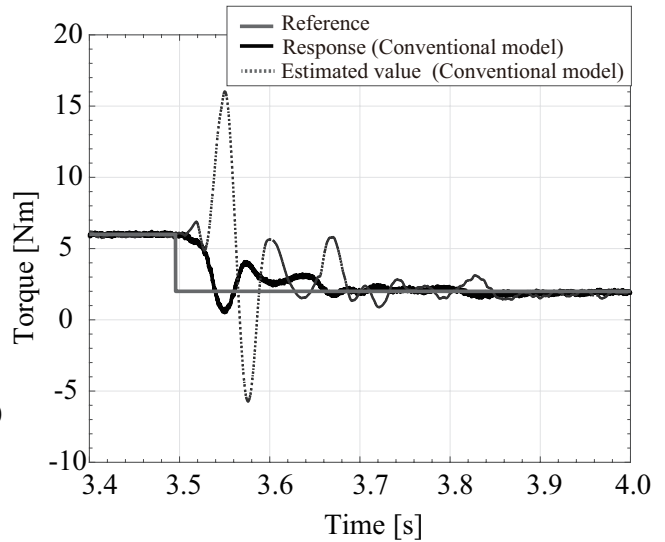


図 3.8: 図 3.7 の拡大図 2

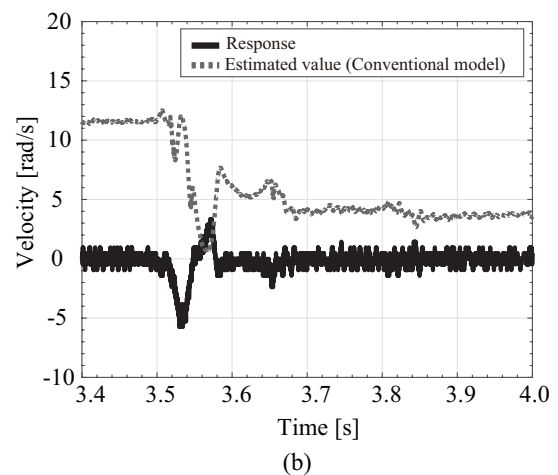
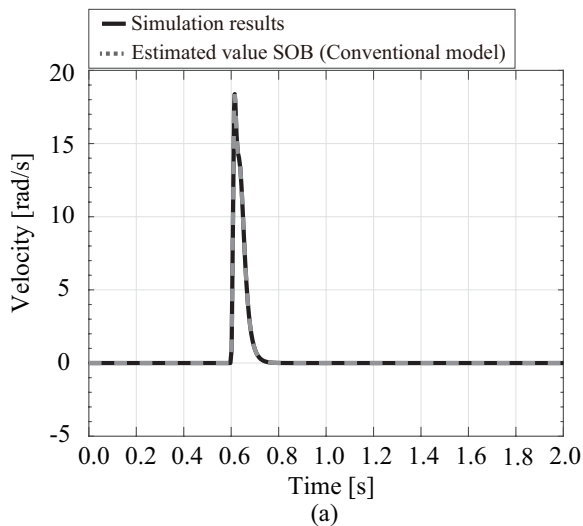


図 3.9: 従来の3慣性系モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションおよび実機実験時におけるモータ側速度応答と従来の3慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (ω_1)

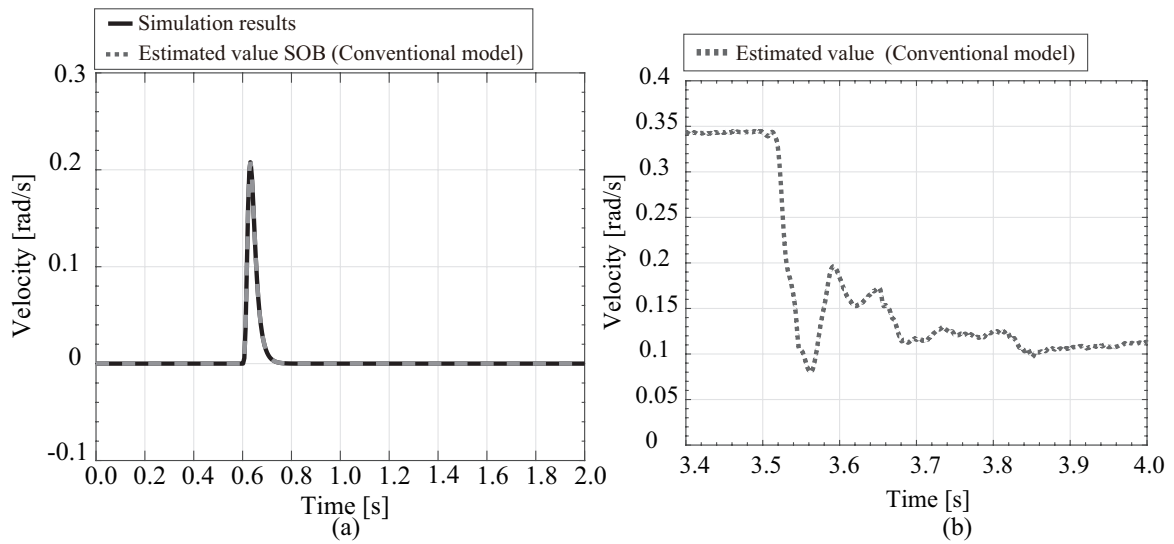


図 3.10: 従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける負荷側中間部速度応答と従来の 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (ω_2)

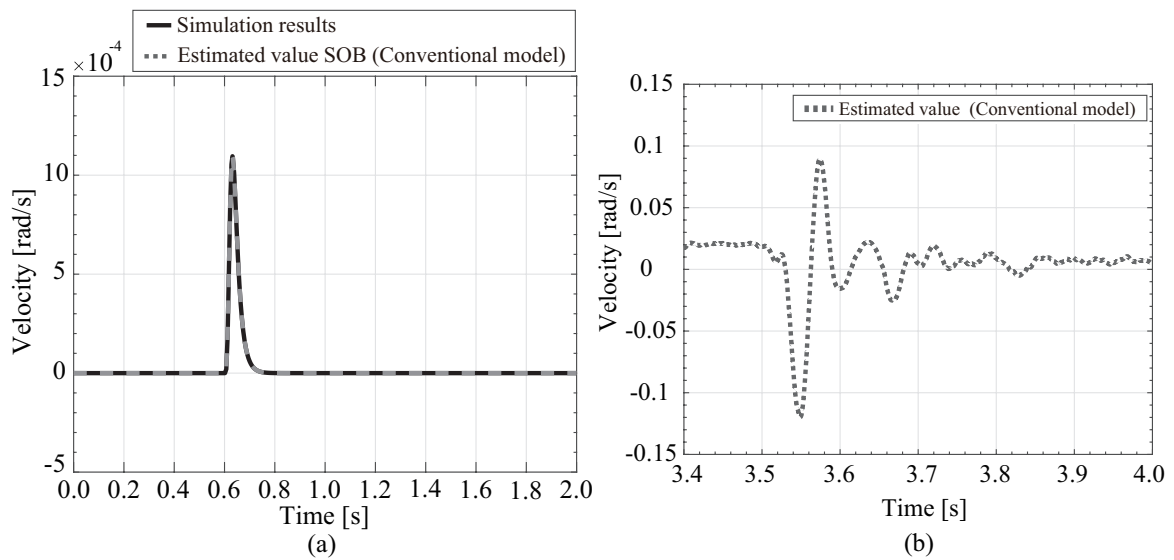


図 3.11: 従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける負荷側先端速度応答と従来の 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (ω_3)

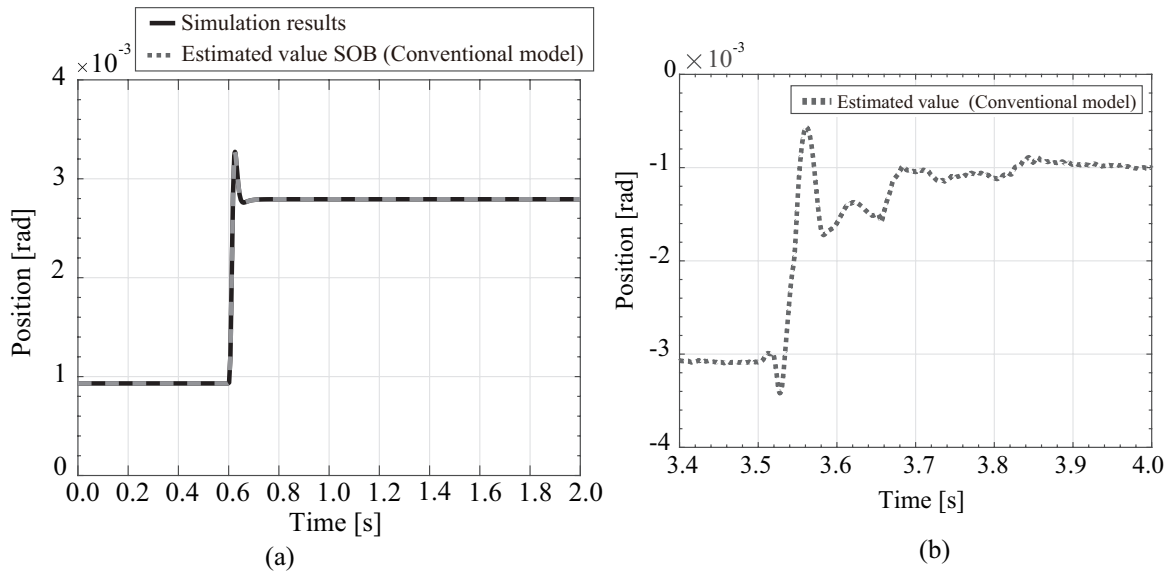


図 3.12: 従来の3慣性系モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける負荷側中間部ねじれ角応答と従来の3慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (θ_{s1})

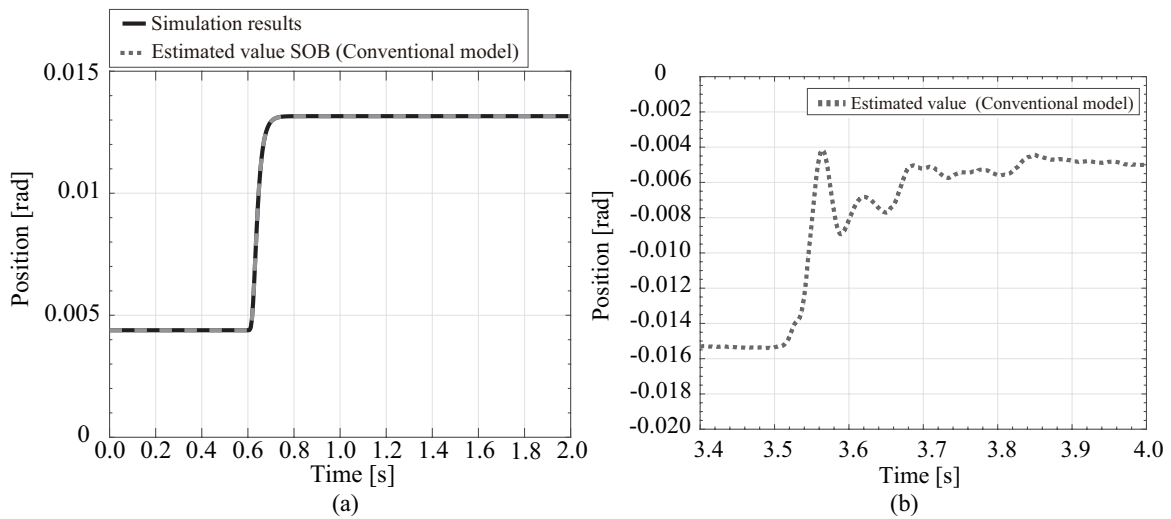


図 3.13: 従来の3慣性系モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける負荷側先端部ねじれ角応答と従来の3慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (θ_{s2})

して、推定速度応答の原因は静止摩擦などの非線形要素が考えられる。加えて、推定負荷側トルク波形を含め推定ねじれ角応答においては、変位量および過渡応答時における振動波形がモデル化した数値シミュレーションとは異なる結果となっており、その原因としては環境反力からの伝達項を含めた3慣性系のモデル化誤差、環境剛性のモデル化誤差が考えられる。そのため、負荷トルク伝達項が二つ存在する3慣性系に対し、従来の3慣性系モデルを用いた場合、環境反力が伝わる経路が異なるため、環境剛性を考慮した3慣性系モデルとは異なり、振動抑制を実現することは難しくなることがいえる。

3.2.2 提案する3慣性系の力制御における状態フィードバック制御

従来の3慣性系モデルでは、減速機における負荷トルクの伝達項を考慮していないため、実機実験において状態オブザーバの推定誤差の影響が顕著となり、残留振動が発生する結果となった。力制御における振動抑制を実現するため、次に2章にて提示した負荷側トルクの伝達項が二つ存在する新しい3慣性系モデルについてモデル化を行う。モデル化において物理パラメータを導出する際に使用する各共振・反共振周波数を表3.2に示す。

2章にて導出した定義した負荷側トルク伝達項が二つ存在する三慣性系モデルより、提案する3慣性系モデルの状態方程式を式(3.20)と式(3.21)に示す。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_L\tau_L \quad (3.20)$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \omega_1 & \theta_{s1} & \omega_2 & \theta_{s2} & \omega_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D_1}{J_1} & -\frac{K_1}{J_1 R_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{J_2} & -\frac{D_2}{J_2} & -\frac{K_2}{J_2 R_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_2}{J_3} & -\frac{D_3}{J_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{tB}{J_2} & 0 & -\frac{tA}{J_3} \end{bmatrix}^T \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

表 3.2: 各トルク入力時におけるモータ側速度応答の共振・反共振周波数

	共振周波数		反共振周波数	
	ω_{r1}	ω_{r2}	ω_{a1}	ω_{a2}
モータトルク入力	11.5 Hz	31.0 Hz	8.0 Hz	21.5 Hz
負荷トルク入力	11.5 Hz	31.0 Hz	19.2 Hz	—

式 (3.20) と式 (3.21) に示す状態方程式より、負荷トルク入力に対するモータ側速度応答の伝達関数は式 (3.22) に示すようになる。

$$\frac{\omega_1}{\tau_L} = \frac{\frac{K_1}{J_1 J_2} tB (s^2 + \frac{D_3}{J_3} s + \frac{K_2}{J_3} (\frac{tA}{tB} + 1))}{s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (3.22)$$

ここで、新しい反共振周波数を考慮した3慣性システムのモデル化するにあたり、負荷トルク τ_L に対するモータ側速度応答の伝達関数を式 (3.23) のように定義する。

$$\frac{\omega_1}{\tau_L} = \frac{G_L (s^2 + 2\zeta_1 \omega_{La1} s + \omega_{La1}^2)}{(s + \alpha)(s^2 + 2\zeta_{r1} \omega_{r1} s + \omega_{r1}^2)(s^2 + 2\zeta_{r2} \omega_{r2} s + \omega_{r2}^2)} \quad (3.23)$$

式 (3.23) において ω_{La1} が負荷側トルク τ_L 入力時における反共振周波数を意味する。定義した負荷側トルク τ_L に対するモータ側速度応答の伝達関数式 (3.23) と状態方程式より導出した負荷側トルク τ_L に対するモータ側速度応答の伝達関数式 (3.22) の分子多項式を係数比較することにより、負荷側トルク伝達項 tA と tB は次のように導出される。なお、導出にあたり、負荷側トルクの総量は一定であるとしている。

$$tA = 1 - \frac{K_2}{J_3 \omega_{La1}^2} \quad (3.24)$$

$$tB = \frac{K_2}{J_3 \omega_{La1}^2} \quad (3.25)$$

式 (3.24) および (3.25) より導出した負荷側トルク伝達項を含めた3慣性系の物理パラメータは表 3.3 に示すようになる。従来モデルでは外乱トルクは先端部のみに作用していたため、先端部の伝達項 tA が1となり、 tB には作用しないモデルであった。しかしながら提案モデルで

表 3.3: 3 慣性系の物理パラメータ (5 軸目波動歯車装置)

共振周波数	ω_{r1}	$7.23 \times 10^1 \text{rad/s} (1.15 \times 10^1 \text{Hz})$
	ω_{r2}	$1.95 \times 10^2 \text{rad/s} (3.10 \times 10^1 \text{Hz})$
	ω_{ir}	$8.24 \times 10^1 \text{rad/s}$
反共振周波数	ω_{a1}	$5.03 \times 10^1 \text{rad/s} (0.80 \times 10^1 \text{Hz})$
	ω_{a2}	$1.35 \times 10^2 \text{rad/s} (2.15 \times 10^1 \text{Hz})$
	ω_{ia}	$5.74 \times 10^1 \text{rad/s}$
トルク定数	K_{tn}	$2.63 \times 10^{-1} \text{Nm/A}$
慣性モーメント	J_1	$1.77 \times 10^{-5} \text{kgm}^2$
	J_2	0.181kgm^2
	J_3	0.192kgm^2
粘性摩擦	D_1	0.00Nm/(rad/s)
	D_2	2.35Nm/(rad/s)
	D_3	1.57Nm/(rad/s)
ギア比	R_1	8.00×10^1
	R_2	1.00
負荷側トルク伝達項	tA	7.73×10^{-1}
	tB	2.27×10^{-1}
従来の負荷側トルク伝達項	tA	1.00
	tB	0.00

は、先端部に加えて、中間部への負荷トルクの作用が生じ、負荷トルクは中間部のねじれトルク τ_{s1} へ 23%、と先端部のねじれトルク τ_{s2} へ 77% に分割される。これにより、中間部のねじれトルクへの作用は 2 割ほど発生しているため無視できる値ではないことが確認される。

次にモデル化した新しい 3 慣性系モデルに基づく力制御系の検証およびモデルの整合性の検証を行う。検証には、新しい 3 慣性系モデルに基づく力制御系の数値シミュレーションと実機

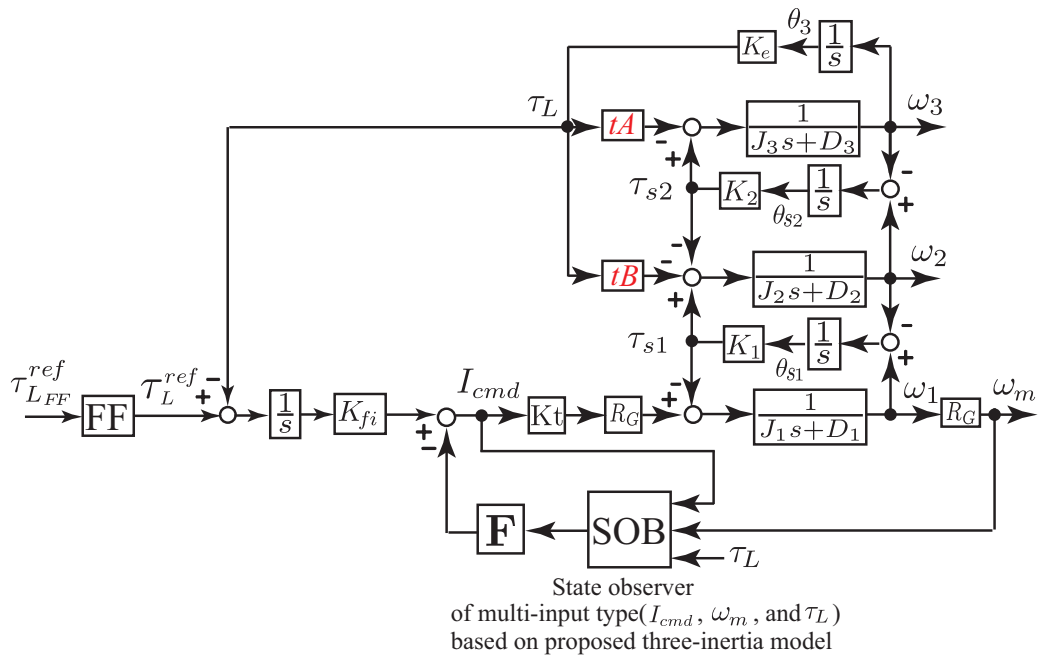


図 3.14: 提案する 3 慣性系モデルに基づく力制御系のブロック線図

実験により行う。

従来の 3 慣性系モデルでの検証と同様に 3 慣性系モデルの状態オブザーバの設計をはじめに行う。新しい 3 慣性系モデルに基づく多入力型状態観測器の状態方程式は次のように表される。

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= (\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{I}_{cmd} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} \omega_m \\ \tau_L \end{bmatrix} \\ \hat{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} \hat{\omega}_1 & \hat{\theta}_{s1} & \hat{\omega}_2 & \hat{\theta}_{s2} & \hat{\omega}_3 & \hat{\tau}_L \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -\frac{D_1}{J_1} & -\frac{K_1}{J_1 R_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{J_2} & -\frac{D_2}{J_2} & -\frac{K_2}{J_2 R_2} & 0 & -\frac{tB}{J_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_2}{J_3} & -\frac{D_3}{J_3} & -\frac{tA}{J_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Ke & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \frac{K_t}{J_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} k_{11} & k_{21} & k_{31} & k_{41} & k_{51} & k_{61} \\ k_{12} & k_{22} & k_{32} & k_{42} & k_{52} & k_{62} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (3.26)$$

ここで、オブザーバゲインは、従来の3慣性系モデルに基づく状態オブザーバの検証と同様に、オブザーバ極を 200 rad/s とし設計する。

次に力制御系の設計を行う。力制御系は図 3.14 に示すように、状態フィードバックおよびフィードフォワード系を用いた構成となる。提案する3慣性系モデルの状態方程式の式 (3.20) と (3.21) より q 軸電流指令 (I_{cmd}) から3慣性系のモータ側速度応答 (ω_m) を出力とした伝達関数は、式 (3.27) となる。

$$\begin{aligned}
\frac{\omega_m}{I_{cmd}} &= \frac{\sum_{i=0}^5 b_{\omega_i} s^i}{s^6 + \sum_{i=1}^5 a_i s^i} & (3.27) \\
a_5 &= \frac{D_1}{J_1} + \frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3} \\
a_4 &= \frac{K_1}{J_1 R_1^2} + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2 + K_{et}A}{J_3} + \frac{K_1}{J_2} + \frac{D_1}{J_1} \left(\frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3} \right) + \frac{D_2 D_3}{J_2 J_3} \\
a_3 &= \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \left(\frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3} \right) + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} \left(\frac{D_1}{J_1} + \frac{D_3}{J_3} \right) + \frac{K_2 + K_{et}A}{J_3} \left(\frac{D_1}{J_1} + \frac{D_2}{J_2} \right) + \frac{K_2 K_{et}A}{J_2 J_3} \\
&\quad + \frac{K_1}{J_2} \left(\frac{D_1}{J_1} + \frac{D_3}{J_3} \right) + \frac{D_1 D_2 D_3}{J_1 J_2 J_3} \\
a_2 &= \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2 + K_e}{J_3} + \frac{D_2 D_3}{J_2 J_3} \right) + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} \left(\frac{D_1 D_3}{J_1 J_3} + \frac{K_e}{J_3} \right) \\
&\quad + \frac{K_2 + K_{et}A}{J_3} \left(\frac{K_1}{J_2} + \frac{K_{et}A}{J_3} \left(\frac{K_1}{J_1 R_1^2} + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} \right) \right) + \frac{K_2 K_{et}A}{J_2 J_3} \left(\frac{D_1}{J_1} + \frac{D_2}{J_2} \right) + \frac{D_1 D_2}{J_1 J_2} + \frac{D_1 D_3 K_1}{J_1 J_2 J_3} \\
a_1 &= \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{D_3}{J_3} + \frac{D_2}{J_2} \frac{K_2 + K_{et}A}{J_3} \right) + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{D_1}{J_1} \frac{K_{et}A}{J_3} + \frac{D_1}{J_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{K_2 + K_{et}A}{J_3} \\
&\quad + \frac{K_2 K_{et}B}{J_2 J_3} \left(\frac{K_1}{J_1 R_1^2} + \frac{K_1}{J_2} + \frac{D_1 D_2}{J_1 J_2} \right) \\
a_0 &= \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{K_{et}A}{J_3} + \frac{K_2}{J_2} \frac{K_{et}B}{J_3} \left(\frac{D_1}{J_1} \frac{K_1}{J_2} + \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \frac{D_2}{J_2} \right) \\
b_{\omega_{15}} &= \frac{K_t}{J_1} \\
b_{\omega_{14}} &= \frac{K_t}{J_1} \left(\frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3} \right) \\
b_{\omega_{13}} &= \frac{K_t}{J_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2 + K_{et}A}{J_3} + \frac{K_1}{J_2} + \frac{D_2 D_3}{J_2 J_3} \right) \\
b_{\omega_{12}} &= \frac{K_t}{J_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{D_3}{J_3} + \frac{D_2}{J_2} \frac{K_2 + K_{et}A}{J_3} + \frac{K_2}{J_3} \frac{K_{et}B}{J_3} + \frac{K_1}{J_2} \frac{D_3}{J_3} \right) \\
b_{\omega_{11}} &= \frac{K_t}{J_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{K_{et}A}{J_3} + \frac{K_1}{J_2} \frac{K_2 + K_{et}A}{J_3} + \frac{D_2}{J_2} \frac{K_2}{J_2} \frac{K_{et}B}{J_3} \right) \\
b_{\omega_{10}} &= \frac{K_t}{J_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{K_2}{J_2} \frac{K_{et}B}{J_3}
\end{aligned}$$

また、q軸電流指令 (I_{cmd}) から3慣性系の各状態量を出力とした伝達関数は、式(3.28)–(3.32)となる。

$$\frac{\omega_2}{I_{cmd}} = \frac{\sum_{i=0}^3 b_{\omega_2 i} s^i}{s^6 + \sum_{i=0}^5 a_i s^i} \quad (3.28)$$

$$b_{\omega_23} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2}$$

$$b_{\omega_22} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{D_3}{J_3}$$

$$b_{\omega_21} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{K_2 + K_e t A}{J_3}$$

$$b_{\omega_20} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{K_2}{J_2} \frac{K_e t B}{J_3}$$

$$\frac{\omega_3}{I_{cmd}} = \frac{b_{\omega_31} s}{s^6 + \sum_{i=0}^5 a_i s^i} \quad (3.29)$$

$$b_{\omega_31} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{1}{R_2} \frac{K_2}{J_3}$$

$$\frac{\theta_{s1}}{I_{cmd}} = \frac{\sum_{i=0}^4 b_{s1i} s^i}{s^6 + \sum_{i=0}^5 a_i s^i} \quad (3.30)$$

$$b_{s14} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1}$$

$$b_{s13} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \left(\frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3} \right)$$

$$b_{s12} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2 + K_e t A}{J_3} + \frac{D_2 D_3}{J_2 J_3} \right)$$

$$b_{s11} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{D_3}{J_3} + \frac{D_2}{J_2} \frac{K_2 + K_e t A}{J_3} + \frac{K_2}{J_2} \frac{K_e t B}{J_3} \right)$$

$$b_{s10} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{K_e}{J_3} + \frac{D_2}{J_2} \frac{K_2}{J_2} \frac{K_e t B}{J_3} \right)$$

$$\frac{\theta_{s2}}{I_{cmd}} = \frac{\sum_{i=0}^2 b_{s2i} s^i}{s^6 + \sum_{i=0}^5 a_i s^i} \quad (3.31)$$

$$b_{s22} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{1}{R_2}$$

$$b_{s21} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{1}{R_2} \frac{D_3}{J_3}$$

$$b_{s20} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{1}{R_2} \frac{K_e t A}{J_3}$$

$$\frac{\tau_L}{I_{cmd}} = \frac{b_{t0}}{s^6 + \sum_{i=0}^5 a_i s^i} \quad (3.32)$$

$$b_{t0} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{1}{R_2} \frac{K_2 K_e}{J_3}$$

導出した3慣性系の各状態量の伝達関数式(3.27)–(3.32)を用いて、状態フィードバックシステ

ムの設計を行う。状態フィードバックシステムは式(3.7)に示す従来の3慣性系モデルのフィードバック制御系と同様の構成となる。

制御系の設計は極配置法を用いて設計を行い、新しい3慣性系モデルに基づく力制御系の極は、安定した反力応答を実現するために、表3.4に示す極に配置される。同様に従来の3慣性系モデルに基づく力制御系の極も同様に表3.4に示す極に配置される。従来の3慣性系モデルに基づく力制御系の設計時の制御帯域との比較を表3.4に示す。各モデルに基づく力制御系の設計において制御帯域は設計上同等の性能としている。

表 3.4: 従来モデルおよび提案モデルに基づく力制御系の極配置および制御帯域

	極 1	極 2-7	制御帯域
従来モデルに基づく力制御系	-50.0	-250.0	6.66 Hz
提案モデルに基づく力制御系	-50.0	-250.0	6.63 Hz

表 3.4 に示すように極配置した際の制御系の周波数特性は図 3.15 に示すように制御帯域幅が 6.63Hz となる。

なお、図 3.15 においては制御系における状態フィードバックにて状態量を 3 慣性系の状態量を直接フィードバックした場合の周波数特性となっている。実際には状態量を直接フィードバックはできないため、状態オブザーバを用いる必要がある。状態オブザーバの極は実験上安定に動作する条件上 200 rad/s が限界である。また、力制御系の設計する際の極は表 3.4 に示すように極 2-7 は 250 rad/s としているため、オブザーバの極と制御系の極の干渉が懸念される。

図 3.16 には制御系における状態フィードバックにて極を 200 rad/s とし設計した状態オブザーバを用いた場合の周波数特性を示す。図 3.15 および図 3.16 に示す周波数特性において制御帯域はともに 6.33 Hz となっているため、状態オブザーバの帯域は影響してこないことが確認される。

また、従来の 3 慣性系モデルと新しい 3 慣性系モデルに基づく力制御系の極配置を図 3.17 に示す。赤い印は新しい 3 慣性系モデルに基づく力制御系の極を示し、黒い印は従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御系の極を示す。従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御系では、新しい負

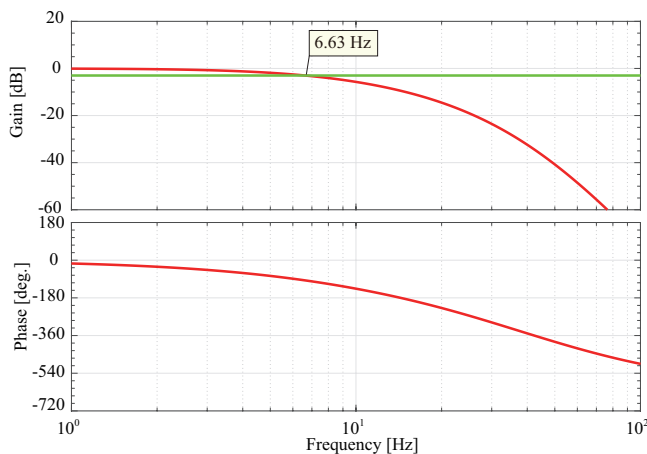


図 3.15: 提案する 3 慣性系モデルに基づく力制御系 (状態量を直接フィードバックした場合) のボード線図

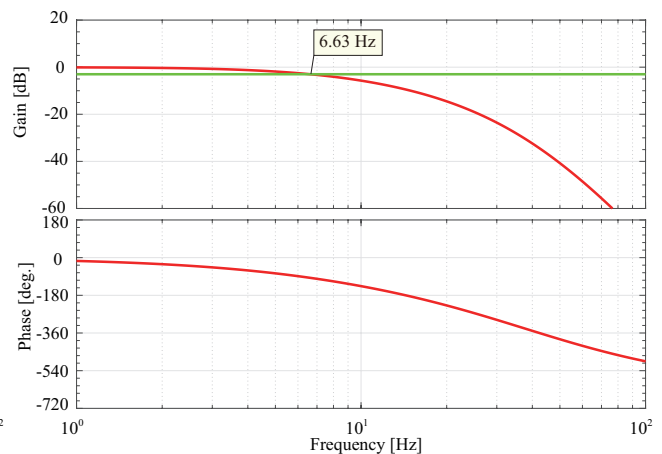


図 3.16: 提案する 3 慣性系モデルに基づく力制御系 (状態オブザーバを用いた場合) のボード線図

荷側トルク伝達項 tB を考慮しない。そのため表 3.4 に示す設計条件にて制御系を設計した際、図 3.17 に示すように制御系の極配置が設計時と異なり、反力応答にて振動が発生してしまう。

次に新しい 3 慣性系モデルに基づく力制御系の有用性を数値シミュレーションと実機実験より検証を行う。図 3.18 に力制御時の数値シミュレーション結果を示す。図 3.18 において、灰線は力制御時の指令値、黒線は従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御器を用いた際の反力応答、赤線は新しい 3 慣性系モデルに基づく力制御器を用いた際の反力応答の結果を示す。図 3.18 に示すように、新しい 3 慣性系モデルに基づく力制御器を用いることにより、残留振動のない高性能な反力応答の実現が確認される。よって制御系設計は良好であることが確認される。

次に実験結果を図 3.19 に示す。図 3.19 に示すように、新しい 3 慣性系モデルに基づく力制御器を用いた際の反力応答は過渡応答における振動を低減できていることが確認される。

また、図 3.19 に示す力制御時における提案する 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形を従来の 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形と比較する。状態オブザーバにおける各状態量の推定波形を図 3.22–3.24 に示す。なお図 3.22–3.24 において (a) は数値シミュレーション結果を示し、(b) は実機実験結果を示す。

図 3.22–3.24 において従来の 3 慣性系モデルを用いた場合と比べ、過渡応答時における振動振幅の低減およびねじれ角における変位量が数値シミュレーションと同等の値になっているこ

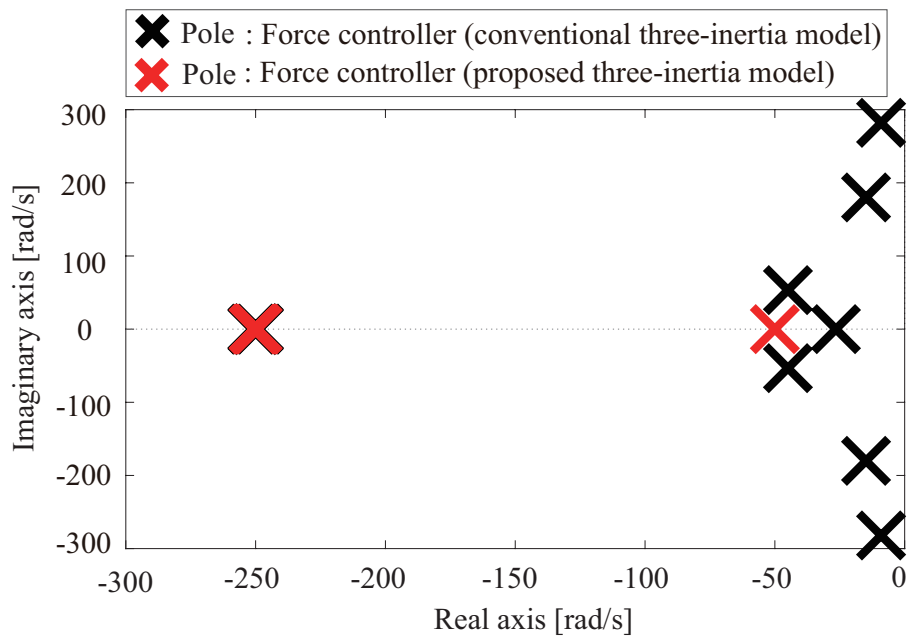
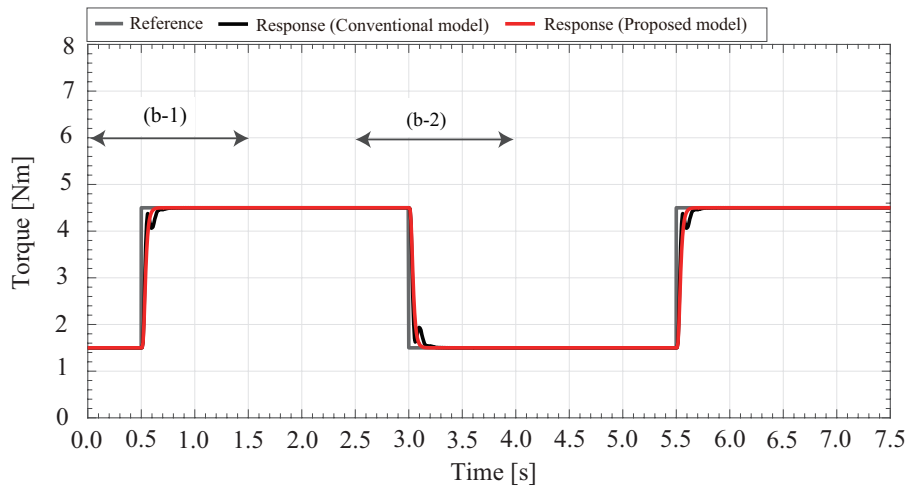


図 3.17: 提案モデルに対する各力制御系の極配置図

とが確認される。

これらの結果より、提案する3慣性系モデルは産業用ロボット減速機における3慣性系との整合性が確認され、力制御時における振動抑制に対する有用性を確認することができた。



(a)

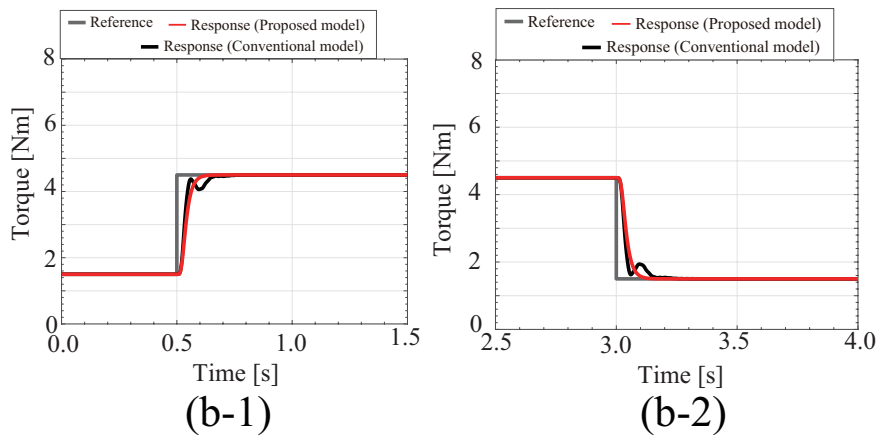


図 3.18: 負荷側トルク入力伝達項が二つ存在する 3 慣性系に対する各力制御器を用いた際の反力応答の数値シミュレーション結果

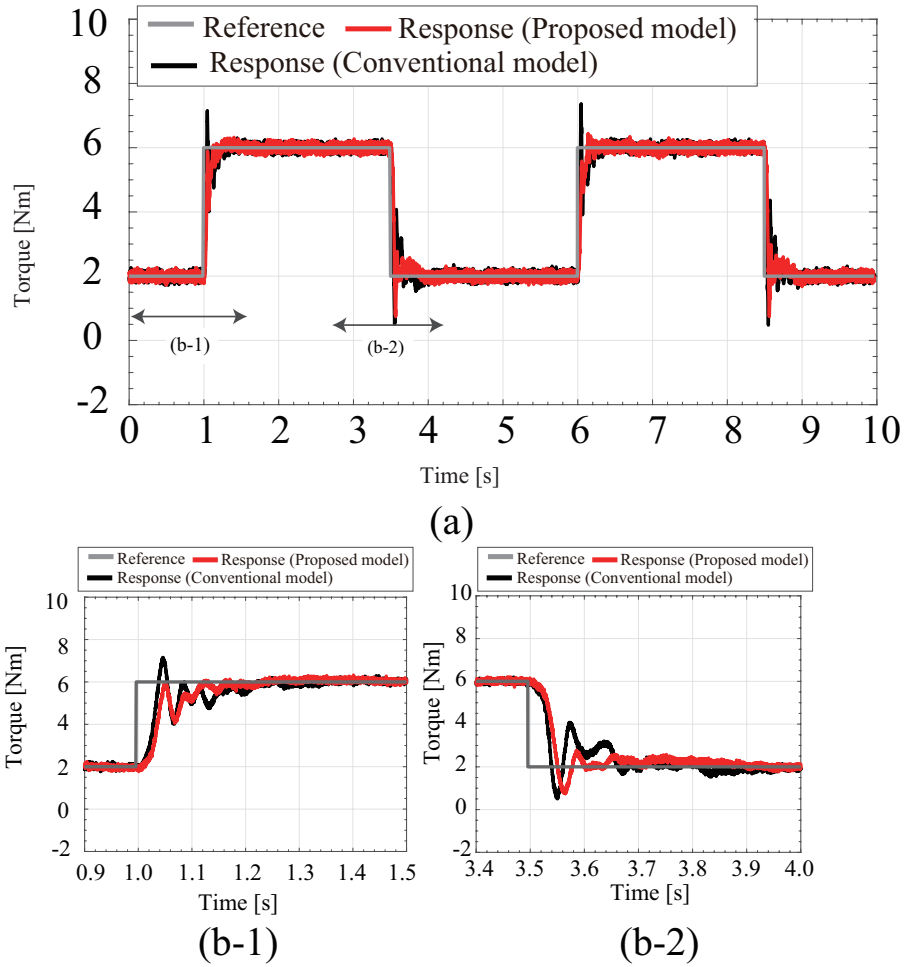


図 3.19: 負荷側トルク入力伝達項が二つ存在する 3 慣性系に対する各力制御器を用いた際の反力応答の実機実験結果

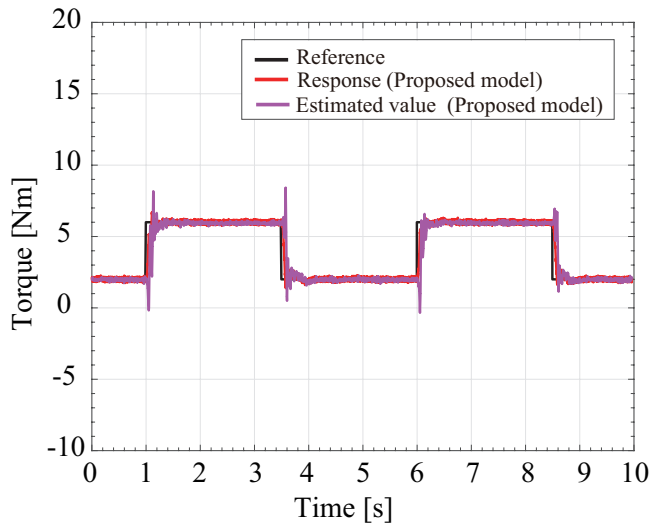


図 3.20: 提案する 3 慣性系モデルに基づく力制御時の反力応答と推定波形の実験結果

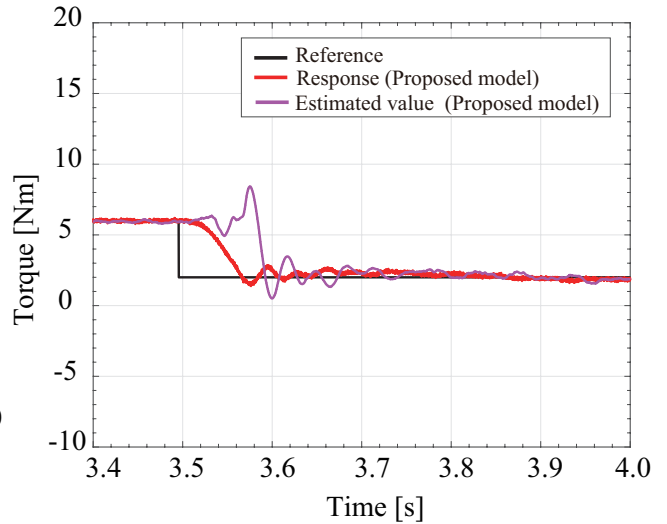


図 3.21: 図 3.20 の拡大図 2

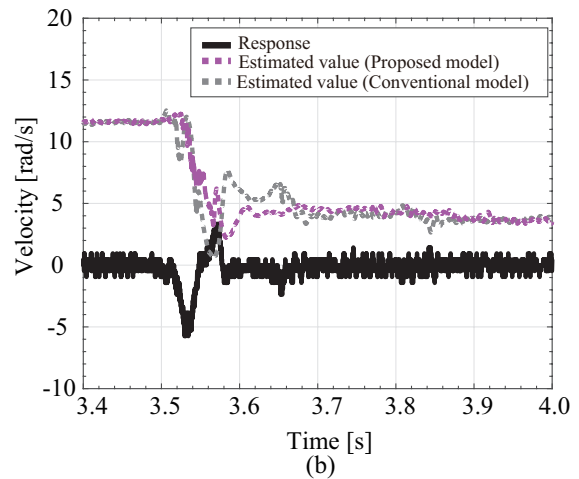
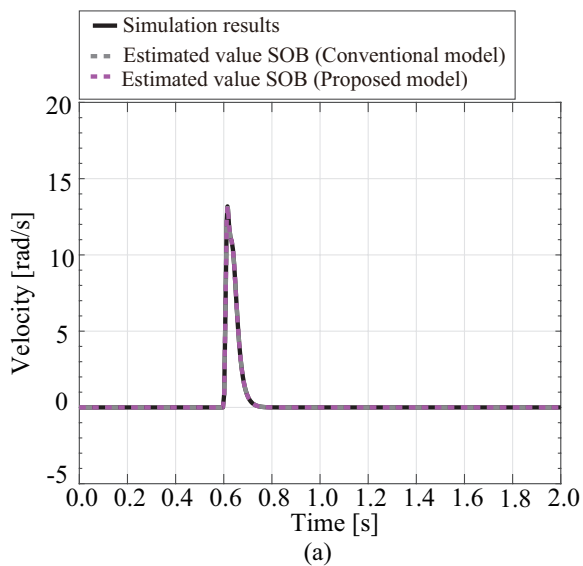


図 3.22: 提案する 3 慣性系モデルに対する各モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションおよび実機実験時におけるモータ側速度応答と各 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (ω_1)

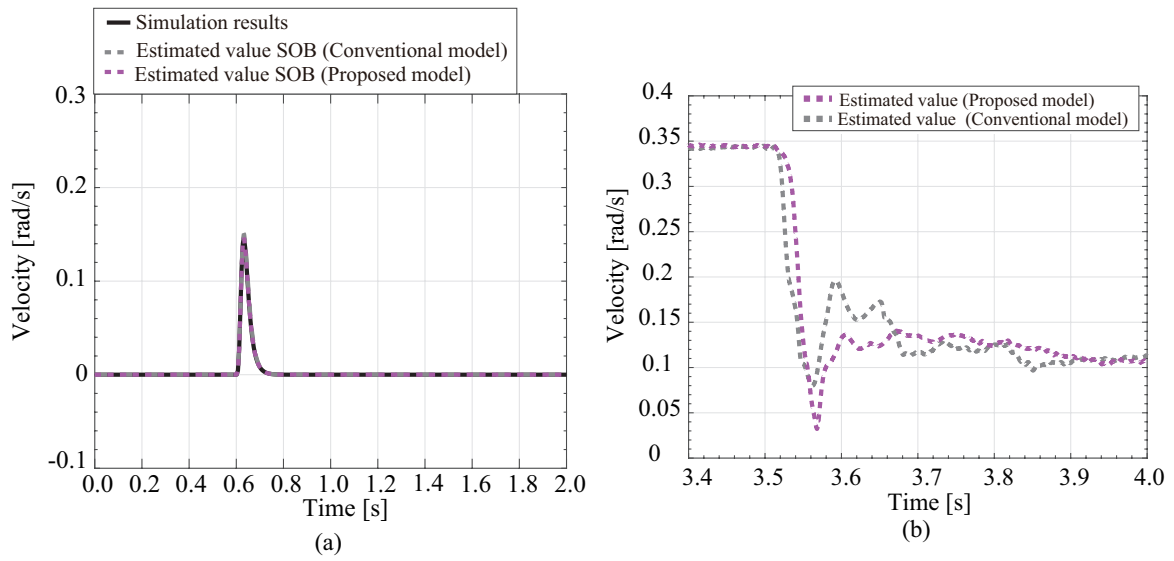


図 3.23: 提案する 3 慣性系モデルに対する各モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける負荷側中間部速度応答と実機実験時における各 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (ω_2)

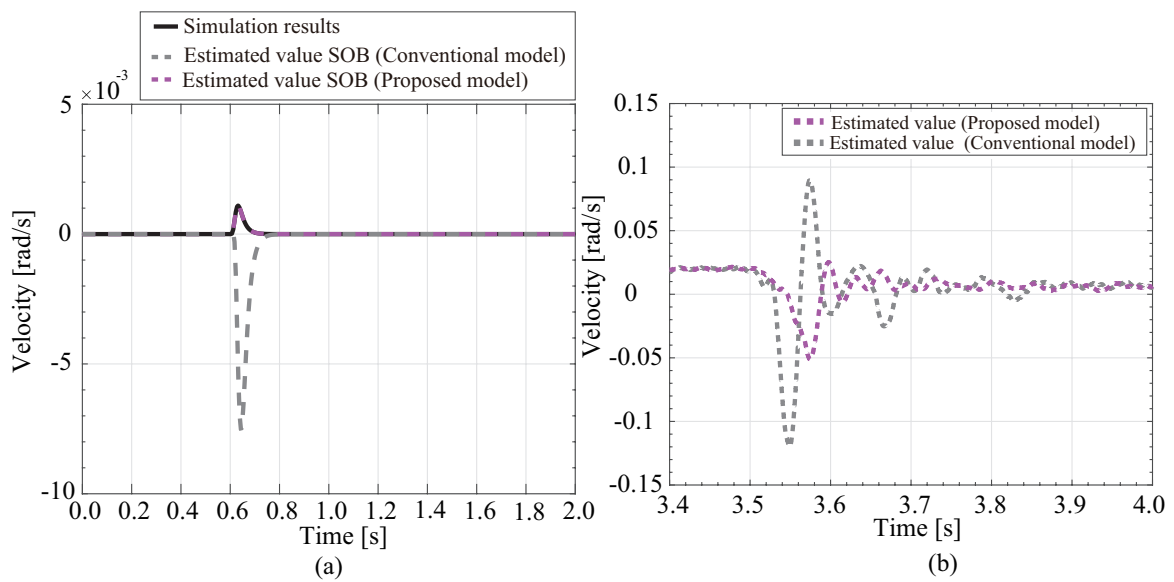


図 3.24: 提案する 3 慣性系モデルに対する各モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける負荷側先端速度応答と実機実験時における各 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (ω_3)

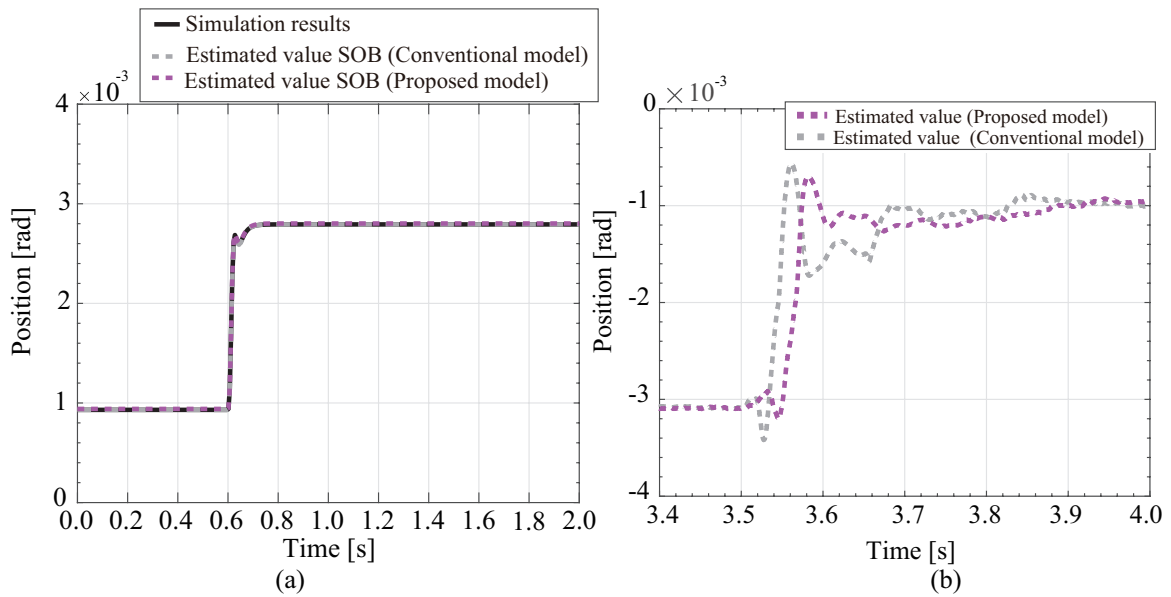


図 3.25: 提案する 3 慣性系モデルに対する各モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける負荷側中間部ねじれ角応答と実機実験時における各 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (θ_{s1})

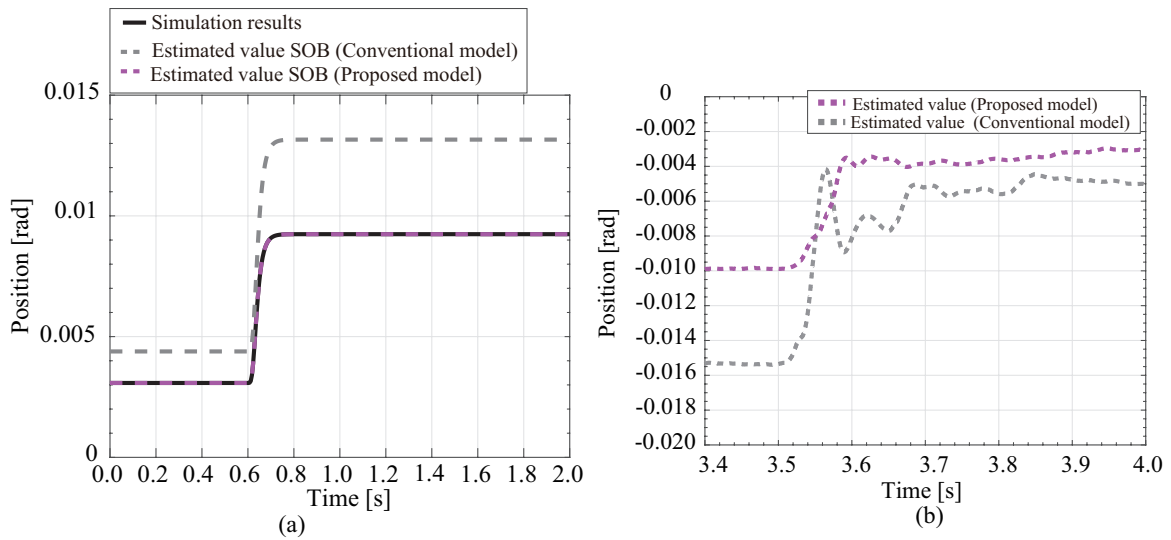


図 3.26: 提案する 3 慣性系モデルに対する各モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける負荷側先端部ねじれ角応答と実機実験時における各 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (θ_{s2})

$$\frac{\omega_1}{I_{cmd}} = \frac{\sum_{i=0}^4 b_{\omega_{1i}} s^i}{s^5 + \sum_{i=0}^4 a_i s^i} \quad (3.33)$$

$$a_4 = \frac{D_1}{J_1} + \frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3}$$

$$a_3 = \frac{K_1}{J_1 R_1^2} + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2}{J_3} + \frac{K_1}{J_2} + \frac{D_1}{J_1} \left(\frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3} \right) + \frac{D_2 D_3}{J_2 J_3}$$

$$a_2 = \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \left(\frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3} \right) + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} \left(\frac{D_1}{J_1} + \frac{D_3}{J_3} \right) + \frac{K_2}{J_3} \left(\frac{D_1}{J_1} + \frac{D_2}{J_2} \right)$$

$$+ \frac{K_1}{J_2} \left(\frac{D_1}{J_1} + \frac{D_3}{J_3} \right) + \frac{D_1 D_2 D_3}{J_1 J_2 J_3}$$

$$a_1 = \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2}{J_3} + \frac{D_2 D_3}{J_2 J_3} \right) + \frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{D_1 D_3}{J_1 J_3}$$

$$+ \frac{K_2}{J_3} \left(\frac{K_1}{J_2} + \frac{D_1 D_2}{J_1 J_2} \right) + \frac{D_1 D_3 K_1}{J_1 J_2 J_3}$$

$$a_0 = \frac{K_1}{J_1 R_1^2} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{D_3}{J_3} + \frac{D_2 K_2}{J_2 J_3} \right) + \frac{D_1 K_1 K_2}{J_1 J_2 J_3}$$

$$b_{\omega_{14}} = \frac{K_t}{J_1}$$

$$b_{\omega_{13}} = \frac{K_t}{J_1} \left(\frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3} \right)$$

$$b_{\omega_{12}} = \frac{K_t}{J_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2}{J_3} + \frac{K_1}{J_2} + \frac{D_2 D_3}{J_2 J_3} \right)$$

$$b_{\omega_{11}} = \frac{K_t}{J_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{D_3}{J_3} + \frac{D_2 K_2}{J_2 J_3} + \frac{K_1 D_3}{J_2 J_3} \right)$$

$$b_{\omega_{10}} = \frac{K_t K_1 K_2}{J_1 J_2 J_3}$$

また、q 軸電流指令 (I_{cmd}) から 3 慣性系の各状態量を出力とした伝達関数は、式 (3.34)–(3.37) となる。

$$\frac{\omega_2}{I_{cmd}} = \frac{\sum_{i=0}^3 b_{\omega_{2i}} s^i}{s^6 + \sum_{i=0}^5 a_i s^i} \quad (3.34)$$

$$b_{\omega_{22}} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2}$$

$$b_{\omega_{21}} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{D_3}{J_3}$$

$$b_{\omega_{20}} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{K_2}{J_3}$$

$$\frac{\omega_3}{I_{cmd}} = \frac{b_{\omega_{30}}}{s^5 + \sum_{i=0}^5 a_i s^i} \quad (3.35)$$

$$b_{\omega_{30}} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{1}{R_2} \frac{K_2}{J_3}$$

$$\frac{\theta_{s1}}{I_{cmd}} = \frac{\sum_{i=0}^4 b_{s1i} s^i}{s^5 + \sum_{i=0}^4 a_i s^i} \quad (3.36)$$

$$b_{s13} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1}$$

$$b_{s12} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \left(\frac{D_2}{J_2} + \frac{D_3}{J_3} \right)$$

$$b_{s11} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} + \frac{K_2}{J_3} + \frac{D_2 D_3}{J_2 J_3} \right)$$

$$b_{s10} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \left(\frac{K_2}{J_2 R_2^2} \frac{D_3}{J_3} + \frac{D_2}{J_2} \frac{K_2}{J_3} \right)$$

$$\frac{\theta_{s2}}{I_{cmd}} = \frac{\sum_{i=0}^2 b_{s2i} s^i}{s^6 + \sum_{i=0}^5 a_i s^i} \quad (3.37)$$

$$b_{s21} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{1}{R_2}$$

$$b_{s20} = \frac{K_t}{J_1} \frac{1}{R_1} \frac{K_1}{J_2} \frac{1}{R_2} \frac{D_3}{J_3}$$

導出した3慣性系の各状態量の伝達関数式(3.33)–(3.37)を用いて、状態フィードバックシステムの設計を行う。状態フィードバックシステムは式(3.38)に示す構成となる。

$$I_{cmd} = u - (f_{\omega_1} \omega_1 + f_{\theta_{s1}} \theta_{s1} + f_{\omega_2} \omega_2 + f_{\theta_{s2}} \theta_{s2} + f_{\omega_3} \omega_3) \quad (3.38)$$

状態フィードバック制御を含むPI速度制御系の伝達関数は式(3.39)となる。

$$\begin{aligned} \frac{\omega_3}{\omega^{ref}} &= \frac{K_{vp}(s + \frac{K_{vi}}{K_{vp}})b_{\omega_{31}}}{s^6 + \sum_{i=0}^5 a_{vi}s^i} & (3.39) \\ a_{v5} &= a_4 + (f_{\omega_1} + K_{vp})b_{\omega_{14}} \\ a_{v4} &= a_3 + K_{vi}b_{\omega_{14}} + (f_{\omega_1} + K_{vp})b_{\omega_{13}} + f_{\theta_{s1}}b_{s13} \\ a_{v3} &= a_2 + K_{vi}b_{\omega_{13}} + (f_{\omega_1} + K_{vp})b_{\omega_{12}} + f_{\theta_{s1}}b_{s12} + f_{\omega_2}b_{\omega_{22}} \\ a_{v2} &= a_1 + K_{vi}b_{\omega_{12}} + (f_{\omega_1} + K_{vp})b_{\omega_{11}} + f_{\theta_{s1}}b_{s11} + f_{\omega_2}b_{\omega_{21}} + f_{\theta_{s2}}b_{s21} \\ a_{v1} &= a_0 + K_{vi}b_{\omega_{11}} + (f_{\omega_1} + K_{vp})b_{\omega_{10}} + f_{\theta_{s1}}b_{s10} + f_{\omega_2}b_{\omega_{20}} + f_{\theta_{s2}}b_{s20} + f_{\omega_3}b_{\omega_{30}} \\ a_{v0} &= K_{vi}b_{\omega_{10}} \end{aligned}$$

図 3.27 の制御器のゲイン設計には、式 (3.40) に定義される力制御器の分母多項式 $D_3(s)$ を用いる。

$$D_3(s) = \prod_{i=0}^6 (s + p_i) \quad (3.40)$$

$$= s^6 + a_{p5}s^5 + a_{p4}s^4 + a_{p3}s^3 + a_{p2}s^2 + a_{p1}s + a_{p0} \quad (3.41)$$

なお、速度制御系の設計の際には制御系の広帯域化を図るため、PI 制御器のゲインにて制御帯域を決め、残りの状態フィードバック系のゲインを極配置にて振動が抑圧されるように設計する。そのため、限定極配置法を用いて [88, 89] 設定極と従属極に制御系の極を分離させる。速度制御系において、式 (3.40) に示す 6 つの極のうち 1 つは従属極となる。

$$p_6 = \frac{K_{vi}b_{\omega_{10}}}{p_1p_2p_3p_4p_5} \quad (3.42)$$

また、速度制御系の伝達関数式 (3.39) より、モータ側速度フィードバックゲイン f_{ω_1} と P ゲイン K_{vp} は分離することができないため、P ゲイン K_{vp} は分子多項式より零点 β と I ゲイン K_{vi} より求める。

$$K_{vp} = \frac{K_{vi}}{\beta} \quad (3.43)$$

これより、速度制御系の状態フィードバックゲインは式 (3.40) に示す分母多項式 $D_3(s)$ に基づいて、式 (3.44)–(3.48) で表される。

$$f_{\omega_1} = \frac{a_{p5} - a_4}{b_{\omega_{14}}} - K_{vp} \quad (3.44)$$

$$f_{\theta_{s1}} = \frac{a_{p4} - (a_3 + K_{vi}b_{\omega_{14}} + (f_{\omega_1} + K_{vp})b_{\omega_{13}})}{b_{s13}} \quad (3.45)$$

$$f_{\omega_2} = \frac{a_{p3} - (a_2 + K_{vi}b_{\omega_{13}} + (f_{\omega_1} + K_{vp})b_{\omega_{12}} + f_{\theta_{s1}}b_{s12})}{b_{\omega_{22}}} \quad (3.46)$$

$$f_{\theta_{s2}} = \frac{a_{p2} - (a_1 + K_{vi}b_{\omega_{12}} + (f_{\omega_1} + K_{vp})b_{\omega_{11}} + f_{\theta_{s1}}b_{s11} + f_{\omega_2}b_{\omega_{21}})}{b_{s21}} \quad (3.47)$$

$$f_{\omega_3} = \frac{a_{p1} - (a_0 + K_{vi}b_{\omega_{11}} + (f_{\omega_1} + K_{vp})b_{\omega_{10}} + f_{\theta_{s1}}b_{s10} + f_{\omega_2}b_{\omega_{20}} + f_{\theta_{s2}}b_{s20})}{b_{\omega_{30}}} \quad (3.48)$$

また、図 3.27 に示す位置・速度制御系における状態フィードバック系を実現するために3慣性系に基づく状態オブザーバを用いる。位置・速度制御系における状態オブザーバの状態方程式は式 (3.49) のように表される。なお、オブザーバゲインはオブザーバ極が 200 rad/s となるように極配置法により設計される。

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{I}_{\text{cmd}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\omega}_m \quad (3.49)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_1 & \hat{\theta}_{s1} & \hat{\omega}_2 & \hat{\theta}_{s2} & \hat{\omega}_3 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D_1}{J_1} & -\frac{K_1}{J_1 R_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1}{J_2} & -\frac{D_2}{J_2} & -\frac{K_2}{J_2 R_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_2}{J_3} & -\frac{D_3}{J_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{K_t}{J_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{21} & k_{31} & k_{41} & k_{51} \end{bmatrix}^T$$

速度制御時において制御対象とする減速機の3慣性系パラメータを表 3.5 に示す。表 3.5 に示すパラメータを用いて制御系および状態オブザーバの設計を行う。設計した制御系の有効性を検証するため数値シミュレーションおよび実機実験を行う。設計した制御系の周波数特性は図 3.28 と図 3.29 に示すようになり、共振点を抑圧できていることが確認できる。また、図 3.28 と図 3.29 におけるカットオフ周波数を表 3.6 に示す。

表 3.5: 3 慣性系の物理パラメータ (1 軸目遊星歯車装置)

共振周波数	ω_{r1}	$1.26 \times 10^2 \text{ rad/s} (2.00 \times 10^1 \text{ Hz})$
	ω_{r2}	$2.10 \times 10^2 \text{ rad/s} (3.35 \times 10^1 \text{ Hz})$
	ω_{ir}	$1.32 \times 10^2 \text{ rad/s}$
反共振周波数	ω_{a1}	$6.28 \times 10^1 \text{ rad/s} (1.00 \times 10^1 \text{ Hz})$
	ω_{a2}	$1.45 \times 10^2 \text{ rad/s} (2.30 \times 10^1 \text{ Hz})$
	ω_{ia}	$1.06 \times 10^2 \text{ rad/s}$
トルク定数	K_{tn}	$3.67 \times 10^{-1} \text{ Nm/A}$
慣性モーメント	J_1	$1.69 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$
	J_2	$1.60 \times 10^1 \text{ kgm}^2$
	J_3	8.91 kgm^2
粘性摩擦	D_1	0.00 Nm/(rad/s)
	D_2	$1.45 \times 10^2 \text{ Nm/(rad/s)}$
	D_3	$3.62 \times 10^1 \text{ Nm/(rad/s)}$
ギア比	R_1	1.40×10^2
	R_2	1.00
負荷側トルク伝達項	tA	6.09×10^{-1}
	tB	3.91×10^{-1}

図 3.28 と図 3.29 に示す周波数特性を持つ速度制御系の数値シミュレーションを図 3.30 および図 3.31 に示す。実機実験において、モータ側速度はエンコーダ情報を用いて演算することができるが、負荷側速度応答を取得することは難しい。負荷側における応答の振動抑制を確認するにはレーザ変位計もしくは加速度センサを用いる必要がある。そのため、実機実験に合わせるため、負荷側加速度応答の検証を行う。

図 3.30 および図 3.31 に示すモータ側速度応答および負荷側加速度応答の波形より残留振動が顕著に表れておらず、共振モードによる抑圧できていることが確認される。

表 3.6: 各制御系の制御帯域

	駆動側 制御帯域	負荷側 制御帯域
3 慣性系	137.7 Hz	9.70 Hz

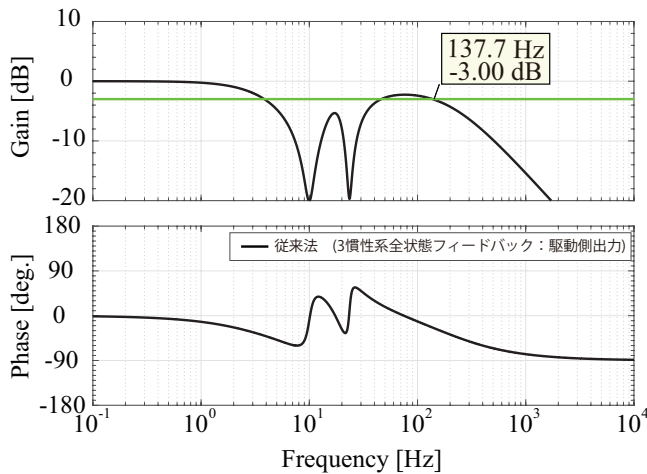


図 3.28: 3 慣性系全状態フィードバック速度制御系における速度指令 ω^{cmd} からモータ側速度応答 ω_1 までのボード線図

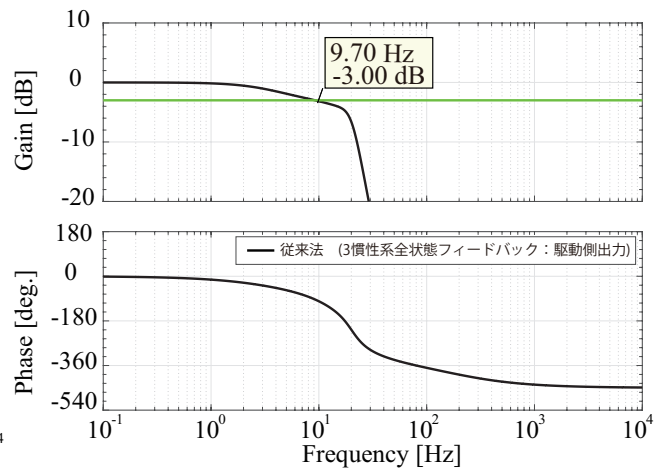


図 3.29: 3 慣性系全状態フィードバック速度制御系における速度指令 ω^{cmd} から先端負荷側速度応答 ω_3 までのボード線図

次に実機実験における速度制御時の振動抑制の検証を行う。速度制御時の実験機の外観図を図 3.32 に示す。実験時における負荷側の振動は加速度センサ (PCB Piezotronics 37111B) を用いて振動検出を行う。実験結果を図 3.33 と図 3.34 に示す。

図 3.33 に示すモータ側速度応答において、指令値に対しオーバシュートは発生しているが、残留振動なく振動抑制を実現できていることが確認される。図 3.34 に示す負荷側加速度応答においても同様に、残留振動を抑圧できていることが確認され、良好な振動抑制が実現できていることが確認される。図 3.33 における指令値に対しオーバシュートは、3 慣性系をモデル化した際の粘性摩擦が実験時における粘性摩擦の値と異なったためであると考えられる。

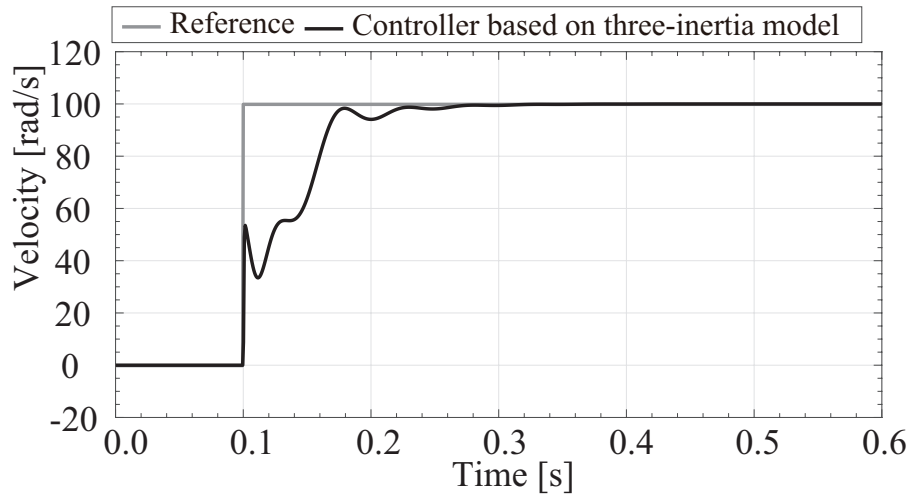


図 3.30: 速度制御時のモータ側速度応答の数値シミュレーション結果

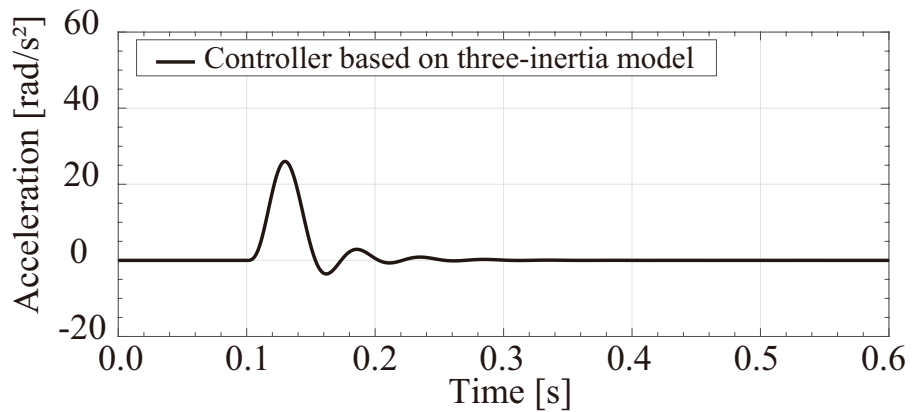


図 3.31: 速度制御時の負荷側先端加速度応答の数値シミュレーション結果

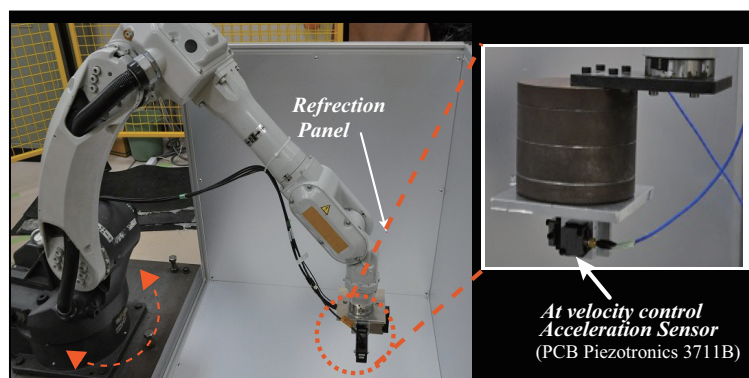


図 3.32: 3慣性系に基づく速度制御の実験機の外観図

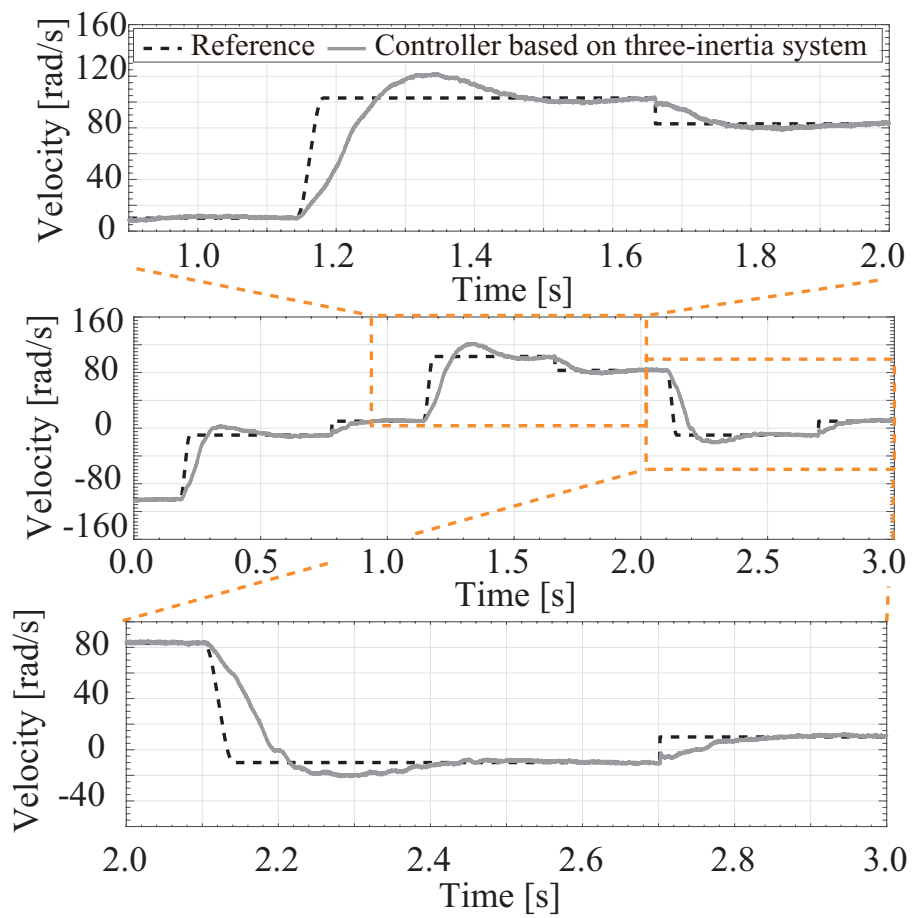


図 3.33: 速度制御時のモータ側速度応答の実機実験結果

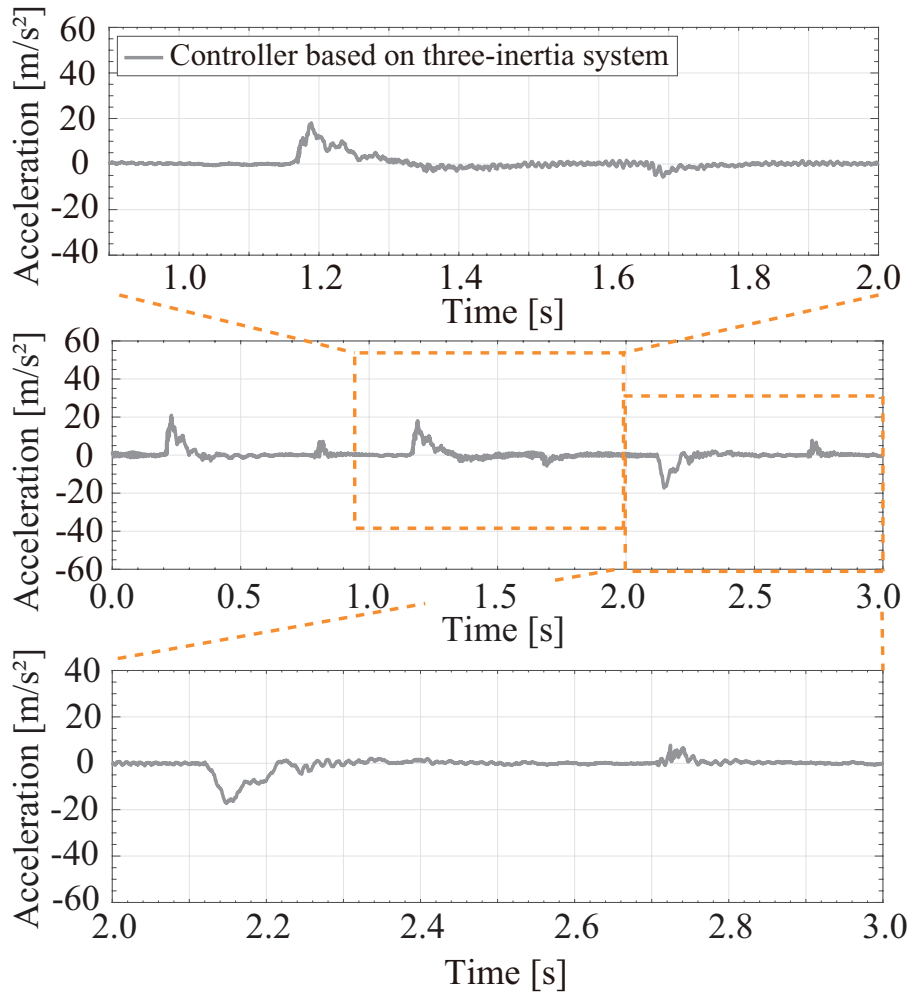


図 3.34: 速度制御時の負荷側先端加速度応答の実機実験結果

3.4 まとめ

2章では、産業用ロボットの減速機において3慣性系となる場合、外乱トルク入力に対する周波数特性において、従来の3慣性系モデルでは考慮できない新しい外乱トルク伝達項が存在することを示し、本章にて外乱トルクの伝達項が二つ存在する新しい3慣性系のモデルに基づく振動抑制として状態フィードバックを用いた検証を行った。

状態フィードバックにおいてプラントシステムの状態量を用いて制御系が安定となるように設計を行うため、プラントシステムのモデル化は重要となり、提案する3慣性系モデルにおいて外乱トルク伝達項は先端部77%、中間部23%の分割となり、中間部に伝達する外乱トルク成分は無視できないことが確認される。そのため、力制御時には、従来の3慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定値と比べ、提案する3慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定値はシミュレーション時の推定波形と類似した波形となり、推定精度向上が確認された。これにより、状態フィードバックを用いた力制御時に反力応答の振動の抑圧が確認され、3慣性系の力制御における振動抑制の有効性が確認される。

加えて、速度制御においては数値シミュレーションおよび実機実験においてモータ側速度応答および負荷側加速度応答において残留振動の抑圧が確認され、3慣性系の速度制御における振動抑制の有効性が確認される。

第 4 章

共振抑圧外乱オブザーバを用いたロボット サーボシステムのための振動抑制制御

4.1 はじめに

3 章にて外乱トルクの伝達項が二つ存在する新しい 3 慣性系のモデル化および振動抑制として状態フィードバックを用いた検証を行い、力制御時での状態オブザーバを用いた状態フィードバック系により振動抑制の有用性が確認された。力制御時における状態オブザーバの推定については提案する 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの数値シミュレーションと実機実験による推定波形が類似した波形となり、従来の 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバより推定精度の向上が確認された。これにより、産業用ロボットの減速機における振動モデルおよび外乱トルク伝達項のモデル化の整合性も同時に確認されたことになる。加えて、速度制御においては数値シミュレーションおよび実機実験においてモータ側速度応答および負荷側加速度応答において残留振動の抑圧が確認され、3 慣性系の速度制御における振動抑制の有効性が確認された。

しかしながら、3 慣性系のモデリングにおいてパラメータの整合性を一致させることは難しく容易ではない。加えて、減速機においては従来の 3 慣性系モデルとは異なり、新しい外乱トルク伝達項が存在するため、3 慣性系のモデリングは難しくなる。

加えて、従来の産業用ロボットの制御系は関節軸を2慣性系としてモデル化し、2慣性系モデルに基づく振動抑制が検討されてきた[11–18, 23, 24, 81]。2慣性系モデルに基づく振動抑制のうち状態フィードバックは良く用いられる手法であり、振動抑制を考慮した設計となる。これにより、2慣性系モデルに基づく制御系を用いることにより、対象とする共振モードにに対し振動抑制を実現することが可能となる。

しかしながら、産業用ロボットの減速機が第一共振・反共振周波数に加えて第二共振・反共振周波数が顕著となる3慣性系の特性の場合、2慣性系モデルでは、一組の共振・反共振周波数のみ考慮したモデルおよび制御系となるため、制御系を広帯域化した際に考慮していない共振・反共振周波数の影響により残留振動が発生する。位置・速度制御系を2慣性系モデルに基づいて設計した際、考慮していない共振周波数を抑圧するには振動抑制を備えた新しい制御器が必要となる。

そのため本章では、産業用ロボットの位置・速度制御系に加えて、内側の制御器である電流制御系に着目し、振動抑制を備えた電流制御器を設計する。本章での位置・速度制御系は第一共振・反共振周波数に基づく2慣性系モデルにより設計を行う。電流制御系は、dq座標での設計を行い、モータの逆起電力を利用した振動抑制を備えた設計を行い、3慣性系に対する振動抑制の有用性を示す。

4.2 3慣性系に対する2慣性系モデルに基づく速度制御系の制振性能

3章の速度制御時と同様に産業用ロボットの旋回軸を制御対象とし2慣性系をモデル化する。表3.5より、第一共振周波数 ω_{r1} 、反共振周波数 ω_{a1} を用いて2慣性系のモデル化を行う。2慣性系モデルにおける共振周波数 ω_r 、反共振周波数 ω_a は式(4.1)および式(4.2)となる。

$$\omega_r = \sqrt{\frac{K_s}{J_M R_G^2} + \frac{K_s}{J_L}} \quad (4.1)$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{K_s}{J_L}} \quad (4.2)$$

式 (4.1) および式 (4.2) より 2 慣性系の物理パラメータは式 (4.3)–(4.5) となる。

$$J_M = J_{all} \frac{1}{R_G^2} \frac{\omega_a^2}{\omega_r^2} \quad (4.3)$$

$$K_s = \frac{\omega_r^2 - \omega_a^2}{\omega_a^2} J_M R_G^2 \quad (4.4)$$

$$J_L = (\omega_r^2 - \omega_a^2) J_M R_G^2 \quad (4.5)$$

式 (4.3)–(4.5) において、 J_{all} は負荷側からみた全慣性モーメントを示す。

式 (4.3)–(4.5) より導出した 2 慣性系の状態方程式は式 (4.6) および (4.7) となる。

$$\dot{\mathbf{x}}' = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}' + \mathbf{B}_2 i_q^{ref} \quad (4.6)$$

$$y' = \mathbf{C}_p \mathbf{x}' \quad (4.7)$$

$$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} \omega_m & \theta_s & \omega_L \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{D_M}{J_M} & -\frac{K_s}{J_M R_G} & 0 \\ \frac{1}{R_G} & 0 & -1 \\ 0 & \frac{K_s}{J_L} & -\frac{D_L}{J_L} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \frac{K_t}{J_M} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

モデル化した 2 慣性系の状態方程式式 (4.6) および式 (4.7) より 2 慣性系の電流指令からモータ側速度応答までの伝達関数は式 (4.8) となる。

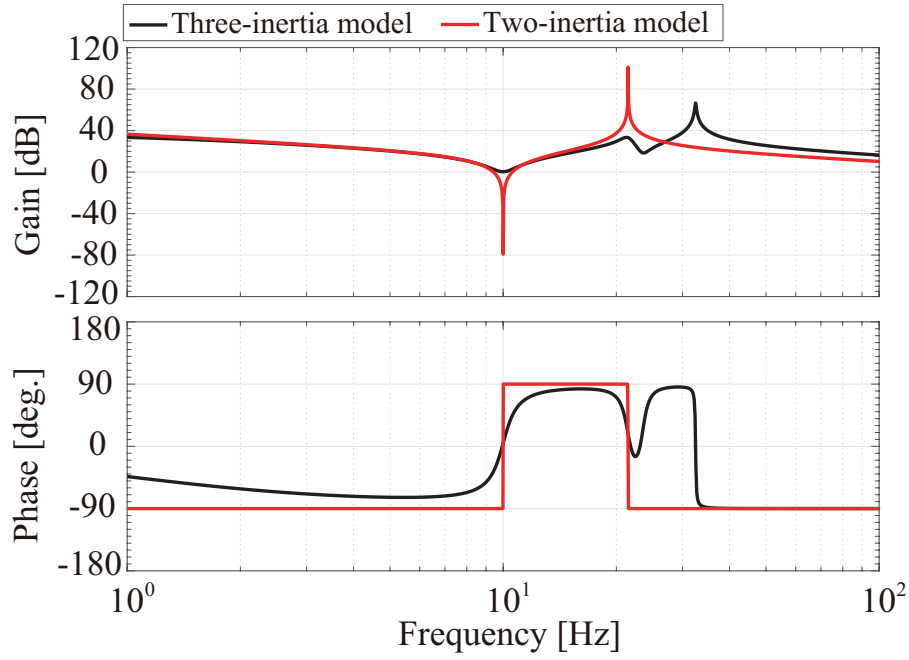
$$\frac{\omega_M}{I_q} = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (4.8)$$

よってモータトルク指令 ($K_t i_q^{ref}$) 入力に対するモータ側速度応答までの周波数特性は図 4.1 に示すようになる。

図 4.1 より制御対象となる 3 慣性系の周波数特性での第一共振・反共振周波数と一致する 2 慣性系モデルとなっていることが確認される。

図 4.1 に示す 2 慣性系モデルに基づき、速度制御系の設計を行う。設計する速度制御系のブロック線図を図 4.2 に示す。

図 4.2 において、速度制御系における PI 制御器に状態フィードバック系を加えた構成は式 (4.9) となる。


 図 4.1: モータ側トルク指令 $K_t i_q^{ref}$ 入力に対するモータ側速度応答までの周波数特性

$$i_q^{ref} = \left(\frac{K_{vp}s + K_{vi}}{s} \right) (\omega^{cmd} - \omega_m) - \mathbf{F}\mathbf{x}' \quad (4.9)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{\omega_m} & f_{\theta_s} & f_{\omega_L} \end{bmatrix}$$

2 慣性系の電流指令からモータ側速度応答までの伝達関数である式 (4.8) を用いて速度制御系の伝達関数を導出すると次のようになる。

$$\frac{\omega_M}{\omega_M^{ref}} = \frac{b_{v3}s^3 + b_{v2}s^2 + b_{v1}s + b_{v0}}{s^4 + a_{v3}s^3 + a_{v2}s^2 + a_{v1}s + a_{v0}} \quad (4.10)$$

$$a_{v3} = a_2 + (f_{\omega_M} + K_{vp})b_2$$

$$a_{v2} = a_1 + (f_{\omega_M} + K_{vp})b_1 + K_{vi}b_2 + f_{\theta_s}b_{s1}$$

$$a_{v1} = a_0 + (f_{\omega_M} + K_{vp})b_0 + K_{vi}b_1 + f_{\theta_s}b_{s0} + f_{\omega_L}b_{L0}$$

$$a_{v0} = K_{vi}b_0$$

なお、速度制御系の設計の際には制御系の広帯域化を図るため、3 慣性系の状態フィードバック設計時と同様に PI 制御器のゲインにて制御帯域を決め、残りの状態フィードバック系のゲイ

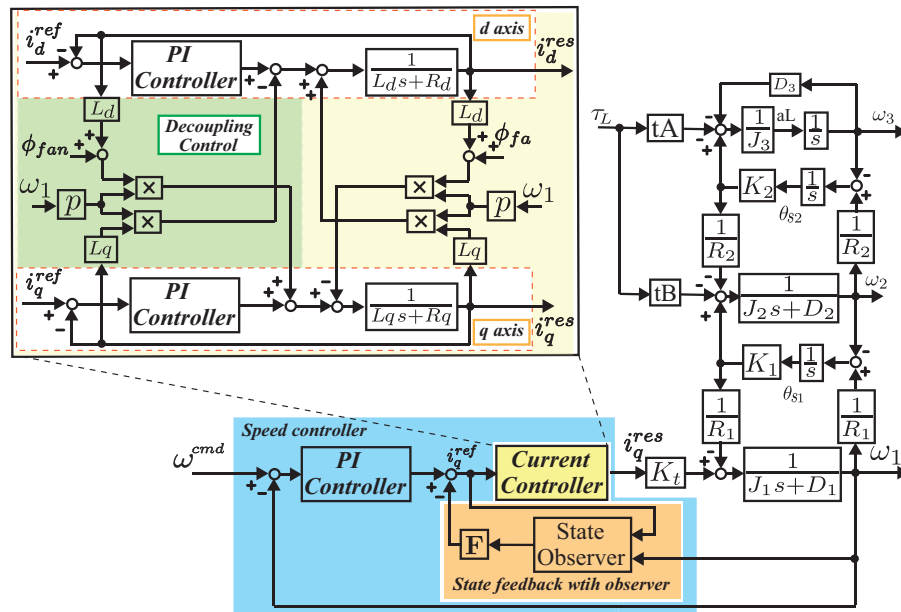


図 4.2: 従来の電流制御系を内包する 2 慣性系に基づく速度制御系のブロック線図

ンを極配置にて振動が抑圧されるように設計する。そのため、限定極配置法を用いて [88, 89] 設定極と従属極に制御系の極を分離させる。速度制御系の伝達関数は 4 次であり、極は 4 つ存在する。それに対し PI ゲインは固定値とするため、設計者が指定できる極は三つ ($\alpha_2\alpha_3\alpha_4$)、従属して定まる極が一つ (α_1) となる。極配置による状態フィードバックゲインは次のように求まる。

$$\alpha_1 = \frac{K_{vi} b_0}{\alpha_2 \alpha_3 \alpha_4} \quad (4.11)$$

$$(s + \alpha_1)(s + \alpha_2)(s + \alpha_3)(s + \alpha_4) = s^4 + Pole_3 s^3 + Pole_2 s^2 + Pole_1 s + Pole_0 \quad (4.12)$$

$$f_{\omega_M} = \frac{1}{b_2} (Pole_3 - a_2) - K_{vp} \quad (4.13)$$

$$f_{\theta_S} = \frac{1}{b_{s1}} (Pole_2 - (a_1 + (f_{\omega_M} + K_{vp})b_1 + K_{vi}b_2)) \quad (4.14)$$

$$f_{\omega_L} = \frac{1}{b_{L0}} (Pole_1 - (a_0 + (f_{\omega_M} + K_{vp})b_0 + K_{vi}b_1 + f_{\theta_S}b_{s0})) \quad (4.15)$$

次に電流制御について設計を行う。一般的に用いられる電流制御器は制御のしやすさから 2 相直流座標である dq 座標での制御器が用いられる。そのため、図 4.2 に示す位置制御系にお

いて、電流制御系は dq 座標における PI 制御器に加えて非干渉化制御器を用いる構成となっている。dq 座標にて非干渉化することにより、dq 座標をそれぞれ独立して制御することが可能となる。

電流制御系の設計は極零相殺を用いた手法を用いる。q 軸電流応答は式 (4.16) と表され、式 (4.16) を変形し、まとめると式 (4.17) とすることができ、モータパラメータ (L と R) と PI 制御器のゲイン (K_{cp} と K_{ci}) のそれぞれの比を同じにすることで式 (4.18) のようにすることができる。

$$i_q^{res} = \frac{1}{Ls + R} \left(K_{cp} + \frac{K_{ci}}{s} \right) (i_q^{ref} - i_q^{res}) \quad (4.16)$$

$$= \frac{\frac{K_{cp}}{L} \left(s + \frac{K_{ci}}{K_{cp}} \right)}{s \left(s + \frac{R}{L} \right)} (i_q^{ref} - i_q^{res}) \quad (4.17)$$

$$= \frac{\frac{K_{cp}}{L}}{s} (i_q^{ref} - i_q^{res}) \quad (4.18)$$

式 (4.18) を用いて電流制御系の閉ループを求めると式 (4.19) となり、式 (4.20) のように一次系の伝達関数とみなすことができる。

$$\frac{i_q^{res}}{i_q^{ref}} = \frac{\frac{K_{cp}}{L}}{s + \frac{K_{cp}}{L}} \quad (4.19)$$

$$= \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \quad (4.20)$$

よって、式 (4.18) での極零相殺の条件および、式 (4.19) と式 (4.20) より電流制御器の PI ゲインは式 (4.21) および (4.22) より求められる。なお、式 (4.21) および (4.22) において ω_c は電流制御系の制御帯域を示す。

$$K_{cp} = \omega_c L \quad (4.21)$$

$$K_{ci} = \omega_c R \quad (4.22)$$

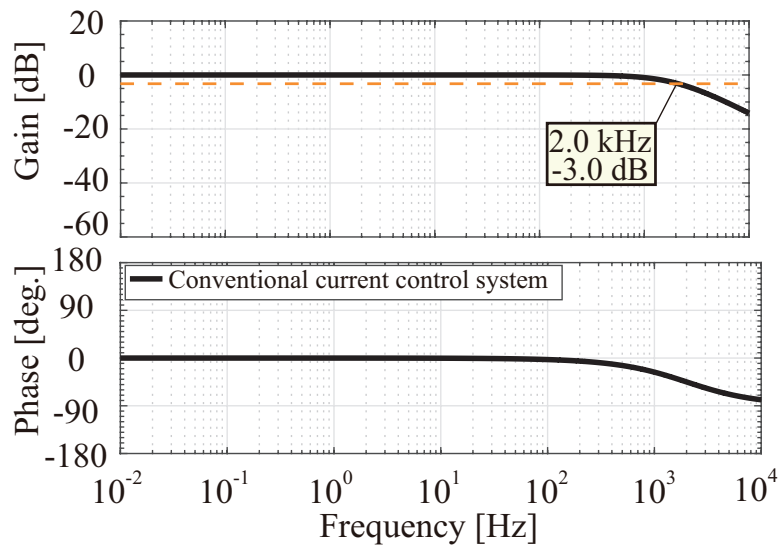


図 4.3: 非干渉化制御を用いた従来の PI 電流制御系の周波数特性

表 4.1: モータパラメータ

q 軸電機子巻き線抵抗	R_q	$7.05 \times 10^{-1} \Omega$
q 軸インダクタンス	L_q	$2.79 \times 10^{-3} \text{mH}$
誘起電圧定数	Φ_{fa}	$9.18 \times 10^{-2} \text{V}/(\text{rad/s})$
極対数	p	4

電流制御系の帯域は 2.0 kHz とし、表 4.1 に示すパラメータを用いて設計および解析を行う。設計した電流制御系の周波数特性を図 4.3 に示す。図 4.3 よりカットオフ周波数は 2.0 kHz を示しており、設計した帯域通りになっていることが確認される。

次に 2 慣性系モデルに基づき設計した制御系を用いて、3 慣性系に対する残留振動の発生を確認する。速度制御の検証を行う際の実験機の外観図を図 4.4 に示す。図 4.4 において、加速度センサ (PCB Piezotronics 37111B) は速度制御時における負荷側先端での振動検出に用いる。

3 章で示した提案する 3 慣性系モデルに基づく状態フィードバックシステムを用いた PI 速度制御系と同等の制御帯域となるように図 4.5 と図 4.6 に示す 2 慣性系モデルに基づく制御系を設計する。

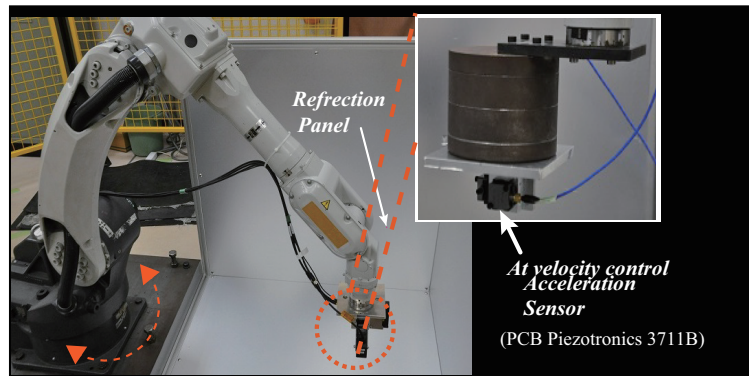


図 4.4: 従来の2慣性系に基づく速度制御の実験機の外観図

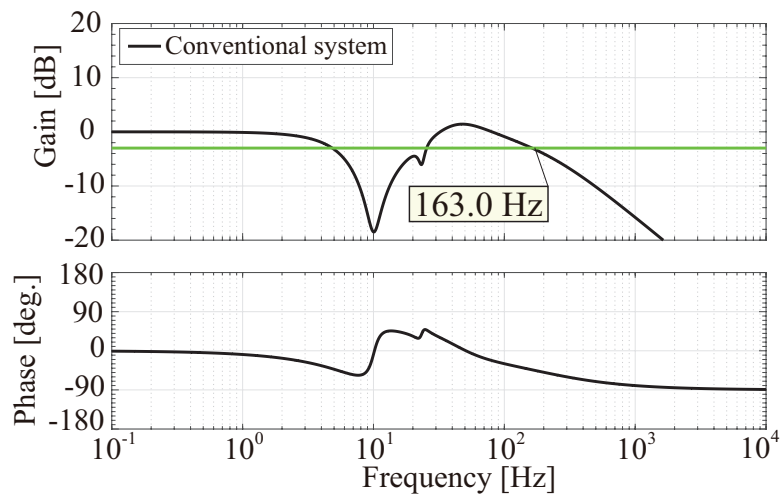


図 4.5: 従来の2慣性系に基づく速度制御における速度指令 ω^{cmd} 入力に対するモータ側速度応答 ω_1 出力における周波数特性

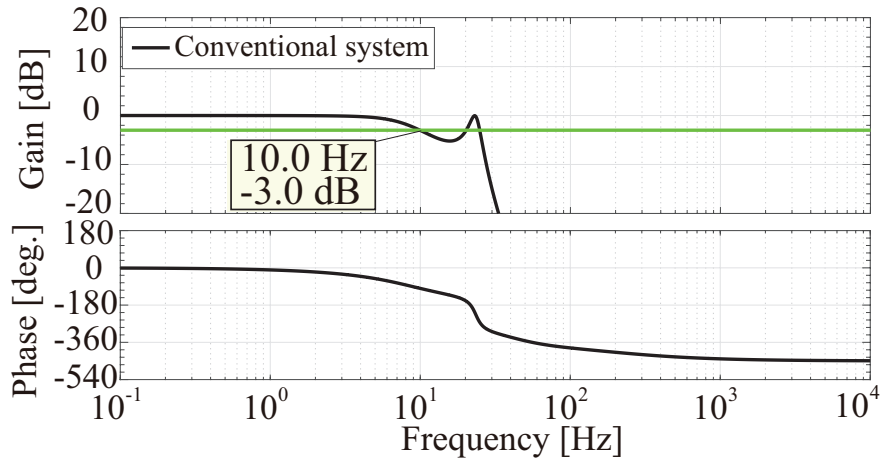


図 4.6: 従来の 2 慣性系に基づく速度制御における速度指令 ω^{cmd} 入力に対する負荷側先端速度応答 ω_3 出力における周波数特性

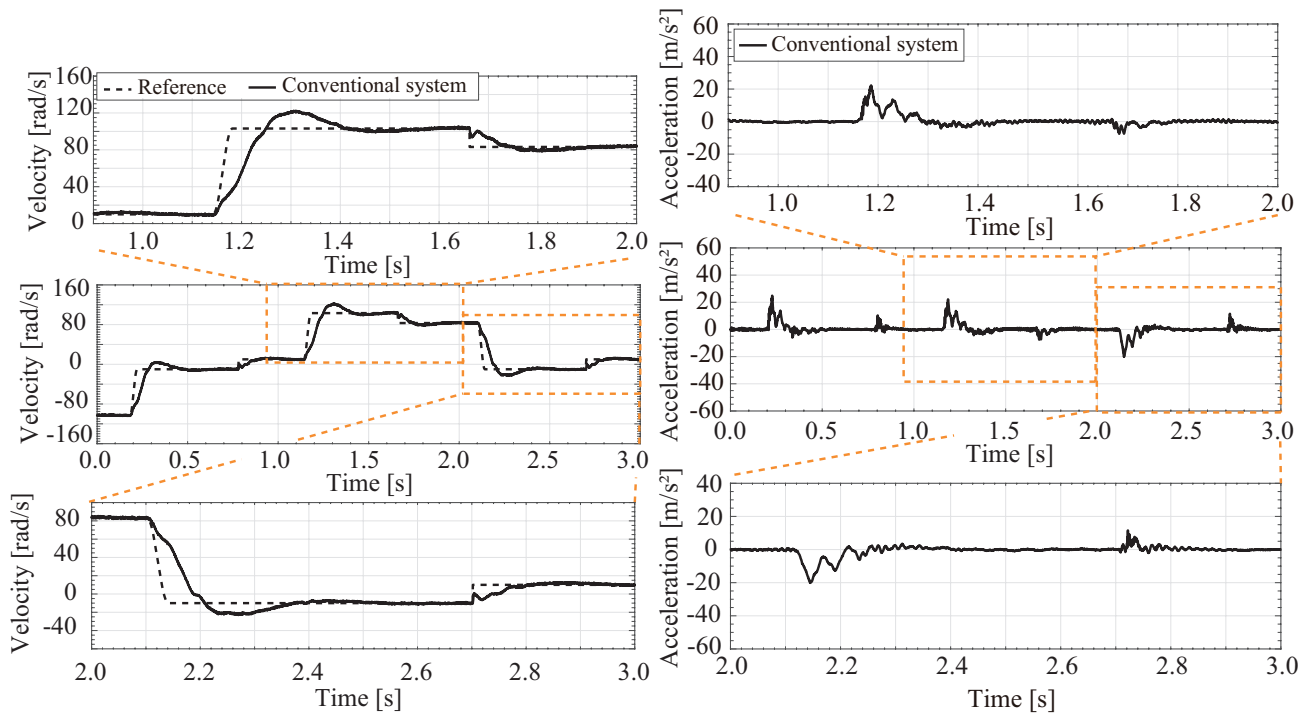


図 4.7: 従来の 2 慣性系に基づく速度制御時のモータ側速度応答の実機実験結果

図 4.8: 従来の 2 慣性系に基づく速度制御時の負荷側先端加速度応答の実機実験結果

図4.5と図4.6に示す制御系を持ちいた際のモータ側速度応答と負荷側加速度応答を図4.7と図4.8に示す。図4.5と図4.6に示す周波数特性のように共振ピークが低く、残留振動がなく安定した動作となっていることが確認される。

図4.7と図4.8に示す2慣性系モデルに基づく制御系と3章にて示した3慣性系モデルに基づく制御系を用いた場合のモータ側速度応答と負荷側加速度応答の比較した図を図4.9と図4.10に示す。

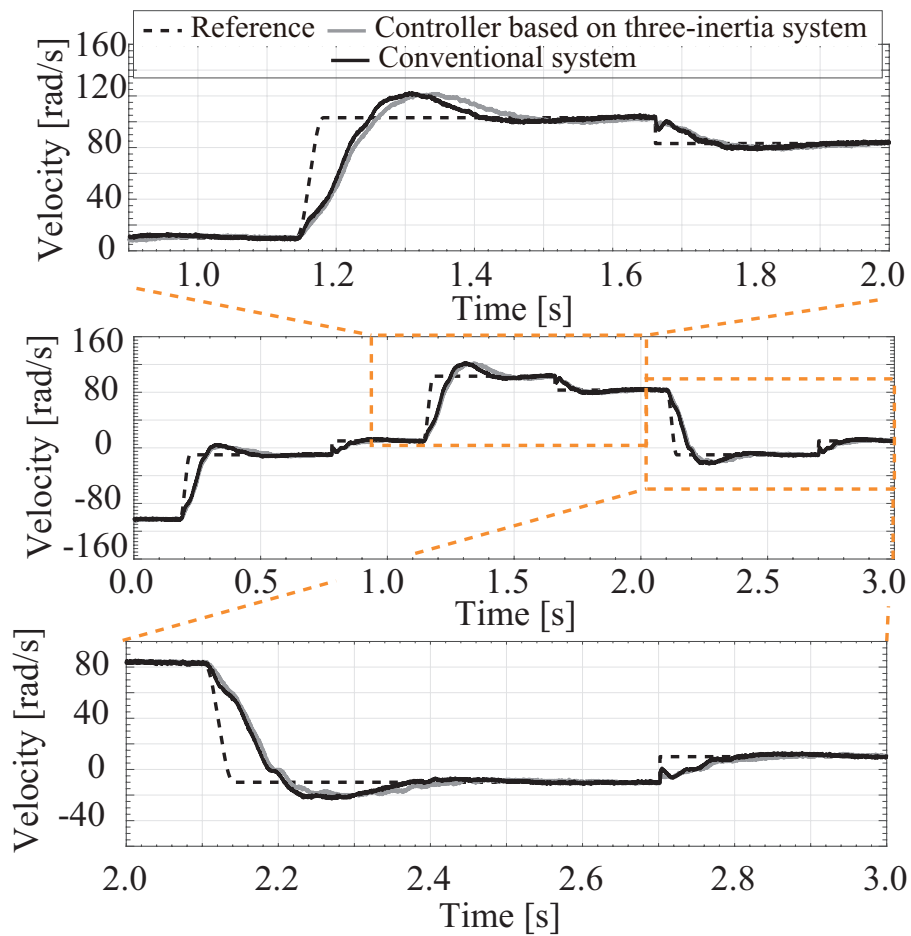


図4.9: 3慣性系モデルに基づく制御系と従来の2慣性系に基づく速度制御時のモータ側速度応答の実機実験結果の比較図

図4.9と図4.10より3慣性系モデルに基づく制御系と比べ、黒線の2慣性系モデルに基づく制御系は残留振動が多少あるように見える。しかしながら、顕著となる振動としては表れていないため、図4.5と図4.6に示す制御帯域においては3慣性系に対し2慣性系モデルに基づく

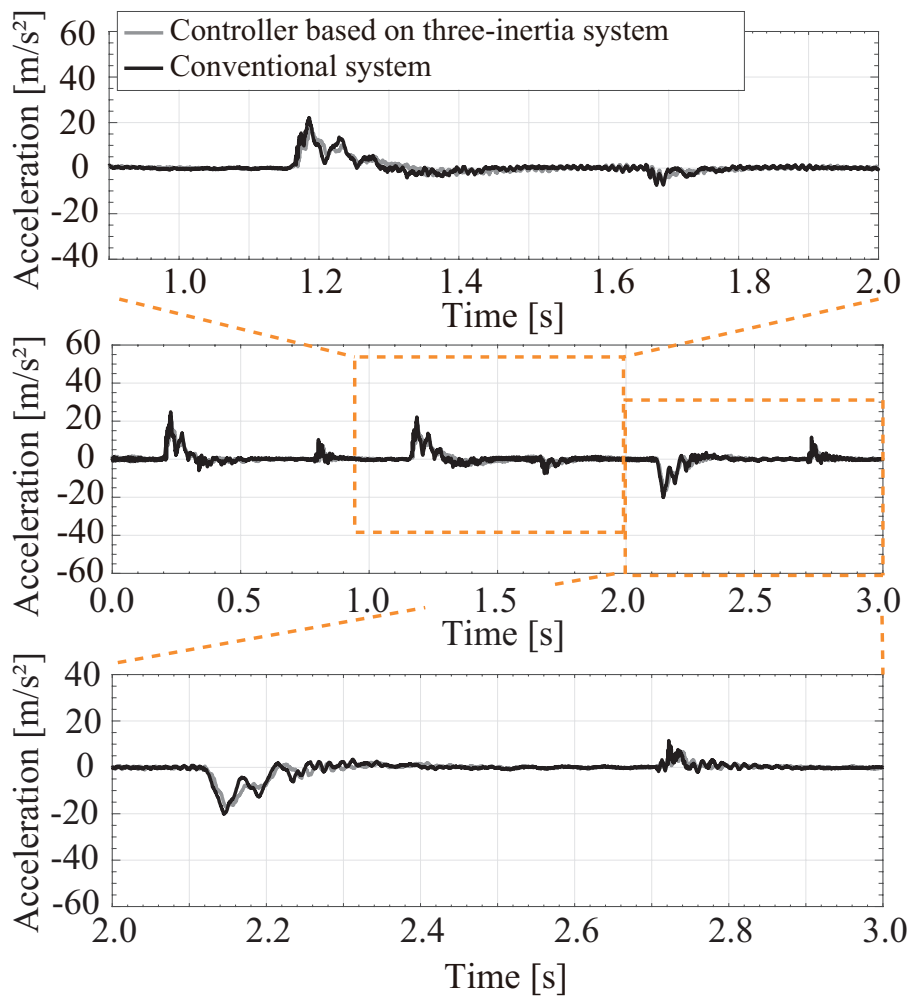


図 4.10: 3 慣性系モデルに基づく制御系と従来の 2 慣性系に基づく速度制御時の負荷側先端加速度応答の実機実験結果の比較図

従来の制御系を用いた場合においても振動抑圧は実現できることが確認される。

しかしながら、産業用ロボットには高速・高精度な応答が求められる。3章における3慣性系に基づく制御系では、表 3.6 に示す制御帯域が安定限界である。それに対し、2慣性系モデルに基づく制御系は更に広帯域化することができる。

広帯域化を図った2慣性系の制御系の周波数特性を図 4.11 に速度制御系のモータ側速度応答出力時のボード線図、図 4.12 に速度制御系の負荷側速度応答出力時のボード線図を示す。図 4.11 に示すように、モータ側速度応答を出力とした周波数特性では、カットオフ周波数を 210 Hz とし、一般的な産業用ロボットに用いられるサーボシステムと同等の性能を有するように

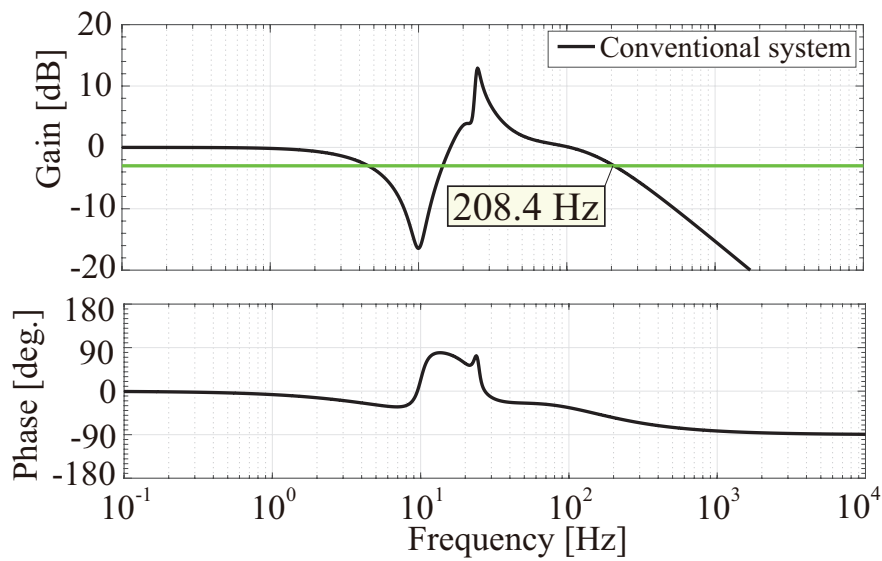


図 4.11: 広帯域化した従来の 2 慣性系に基づく速度制御における速度指令 ω^{cmd} 入力に対するモータ側速度応答 ω_1 出力における周波数特性

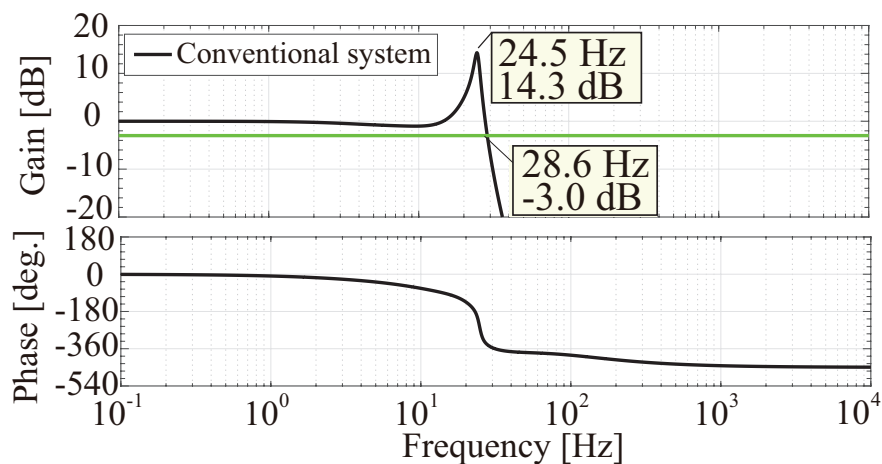


図 4.12: 広帯域化した従来の 2 慣性系に基づく速度制御における速度指令 ω^{cmd} 入力に対する負荷側先端速度応答 ω_3 出力における周波数特性

設計を行う。この時の負荷側速度応答出力とした図 4.12 に示す周波数特性では 24.5 Hz の共振点が発生し、カットオフ周波数は 28.6 Hz となる。3 慣性系に基づく制御系の 2 倍以上の広帯域化を実現している。

速度制御時の実験結果として図 4.13 にモータ側速度応答、図 4.14 に負荷側先端加速度応答を示す。図 4.14 に示す負荷側先端加速度応答の振動成分を解析した結果を図 4.15 に示す。図

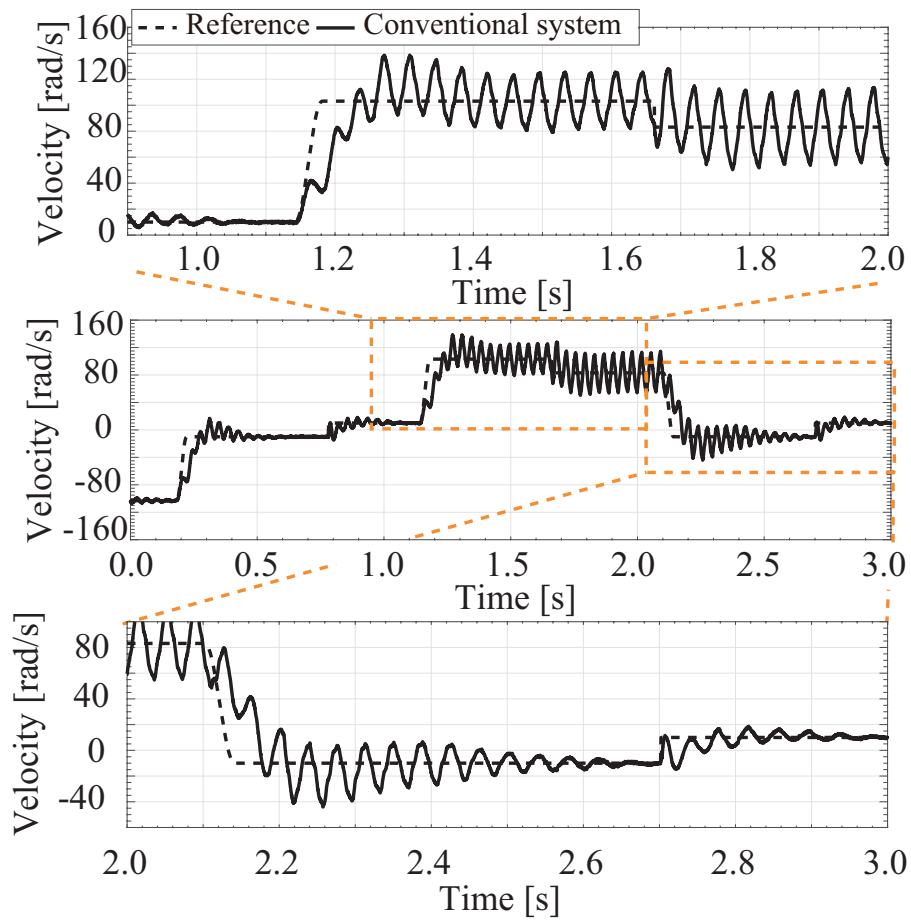


図 4.13: 広帯域化した際の従来の 2 慣性系に基づく速度制御時のモータ側速度応答の実機実験結果

4.15 より振動成分は 26.8 Hz となり、図 4.12 に示す負荷側速度応答を出力とした周波数特性とほぼ一致することが確認される。これにより、2 慣性系モデルに基づき設計した速度制御系を 3 慣性系に対し用いた際、制御系の広帯域化により二次共振周波数の影響が顕著となり、残留振動が発生し振動抑制は不十分であることが確認される。

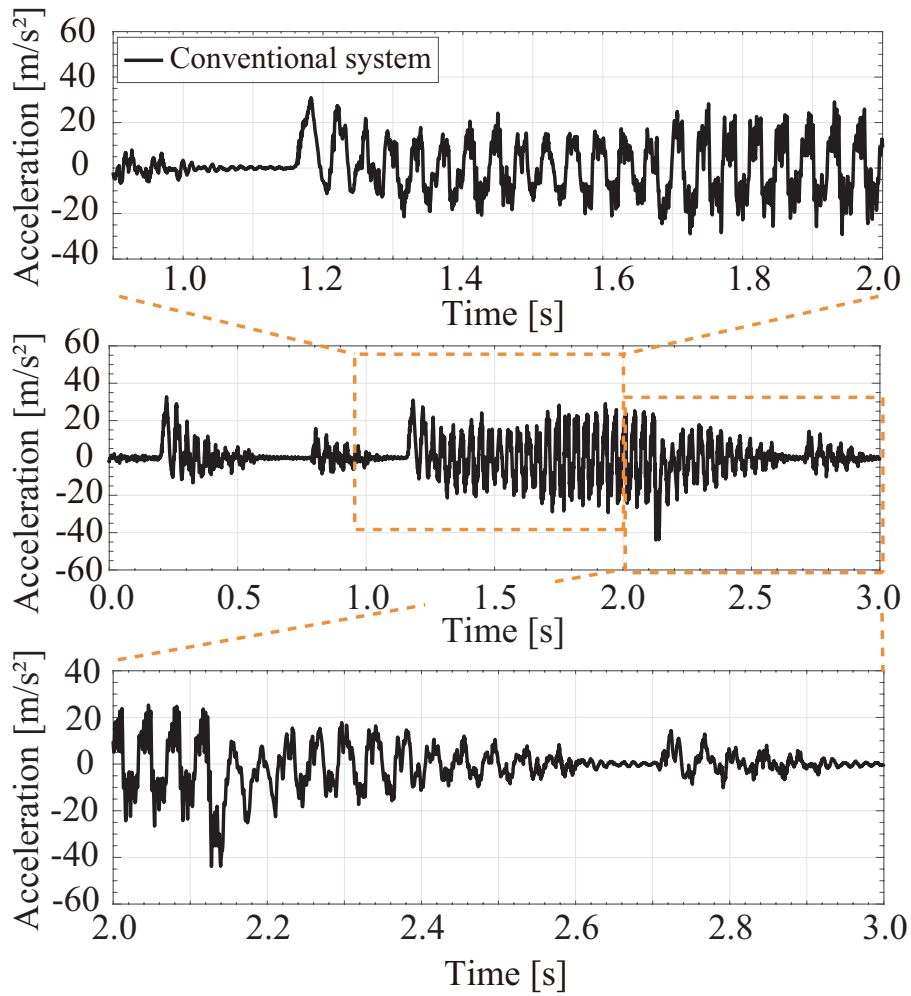


図 4.14: 広帯域化した際の従来の2慣性系に基づく速度制御時の負荷側先端加速度応答の実機実験結果

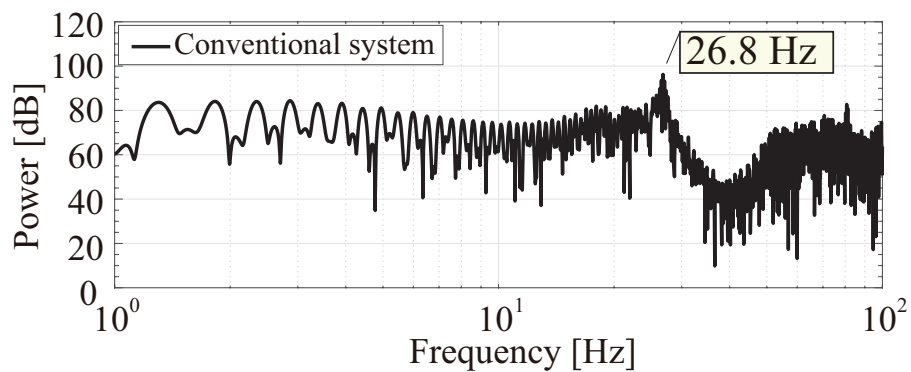


図 4.15: 図 4.14 の負荷側先端加速度応答の周波数解析結果

4.3 共振抑制電流制御系によるダンピング制御

3 慣性系に対し、2 慣性系モデルに基づき設計した位置・速度制御系を用いた場合、二次共振周波数の影響より残留振動が発生するため、振動抑制は不十分であることが確認された。2 慣性系モデルは3 慣性系における第一共振周波数に着目しており、設計される制御系は第一共振周波数のみの抑圧となる。そのため、3 慣性系における第二共振周波数の影響を抑圧することが難しく、残留振動を発生させてしまう。

この第二共振周波数について提案する電流制御系にて抑圧する手法を提案する。従来の産業用のモータの制御には、制御の観点から二相直流座標 dq 軸での電流制御が用いられる。図 4.16 に示すように従来の dq 軸での電流制御において、dq 軸間での干渉項およびモータの回転速度に応じた逆起電力を考慮した非干渉化制御が用いられ、q 軸電流応答をロバストに制御し、電流制御における振動抑制を実現する。

q 軸の電氣的モデルにおける電流応答を式 (4.23) に示す。

$$i_q^{res} = \frac{1}{L_q s + R_q} (v_q^{ref} - \phi_{fan} p \omega_M) \quad (4.23)$$

式 (4.23) において、 $\phi_{fan} p \omega_M$ の項がモータの回転速度に応じた逆起電力による電圧外乱となる。この電圧外乱に対し、制御系にてエンコーダより取得・演算したモータ側速度応答を用いて、逆起電力分の補償電圧をフィードフォワードで補償を行う。この方式が非干渉化制御にて行われる逆起電力分の電圧補償となり、式 (4.24) に示すように q 軸電圧指令には電圧補償値が含まれる。

$$v_q^{ref} = \left(\frac{1}{s} K_{ci} + K_{cp} \right) (i_q^{ref} - i_q^{res}) + \phi_{fan} p \omega_M \quad (4.24)$$

式 (4.24) に示す逆起電力分の補償電圧を含む q 軸電圧指令を用いることにより、q 軸電流指令に対する電流応答の伝達関数は式 (4.25) に示すようになる。

$$\frac{i_q^{res}}{i_q^{ref}} = \frac{\frac{K_{cp}}{L_q} \left(s + \frac{K_{ci}}{K_{cp}} \right)}{s^2 + \frac{R_q + K_{cp}}{L_q} s + \frac{K_{ci}}{L_q}} \quad (4.25)$$

式 (4.25) に示す伝達関数について、図 4.16 に示す電流制御における電流指令から電流応答までの周波数特性を図 4.17 に示す。図 4.17 に示す電流制御の周波数特性では、制御帯域を 2.0 kHz とした設計がされ直流を含む低周波帯域から制御帯域までゲイン特性においてフラットな特性を示しており、電流制御において共振周波数なく安定した特性を示していることがわかる。

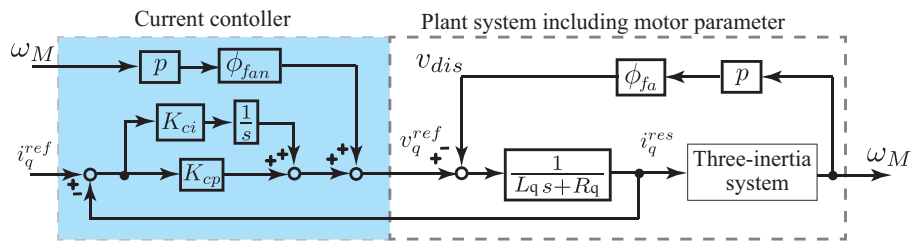


図 4.16: 非干渉化制御を用いた PI 電流制御系のブロック線図

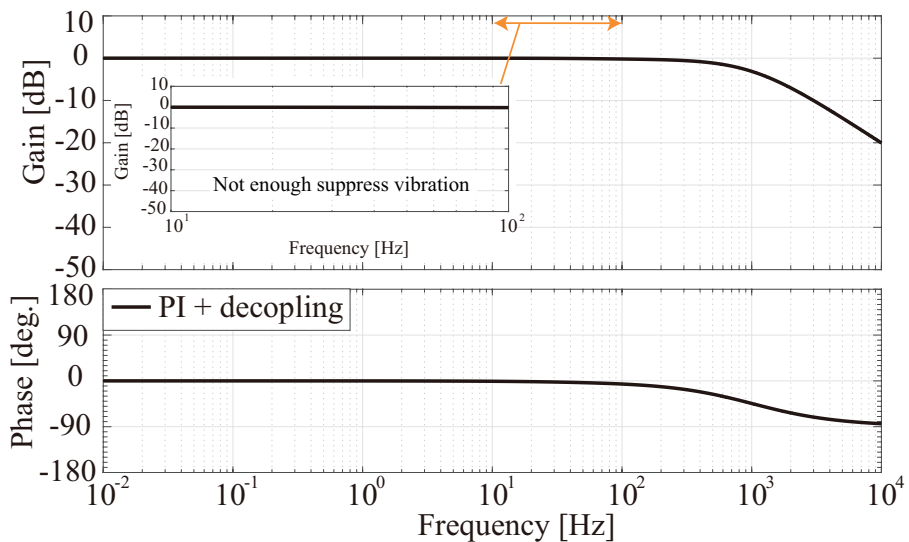


図 4.17: 図 4.16 に示す非干渉化制御を用いた PI 電流制御の q 軸電流制御系のボード線図

しかしながら従来の電流制御では、電流制御の高性能化と引き換えに、プラントシステムの機械的共振周波数の振動を誘発しているとも考えられる。これは、モータの速度応答に応じた逆起電力によりダンピングとして機能する干渉項を非干渉化制御により相殺しているためである。モータの逆起電力はモータの電気角速度に応じて、モータのトルクに起因する q 軸電圧指令にダンピングとして機能する。従来の電流制御では、図 4.16 に示すように非干渉化制御にてモータの速度応答より逆起電力分の電圧演算およびフィードフォワード制御用いて q 軸電圧指

令に印加し相殺している。このモータの速度応答には機械的共振周波数が含まれるため、モータ速度応答に応じてダンピングとして機能する逆起電力を用いた共振周波数の十分な抑圧を実現する構造について検討を行う。

4.3.1 共振抑圧へ向けた電流制御系の解析

モータ速度応答に応じてダンピングとして機能する逆起電力を用いた共振周波数の十分な抑圧を実現する構造について検討を行うため、初めに図 4.18 に示すように q 軸だけ非干渉化制御を行わない場合について検証を行う。

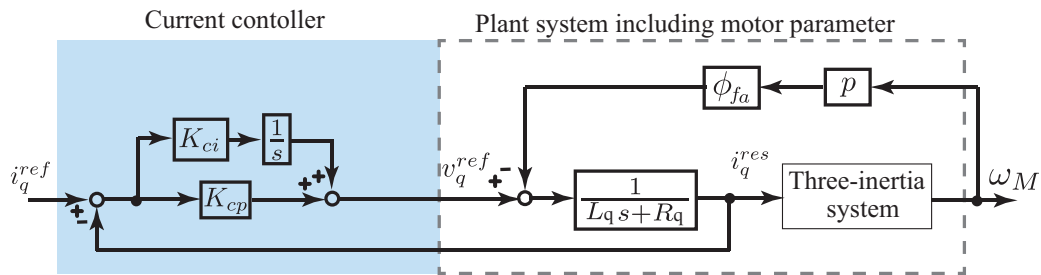


図 4.18: PI のみ電流制御系のブロック線図

図 4.18 に示す電流制御系の特性について解析を行う。図 4.18 におけるプラントシステムである 3 慣性系の q 軸電流応答からモータ側速度応答までの特性を式 (4.26) とする。

$$\omega_M = \frac{num(s)}{den(s)} i_q^{res} \quad (4.26)$$

プラントシステムの特性格式 (4.26) より、モータの逆起電力にプラントシステムの特性格を含めることにより、q 軸の電氣的モデルにおける電流応答を式 (4.27) と表すことができる。

$$\begin{aligned} i_q^{res} &= \frac{1}{L_q s + R_q} (v_q^{ref} - \phi_{fa} p \omega_M) \\ &= \frac{1}{L_q s + R_q} \left(v_q^{ref} - \phi_{fa} p \frac{num(s)}{den(s)} i_q^{res} \right) \end{aligned} \quad (4.27)$$

式 (4.27) および図 4.18 に示す PI 電流制御より q 軸だけ非干渉化制御を行わない場合の q 軸

電流指令に対する電流応答の伝達関数は式 (4.28) に示すようになる。

$$\frac{i_q^{res}}{i_q^{ref}} = \frac{\frac{K_{cp}}{L_q} (s + \frac{K_{ci}}{K_{cp}})}{s^2 + \frac{R_q + K_{cp}}{L_q} s + \frac{K_{ci}}{L_q} + \frac{1}{L_q} \phi_{fa} p \frac{num(s)}{den(s)} s} \quad (4.28)$$

式 (4.28) に示すように、q 軸だけ非干渉化制御を行わない場合の q 軸電流指令に対する電流応答の特性にはプラントシステムの要素が含まれる。そのため、PI 電流制御系を非干渉化制御時と同様に制御帯域を 2.0 kHz とし設計した場合、q 軸だけ非干渉化制御を行わない場合の q 軸電流指令に対する電流応答の周波数特性は図 4.19 に示すようになる。

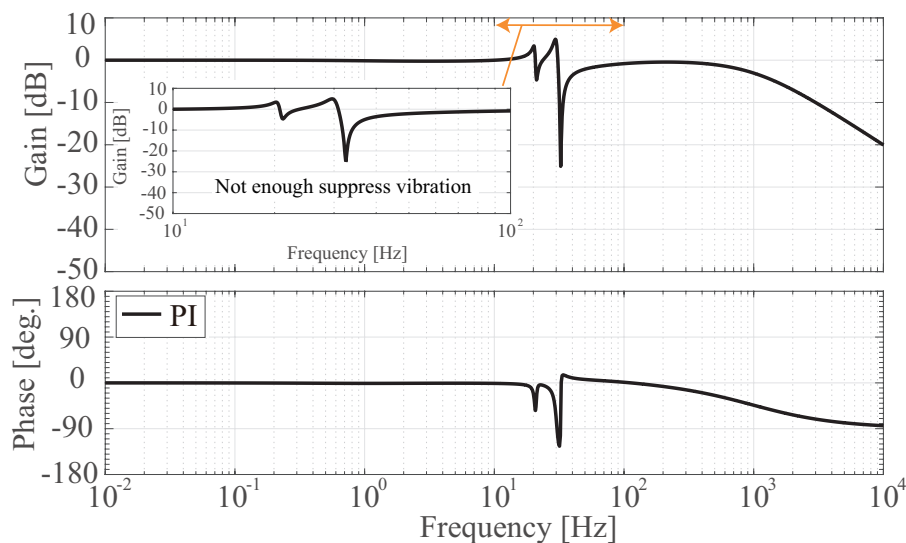


図 4.19: 図 4.18 に示す PI のみの電流制御の q 軸電流制御系のボード線図

図 4.19 に示すように、逆起電力分の補償をなくすことによりプラントシステムの要素が電流制御系に含まれ、共振周波数の箇所にてゲイン特性の低下が確認される。これにより、機械的共振周波数の抑圧が見込まれる。

しかしながら、制御的観点でみるとプラントシステムのモータの逆起電力によるダンピング機能をそのまま用いているだけとなり、制御的自由度がなく、制御目標に応じたダンピング効果を最適化することは難しい。

加えて、図 4.18 に示す電流制御系は 1 自由度制御系の構造であり、制御帯域を広帯域化することにより、電流制御系における外乱抑圧応答が向上する。よって、電流制御系の制御帯域を広帯域化により PI 制御器が非干渉化制御と同様な働きを持ち、ダンピング機能として利用す

るモータの逆起電力を打ち消してしまう構造的問題も生じてしまう。

電流制御系を2自由度制御系の構造とし、制御目標に応じたダンピング効果の最適化を図るため、図4.20に示すように電流制御系の構造を大きく変更する。図4.20に示すように電流制御系はP制御に加え電圧外乱オブザーバ(VDOB)を用いた構造とする。VDOBを用いることにより、デッドタイムや空間高調波による電圧外乱を補償することができる[90–93]。また、図4.20において電圧外乱値(\hat{v}_{dis})の計算に用いられる電機子巻き線抵抗を $R_{qn} = 0$ となるように制御対象をノミナル化することができ、P制御を用いた場合においても定常偏差なく、電流指令に対し電流応答を追従させることが可能となる。

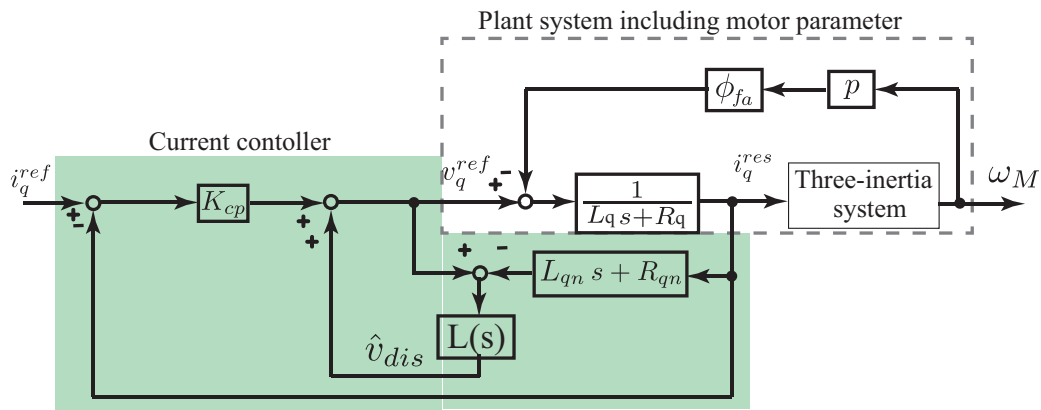


図4.20: 電圧外乱オブザーバ(VDOB)を用いたP電流制御系のブロック線図

VDOBとP制御を用いた際のq軸電圧指令値は式(4.29)となる。

$$v_q^{ref} = \frac{K_{cp}}{1 - L(s)} (i_q^{ref} - i_q^{res}) - \frac{L(s)}{1 - L(s)} (L_{qn}s + R_{qn}) i_q^{res} \quad (4.29)$$

式(4.29)に示すq軸電圧指令を用いることにより、VDOBとP制御を用いた際のq軸電流指令に対する電流応答の伝達関数は式(4.30)に示すようになる。

$$\frac{i_q^{res}}{i_q^{ref}} = \frac{\frac{K_{cp}}{L_q}}{(1 - L(s))(s + \frac{R_{qn}}{L_{qn}}) + L(s)(\frac{L_{qn}}{L_q}s + \frac{R_{qn}}{L_q}) + \frac{K_{cp}}{L_q} + (1 - L(s))\frac{1}{L_q}\phi_{fa}p\frac{num(s)}{den(s)}} \quad (4.30)$$

VDOBのローパスフィルタ $L(s)$ は一次系としているため、次のように定義される。

$$L(s) = \frac{\omega_{gdv}}{s + \omega_{gdv}} \quad (4.31)$$

これにより、式 (4.30) に示す伝達関数は式 (4.32) となり、整理すると式 (4.33) となる。

$$\frac{i_q^{res}}{i_q^{ref}} = \frac{\frac{K_{cp}}{L_q}}{\frac{s}{s+\omega_{gdv}}(s + \frac{R_{qn}}{L_{qn}}) + \frac{\omega_{gdv}}{s+\omega_{gdv}}(\frac{L_{qn}}{L_q}s + \frac{R_{qn}}{L_q}) + \frac{K_{cp}}{L_q} + \frac{s}{s+\omega_{gdv}}\frac{1}{L_q}\phi_{fa}P\frac{num(s)}{den(s)}s} \quad (4.32)$$

$$= \frac{\frac{K_{cp}}{L_q}(s + \omega_{gdv})}{s^2 + \frac{R_q + K_{cp} + L_{qn}\omega_{gdv}}{L_q}s + \frac{R_q + K_{cp}}{L_q}\omega_{gdv} + \frac{1}{L_q}\phi_{fa}P\frac{num(s)}{den(s)}s} \quad (4.33)$$

伝達関数式 (4.33) において、プラントシステムの伝達関数の分子 (num(s)) および分母 (den(s)) について展開した場合の伝達関数は式 (4.34) となる。

$$\frac{i_q^{res}}{i_q^{ref}} = \frac{\sum_{i=0}^6 b_{ci}s^i}{s^7 + \sum_{i=0}^6 a_{ci}s^i} \quad (4.34)$$

$$b_{c0} = \frac{K_p}{L_q}a_0\omega_{gdv}, \quad a_{c0} = \frac{K_p + R_{qn}}{L_q}a_0\omega_{gdv}$$

なお、伝達関数式 (4.34) においてプラントシステムの伝達関数は次に示す 3 慣性系の伝達関数を使用している。

$$\frac{\omega_1}{i_q^{res}} = \frac{b_4s^4 + b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0}{s^5 + a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (4.35)$$

伝達関数式 (4.34) における分子の 0 次項 b_{c0} と分母の 0 次項 a_{c0} において、電機子巻き線抵抗を $R_{qn} = 0$ とすることにより $b_{c0} = a_{c0}$ となり、最終値の定理より式 (4.36) に示すようにステップ状の q 軸電流指令に対し、電流応答は定常偏差なく追従することが確認される。

$$\lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{i_q^{res}}{i_q^{ref}} \frac{1}{s} = 1.0 \quad (4.36)$$

しかしながら、電流制御においてモータの逆起電力は外乱とされるため、VDOB が機械的な共振周波数成分を含む電圧外乱を補償し、ダンピング効果が低減してしまう。そのため図 4.21 に示すように、逆起電力がダンピングとして機能するはずであるプラントシステムにおける共振周波数の箇所のゲイン特性にて、図 4.19 に示す PI のみの電流制御の q 軸電流制御系のボード線図と比べ、抑圧効果が低減していることが確認される。

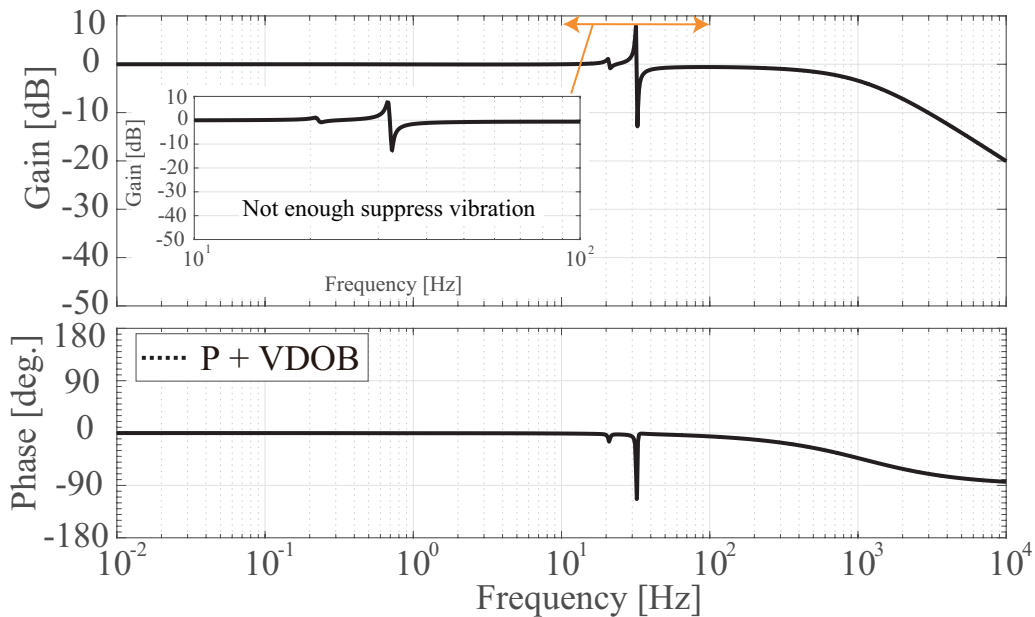


図 4.21: 図 4.20 に示す電圧外乱オブザーバ (VDOB) を用いた P 電流制御の q 軸電流制御系のボード線図

電圧外乱オブザーバを用いた構成により、2 自由度制御系の構造となり、制御目標に応じたダンピング効果の最適化を試みたが、電流制御においてモータの逆起電力は外乱とされるため、VDOB が電圧外乱を補償してしまい、期待したダンピング効果が得られない結果となった。

4.3.2 共振抑圧外乱オブザーバ

電圧外乱オブザーバ (VDOB) を用いた 2 自由度制御構造だけでは、電流制御に対しモータの逆起電力は電圧外乱として補償されてしまうため、ダンピング効果が得られない。そのため、VDOB を用いた構造に対し、共振周波数成分のみはダンピングとして機能するハイブリッド型の共振抑圧外乱オブザーバを用いる。

ハイブリッド型の外乱オブザーバ [94] とは外乱オブザーバのローパスフィルタ (LPF) により推定外乱の位相シフトや振幅の低減により、補償に必要な推定値が得られない場合に用いられる。

図 4.22 に、共振抑圧外乱オブザーバを用いた提案する電流制御系とプラントシステムのブ

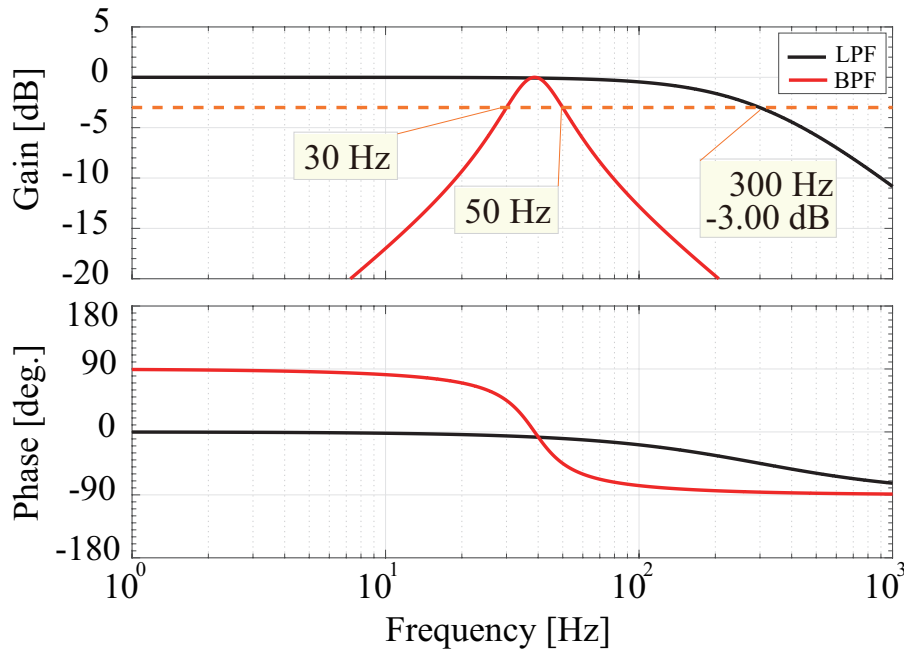


図 4.23: 共振抑圧外乱オブザーバにおける各フィルタの周波数特性

提案する電流制御系の伝達関数は、 q 軸電流応答 (i_q^{res}) の式 (4.40) を用いて式 (4.41) のように表される。

$$\frac{i_q^{res}}{i_q^{ref}} = \frac{\sum_{i=0}^8 b_{ci} s^i}{s^9 + \sum_{i=0}^8 a_{ci} s^i} \quad (4.41)$$

$$b_{c0} = \frac{K_{cp}}{L_q} a_0 \omega_{gdv} \omega_o^2, \quad a_{c0} = \frac{K_{cp} + R_{qn}}{L_q} a_0 \omega_{gdv} \omega_o^2$$

式 (4.41) において VDOB を用いた P 型電流制御と同様に、最終値の定理より、電機子巻き線抵抗の公称値 $R_{qn} = 0$ の場合、 i_q^{res} の最終値は 1 となり定常偏差はゼロとなる。そのため、 R_{qn} の公称値をゼロとする。

$$\lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{i_q^{res}}{i_q^{ref}} \frac{1}{s} = 1.0 \quad (4.42)$$

提案する電流制御において、共振周波数の変動を考慮し、図 4.23 に示すように BPF の帯域は第二共振周波数 (30–50z) 付近に設定する。なお、LPF のカットオフ周波数は同様に図 4.23 に示すように第二共振周波数より広い帯域とし 300Hz としている。

図 4.23 に示すフィルタに設定した際の共振抑圧外乱オブザーバを用いた電流制御系の周波数特性を図 4.24 と図 4.25 に示す。図 4.24 には、非干渉化制御を用いた電流制御系と誘起電圧

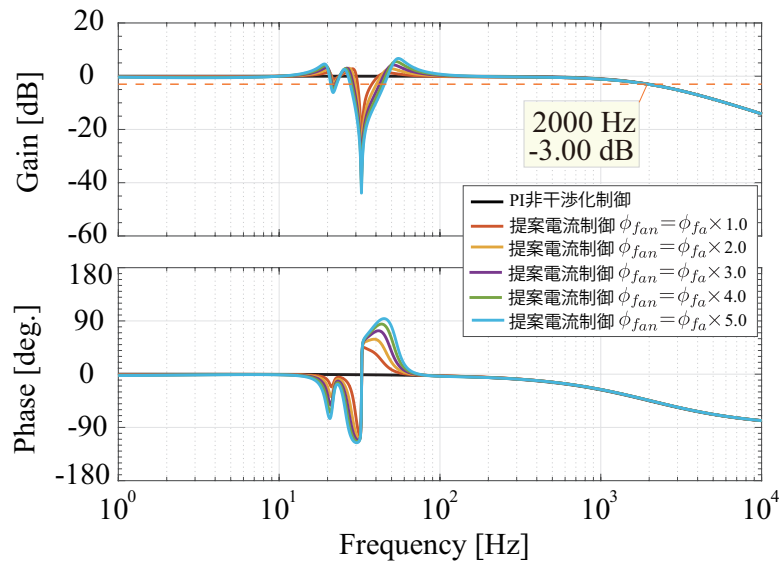


図 4.24: 共振抑圧外乱オブザーバを用いた際の電流制御系の周波数特性 ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 1$ から 5)

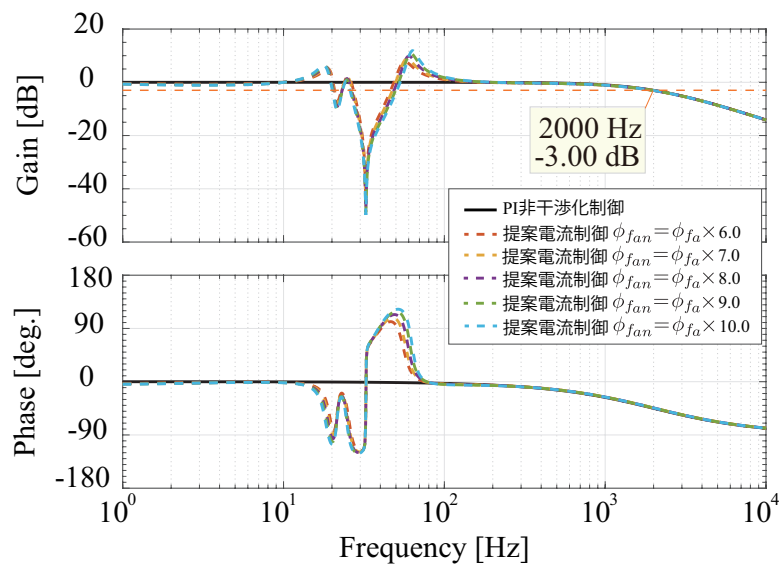


図 4.25: 共振抑圧外乱オブザーバを用いた際の電流制御系の周波数特性 ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 6$ から 10)

定数をノミナル値とした場合から 5 倍とした場合の周波数特性を、図 4.25 には、非干渉化制御を用いた電流制御系と誘起電圧定数を 6 倍から 10 倍とした場合の周波数特性を示す。

図 4.24 と図 4.25 より共に、従来の電流制御系と同様に制御帯域は 2.0 kHz となっていることが確認でき、目標値に対する制御性能は問題がないことがわかる。また、誘起電圧定数をノミナル値とした場合、第二共振周波数付近に対するダンピング機能が働き、周波数特性のゲイ

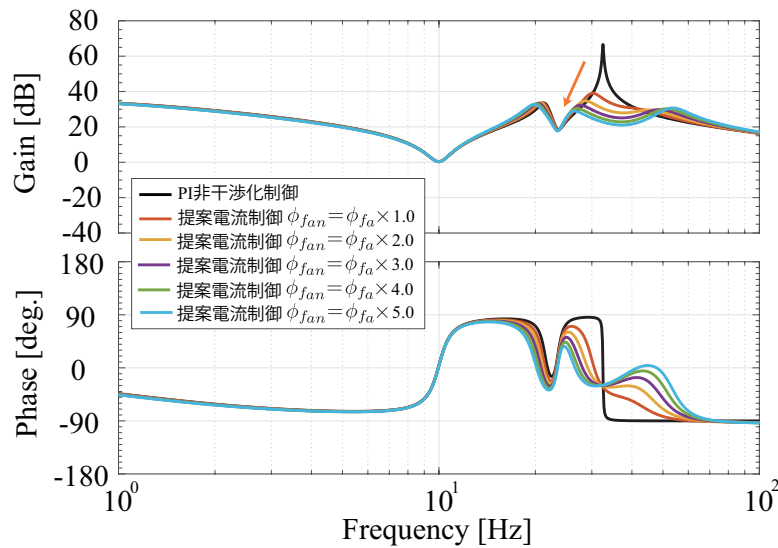


図 4.26: 共振抑圧外乱オブザーバを用いた際の 3 慣性系の周波数特性 ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 1$ から 5)

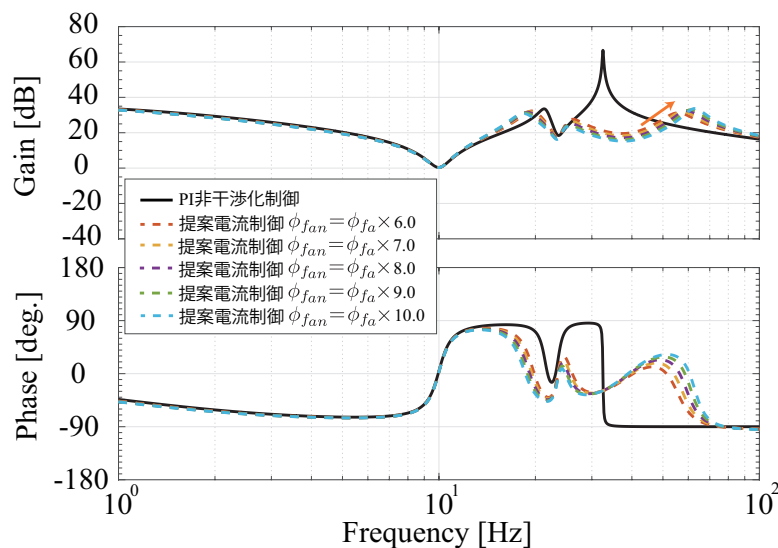


図 4.27: 共振抑圧外乱オブザーバを用いた際の 3 慣性系の周波数特性 ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 6$ から 10)

ン特性の低下が確認される。これにより、逆起電力によるダンピング効果が期待され、誘起電圧定数をノミナル値の 2 倍・3 倍と大きくすることにより、ダンピング効果が向上していることが確認される。なお、図 4.24 に示すように誘起電圧定数をノミナル値の 5 倍まで変化させることにより、ノミナル値とした場合と比べダンピング効果が向上していることが確認されるが、図 4.25 に示すように誘起電圧定数をノミナル値の 6 倍以上とした場合では、ダンピング効果の向上には変化は見られず、新たな共振点の誘発が懸念されるのが確認される。

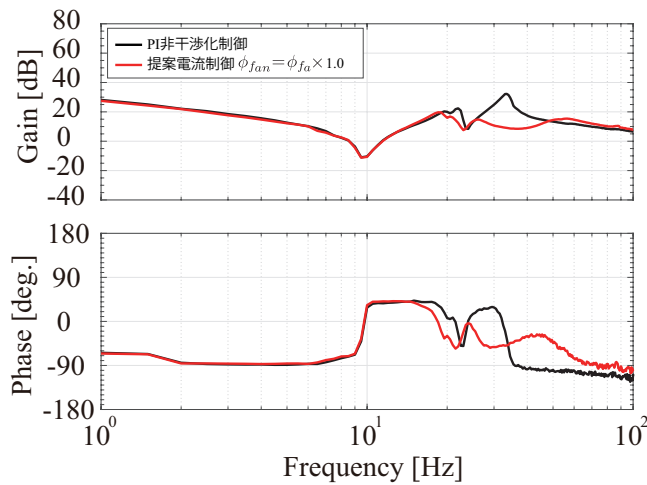


図 4.28: 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 1.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果

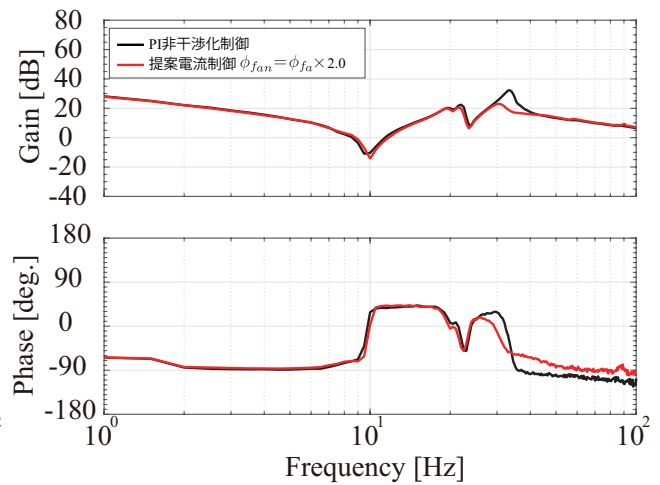


図 4.29: 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 2.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果

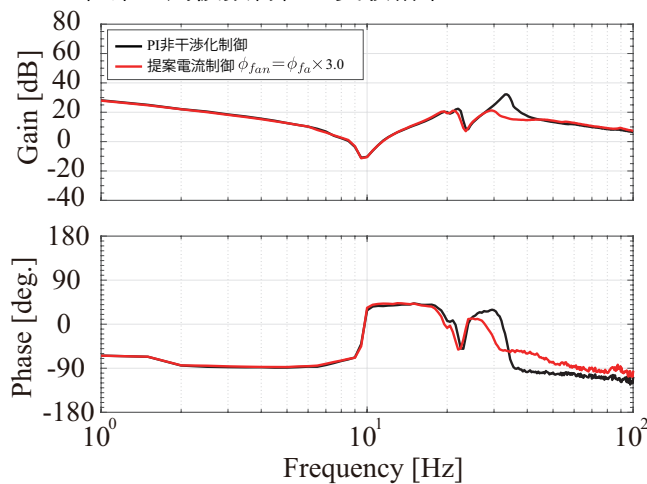


図 4.30: 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 3.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果

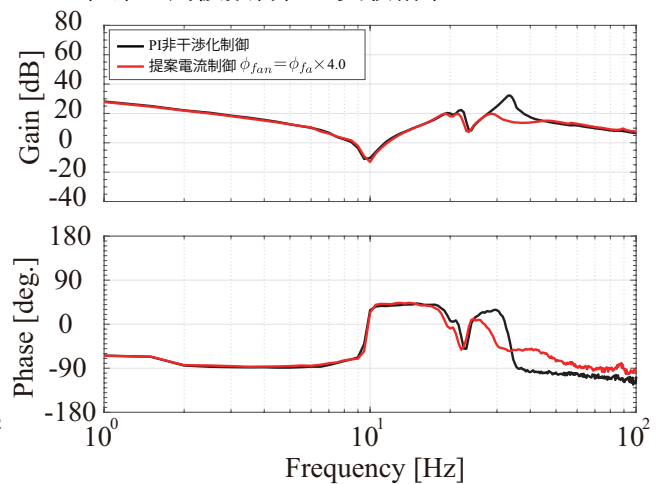


図 4.31: 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 4.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果

図 4.24 と図 4.25 に示す周波数特性を有する電流制御系を用いた際の 3 慣性系モデルにおける q 軸電流指令からモータ側速度応答までの周波数特性を図 4.26 と図 4.27 に示す。図 4.26 には、非干渉化制御を用いた電流制御系と誘起電圧定数をノミナル値とした場合から 5 倍とした場合の 3 慣性系モデルの周波数特性を、図 4.27 には、非干渉化制御を用いた電流制御系と誘起電圧定数を 6 倍から 10 倍とした場合の 3 慣性系モデルの周波数特性を示す。

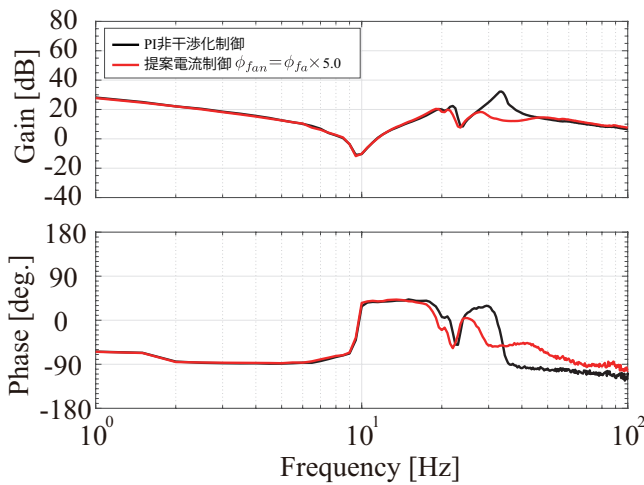


図 4.32: 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 5.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果

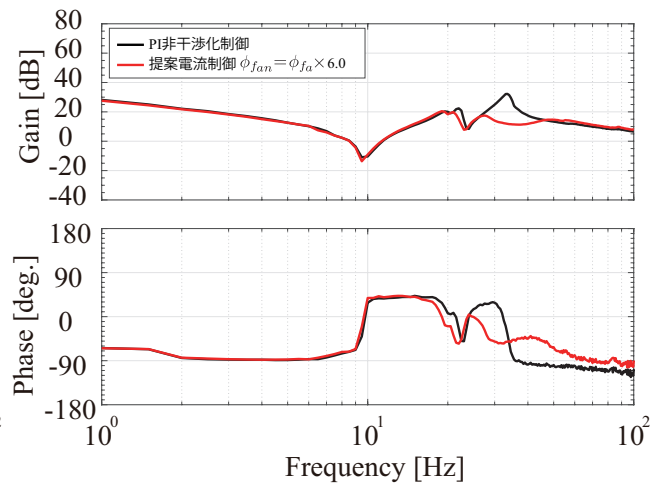


図 4.33: 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 6.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果

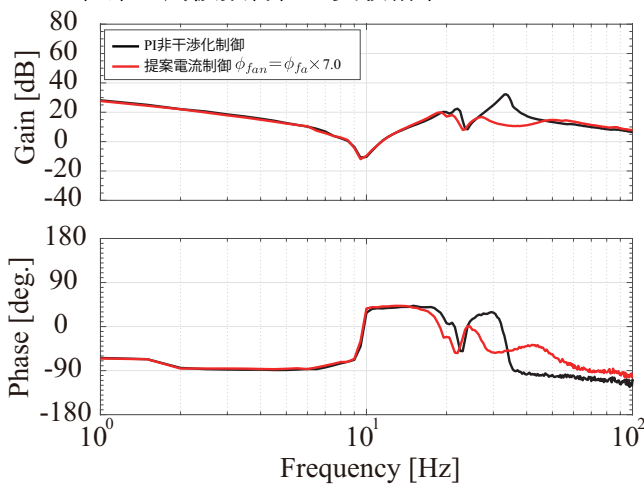


図 4.34: 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 7.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果

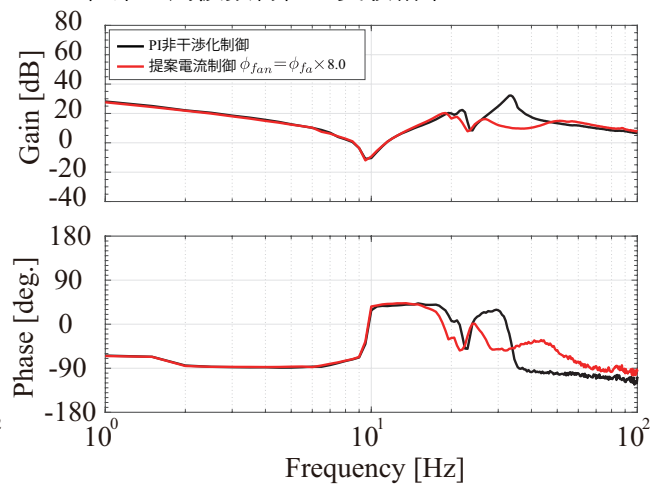


図 4.35: 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 8.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果

電流制御系の周波数特性と同様に、誘起電圧定数をノミナル値の 2 倍・3 倍と大きくすることにより、3 慣性系モデルの第二共振周波数が抑圧されていることから、ダンピング効果が向上していることが確認される。なお、図 4.26 に示すように誘起電圧定数をノミナル値の 5 倍まで変化させることにより、ノミナル値とした場合と比べダンピング効果が向上していることが確認されるが、図 4.27 に示すように誘起電圧定数をノミナル値の 6 倍以上とした場合では、ダ

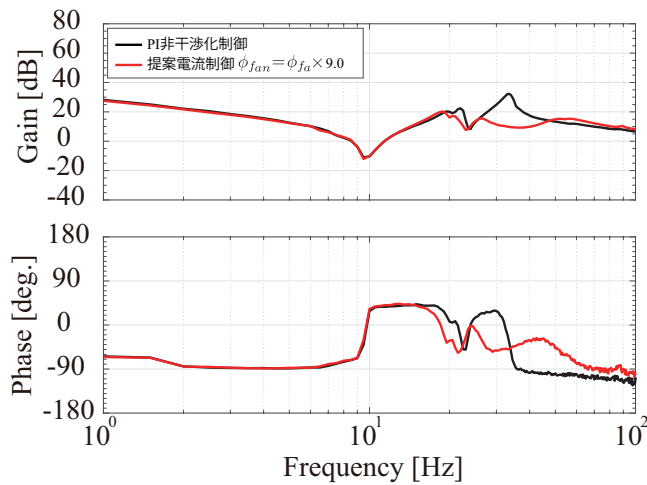


図 4.36: 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 9.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果

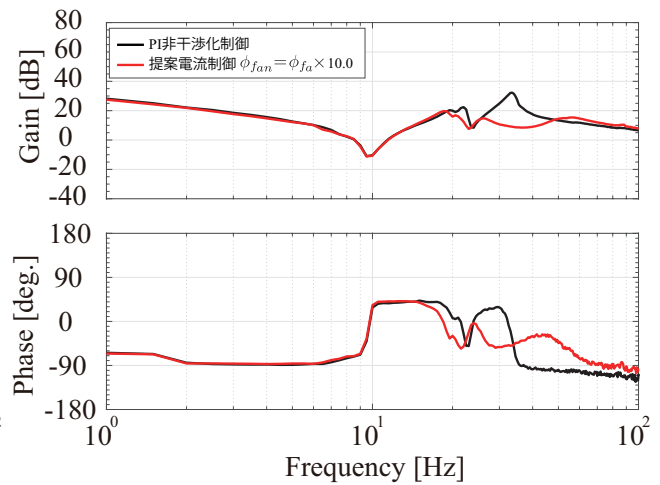


図 4.37: 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 10.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果

表 4.2: 従来および提案電流制御系のゲインおよび設定パラメータ

	従来の電流制御系	提案する電流制御系 m
電流制御 P ゲイン	1.97×10^1	1.95×10^1
電流制御 I ゲイン	5.04×10^3	—
VDOB の帯域	—	3.00×10^2 Hz
BPF の中心周波数	—	3.14×10^2 rad/s
Q 値	—	6.67×10^{-1}
電流制御系の帯域	2.00 kHz	2.00 kHz

ンピング効果の向上には変化は見られず、新たな共振点の誘発が懸念されるのが確認される。

次に実機実験での検証を行う。図 4.28 から図 4.37 に非干渉化制御を用いた電流制御系と共振抑圧外乱オブザーバを用いた提案する電流制御を用いた際のロボットの関節軸の周波数特性の測定結果を示す。

図 4.28 に示す誘起電圧定数をノミナル値とした場合、非干渉化制御を用いた場合と比べ、第二共振周波数の振幅の低減を確認できる。しかしながら、共振周波数の抑圧の結果としては、

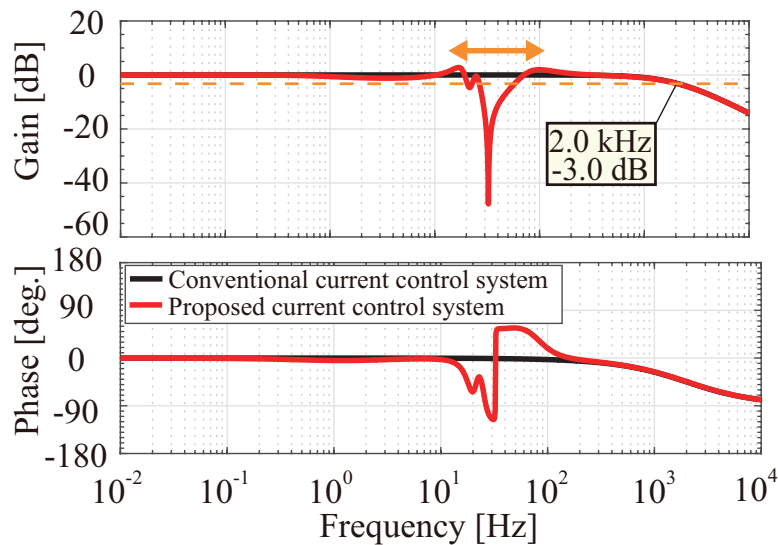


図 4.38: 非干渉化制御を用いた従来の電流制御系と誘起電圧定数をノミナル値の 5 倍とした共振抑圧外乱オブザーバを用いた提案電流制御系の周波数特性

第二共振周波数の方が第一共振周波数の利得と比べ支配的である。そのため、誘起電圧定数をノミナル値に対し定数倍し、更なる共振周波数の抑圧が必要となる。図 4.29 に誘起電圧定数をノミナル値の 2 倍とした際の周波数特性の測定結果を示す。誘起電圧定数をノミナル値の 2 倍とすることにより、図 4.28 に示す誘起電圧定数をノミナル値とした場合と比べ、第二共振周波数の抑圧の効果が向上していることが確認できる。しかしながら、誘起電圧定数をノミナル値の 2 倍とした場合においても第二共振周波数の方が第一共振周波数の利得と比べ支配的である。よって、誘起電圧定数をノミナル値に対し 3 倍以上とした際の検証結果が必要となる。

図 4.30 から図 4.37 に示す誘起電圧定数をノミナル値の 3 倍から 10 倍とした際の結果を見ると、誘起電圧定数をノミナル値の 5 倍以上とすることにより、第二共振周波数の利得が第一共振周波数の利得より下回ることが確認される。これは図 4.24 と図 4.25 に示した数値解析結果と同様に誘起電圧定数をノミナル値の 5 倍程度とすることにより十分に第二共振周波数を抑圧できているといえる。よって、本検討では誘起電圧定数をノミナル値の 5 倍とした条件での共振抑圧外乱オブザーバを用いた提案電流制御系を用いることとする。表 4.2 に示す各制御系のゲインおよび設定パラメータを用いた際の誘起電圧定数をノミナル値の 5 倍とした際の電流制御系の周波数特性は図 4.38 に示すようになる。

4.4 共振抑圧電流制御系を用いた3慣性系の制振制御

共振抑圧外乱オブザーバを用いた電流制御系を用いることにより3慣性系の第二共振周波数を抑圧することが確認できたため、次にこの提案する電流制御系を用いた位置・速度制御系における振動抑制の有効性の検証を実験により行う。提案する電流制御系を含めたサーボシステムのブロック線図を図4.47に示す。

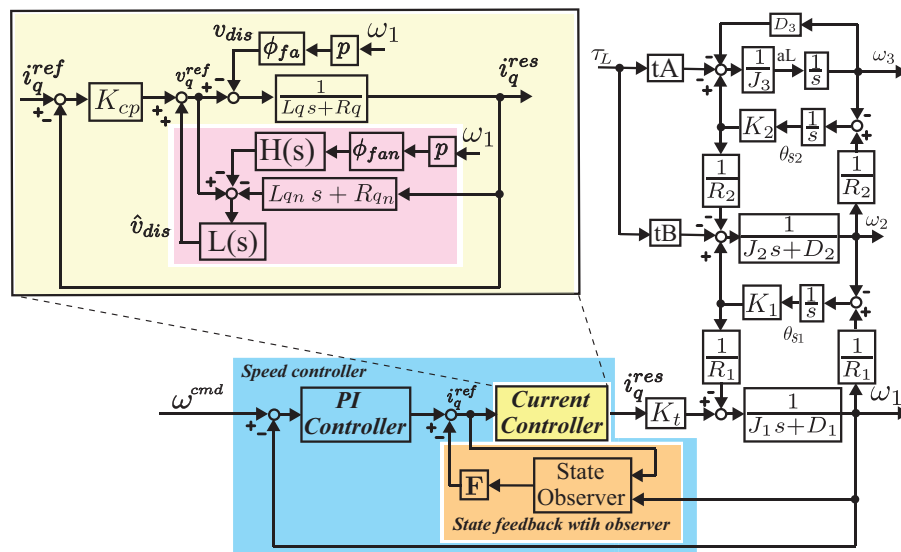


図 4.39: 提案する電流制御系を含めたサーボシステムのブロック線図

図 4.47 における速度制御系は従来のサーボシステムと同様の2慣性系モデルに基づくPIおよび状態フィードバックシステムを用いた速度制御系の構成となる。本検討における速度制御系の制御ゲインを表4.3に示す。

4.4.1 速度制御系の検証

表 4.3 に示す制御ゲインを用いた際の速度制御系の周波数特性として図 4.40 にモータ側速度応答までの特性を、図 4.41 に負荷側速度応答までの特性を示す。

図 4.40 に示す速度指令からモータ側速度応答までの周波数特性より、制御帯域は従来の速度制御系は 208.4Hz となり、提案する速度制御系は 224.5Hz となっていることが確認される。そ

表 4.3: サーボシステムにおける速度制御系のゲイン

P ゲイン	2.89×10^{-1}
I ゲイン	1.14×10^1
フィードバックゲイン f_{ω_m}	-1.07×10^{-1}
フィードバックゲイン f_{θ_s}	7.62×10^2
フィードバックゲイン f_{ω_l}	3.70×10^1
オブザーバの極	$-2.00 \times 10^2 \text{ rad/s}$

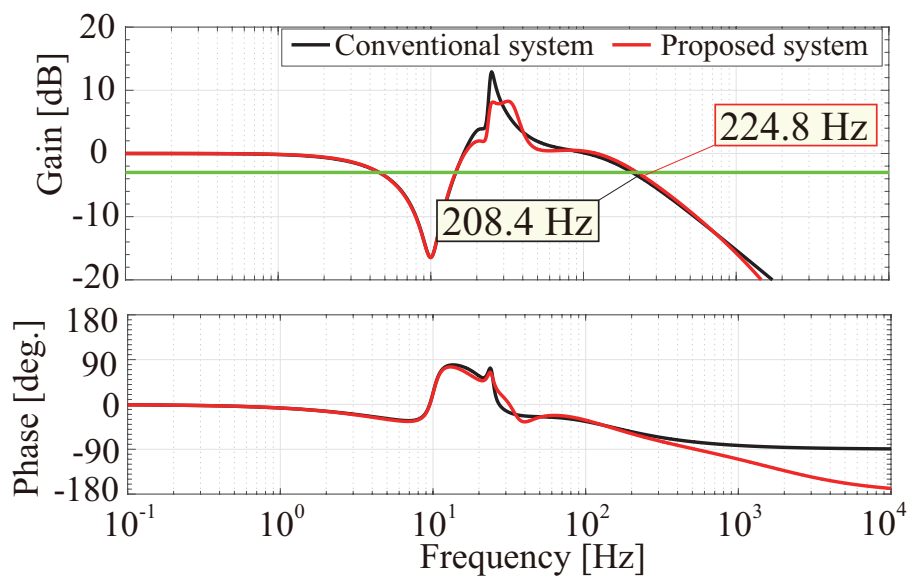


図 4.40: 従来および提案電流制御系を用いた際の速度指令 ω^{cmd} からモータ側速度応答 ω_1 までの速度制御系の周波数特性

のため、設計された速度制御系は産業用ロボットの高速動作を実現する高性能を有していることが確認される。また、図 4.41 に示す速度指令から負荷側速度応答までの周波数特性より、提案する速度制御系の共振ピークが従来の速度制御系と比べて 4.10 dB (14.3dB から 10.2 dB へ) 減少していることが確認される。これより、提案する電流制御系を用いることにより速度制御において残留振動の原因となる共振周波数成分を抑圧できることが期待される。

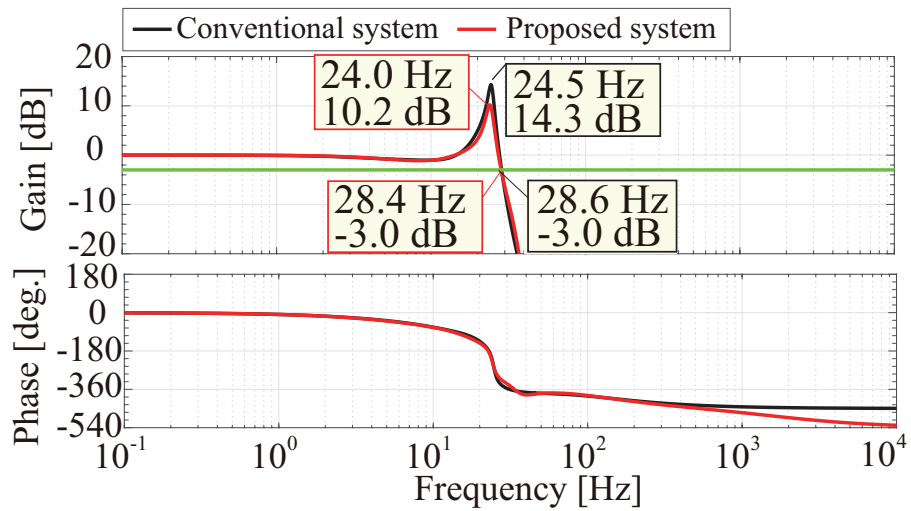


図 4.41: 従来および提案電流制御系を用いた際の速度指令 ω^{cmd} から負荷側速度応答 ω_3 までの速度制御系の周波数特性

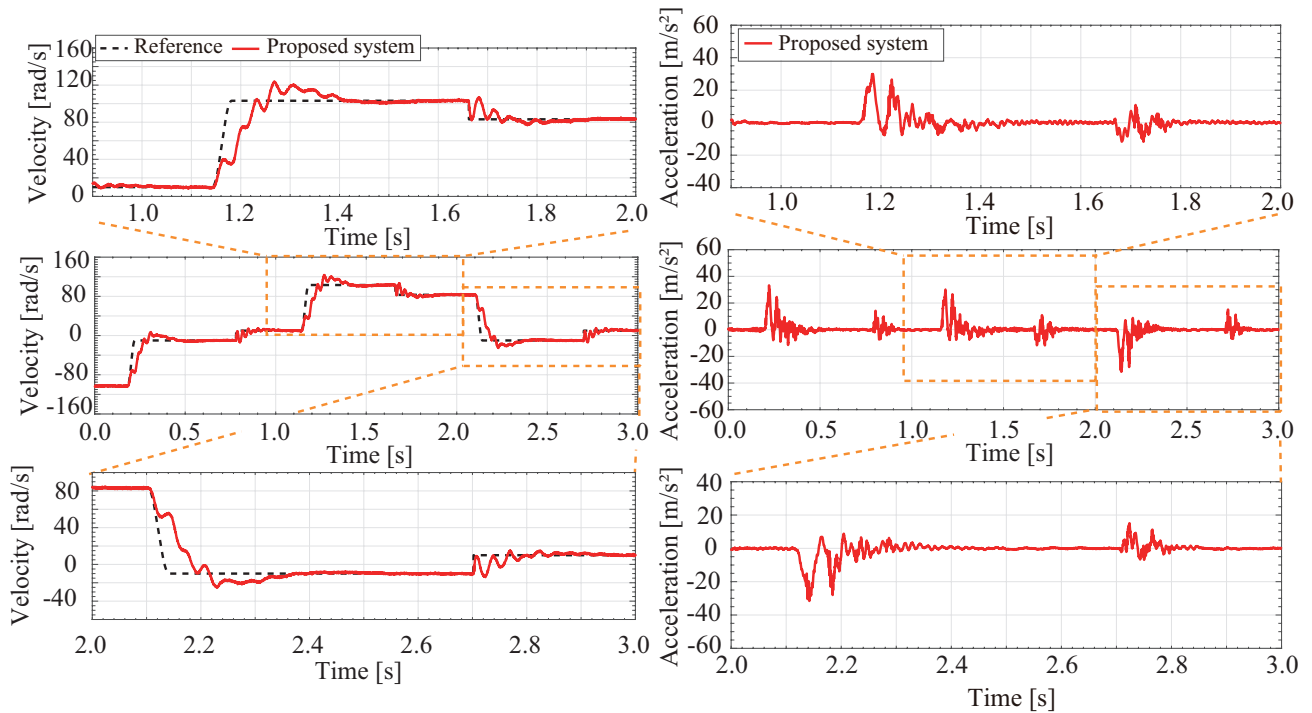


図 4.42: 提案する電流制御系を用いた速度制御時におけるモータ側速度応答の実験結果

図 4.43: 提案する電流制御系を用いた速度制御時における負荷側加速度応答の実験結果

図 4.42 に提案する速度制御器を用いた際の実機実験結果を示す。図 4.42 において提案する速度制御器を用いた場合はモータ側速度応答の残留振動が抑圧されていることが確認される。提案する電流制御系は逆起電力を用いているため、速度応答が速いほど逆起電力は大きくなり、振動抑圧の効果は高くなる。モータ側速度応答に加えて、図 4.43 に示す負荷側の加速度応答の実験結果より、ロボット先端の負荷側加速度応答の残留振動が抑圧されていることが確認される。

続いて、図 4.44 と図 4.45 に従来の電流制御系を用いた場合と提案する電流制御系を用いた場合の速度制御の実験結果の比較図を示す。図 4.44 と図 4.45 に示すように、第二共振周波数を提案する電流制御系にて抑圧できているため、制御系を広帯域化した場合においても、残留振動を大きく抑圧できていることが確認でき、図 4.46 に示す負荷側加速度応答の周波数解析結果においても、振動成分が抑圧できていることが確認できる。これにより、提案する電流制御系を用いた速度制御系の有用性が実機実験により確認される。

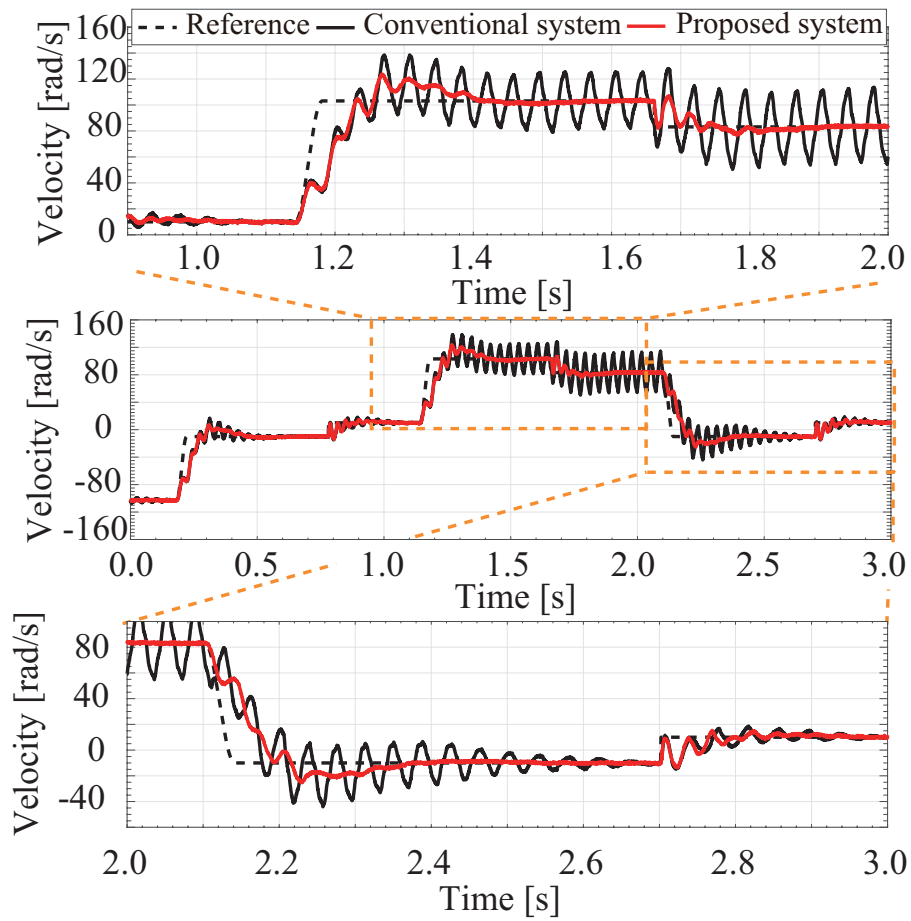


図 4.44: 従来および提案する電流制御系を用いた速度制御時におけるモータ側速度応答の実験結果の比較図

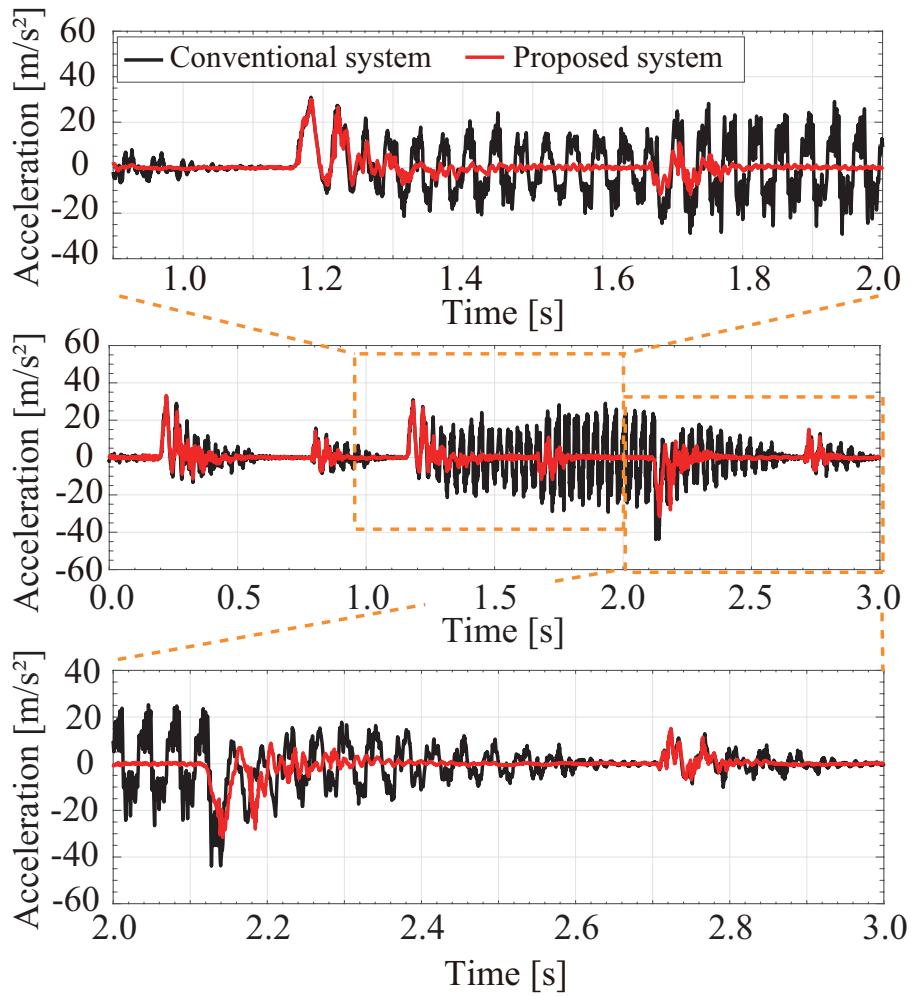


図 4.45: 従来および提案する電流制御系を用いた速度制御時における負荷側加速度応答の実験結果の比較図

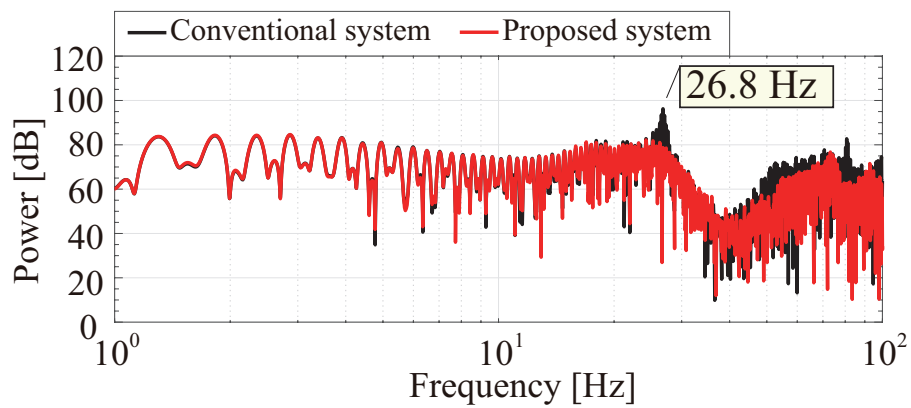


図 4.46: 図 4.45 に示す負荷側加速度応答の振動成分の解析結果の比較図

4.4.2 位置制御系の検証

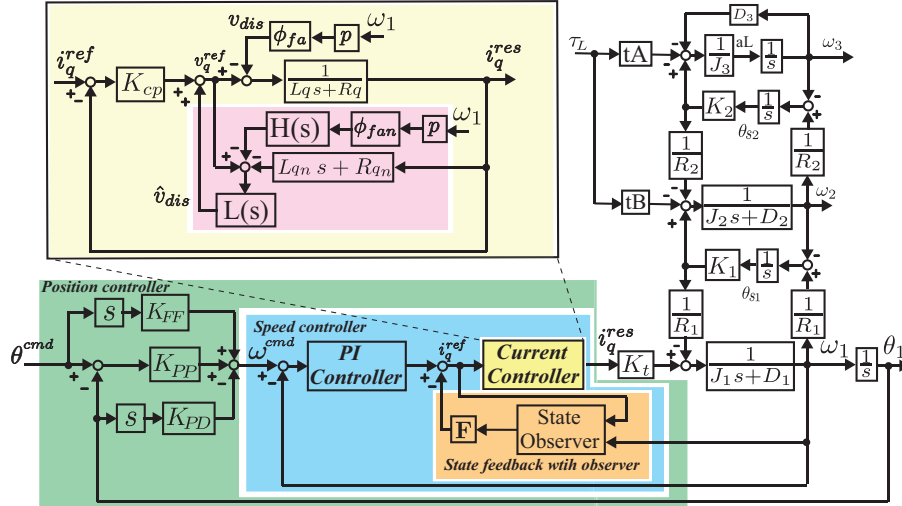


図 4.47: 提案する電流制御系を含めた位置制御系のブロック線図

速度制御系の次に提案する電流制御系を用いた場合の位置制御系での検討を行う。位置制御系は図 4.47 に示す応答性を向上させるため D-PD 制御系を用いることとする。

D-PD 位置制御系における位置指令からモータ側位置応答までの伝達関数は式 4.43 となる。

$$\frac{\theta_M}{\theta_M^{ref}} = \frac{b_{p4}s^4 + b_{p3}s^3 + b_{p2}s^2 + b_{p1}s + b_{p0}}{s^5 + a_{p4}s^4 + a_{p3}s^3 + a_{p2}s^2 + a_{p1}s + a_{p0}} \quad (4.43)$$

$$a_{p4} = a_{v3} + K_{PD}b_{v3}$$

$$a_{p3} = a_{v2} + K_{PD}b_{v2} + K_{PP}b_{v3}$$

$$a_{p2} = a_{v1} + K_{PD}b_{v1} + K_{PP}b_{v2}$$

$$a_{p1} = a_{v0} + K_{PD}b_{v0} + K_{PP}b_{v1}$$

$$a_{p0} = K_{PP}b_{v0}$$

式 (4.43) より設定極 (α_{p1} と α_{p2}) と従属極 (α_{p3} と α_{p4} と α_{p5})、零点 (β_p) より D-PD 位置制御器のゲイン設計を行う。D-PD 位置制御器の各ゲインの設計式は式 (4.45) から式 (4.47) となる。なお、従属極は式が複雑なため付録に記載する。

$$(s + \alpha_{p1})(s + \alpha_{p2})(s + \alpha_{p3})(s + \alpha_{p4})(s + \alpha_{p5}) = s^5 + Pole_{p4}s^4 + Pole_{p3}s^3 + Pole_{p2}s^2 + Pole_{p1}s + Pole_{p0} \quad (4.44)$$

表 4.4: サーボシステムにおける位置制御系のゲイン

位置制御	
P ゲイン K_{PP}	1.89×10^{-1}
D ゲイン K_{PD}	3.81×10^{-1}
フィードフォワードゲイン K_{FF}	3.15×10^{-1}

$$K_{PP} = \frac{\alpha_{p1}\alpha_{p2}\alpha_{p3}\alpha_{p4}\alpha_{p5}}{bv0} \quad (4.45)$$

$$K_{PD} = \frac{-a_{v3} + \alpha_{p1} + \alpha_{p2} + \alpha_{p3} + \alpha_{p4} + \alpha_{p5}}{bv3} \quad (4.46)$$

$$K_{FF} = \frac{K_{PP}}{\beta_p} \quad (4.47)$$

設計した位置制御系のゲインは表 4.4 に示すようになる。

図 4.48 と図 4.49 に、従来の電流制御系を用いた位置制御系と提案する電流制御系を用いた位置制御系のボード線図を示す。図 4.48 は位置指令からモータ側位置応答までの周波数特性を示し、制御帯域は 2.70Hz になっていることが確認される。また、図 4.49 は位置指令から負荷側位置応答までの周波数特性を示し、提案する位置制御系の共振ピークは小さく安定に動作することが確認される。

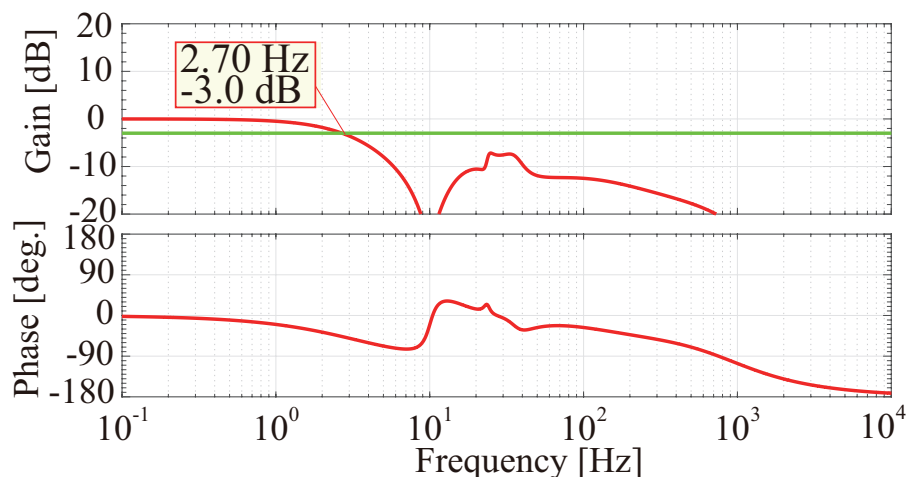


図 4.48: 提案電流制御系を用いた際の位置指令からモータ側位置応答までの位置制御系の周波数特性

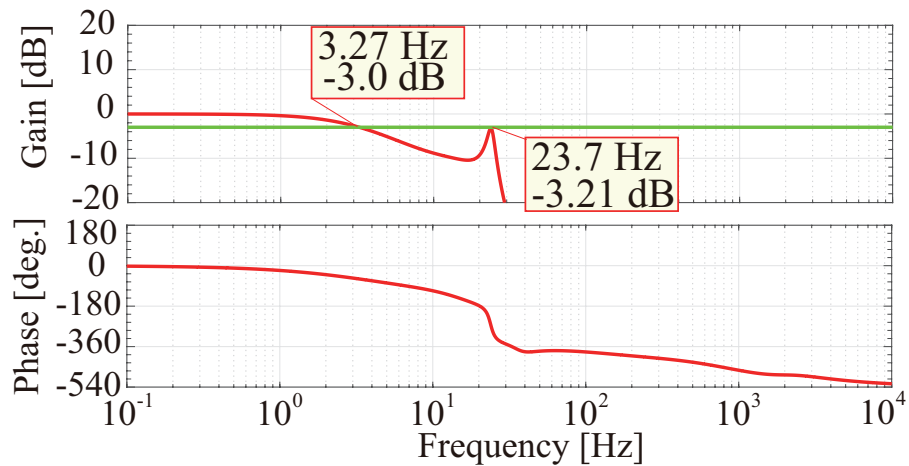


図 4.49: 提案電流制御系を用いた際の位置指令 θ^{cmd} から負荷側位置応答 θ_3 までの位置制御系の周波数特性

位置制御の検証を行う際の実験機の外観図を図 4.50 に示す。図 4.50 において、レーザ変位計は位置制御時における負荷側位置応答の測定に用いる。

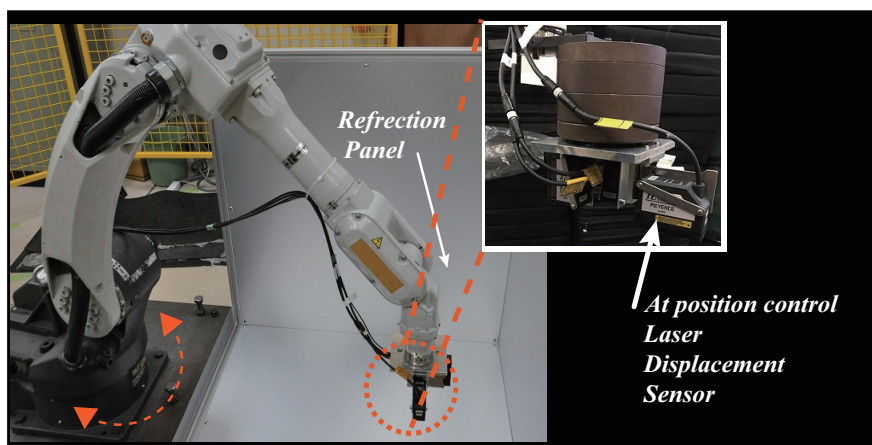


図 4.50: 位置制御の実験機の外観図

図 4.51 に位置制御時の負荷が位置応答の測定結果を示す。図 4.51 において残留振動なく安定した動作を実現できていることが確認される。また、図 4.51 において目標位置 150 mm において応答波形が目標位置に到達していないのは、バックラッシュなどの非線形成分による影響である。図 4.52 に示すモータ側位置応答の波形では、目標位置に対し、応答波形目標位置に到達していることが確認される。

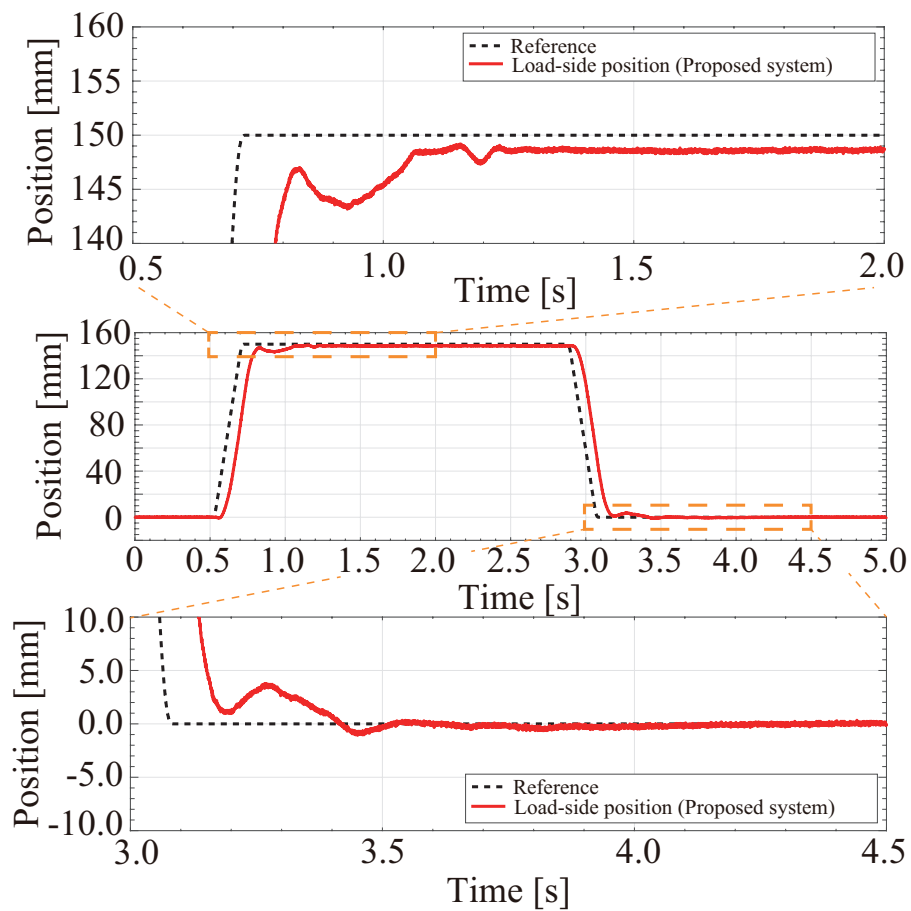


図 4.51: 提案する電流制御系を用いた位置制御時における負荷側位置応答の実験結果

これにより、提案する電流制御系を用いた場合の位置制御において安定した動作を実現できていることが確認される。

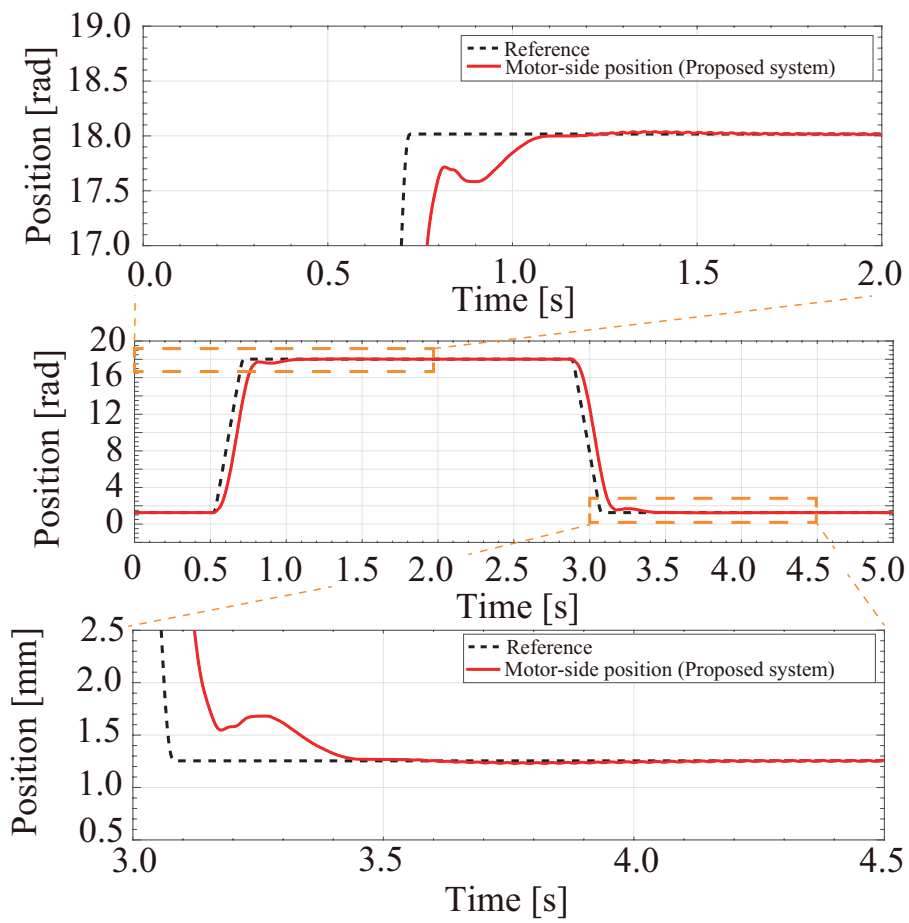


図 4.52: 提案する電流制御系を用いた位置制御時におけるモータ側位置応答の実験結果

4.5 3 慣性系に対する外乱抑圧性能

前節にて、提案する電流制御を用いることにより、第二共振周波数の抑圧を電流制御系を用いた際のプラントシステムの周波数特性の測定にて確認された。加えて、速度制御系に提案する電流制御を用いることにより、速度制御時における残留振動の低減を確認することができた。また、位置制御においても提案する電流制御系を用いた場合にて安定した動作を実現できていることが確認できた。しかしながら、産業用ロボットにおいて目標値応答の向上に加えて、動力学などに対する外乱抑圧特性についても重要となる。そのため、次に外乱抑圧特性について評価を行う。

外乱抑圧特性について評価を行うため、3 慣性系および電流制御系の状態方程式を立てる。3 慣性系の状態方程式を式 (4.48) に示す。

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_m\mathbf{l}_q^{\text{res}} + \mathbf{B}_t\tau_L \quad (4.48)$$

$$\omega_1 = \mathbf{C}_{\omega_1}\mathbf{x} \quad (4.49)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \omega_1 & \theta_{s1} & \omega_2 & \theta_{s2} & \omega_3 & \theta_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{D_1}{J_1} & -\frac{K_1}{J_1 R_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_1} & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_1}{J_2} & -\frac{D_2}{J_2} & -\frac{K_2}{J_2 R_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_1}{J_2} & -\frac{D_2}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_t}{J_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad \mathbf{B}_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{t_b}{J_2} & 0 & -\frac{t_a}{J_3} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{C}_{\omega_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

次に従来の電流制御系における非干渉化制御を用いた電流制御系の q 軸の状態方程式を式 (4.50) に示す。

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}_c = \mathbf{A}_c\mathbf{x}_c + \mathbf{B}_c\mathbf{l}_q^{\text{ref}} \quad (4.50)$$

$$i_q^{\text{res}} = \mathbf{C}_c\mathbf{x}_c \quad (4.51)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_c &= \begin{bmatrix} i_q^{res} & Z_c \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_c &= \begin{bmatrix} -\frac{R_q+K_{cp}}{L_q} & \frac{1}{L_q} \\ -K_{ci} & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_c &= \begin{bmatrix} \frac{K_{cp}}{L_q} & K_{ci} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{C}_c &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

加えて、本論文にて提案する共振抑圧外乱オブザーバを用いた電流制御系の状態方程式を式 (4.52) に示す。

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}_{vc} = \mathbf{A}_{vc}\mathbf{x}_{vc} + \mathbf{B}_{vc}\mathbf{1}_q^{\text{ref}} \quad (4.52)$$

$$i_q^{res} = \mathbf{C}_{vc}\mathbf{x}_{vc} \quad (4.53)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{vc} &= \begin{bmatrix} \omega_1 & i_q^{res} & \dot{V}_{BPF} & V_{BPF} & V_{dis} \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_{vc} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L_q}\phi_{fan}P & -\frac{R_q+K_{cp}}{L_q} - \omega_{gdv} & 0 & 0 & \frac{1}{L_q} \\ 1 & 0 & -\frac{\omega_o}{Q} & -\omega_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_{gdv}K_{cp} & -\omega_{gdv}\frac{\omega_o}{Q}\phi_{fan}P & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_{vc} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_{cp}}{L_q} & 0 & 0 & \omega_{gdv}K_{cp} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{C}_{vc} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

電流制御による 3 慣性系の外乱抑圧について解析を行う。図 4.53 に従来の電流制御を用いた際の 3 慣性系の外乱特性のブロック線図を示し、図 4.54 に提案する電流制御を用いた際の 3 慣性系のがいら特性のブロック線図を示す。図 4.53 と図 4.54 においてモータ逆起電力は外乱トルク入力によって生じるとする。また、d 軸の電流の干渉項は理想状態とする。

図 4.53 において、モータ逆起電力は非干渉化制御によって打ち消されるため、外乱トルク入力に対するモータ側速度応答が外乱特性となる。

図 4.55 と図 4.55 に示す従来の電流制御を用いた場合では 30–40 Hz にて新しい負荷トルク伝達項 tB の有無に関わらず第二共振周波数が存在することが確認される。これに対し、図 4.57 と図 4.58 に示す提案する電流制御系を用いた場合では、30–40 Hz にて新しい負荷トルク伝達

項 t_B の有無に関わらず抑圧できていることが確認され、新しい負荷トルク伝達項 t_B がある場合において、外乱抑圧特性が悪化しないことが確認される。

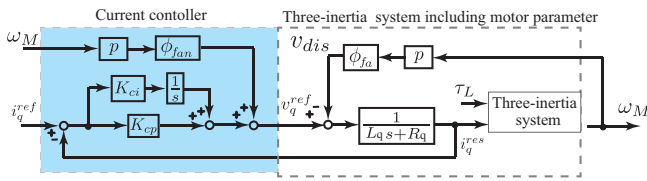


図 4.53: 従来の電流制御系を用いた際の外乱特性のブロック線図

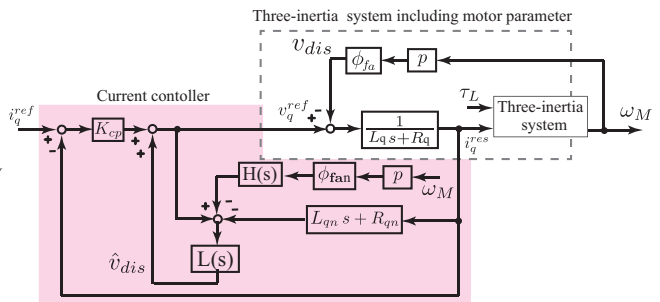


図 4.54: 提案する電流制御系を用いた際の外乱特性のブロック線図

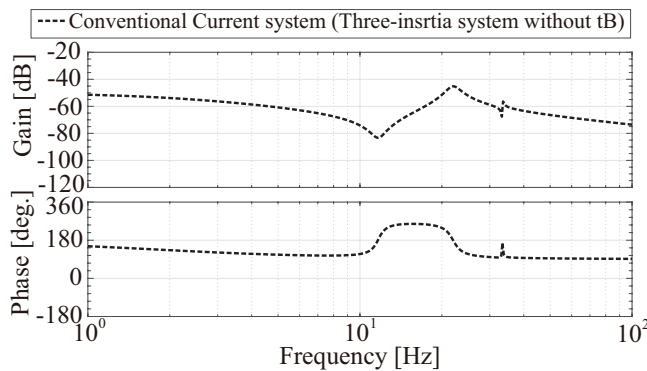


図 4.55: 従来の電流制御を用いた際の従来モデル (負荷トルク伝達項 tB なし) における負荷トルク入力から負荷側速度応答出力までの周波数特性

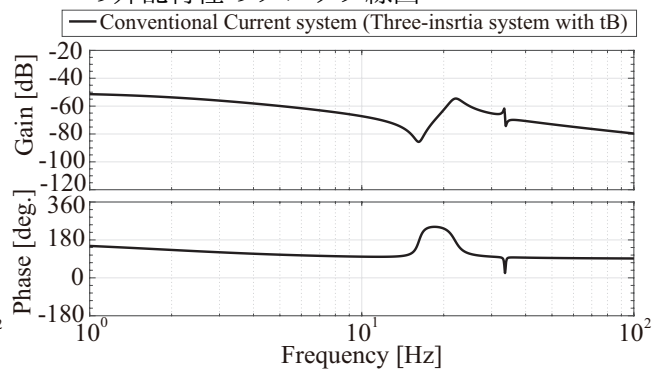


図 4.56: 従来の電流制御を用いた際の提案モデル (負荷トルク伝達項 tB あり) における負荷トルク入力から負荷側速度応答出力までの周波数特性

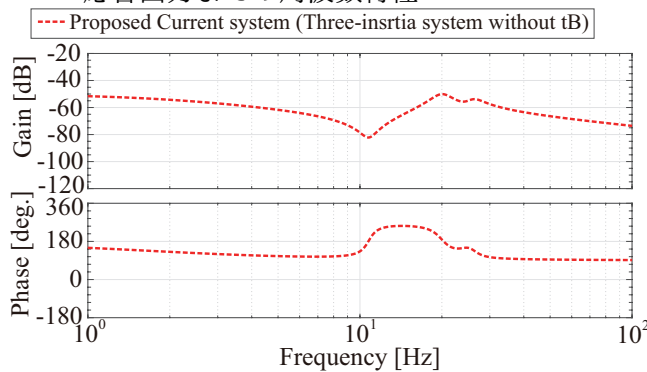


図 4.57: 提案する電流制御を用いた際の従来モデル (負荷トルク伝達項 tB なし) における負荷トルク入力から負荷側速度応出力までの周波数特性

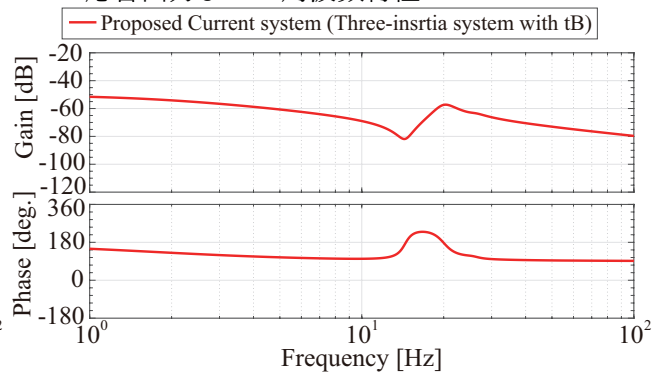


図 4.58: 提案する電流制御を用いた際の提案モデル (負荷トルク伝達項 tB あり) における負荷トルク入力から負荷側速度応答出力までの周波数特性

4.6 まとめ

産業用ロボットの減速機において3慣性となる場合においても、従来の産業用ロボットの制御器では2慣性系に基づく設計がされており、制御系の広帯域化した際に考慮していない共振・反共振周波数の影響により残留振動が発生することが実験結果より確認された。この残留振動は位置および速度制御時において確認され、産業用ロボットの高速・高精度な位置決めおよび軌跡追従制御に影響を与えてしまう。そのため従来の2慣性系に基づく制御器を用いた際に、残留振動の原因となる3慣性系の第二共振周波数の抑圧を行う共振抑圧外乱オブザーバを用いた電流制御系による第二共振周波数の抑圧効果の検証を行った。

従来の電流制御では非干渉化制御を用いることによりdq軸を独立させロバストな電流応答を目的としていたが、提案する電流制御では共振抑圧外乱オブザーバはモータ速度応答に起因する逆起電力を利用し、VDOBおよびBPFを用いることにより着目する第二共振周波数の抑圧を目的とする。共振抑圧外乱オブザーバを用いた電流制御により、3慣性系の第二共振周波数自体の抑圧が確認された。加えて、共振抑圧外乱オブザーバを用いた電流制御を従来の2慣性系に基づく制御器に適応させることにより、第二共振周波数に起因する残留振動の低減が確認された。また、外乱トルク入力に対する周波数特性の解析結果より、従来の電流制御を用いた場合と比べ提案する電流制御を用いた場合の周波数特性において外乱トルク入力に対する特性の低下は生じていないことが確認された。これらの結果より、提案する電流制御は3慣性系の特性を示す産業用ロボットの関節軸に対し、従来の2慣性系に基づく制御器を用いる際の残留振動の低減に有効であることが示された。

第5章

結論

5.1 本論文による成果

本論文では産業用ロボットの二つの共振モードに対する振動抑制制御の実現のために、第二共振周波数を有する場合に対する目標値応答および外乱応答の解析結果に基づく新しい3慣性系のモデル化を行い、第二共振周波数を考慮した振動抑制制御を提案した。

減速機を含むロボットの関節軸のモデル化において従来では一つの共振周波数を考慮した2慣性系モデルが主流とされていたが、ロボットの姿勢変動や先端負荷の増加により、第二共振周波数の影響が顕著となる。加えて、制御性能の向上により第二共振周波数の影響が無視できなくなってきた。第二共振周波数を考慮したモデルは3慣性系として扱われる。3慣性系モデルには複数の種類が存在し、プラントシステムの構造に応じた3慣性系モデルが用いられている。産業用ロボットの減速機を対象とした3慣性系モデルは、直列接続3慣性系モデルが減速機の構造と一致しており、目標値応答における周波数特性と一致するため、直列接続3慣性系モデルとして扱うこととした。

直列接続3慣性系モデルにおいて、 q 軸電流指令からモータ側速度応答までの目標値応答に対する周波数特性は測定した周波数特性とモデル化した際の周波数特性と第一共振・反共振周波数および第二共振・反共振周波数ともに一致することが確認される。しかしながら、産業用ロボットにおいて位置・速度において目標値応答の実現に加えて、外乱抑圧応答は重要となる。

加えて、次世代の力制御を実現する際には位置・速度制御時における外乱トルクに対するモデル化および解析が必要となる。そのため、減速機を含むロボットの関節軸のモデル化を目標値応答に対する周波数特性に加えて、外乱トルクに対する周波数特性について解析およびモデル化を行った。その結果、従来の直列接続3慣性系モデルでは考慮されていない新しい負荷トルク伝達項の存在が確認された。この新しい負荷トルク伝達項は特有のロボットもしくは特有の減速機に生じる現象ではなく、遊星歯車装置および波動歯車装置、並びに複数の産業用ロボットにおいて確認されたことにより、産業用ロボットに用いられる減速機における共通して生じる問題であることが確認された。また、新しい負荷トルク伝達項および第二共振周波数を考慮した新しい直列接続3慣性系モデルは遊星歯車装置および波動歯車装置において同様の構造および外力トルク伝達経路で表すことができるため、産業用ロボットの減速機における第二共振周波数を考慮したモデルは、新しい負荷トルク伝達項を考慮した提案する直列接続3慣性系モデルとして定義できることを示した。

次に提案する3慣性系モデルに基づき、産業用ロボットの振動抑制の検討を行った。振動抑制手法の一つである状態フィードバックを用いることにより、システムを安定化させ、3慣性系モデルに基づく状態フィードバックを用いた力制御および速度制御における振動抑制の実現を確認した。力制御においては、プラントシステムと接触対象となる環境を含めた動特性を考慮した制御系を設計する必要がある。そのため、従来の3慣性系モデルでは提案する3慣性系における新しい負荷トルク伝達項が考慮されておらず、システムを安定となるように設計された状態フィードバックを用いた力制御系において、想定している環境剛性を含むプラントシステムが実システムと異なる特性となり、振動を誘発する結果となった。対して、提案する3慣性系に基づく状態フィードバックおよび状態オブザーバを用いた力制御系では想定している環境剛性を含むプラントシステムと実システムは一致するため、数値シミュレーション時と実験時における状態オブザーバの各推定波形は類似した波形を示し推定精度の向上が確認された。よって、反力応答における振動抑制を実現できたことが確認された。加えて、速度制御においても状態フィードバックを用いたPI速度制御系を用いた際に、残留振動なく安定した動作を実現できていることが確認された。これらの結果より、新しい3慣性系モデルに基づく振動抑

制の有効性が確認された。

また従来の産業用ロボットの制御器は2慣性モデルに基づき設計されており、3慣性系に対し、従来の2慣性系モデルに基づく制御系を用いた際第二共振周波数の影響により、残留振動が顕著に表れるため、制御性能を低下が余儀なくされる問題が生じた。この問題に対し、第二共振周波数を抑圧する電流制御を提案した。提案する電流制御系は、従来用いられるdq軸座標での非干渉化制御を用いたPI電流制御系においてq軸のみ非干渉化制御を外し、モータの速度応答に応じた逆起電力を用いたダンピング機能を利用する方式とした。モータの逆起電力をダンピングとして機能させるために、電圧外乱オブザーバにモータの速度応答にモータの極対数と誘起電圧定数をノミナル値の5倍とした値を乗算し、第二共振周波数付近に制御帯域を設定したバンドパスフィルタを組み合わせた構造とした。これにより、3慣性系における第二共振周波数を電流制御のみで抑圧することが可能となり、実機実験における電流制御を用いた周波数特性の測定結果より有効性が確認された。電流制御にて第二共振周波数の抑圧の有効性が確認されたことにより、従来の2慣性系に基づく速度制御を用いた際、提案する電流制御を用いることで、残留振動の低減が確認され、提案する電流制御の有用性が位置・速度制御においても確認された。外乱トルク入力に対する解析結果より、提案する電流制御を用いた位置制御系において外乱トルク入力に対する特性の低下は生じていないことが確認され、目標値特性に加えて外乱特性においても提案する電流制御の有用性が位置・速度制御においても確認された。

5.2 今後の課題

本論文では、産業用ロボットの広帯域化や動作条件によって顕著となる第二共振周波数含めた関節軸に対し、目標値および外乱入力に対する特性の解析を行い、第一共振周波数および第二共振周波数を有する適切なロボットの関節軸のモデル化を行った。目標値応答および外乱トルクに対する周波数特性に基づき新しい負荷トルク伝達項を考慮した3慣性系モデルを用いることにより、3慣性系に対する位置・速度制御に加えて力制御における振動抑制を実現した。しかしながら、次に示す検討課題について本論文では十分な検討がなされておらず、検討の余

地が残る。

- 3慣性系における角度伝達誤差を考慮した減速機のモデル化および影響についての検討
- 非線形摩擦を考慮した力センサレス力制御
- 位置・速度制御における外乱抑圧特性の向上

本論文では、産業用ロボットの減速機における3慣性系のモデル化においてねじれ剛性を二つ定義し、目標値特性および外乱トルク特性に適した構造図を示した。二つのねじれ剛性は、センタギアもしくはFSの円筒と出力端とFSの開口部もしくはリングギアと出力端の2か所にて発生していると定義している。従来の角度伝達誤差は、このねじれ剛性を定義している箇所の入力と出力にて総合的に発生している現象として定義されている。そのため、角度伝達誤差のモデルは従来と同様で問題ないのか、3慣性系における新しい角度伝達誤差モデルが定義されるのか議論の余地は残る。また、角度伝達誤差に起因する振動周波数はモータの回転速度に同期しており、非線形な振動現象として知られている。この角度伝達誤差に起因する周波数と共振周波数が一致した際には、先端応答において振動現象が増幅され産業用ロボットの制御性能の低下が懸念される。そのため、角度伝達誤差の影響を考慮した産業用ロボットのモーション制御が重要となってくる。

さらに、本論文では3慣性系の状態フィードバック制御にて力制御の検討を行った際には環境反力の測定および状態オブザーバの推定精度向上のために、力センサを用いた。しかしながら、力センサ自体の剛性を考慮する必要があったり、産業用ロボットへの取り付けやコスト増加などの問題点がある場合、力センサレスとした力制御の実現が求められる。力センサレスの力制御を実現するにあたり、0次外乱項と含めた3慣性系に基づく状態オブザーバを用いることにより、負荷トルクを推定することは可能ではある。しかしながら、パラメータ変動により推定精度の低下が懸念され、静止摩擦などの非線形成分の影響により推定精度がさらに低下し、振動抑制の実現が困難となる。そのため、非線形摩擦を考慮した力センサレス制御の実現が重要となる。

加えて、3慣性系に対し2慣性系モデルに基づく位置・速度制御において、共振抑圧外乱オ

オブザーバを用いた新しい電流制御を用いることにより、目標値応答における第二共振周波数の抑圧は確認できたが、外乱トルク入力に対しては、性能低下が起きないだけで、外乱抑圧性能の向上には至っていない。外乱抑圧には2自由度制御系の構造にする必要があり、2慣性系モデルに基づく状態オブザーバを用いた構造では2自由度制御を用いた外乱抑圧の実現は難しい。本来はプラントシステムに対する外乱トルクを計測もしくは外乱オブザーバなどを用いて推定し、計測または推定値を用いて補償を行う。しかしながら、3慣性系に対して2慣性系モデルとしているため、モデルミスマッチを前提とした外乱トルク推定を行う必要がある。そのため、力センサレス力制御時と同様に0次外乱トルク項を項著した2慣性系に基づく状態オブザーバを用いた際には推定外乱トルク項にモデルミスマッチによる影響が含まれる。よって、本来補償する外乱トルク項とモデルミスマッチによる外乱成分を分離し、純粋な外乱トルク項のみを用いた補償を検討しなければならない。

以上の検討課題を解決することにより、本論文にて検討・提案した手法を用いた際に産業用ロボットの更なる高性能化を図ることが可能になると考える。

付録 A

限定極配置法を用いた D-PD 位置制御系の設計

D-PD 位置制御系における位置指令からモータ側位置応答までの伝達関数は式 A.1 となる。

$$\begin{aligned} \frac{\theta_M}{\theta_M^{ref}} &= \frac{b_{p4}s^4 + b_{p3}s^3 + b_{p2}s^2 + b_{p1}s + b_{p0}}{s^5 + a_{p4}s^4 + a_{p3}s^3 + a_{p2}s^2 + a_{p1}s + a_{p0}} & (A.1) \\ a_{p4} &= a_{v3} + K_{PD}b_{v3} \\ a_{p3} &= a_{v2} + K_{PD}b_{v2} + K_{PP}b_{v3} \\ a_{p2} &= a_{v1} + K_{PD}b_{v1} + K_{PP}b_{v2} \\ a_{p1} &= a_{v0} + K_{PD}b_{v0} + K_{PP}b_{v1} \\ a_{p0} &= K_{PP}b_{v0} \end{aligned}$$

式 A.1 示すように伝達関数は 5 次となり、極は 5 つ存在する。そのため、極配置は式 A.2 に示す 5 次系との係数比較を用いる。

$$\begin{aligned} (s + \alpha_{ps1})(s + \alpha_{ps2})(s + \alpha_{ps3})(s + \alpha_{ps4})(s + \alpha_{ps5}) &= s^5 + Pole_{p4}s^4 + Pole_{p3}s^3 + Pole_{p2}s^2 \\ &\quad + Pole_{p1}s + Pole_{p0} \end{aligned} \quad (A.2)$$

式 A.2 において、設定極を α_{p1} と α_{p2} とし、従属極を α_{p3} と α_{p4} と α_{p5} とする。そのため、従属極について導出する必要がある。導出される従属極は以下となる。

$$\alpha_{p5} = \frac{-num1_{p5}}{den1_{p5}} + \frac{-num2_{p5}}{den2 - 1_{p5} + den2 - 2_{p5} + den2 - 3_{p5} + den2 - 4_{p5} + den2 - 5_{p5}} + \frac{num3 - 1_{p5} + num4 - 2_{p5} + num5 - 3_{p5} + num6 - 4_{p5} + num7 - 5_{p5}}{den2 - 1_{p5} + den2 - 2_{p5} + den2 - 3_{p5} + den2 - 4_{p5} + den2 - 5_{p5}}$$

$$\begin{aligned}
num1_{p5} = & a_{v3}b_{v0}^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3} - b_{v0}^2ps1 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1 + b_{v0}b_{v1}ps1^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3 - b_{v0}^2ps2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2 \\
& + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 \\
& - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2 - b_{v1}^2ps1^2ps2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2 \\
& - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2 + b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps2^2 \\
& - b_{v1}^2ps1ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 \\
& + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1ps2^2 + 2b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 + a_{v3}b_{v2}^2ps1^2ps2^2 \\
& - b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^2 \\
& + a_{v1}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 - b_{v2}^2ps1^3ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps2^3 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^3 - b_{v2}^2ps1^2ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
den1_{p5} = & 3(-b_{v0}^2 + b_{v0}b_{v1}ps1 - b_{v0}b_{v2}ps1^2 + b_{v0}b_{v3}ps1^3 + b_{v0}b_{v1}ps2 - b_{v1}^2ps1ps2 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2 - b_{v0}b_{v2}ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 - b_{v2}^2ps1^2ps2^2 \\
& + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v3}ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^3 - b_{v3}^2ps1^3ps2^3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
num2_{p5} = & 2^{1/3}(- (a_{v3}b_{v0}^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3} - b_{v0}^2ps1 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1 \\
& + b_{v0}b_{v1}ps1^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3 - b_{v0}^2ps2 \\
& - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 \\
& - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2 - b_{v1}^2ps1^2ps2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2 + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2 + b_{v0}b_{v1}ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps2^2 - b_{v1}^2ps1ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1ps2^2 + 2b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v2}^2ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^2 \\
& + a_{v1}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 - b_{v2}^2ps1^3ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps2^3 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^3 - b_{v2}^2ps1^2ps2^3 \\
& + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^3)^2 + 3(- a_{v2}b_{v0}^2 + a_{v0}b_{v0}b_{v2} + a_{v3}b_{v0}^2ps1 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps1 \\
& - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps1 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps1 - b_{v0}^2ps1^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1^2 \\
& + b_{v0}b_{v1}ps1^3 + a_{v3}b_{v0}^2ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps2 - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps2 \\
& - b_{v0}^2ps1ps2 - 2a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1ps2 - a_{v2}b_{v1}^2ps1ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v2}ps1ps2 + a_{v1}b_{v1}b_{v2}ps1ps2 \\
& - a_{v0}b_{v2}^2ps1ps2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2 \\
& + a_{v3}b_{v1}^2ps1^2ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2 \\
& - b_{v1}^2ps1^3ps2 - b_{v0}^2ps2^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2^2 \\
& + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2^2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 \\
& + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2^2 - b_{v1}^2ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v1}ps2^3 - b_{v1}^2ps1ps2^3 + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^3 \\
& - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2^3)(- b_{v0}^2 + b_{v0}b_{v1}ps1 - b_{v0}b_{v2}ps1^2 + b_{v0}b_{v3}ps1^3 + b_{v0}b_{v1}ps2 \\
& - b_{v1}^2ps1ps2 + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2 - b_{v0}b_{v2}ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 \\
& - b_{v2}^2ps1^2ps2^2 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v3}ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^3 \\
& - b_{v3}^2ps1^3ps2^3))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
den2 - 1_{p5} = & (3(-b_{v0}^2 + b_{v0}b_{v1}ps1 - b_{v0}b_{v2}ps1^2 + b_{v0}b_{v3}ps1^3 + b_{v0}b_{v1}ps2 - b_{v1}^2ps1ps2 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2 - b_{v0}b_{v2}ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 - b_{v2}^2ps1^2ps2^2 \\
& + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v3}ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^3 - b_{v3}^2ps1^3ps2^3) \\
& (-2(a_{v3}b_{v0}^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3} - b_{v0}^2ps1 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1 \\
& + b_{v0}b_{v1}ps1^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3 - b_{v0}^2ps2 \\
& - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 \\
& - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2 - b_{v1}^2ps1^2ps2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2 \\
& - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2 + b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps2^2 \\
& - b_{v1}^2ps1ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 \\
& + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1ps2^2 + 2b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 + a_{v3}b_{v2}^2ps1^2ps2^2 \\
& - b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^2 + a_{v1}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 \\
& - b_{v2}^2ps1^3ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps2^3 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^3 - b_{v2}^2ps1^2ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^3)^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
den2 - 2p5 = & +9(-a_{v2}b_{v0}^2 + a_{v0}b_{v0}b_{v2} + a_{v3}b_{v0}^2ps1 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps1 - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps1 \\
& - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps1 - b_{v0}^2ps1^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1^2 + b_{v0}b_{v1}ps1^3 \\
& + a_{v3}b_{v0}^2ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps2 - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps2 - b_{v0}^2ps1ps2 \\
& - 2a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1ps2 - a_{v2}b_{v1}^2ps1ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v2}ps1ps2 + a_{v1}b_{v1}b_{v2}ps1ps2 \\
& - a_{v0}b_{v2}^2ps1ps2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2 \\
& + a_{v3}b_{v1}^2ps1^2ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2 \\
& - b_{v1}^2ps1^3ps2 - b_{v0}^2ps2^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2^2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 \\
& + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2^2 - b_{v1}^2ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2^2 \\
& + b_{v0}b_{v1}ps2^3 - b_{v1}^2ps1ps2^3 + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2^3)(a_{v3}b_{v0}^2 \\
& - a_{v0}b_{v0}b_{v3} - b_{v0}^2ps1 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1 + b_{v0}b_{v1}ps1^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3 - b_{v0}^2ps2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2 \\
& + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 \\
& - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2 - b_{v1}^2ps1^2ps2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2 \\
& - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 \\
& - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2 + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2 + b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps2^2 \\
& - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps2^2 - b_{v1}^2ps1ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1ps2^2 + 2b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v2}^2ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 \\
& - a_{v2}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^2 + a_{v1}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 - b_{v2}^2ps1^3ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps2^3 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^3 - b_{v2}^2ps1^2ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^3) \\
& (-b_{v0}^2 + b_{v0}b_{v1}ps1 - b_{v0}b_{v2}ps1^2 + b_{v0}b_{v3}ps1^3 + b_{v0}b_{v1}ps2 - b_{v1}^2ps1ps2 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2 - b_{v0}b_{v2}ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 - b_{v2}^2ps1^2ps2^2 \\
& + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v3}ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^3 - b_{v3}^2ps1^3ps2^3) \\
& -27(a_{v1}b_{v0}^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v1} - a_{v2}b_{v0}^2ps1 + a_{v0}b_{v0}b_{v2}ps1 + a_{v3}b_{v0}^2ps1^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps1^2 \\
& - b_{v0}^2ps1^3 - a_{v2}b_{v0}^2ps2 + a_{v0}b_{v0}b_{v2}ps2 + a_{v3}b_{v0}^2ps1ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps1ps2 \\
& - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps1ps2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 - b_{v0}^2ps1^2ps2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1^2ps
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
den2 - 3p5 = & 2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + b_{v0}b_{v1}ps1^3ps2 + a_{v3}b_{v0}^2ps2^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps2^2 \\
& - b_{v0}^2ps1ps2^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1ps2^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 + b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3ps2^2 \\
& - b_{v0}^2ps2^3 + b_{v0}b_{v1}ps1ps2^3 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2^3 + b_{v0}b_{v3}ps1^3ps2^3) \\
& (-b_{v0}^2 + b_{v0}b_{v1}ps1 - b_{v0}b_{v2}ps1^2 + b_{v0}b_{v3}ps1^3 + b_{v0}b_{v1}ps2 - b_{v1}^2ps1ps2 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2 - b_{v0}b_{v2}ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 - b_{v2}^2ps1^2ps2^2 \\
& + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v3}ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^3 - b_{v3}^2ps1^3ps2^3)^2 \\
& + \text{sqrt}(4(-(a_{v3}b_{v0}^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3} - b_{v0}^2ps1 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1 \\
& + b_{v0}b_{v1}ps1^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3 - b_{v0}^2ps2 \\
& - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 \\
& - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2 - b_{v1}^2ps1^2ps2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2 + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2 + b_{v0}b_{v1}ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps2^2 - b_{v1}^2ps1ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1ps2^2 + 2b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v2}^2ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^2 \\
& + a_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - b_{v2}^2ps1^3ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps2^3 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^3 \\
& - b_{v2}^2ps1^2ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^3)^2 \\
& + 3(-a_{v2}b_{v0}^2 + a_{v0}b_{v0}b_{v2} + a_{v3}b_{v0}^2ps1 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps1 - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps1 \\
& - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps1 - b_{v0}^2ps1^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1^2 + b_{v0}b_{v1}ps1^3 \\
& + a_{v3}b_{v0}^2ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps2 - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps2 - b_{v0}^2ps1ps2 \\
& - 2a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1ps2 - a_{v2}b_{v1}^2ps1ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v2}ps1ps2 + a_{v1}b_{v1}b_{v2}ps1ps2 \\
& - a_{v0}b_{v2}^2ps1ps2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2 \\
& + a_{v3}b_{v1}^2ps1^2ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2 \\
& - b_{v1}^2ps1^3ps2 - b_{v0}^2ps2^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2^2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 \\
& + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2^2 - b_{v1}^2ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2^2 \\
& + b_{v0}b_{v1}ps2^3 - b_{v1}^2ps1ps2^3 + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2^3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
den2 - 4_{p5} = & (-b_{v0}^2 + b_{v0}b_{v1}ps1 - b_{v0}b_{v2}ps1^2 + b_{v0}b_{v3}ps1^3 + b_{v0}b_{v1}ps2 - b_{v1}^2ps1ps2 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2 - b_{v0}b_{v2}ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 - b_{v2}^2ps1^2ps2^2 \\
& + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v3}ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^3 - b_{v3}^2ps1^3ps2^3))^3 \\
& + (-2(a_{v3}b_{v0}^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3} - b_{v0}^2ps1 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1 + b_{v0}b_{v1}ps1^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3 - b_{v0}^2ps2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2 \\
& + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 \\
& + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2 - b_{v1}^2ps1^2ps2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2 + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2 \\
& + b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps2^2 - b_{v1}^2ps1ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1ps2^2 \\
& - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1ps2^2 \\
& + 2b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 + a_{v3}b_{v2}^2ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 \\
& - a_{v2}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^2 + a_{v1}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 - b_{v2}^2ps1^3ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps2^3 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^3 - b_{v2}^2ps1^2ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^3))^3 + 9(-a_{v2}b_{v0}^2 + a_{v0}b_{v0}b_{v2} \\
& + a_{v3}b_{v0}^2ps1 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps1 - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps1 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps1 - b_{v0}^2ps1^2 \\
& - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1^2 + b_{v0}b_{v1}ps1^3 + a_{v3}b_{v0}^2ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps2 \\
& - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps2 - b_{v0}^2ps1ps2 - 2a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1ps2 - a_{v2}b_{v1}^2ps1ps2 \\
& + a_{v2}b_{v0}b_{v2}ps1ps2 + a_{v1}b_{v1}b_{v2}ps1ps2 - a_{v0}b_{v2}^2ps1ps2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 \\
& + a_{v0}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1^2ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 \\
& - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2 - b_{v1}^2ps1^3ps2 - b_{v0}^2ps2^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2^2 \\
& - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2^2 - b_{v1}^2ps1^2ps2^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2^2 \\
& + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2^2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2^2 \\
& - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v1}ps2^3 - b_{v1}^2ps1ps2^3 + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2^3) \\
& (a_{v3}b_{v0}^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3} - b_{v0}^2ps1 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1 + b_{v0}b_{v1}ps1^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3 - b_{v0}^2ps2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2 \\
& + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 \\
& - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2 - b_{v1}^2ps1^2ps2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2 \\
& - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2 + b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps2^2 - b_{v1}^2ps1ps2^2 \\
& - b_{v0}b_{v2}ps1ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
den2 - 5_{p5} = & +a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1ps2^2 + 2b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 + a_{v3}b_{v2}^2ps1^2ps2^2 \\
& - b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^2 + a_{v1}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 \\
& + b_{v0}b_{v1}ps1 - b_{v0}b_{v2}ps1^2 - b_{v2}^2ps1^3ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps2^3 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^3 - b_{v2}^2ps1^2ps2^3 \\
& + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^3)(-b_{v0}^2 + b_{v0}b_{v3}ps1^3 + b_{v0}b_{v1}ps2 - b_{v1}^2ps1ps2 + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 \\
& - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2 - b_{v0}b_{v2}ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 - b_{v2}^2ps1^2ps2^2 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^2 \\
& - a_{v0}b_{v0}b_{v1} - a_{v2}b_{v0}^2ps1 + a_{v0}b_{v0}b_{v2}ps1 + b_{v0}b_{v3}ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1ps2^3 \\
& + b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^3 - b_{v3}^2ps1^3ps2^3) - 27(a_{v1}b_{v0}^2 + a_{v3}b_{v0}^2ps1^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps1^2 \\
& - b_{v0}^2ps1^3 - a_{v2}b_{v0}^2ps2 + a_{v0}b_{v0}b_{v2}ps2 + a_{v3}b_{v0}^2ps1ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps1ps2 \\
& - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps1ps2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 - b_{v0}^2ps1^2ps2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2 \\
& + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + b_{v0}b_{v1}ps1^3ps2 + a_{v3}b_{v0}^2ps2^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps2^2 - b_{v0}^2ps1ps2^2 \\
& - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1ps2^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 + b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2^2 \\
& - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3ps2^2 - b_{v0}^2ps2^3 + b_{v0}b_{v1}ps1ps2^3 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2^3 \\
& + b_{v0}b_{v3}ps1^3ps2^3)(-b_{v0}^2 + b_{v0}b_{v1}ps1 - b_{v0}b_{v2}ps1^2 + b_{v0}b_{v3}ps1^3 + b_{v0}b_{v1}ps2 \\
& - b_{v1}^2ps1ps2 + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2 - b_{v0}b_{v2}ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 \\
& - b_{v2}^2ps1^2ps2^2 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v3}ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1ps2^3 \\
& + b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^3 - b_{v3}^2ps1^3ps2^3)^2)^{1/3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
num3 - 1_{p5} = & (-2(a_{v3}b_{v0}^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3} - b_{v0}^2ps1 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1 + b_{v0}b_{v1}ps1^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3 - b_{v0}^2ps2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2 \\
& + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 \\
& - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2 - b_{v1}^2ps1^2ps2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2 \\
& - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2 + b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps2^2 - b_{v1}^2ps1ps2^2 \\
& + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1ps2^2 + 2b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 + a_{v3}b_{v2}^2ps1^2ps2^2 \\
& - b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^2 + a_{v1}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 \\
& - b_{v2}^2ps1^3ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps2^3 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^3 - b_{v2}^2ps1^2ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^3)^3 \\
& + 9(-a_{v2}b_{v0}^2 + a_{v0}b_{v0}b_{v2} + a_{v3}b_{v0}^2ps1 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps1 - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps1 \\
& - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps1 - b_{v0}^2ps1^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1^2 + b_{v0}b_{v1}ps1^3 \\
& + a_{v3}b_{v0}^2ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps2 - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps2 - b_{v0}^2ps1ps2 \\
& - 2a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1ps2 - a_{v2}b_{v1}^2ps1ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v2}ps1ps2 + a_{v1}b_{v1}b_{v2}ps1ps2 \\
& - a_{v0}b_{v2}^2ps1ps2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2 \\
& + a_{v3}b_{v1}^2ps1^2ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2 \\
& - b_{v1}^2ps1^3ps2 - b_{v0}^2ps2^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2^2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2^2 \\
& - b_{v1}^2ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 \\
& + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v1}ps2^3 \\
& - b_{v1}^2ps1ps2^3 + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2^3)(a_{v3}b_{v0}^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3} \\
& - b_{v0}^2ps1 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1 + b_{v0}b_{v1}ps1^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2 \\
& - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 \\
& - b_{v0}^2ps2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2 \\
& + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2 - b_{v1}^2ps1^2ps2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2 + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2 \\
& + b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps2^2 - b_{v1}^2ps1ps2^2 \\
& - b_{v0}b_{v2}ps1ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 \\
& + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1ps2^2 + 2b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 + a_{v3}b_{v2}^2ps1^2ps2^2 \\
& - b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^2 + a_{v1}b_{v3}^2ps1^2ps2^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
num3 - 2_{p5} = & -b_{v2}^2 ps1^3 ps2^2 - b_{v0} b_{v2} ps2^3 + b_{v1} b_{v2} ps1 ps2^3 - b_{v2}^2 ps1^2 ps2^3 + b_{v2} b_{v3} ps1^3 ps2^3) \\
& (-b_{v0}^2 + b_{v0} b_{v1} ps1 - b_{v0} b_{v2} ps1^2 + b_{v0} b_{v3} ps1^3 + b_{v0} b_{v1} ps2 - b_{v1}^2 ps1 ps2 \\
& + b_{v1} b_{v2} ps1^2 ps2 - b_{v1} b_{v3} ps1^3 ps2 - b_{v0} b_{v2} ps2^2 + b_{v1} b_{v2} ps1 ps2^2 - b_{v2}^2 ps1^2 ps2^2 \\
& + b_{v2} b_{v3} ps1^3 ps2^2 + b_{v0} b_{v3} ps2^3 - b_{v1} b_{v3} ps1 ps2^3 + b_{v2} b_{v3} ps1^2 ps2^3 - b_{v3}^2 ps1^3 ps2^3) \\
& -27(a_{v1} b_{v0}^2 - a_{v0} b_{v0} b_{v1} - a_{v2} b_{v0}^2 ps1 + a_{v0} b_{v0} b_{v2} ps1 + a_{v3} b_{v0}^2 ps1^2 - a_{v0} b_{v0} b_{v3} ps1^2 \\
& - b_{v0}^2 ps1^3 - a_{v2} b_{v0}^2 ps2 + a_{v0} b_{v0} b_{v2} ps2 + a_{v3} b_{v0}^2 ps1 ps2 + a_{v2} b_{v0} b_{v1} ps1 ps2 \\
& - a_{v1} b_{v0} b_{v2} ps1 ps2 - a_{v0} b_{v0} b_{v3} ps1 ps2 - b_{v0}^2 ps1^2 ps2 - a_{v3} b_{v0} b_{v1} ps1^2 ps2 \\
& + a_{v1} b_{v0} b_{v3} ps1^2 ps2 + b_{v0} b_{v1} ps1^3 ps2 + a_{v3} b_{v0}^2 ps2^2 - a_{v0} b_{v0} b_{v3} ps2^2 \\
& - b_{v0}^2 ps1 ps2^2 - a_{v3} b_{v0} b_{v1} ps1 ps2^2 + a_{v1} b_{v0} b_{v3} ps1 ps2^2 + b_{v0} b_{v1} ps1^2 ps2^2 \\
& + a_{v3} b_{v0} b_{v2} ps1^2 ps2^2 - a_{v2} b_{v0} b_{v3} ps1^2 ps2^2 - b_{v0} b_{v2} ps1^3 ps2^2 - b_{v0}^2 ps2^3 \\
& + b_{v0} b_{v1} ps1 ps2^3 - b_{v0} b_{v2} ps1^2 ps2^3 + b_{v0} b_{v3} ps1^3 ps2^3) \\
& (-b_{v0}^2 + b_{v0} b_{v1} ps1 - b_{v0} b_{v2} ps1^2 + b_{v0} b_{v3} ps1^3 + b_{v0} b_{v1} ps2 - b_{v1}^2 ps1 ps2 \\
& + b_{v1} b_{v2} ps1^2 ps2 - b_{v1} b_{v3} ps1^3 ps2 - b_{v0} b_{v2} ps2^2 + b_{v1} b_{v2} ps1 ps2^2 - b_{v2}^2 ps1^2 ps2^2 \\
& + b_{v2} b_{v3} ps1^3 ps2^2 + b_{v0} b_{v3} ps2^3 - b_{v1} b_{v3} ps1 ps2^3 + b_{v2} b_{v3} ps1^2 ps2^3 - b_{v3}^2 ps1^3 ps2^3)^2 \\
& + \sqrt{4(- (a_{v3} b_{v0}^2 - a_{v0} b_{v0} b_{v3} - b_{v0}^2 ps1 - a_{v3} b_{v0} b_{v1} ps1 + a_{v1} b_{v0} b_{v3} ps1 \\
& + b_{v0} b_{v1} ps1^2 + a_{v3} b_{v0} b_{v2} ps1^2 - a_{v2} b_{v0} b_{v3} ps1^2 - b_{v0} b_{v2} ps1^3 - b_{v0}^2 ps2 \\
& - a_{v3} b_{v0} b_{v1} ps2 + a_{v1} b_{v0} b_{v3} ps2 + 2b_{v0} b_{v1} ps1 ps2 + a_{v3} b_{v1}^2 ps1 ps2 \\
& - a_{v2} b_{v0} b_{v3} ps1 ps2 - a_{v1} b_{v1} b_{v3} ps1 ps2 + a_{v0} b_{v2} b_{v3} ps1 ps2 \\
& - b_{v1}^2 ps1^2 ps2 - b_{v0} b_{v2} ps1^2 ps2 - a_{v3} b_{v1} b_{v2} ps1^2 ps2 + a_{v3} b_{v0} b_{v3} ps1^2 ps2 \\
& + a_{v2} b_{v1} b_{v3} ps1^2 ps2 - a_{v0} b_{v3}^2 ps1^2 ps2 + b_{v1} b_{v2} ps1^3 ps2 + b_{v0} b_{v1} ps2^2 \\
& + a_{v3} b_{v0} b_{v2} ps2^2 - a_{v2} b_{v0} b_{v3} ps2^2 - b_{v1}^2 ps1 ps2^2 - b_{v0} b_{v2} ps1 ps2^2 \\
& - a_{v3} b_{v1} b_{v2} ps1 ps2^2 + a_{v3} b_{v0} b_{v3} ps1 ps2^2 + a_{v2} b_{v1} b_{v3} ps1 ps2^2 - a_{v0} b_{v3}^2 ps1 ps2^2 \\
& + 2b_{v1} b_{v2} ps1^2 ps2^2 + a_{v3} b_{v2}^2 ps1^2 ps2^2 - b_{v0} b_{v3} ps1^2 ps2^2 - a_{v3} b_{v1} b_{v3} ps1^2 ps2^2 \\
& - a_{v2} b_{v2} b_{v3} ps1^2 ps2^2 + a_{v1} b_{v3}^2 ps1^2 ps2^2 - b_{v2}^2 ps1^3 ps2^2 - b_{v0} b_{v2} ps2^3 + b_{v1} b_{v2} ps1 ps2^3 \\
& - b_{v2}^2 ps1^2 ps2^3 + b_{v2} b_{v3} ps1^3 ps2^3)^2 + 3(-a_{v2} b_{v0}^2 + a_{v0} b_{v0} b_{v2} + a_{v3} b_{v0}^2 ps1 \\
& + a_{v2} b_{v0} b_{v1} ps1 - a_{v1} b_{v0} b_{v2} ps1 - a_{v0} b_{v0} b_{v3} ps1 - b_{v0}^2 ps1^2 - a_{v3} b_{v0} b_{v1} ps1^2 \\
& + a_{v1} b_{v0} b_{v3} ps1^2 + b_{v0} b_{v1} ps1^3 + a_{v3} b_{v0}^2 ps2 + a_{v2} b_{v0} b_{v1} ps2 - a_{v1} b_{v0} b_{v2} ps2 \\
& - a_{v0} b_{v0} b_{v3} ps2 - b_{v0}^2 ps1 ps2 - 2a_{v3} b_{v0} b_{v1} ps1 ps2 - a_{v2} b_{v1}^2 ps1 ps2 + a_{v2} b_{v0} b_{v2} ps1 ps2 \\
& + a_{v1} b_{v1} b_{v2} ps1 ps2 - a_{v0} b_{v2}^2 ps1 ps2 + a_{v1} b_{v0} b_{v3} ps1 ps2 + a_{v0} b_{v1} b_{v3} ps1 ps2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
num3 - 3_{p5} = & 2b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1^2ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 \\
& + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2 - b_{v1}^2ps1^3ps2 - b_{v0}^2ps2^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2^2 \\
& + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2^2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 \\
& + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2^2 - b_{v1}^2ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 \\
& + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2^2 \\
& + b_{v0}b_{v1}ps2^3 - b_{v1}^2ps1ps2^3 + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2^3)(-b_{v0}^2 + b_{v0}b_{v1}ps1 \\
& - b_{v0}b_{v2}ps1^2 + b_{v0}b_{v3}ps1^3 + b_{v0}b_{v1}ps2 - b_{v1}^2ps1ps2 + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 \\
& - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2 - b_{v0}b_{v2}ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 - b_{v2}^2ps1^2ps2^2 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^2 \\
& + b_{v0}b_{v3}ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^3 - b_{v3}^2ps1^3ps2^3))^3 \\
& + (-2(a_{v3}b_{v0}^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3} - b_{v0}^2ps1 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1 \\
& + b_{v0}b_{v1}ps1^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3 - b_{v0}^2ps2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2 \\
& + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 \\
& - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2 - b_{v1}^2ps1^2ps2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2 \\
& - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2 + b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps2^2 \\
& - b_{v1}^2ps1ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 \\
& + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1ps2^2 + 2b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 + a_{v3}b_{v2}^2ps1^2ps2^2 \\
& - b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^2 + a_{v1}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 \\
& - b_{v2}^2ps1^3ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps2^3 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^3 - b_{v2}^2ps1^2ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^3))^3 \\
& + 9(-a_{v2}b_{v0}^2 + a_{v0}b_{v0}b_{v2} + a_{v3}b_{v0}^2ps1 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps1 - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps1 \\
& - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps1 - b_{v0}^2ps1^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1^2 + b_{v0}b_{v1}ps1^3 \\
& + a_{v3}b_{v0}^2ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps2 - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps2 - b_{v0}^2ps1ps2 \\
& - 2a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1ps2 - a_{v2}b_{v1}^2ps1ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v2}ps1ps2 + a_{v1}b_{v1}b_{v2}ps1ps2 \\
& - a_{v0}b_{v2}^2ps1ps2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2 \\
& + a_{v3}b_{v1}^2ps1^2ps2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2 \\
& - b_{v1}^2ps1^3ps2 - b_{v0}^2ps2^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2^2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
num3 - 4_{p5} = & +a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2^2 \\
& - b_{v1}^2ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 \\
& + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v1}ps2^3 - b_{v1}^2ps1ps2^3 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2^3)(a_{v3}b_{v0}^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3} - b_{v0}^2ps1 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1 \\
& + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1 + b_{v0}b_{v1}ps1^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3 \\
& - b_{v0}^2ps2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps2 + 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2 + a_{v3}b_{v1}^2ps1ps2 \\
& - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 - a_{v1}b_{v1}b_{v3}ps1ps2 + a_{v0}b_{v2}b_{v3}ps1ps2 - b_{v1}^2ps1^2ps2 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2 \\
& - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2 - a_{v0}b_{v3}^2ps1^2ps2 \\
& + b_{v1}b_{v2}ps1^3ps2 + b_{v0}b_{v1}ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps2^2 - b_{v1}^2ps1ps2^2 \\
& - b_{v0}b_{v2}ps1ps2^2 - a_{v3}b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 + a_{v2}b_{v1}b_{v3}ps1ps2^2 \\
& - a_{v0}b_{v3}^2ps1ps2^2 + 2b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2 + a_{v3}b_{v2}^2ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 \\
& - a_{v3}b_{v1}b_{v3}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^2 + a_{v1}b_{v3}^2ps1^2ps2^2 - b_{v2}^2ps1^3ps2^2 \\
& - b_{v0}b_{v2}ps2^3 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^3 - b_{v2}^2ps1^2ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^3)(-b_{v0}^2 + b_{v0}b_{v1}ps1 \\
& - b_{v0}b_{v2}ps1^2 + b_{v0}b_{v3}ps1^3 + b_{v0}b_{v1}ps2 - b_{v1}^2ps1ps2 + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2 \\
& - b_{v0}b_{v2}ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 - b_{v2}^2ps1^2ps2^2 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v3}ps2^3 \\
& - b_{v1}b_{v3}ps1ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^3 - b_{v3}^2ps1^3ps2^3) \\
& - 27(a_{v1}b_{v0}^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v1} - a_{v2}b_{v0}^2ps1 + a_{v0}b_{v0}b_{v2}ps1 + a_{v3}b_{v0}^2ps1^2 \\
& - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps1^2 - b_{v0}^2ps1^3 - a_{v2}b_{v0}^2ps2 + a_{v0}b_{v0}b_{v2}ps2 + a_{v3}b_{v0}^2ps1ps2 \\
& + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps1ps2 - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps1ps2 - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps1ps2 - b_{v0}^2ps1^2ps2 \\
& - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2 + b_{v0}b_{v1}ps1^3ps2 + a_{v3}b_{v0}^2ps2^2 \\
& - a_{v0}b_{v0}b_{v3}ps2^2 - b_{v0}^2ps1ps2^2 - a_{v3}b_{v0}b_{v1}ps1ps2^2 + a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1ps2^2 \\
& + b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2^2 + a_{v3}b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2 - b_{v0}b_{v2}ps1^3ps2^2 \\
& - b_{v0}^2ps2^3 + b_{v0}b_{v1}ps1ps2^3 - b_{v0}b_{v2}ps1^2ps2^3 + b_{v0}b_{v3}ps1^3ps2^3)(-b_{v0}^2 \\
& + b_{v0}b_{v1}ps1 - b_{v0}b_{v2}ps1^2 + b_{v0}b_{v3}ps1^3 + b_{v0}b_{v1}ps2 \\
& - b_{v1}^2ps1ps2 + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2 - b_{v0}b_{v2}ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 \\
& - b_{v2}^2ps1^2ps2^2 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v3}ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1ps2^3 + b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^3 \\
& - b_{v3}^2ps1^3ps2^3)^2)^{1/3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
den_{3p5} = & (32^{1/3}(-b_{v0}^2 + b_{v0}b_{v1}ps1 - b_{v0}b_{v2}ps1^2 + b_{v0}b_{v3}ps1^3 + b_{v0}b_{v1}ps2 \\
& - b_{v1}^2ps1ps2 + b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2 - b_{v1}b_{v3}ps1^3ps2 - b_{v0}b_{v2}ps2^2 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2^2 \\
& - b_{v2}^2ps1^2ps2^2 + b_{v2}b_{v3}ps1^3ps2^2 + b_{v0}b_{v3}ps2^3 - b_{v1}b_{v3}ps1ps2^3 \\
& + b_{v2}b_{v3}ps1^2ps2^3 - b_{v3}^2ps1^3ps2^3))
\end{aligned}$$

$$\alpha_{p4} = -\frac{num_{p4}}{den_{p4}}$$

(A.4)

$$\begin{aligned}
num_{p4} = & (a_{v1}b_{v0}^2 - a_{v0}b_{v0}b_{v1} - a_{v2}b_{v0}^2ps1 + a_{v0}b_{v0}b_{v2}ps1 - a_{v2}b_{v0}^2ps2 \\
& + a_{v0}b_{v0}b_{v2}ps2 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps1ps2 - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps1ps2 + b_{v0}^2ps1^2ps2 \\
& + b_{v0}^2ps1ps2^2 - b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v0}^2ps5 + a_{v0}b_{v0}b_{v2}ps5 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps1ps5 \\
& - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps1ps5 + b_{v0}^2ps1^2ps5 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps2ps5 - a_{v1}b_{v0}b_{v2}ps2ps5 \\
& + 2b_{v0}^2ps1ps2ps5 - a_{v2}b_{v1}^2ps1ps2ps5 + a_{v2}b_{v0}b_{v2}ps1ps2ps5 + a_{v1}b_{v1}b_{v2}ps1ps2ps5 \\
& - a_{v0}b_{v2}^2ps1ps2ps5 - a_{v1}b_{v0}b_{v3}ps1ps2ps5 + a_{v0}b_{v1}b_{v3}ps1ps2ps5 - 2b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2ps5 \\
& + b_{v0}^2ps2^2ps5 - 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2^2ps5 + b_{v1}^2ps1^2ps2^2ps5 + b_{v0}^2ps1ps5^2 - b_{v0}b_{v1}ps1^2ps5^2 \\
& + b_{v0}^2ps2ps5^2 - 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2ps5^2 + b_{v1}^2ps1^2ps2ps5^2 - b_{v0}b_{v1}ps2^2ps5^2 + b_{v1}^2ps1ps2^2ps5^2 \\
& - b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2ps5^2 + b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2ps5^2 + sqrt((-a_{v2}b_{v0}^2ps1 - a_{v2}b_{v0}^2ps2 \\
& + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps1ps2 + b_{v0}^2ps1^2ps2 + b_{v0}^2ps1ps2^2 - b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v0}^2ps5 \\
& + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps1ps5 + b_{v0}^2ps1^2ps5 + a_{v2}b_{v0}b_{v1}ps2ps5 + 2b_{v0}^2ps1ps2ps5 - a_{v2}b_{v1}^2ps1ps2ps5 \\
& + a_{v2}b_{v0}b_{v2}ps1ps2ps5 - 2b_{v0}b_{v1}ps1^2ps2ps5 + b_{v0}^2ps2^2ps5 - 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2^2ps5 \\
& + b_{v1}^2ps1^2ps2^2ps5 + b_{v0}^2ps1ps5^2 - b_{v0}b_{v1}ps1^2ps5^2 + b_{v0}^2ps2ps5^2 - 2b_{v0}b_{v1}ps1ps2ps5^2 \\
& + b_{v1}^2ps1^2ps2ps5^2 - b_{v0}b_{v1}ps2^2ps5^2 + b_{v1}^2ps1ps2^2ps5^2 - b_{v1}b_{v2}ps1^2ps2^2ps5^2 \\
& + b_{v0}b_{v3}ps1^2ps2^2ps5^2 + a_{v0}(-b_{v0}b_{v1} + (-b_{v2}^2 + b_{v1}b_{v3})ps1ps2ps5 \\
& + b_{v0}b_{v2}(ps1 + ps2 + ps5)) + a_{v1}(b_{v0}^2 + b_{v1}b_{v2}ps1ps2ps5 - b_{v0}(b_{v2}ps2ps5 \\
& + b_{v3}ps1ps2ps5 + b_{v2}ps1(ps2 + ps5))))^2 - 4b_{v0}(-a_{v2}b_{v0}ps1ps2 \\
& + b_{v0}ps1^2ps2^2 - a_{v2}b_{v0}ps1ps5 - a_{v2}b_{v0}ps2ps5 + a_{v0}b_{v2}ps2ps5 + a_{v2}b_{v1}ps1ps2ps5 \\
& - a_{v1}b_{v2}ps1ps2ps5 + b_{v0}ps1^2ps2ps5 + b_{v0}ps1ps2^2ps5 - b_{v1}ps1^2ps2^2ps5 + b_{v0}ps1^2ps5^2 \\
& + b_{v0}ps1ps2ps5^2 - b_{v1}ps1^2ps2ps5^2 + b_{v0}ps2^2ps5^2 - b_{v1}ps1ps2^2ps5^2 + b_{v2}ps1^2ps2^2ps5^2 \\
& + a_{v0}b_{v2}ps1(ps2 + ps5) + a_{v1}b_{v0}(ps1 + ps2 + ps5) - a_{v0}b_{v1}(ps1 + ps2 + ps5))(b_{v0}^2(ps1^2 \\
& + ps2^2 + ps2ps5 + ps5^2 + ps1(ps2 + ps5)) + ps1ps2ps5(b_{v2}^2ps1ps2ps5 \\
& - b_{v1}(b_{v2}ps2ps5 + b_{v3}ps1ps2ps5 + b_{v2}ps1(ps2 + ps5)))) \\
& + b_{v0}(-b_{v1}(ps1 + ps2)(ps1 + ps5)(ps2 + ps5) \\
& + b_{v1}^2(ps1 + ps2 + ps5) + b_{v3}ps1ps2ps5(ps2ps5 + ps1(ps2 + ps5)) \\
& + b_{v2}(ps2^2ps5^2 + ps1^2(ps2^2 + ps5^2))))))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
den_{p4} = & (2(b_{v0}^2(ps1^2 + ps2^2 + ps2ps5 + ps5^2 + ps1(ps2 + ps5)) + ps1ps2ps5(b_{v2}^2ps1ps2ps5 \\
& + b_{v1}^2(ps1 + ps2 + ps5) - b_{v1}(b_{v2}ps2ps5 + b_{v3}ps1ps2ps5 + b_{v2}ps1(ps2 + ps5))) \\
& + b_{v0}(-b_{v1}(ps1 + ps2)(ps1 + ps5)(ps2 + ps5) + b_{v3}ps1ps2ps5(ps2ps5 + ps1(ps2 + ps5)) \\
& + b_{v2}(ps2^2ps5^2 + ps1^2(ps2^2 + ps5^2))))))
\end{aligned}$$

$$\alpha_{p3} = \frac{num_{p3}}{den_{p3}} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned}
num_{p3} = & (b_{v1}^2ps1ps2ps4ps5 + b_{v0}^2(ps4ps5 + ps2(ps4 + ps5) + ps1(ps2 + ps4 + ps5)) \\
& - b_{v0}(b_{v2}ps1ps2ps4ps5 + b_{v1}(ps1ps4ps5 + ps2ps4ps5 + ps1ps2(ps4 + ps5))))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
den_{p3} = & (b_{v0}(a_{v1}b_{v0} - a_{v0}b_{v1} - b_{v0}ps1ps2ps4 - b_{v0}ps1ps2ps5 - b_{v0}ps1ps4ps5 \\
& - b_{v0}ps2ps4ps5 + b_{v1}ps1ps2ps4ps5))
\end{aligned}$$

以上の従属極を用いることにより、D-PD 位置制御系のゲイン設計を行うことが可能となる。

謝辞

研究を進めるにあたり、直接ご指導を賜りました長岡技術科学大学 大石 潔 教授に心から感謝し、厚く御礼申し上げます。また、研究が生き詰まった際に何度も貴重なアドバイスや御助言を下された、長岡技術科学大学 宮崎 昌敏 准教授、横倉 勇希 准教授に心よりお礼申し上げます。また、日頃より有益な御意見、御助言を賜りました長岡技術科学大学 近藤 正示名誉教授、伊東淳一教授、三好孝典教授、芳賀仁准教授、日下佳祐助教、石川工業高等専門学校 上町俊幸教授、嶋田直樹講師、香川高等専門学校 吉岡崇助教の諸先生方に心よりお礼申し上げます。昼夜問わず、研究生活を共にし、有益な討論をして頂いた川合勇輔産学官連携研究員をはじめとする大石研究室のメンバーやパワーエレクトロニクス研究室の先輩、同輩、後輩諸氏に深く感謝いたします。最後に、これまでの私の学業を支援し続けてくれた家族に心より感謝申し上げます。

目次

1.1	世界の産業用ロボットの年間出荷台数	2
1.2	世界の産業用ロボットの導入率	3
1.3	世界の産業用ロボット推定販売台数 (産業別)	4
1.4	産業用ロボットの伸ばした伸長姿勢	6
1.5	図 1.4 の姿勢における先端負荷無しの時の周波数特性	6
1.6	図 1.4 の姿勢における先端負荷有りの時の周波数特性	6
1.7	博士論文の構成	11
2.1	産業用ロボットの伸長姿勢と測定軸	14
2.2	産業用ロボット関節軸の周波数特性測定結果	14
2.3	対称形 3 慣性系のモデル図	15
2.4	対称形 3 慣性系のブロック線図	16
2.5	周波数特性測定結果と対称形 3 慣性系モデルの周波数特性	17
2.6	産業用ロボット関節軸と対称形 3 慣性系モデルの構成比較	18
2.7	多慣性系のモデル図	19
2.8	直列接続 3 慣性系のモデル図	19
2.9	従来の 3 慣性系のブロック線図	20
2.10	周波数特性測定結果と直列接続 3 慣性系モデルの周波数特性	21
2.11	産業用ロボット関節軸と直列接続 3 慣性系モデルの構成比較	22
2.12	複数サーボモータを使用したツインドライブシステムのモデル図	23

2.13 複数サーボモータを使用したツインドライブシステムのブロック線図	24
2.14 波動歯車装置の構造図	26
2.15 遊星歯車装置の構造図	26
2.16 波動歯車装置および遊星歯車装置の構造図と外力トルク伝搬経路	28
2.17 直列接続 3 慣性系モデルを用いた場合の産業用ロボット関節軸のモデル図	28
2.18 波動歯車を有する産業用ロボットの関節軸	29
2.19 モータ側トルク指令に対するモータ側速度応答の周波数特性の測定結果	29
2.20 モータ側トルク指令に対するモータ側速度応答の周波数特性の測定結果とモデルにおける周波数特性	31
2.21 提案する 3 慣性系のブロック線図と従来の 3 慣性系のブロック線図の比較図	32
2.22 ハンマー用いた負荷側トルク入力実験の概要図	32
2.23 インパルス試験時の 5 軸目のエンコーダによる位置応答波形	33
2.24 インパルス試験時の 5 軸目のエンコーダによる速度応答波形	33
2.25 負荷側トルク入力に対するモータ側速度応答の周波数特性	33
2.26 インパルス試験時の 6 軸目のエンコーダによる位置応答波形	34
2.27 図 2.26 の拡大図	34
2.28 インパルス試験時の 1 軸目のエンコーダによる位置応答波形	34
2.29 図 2.28 の拡大図	34
2.30 従来の 3 慣性系負モデルと提案する 3 慣性系モデルにおける負荷側トルク入力時におけるモータ側速度応答までの周波数特性 (粘性摩擦 $D_1 = D_2 = D_3 = 0$ の場合)	37
2.31 従来の 3 慣性系負モデルと提案する 3 慣性系モデルにおける負荷側トルク入力時におけるモータ側速度応答までの周波数特性 (粘性摩擦を考慮した場合)	37
2.32 遊星歯車装置を対象としたインパルス試験	38
2.33 インパルス試験時の 1 軸目のエンコーダによる位置応答波形	39
2.34 インパルス試験時の 1 軸目のエンコーダによる速度応答波形	39

2.35	負荷側トルク入力に対するモータ側速度応答の周波数特性 (1 軸：遊星歯車) . . .	40
2.36	インパルス試験時の 6 軸目のエンコーダによる位置応答波形	41
2.37	図 2.36 の拡大図	41
2.38	インパルス試験時の 4 軸目のエンコーダによる位置応答波形	41
2.39	図 2.38 の拡大図	41
2.40	別実験機におけるインパルス試験	42
2.41	別実験機におけるモータ側トルク指令に対するモータ側速度応答の周波数特性 (5 軸：波動歯車).	43
2.42	別実験機における負荷側トルク入力に対するモータ側速度応答の周波数特性 (5 軸：波動歯車).	43
2.43	別実験機におけるモータ側トルク指令に対するモータ側速度応答の周波数特性 (1 軸：遊星歯車).	43
2.44	別実験機における負荷側トルク入力に対するモータ側速度応答の周波数特性 (1 軸：遊星歯車).	43
3.1	従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御系のブロック線図	52
3.2	従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御系の極配置図	56
3.3	従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御系のボード線図	56
3.4	産業用ロボットの力制御時の外観図	57
3.5	従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御時の反力応答の数値シミュレーション結果	58
3.6	従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御時の反力応答の実機実験結果	59
3.7	従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御時の反力応答と推定波形の実験結果 . . .	60
3.8	図 3.7 の拡大図 2	60
3.9	従来の 3 慣性系モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションおよび実 機実験時におけるモータ側速度応答と従来の 3 慣性系モデルに基づく状態オブ ザーバの推定波形 (ω_1)	60

3.10 従来の3慣性系モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける 負荷側中間部速度応答と従来の3慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定 波形 (ω_2)	61
3.11 従来の3慣性系モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける 負荷側先端速度応答と従来の3慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波 形 (ω_3)	61
3.12 従来の3慣性系モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける 負荷側中間部ねじれ角応答と従来の3慣性系モデルに基づく状態オブザーバの 推定波形 (θ_{s1})	62
3.13 従来の3慣性系モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける 負荷側先端部ねじれ角応答と従来の3慣性系モデルに基づく状態オブザーバの 推定波形 (θ_{s2})	62
3.14 提案する3慣性系モデルに基づく力制御系のブロック線図	66
3.15 提案する3慣性系モデルに基づく力制御系(状態量を直接フィードバックした場 合)のボード線図	71
3.16 提案する3慣性系モデルに基づく力制御系(状態オブザーバを用いた場合)の ボード線図	71
3.17 提案モデルに対する各力制御系の極配置図	72
3.18 負荷側トルク入力伝達項が二つ存在する3慣性系に対する各力制御器を用いた 際の反力応答の数値シミュレーション結果	73
3.19 負荷側トルク入力伝達項が二つ存在する3慣性系に対する各力制御器を用いた 際の反力応答の実機実験結果	74
3.20 提案する3慣性系モデルに基づく力制御時の反力応答と推定波形の実験結果 . .	75
3.21 図 3.20 の拡大図 2	75

3.22	提案する 3 慣性系モデルに対する各モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションおよび実機実験時におけるモータ側速度応答と各 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (ω_1)	75
3.23	提案する 3 慣性系モデルに対する各モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける負荷側中間部速度応答と実機実験時における各 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (ω_2)	76
3.24	提案する 3 慣性系モデルに対する各モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける負荷側先端速度応答と実機実験時における各 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (ω_3)	76
3.25	提案する 3 慣性系モデルに対する各モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける負荷側中間部ねじれ角応答と実機実験時における各 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (θ_{s1})	77
3.26	提案する 3 慣性系モデルに対する各モデルに基づく力制御を用いた際のシミュレーションにおける負荷側先端部ねじれ角応答と実機実験時における各 3 慣性系モデルに基づく状態オブザーバの推定波形 (θ_{s2})	77
3.27	3 慣性系モデルに基づく状態フィードバックを用いた PI 速度制御系のブロック線図	78
3.28	3 慣性系全状態フィードバック速度制御系における速度指令 ω^{cmd} からモータ側速度応答 ω_1 までのボード線図	84
3.29	3 慣性系全状態フィードバック速度制御系における速度指令 ω^{cmd} から先端負荷側速度応答 ω_3 までのボード線図	84
3.30	速度制御時のモータ側速度応答の数値シミュレーション結果	85
3.31	速度制御時の負荷側先端加速度応答の数値シミュレーション結果	85
3.32	3 慣性系に基づく速度制御の実験機の外觀図	85
3.33	速度制御時のモータ側速度応答の実機実験結果	86
3.34	速度制御時の負荷側先端加速度応答の実機実験結果	87

4.1	モータ側トルク指令 $K_t i_q^{ref}$ 入力に対するモータ側速度応答までの周波数特性 . . .	92
4.2	従来の電流制御系を内包する 2 慣性系に基づく速度制御系のブロック線図	93
4.3	非干渉化制御を用いた従来の PI 電流制御系の周波数特性	95
4.4	従来の 2 慣性系に基づく速度制御の実験機の外観図	96
4.5	従来の 2 慣性系に基づく速度制御における速度指令 ω^{cmd} 入力に対するモータ側速度応答 ω_1 出力における周波数特性	96
4.6	従来の 2 慣性系に基づく速度制御における速度指令 ω^{cmd} 入力に対する負荷側先端速度応答 ω_3 出力における周波数特性	97
4.7	従来の 2 慣性系に基づく速度制御時のモータ側速度応答の実機実験結果	97
4.8	従来の 2 慣性系に基づく速度制御時の負荷側先端加速度応答の実機実験結果 . . .	97
4.9	3 慣性系モデルに基づく制御系と従来の 2 慣性系に基づく速度制御時のモータ側速度応答の実機実験結果の比較図	98
4.10	3 慣性系モデルに基づく制御系と従来の 2 慣性系に基づく速度制御時の負荷側先端加速度応答の実機実験結果の比較図	99
4.11	広帯域化した従来の 2 慣性系に基づく速度制御における速度指令 ω^{cmd} 入力に対するモータ側速度応答 ω_1 出力における周波数特性	100
4.12	広帯域化した従来の 2 慣性系に基づく速度制御における速度指令 ω^{cmd} 入力に対する負荷側先端速度応答 ω_3 出力における周波数特性	100
4.13	広帯域化した際の従来の 2 慣性系に基づく速度制御時のモータ側速度応答の実機実験結果	101
4.14	広帯域化した際の従来の 2 慣性系に基づく速度制御時の負荷側先端加速度応答の実機実験結果	102
4.15	図 4.14 の負荷側先端加速度応答の周波数解析結果	102
4.16	非干渉化制御を用いた PI 電流制御系のブロック線図	104
4.17	図 4.16 に示す非干渉化制御を用いた PI 電流制御の q 軸電流制御系のボード線図	104
4.18	PI のみ電流制御系のブロック線図	105

4.19 図 4.18 に示す PI のみの電流制御の q 軸電流制御系のボード線図	106
4.20 電圧外乱オブザーバ (VDOB) を用いた P 電流制御系のブロック線図	107
4.21 図 4.20 に示す電圧外乱オブザーバ (VDOB) を用いた P 電流制御の q 軸電流制御 系のボード線図	109
4.22 共振抑圧外乱オブザーバを用いた P 電流制御系のブロック線図	110
4.23 共振抑圧外乱オブザーバにおける各フィルタの周波数特性	111
4.24 共振抑圧外乱オブザーバを用いた際の電流制御系の周波数特性 ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 1$ から 5)	112
4.25 共振抑圧外乱オブザーバを用いた際の電流制御系の周波数特性 ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 6$ から 10)	112
4.26 共振抑圧外乱オブザーバを用いた際の 3 慣性系の周波数特性 ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 1$ か ら 5)	113
4.27 共振抑圧外乱オブザーバを用いた際の 3 慣性系の周波数特性 ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 6$ か ら 10)	113
4.28 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 1.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性 の実験結果	114
4.29 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 2.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性 の実験結果	114
4.30 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 3.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性 の実験結果	114
4.31 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 4.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性 の実験結果	114
4.32 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 5.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性 の実験結果	115
4.33 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 6.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性 の実験結果	115

4.34 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 7.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果	115
4.35 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 8.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果	115
4.36 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 9.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果	116
4.37 共振抑圧外乱オブザーバ ($\phi_{fan} = \phi_{fa} \times 10.0$) を用いた際の 3 慣性系の周波数特性の実験結果	116
4.38 非干渉化制御を用いた従来の電流制御系と誘起電圧定数をノミナル値の 5 倍とした共振抑圧外乱オブザーバを用いた提案電流制御系の周波数特性	117
4.39 提案する電流制御系を含めたサーボシステムのブロック線図	118
4.40 従来および提案電流制御系を用いた際の速度指令 ω^{cmd} からモータ側速度応答 ω_1 までの速度制御系の周波数特性	119
4.41 従来および提案電流制御系を用いた際の速度指令 ω^{cmd} から負荷側速度応答 ω_3 までの速度制御系の周波数特性	120
4.42 提案する電流制御系を用いた速度制御時におけるモータ側速度応答の実験結果	120
4.43 提案する電流制御系を用いた速度制御時における負荷側加速度応答の実験結果	120
4.44 従来および提案する電流制御系を用いた速度制御時におけるモータ側速度応答の実験結果の比較図	122
4.45 従来および提案する電流制御系を用いた速度制御時における負荷側加速度応答の実験結果の比較図	123
4.46 図 4.45 に示す負荷側加速度応答の振動成分の解析結果の比較図	123
4.47 提案する電流制御系を含めた位置制御系のブロック線図	124
4.48 提案電流制御系を用いた際の位置指令からモータ側位置応答までの位置制御系の周波数特性	125

4.49	提案電流制御系を用いた際の位置指令 θ^{cmd} から負荷側位置応答 θ_3 までの位置 制御系の周波数特性	126
4.50	位置制御の実験機の外観図	126
4.51	提案する電流制御系を用いた位置制御時における負荷側位置応答の実験結果 . .	127
4.52	提案する電流制御系を用いた位置制御時におけるモータ側位置応答の実験結果 .	128
4.53	従来の電流制御系を用いた際の外乱特性のブロック線図	132
4.54	提案する電流制御系を用いた際の外乱特性のブロック線図	132
4.55	従来の電流制御を用いた際の従来モデル (負荷トルク伝達項 tB なし) における負 荷トルク入力から負荷側速度応答出力までの周波数特性	132
4.56	従来の電流制御を用いた際の提案モデル (負荷トルク伝達項 tB あり) における負 荷トルク入力から負荷側速度応答出力までの周波数特性	132
4.57	提案する電流制御を用いた際の従来モデル (負荷トルク伝達項 tB なし) における 負荷トルク入力から負荷側速度応出力までの周波数特性	132
4.58	提案する電流制御を用いた際の提案モデル (負荷トルク伝達項 tB あり) における 負荷トルク入力から負荷側速度応答出力までの周波数特性	132

表目次

2.1	産業用ロボットの関節軸構成と対称形3慣性系モデルの構成比較	18
2.2	産業用ロボットの関節軸構成と直列接続3慣性系モデルの構成比較	22
2.3	産業用ロボットの関節軸構成とツインドライブの構成比較	24
2.4	先端負荷における入力トルクに対する各軸の移動量の関係(5軸目波動歯車装置)	35
2.5	各トルク入力時におけるモータ側速度応答の共振・反共振周波数(5軸目波動歯車装置)	35
2.6	先端負荷における入力トルクに対する各軸の移動量の関係(1軸目遊星歯車装置の測定時)	39
2.7	モータ側トルク指令に対するモータ側速度応答の周波数特性(1軸目遊星歯車装置)	40
3.1	従来の3慣性系モデルに基づく力制御系の極配置および制御帯域	55
3.2	各トルク入力時におけるモータ側速度応答の共振・反共振周波数	64
3.3	3慣性系の物理パラメータ(5軸目波動歯車装置)	65
3.4	従来モデルおよび提案モデルに基づく力制御系の極配置および制御帯域	70
3.5	3慣性系の物理パラメータ(1軸目遊星歯車装置)	83
3.6	各制御系の制御帯域	84
4.1	モータパラメータ	95
4.2	従来および提案電流制御系のゲインおよび設定パラメータ	116
4.3	サーボシステムにおける速度制御系のゲイン	119
4.4	サーボシステムにおける位置制御系のゲイン	125

参考文献

- [1] 経済産業省 産業機械課：「2012年 ロボット産業の市場動向」,
<https://www.jara.jp/various/report/img/20130718002-3.pdf>
- [2] 政策会議 ロボット革命実現会議：「ロボット新戦略 Japan's Robot Strategy -ビジョン・戦略・アクションプラン-」,
<https://www.kantei.go.jp/jp/singi/robot/>
- [3] 経済産業省 一般社団法人日本ロボット工業会：「ロボット導入実証事業 事例紹介ハンドブック 2016」,
https://robo-navi.com/webroot/doc_download.html
- [4] 経済産業省 ロボット政策室：「経済産業省におけるロボット政策」,
<http://www.techno-aids.or.jp/robot/file01/03shiryo.pdf>
- [5] 株式会社 三井住友銀行 コーポレート・アドバイザー 本部 企業調査部：「産業用ロボット市場の動向」,
https://www.smbc.co.jp/hojin/report/investigationlecture/resources/pdf/3_00_CRSDReport059.pdf
- [6] 経済産業省：「ロボットを取り巻く環境変化等について」,
https://www.meti.go.jp/shingikai/mono_info_service/robot_shakaihenkaku/
- [7] ロボットによる社会変革推進会議：「ロボットを取り巻く環境変化と今後の施策の方向性-ロボットによる社会変革推進計画-」,
https://www.meti.go.jp/shingikai/mono_info_service/robot_shakaihenkaku/pdf/20190724_report_01.pdf
- [8] 経済産業省 一般社団法人日本ロボット工業会：「ロボット導入実証事業 事例紹介ハンドブック 2018」,
https://robo-navi.com/webroot/doc_download.html
- [9] aperza catalog：「産業用ロボット最新動向レポート いま注目の産業用ロボット 誰でも使える時代へ」,
<https://www.aperza.com/catalog/page/59/21848/>

- [10] 一般社団法人日本ロボット工業会：「コロナ禍におけるロボット活用事例」, https://robo-navi.com/servicerobot_covid/index.html
- [11] S. Tungpataratanawong, K. Ohishi, T. Miyazaki, S. Katsura: 「Force Sensor-less Workspace Virtual Impedance Control Considering Resonant Vibration for Industrial Robot」, 電気学会論文誌 D, Vol. 127, No. 1, pp. 1–8, 2007.
- [12] J. S. Bang, H. Shim, S. K. Park and J. H. Seo: “Robust Tracking and Vibration Suppression for a Two-Inertia System by Combining Backstepping Approach With Disturbance Observer”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 57, No. 9, pp. 3197–3206, 2010.
- [13] 今泉 雄太, 漆原 史朗, 大石 潔, 宮崎 敏昌: 「推定負荷情報に基づく二慣性共振系のロバスト位置制御系の一設計法」, 電気学会論文誌 D, Vol. 130, No. 7, pp. 847–857, 2010.
- [14] 大明 準治, 足立 修一: 「物理パラメータ推定に基づくシリアル2リンク2慣性系の振動抑制制御」, 電気学会論文誌 D, Vol. 133, No. 1, pp. 94–104, 2013.
- [15] 小坂 裕紀, 島田 明: 「モータと減速機を考慮したロボットマニピュレータ制御」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 41, No. 5, pp. 466–472, 2005.
- [16] 大明 準治, 足立 修一: 「設計レス非線形状態オブザーバに基づく弾性関節ロボットアームの振動抑制制御」, 電気学会論文誌 D, Vol. 135, No. 5, pp. 571–581, 2015.
- [17] 片岡 史, 宮崎 敏昌, 大石 潔, 桂 誠一郎, ソムサワッス タンパタラタナウォン: 「位相遅れの少ないノッチフィルタリングシステムによる産業用ロボットの軌跡追従制御の性能改善法」, 電気学会論文誌 D, Vol. 128, No. 6, pp. 793–801, 2008.
- [18] 熊谷 聡, 宮崎 敏昌, 大石 潔: 「振動抑制および高速軌跡追従を考慮した産業用ロボットのモーション制御法」, 電気学会論文誌 D, Vol. 130, No. 3, pp. 375–384, 2010.
- [19] J. N. Yun, J. Su, Y. I. Kim and Y. C. Kim: “Robust Disturbance Observer for Two-inertia System”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 60, No. 7, pp. 2700–2710, 2013.
- [20] 吉浦 泰史, 加来 靖彦: 「加速度センサフィードバックによる振動抑制制御」, 電気学会論文誌 D, Vol. 134, No. 9, pp. 801–806, 2014.
- [21] 山田 翔太, 藤本 博志, 堀 洋一: 「高分解能エンコーダの適用による駆動側情報を用い

- ない 2 慣性系の制振制御法」, 電気学会論文誌 D, Vol. 135, No. 3, pp. 212–219, 2015.
- [22] 犬飼 健二, 藤本 博志, 高橋 太郎: 「駆動共振相殺制御による 2 慣性系の制振制御とベルト駆動サーボシステムへの応用」, 電気学会論文誌 D, Vol. 135, No. 3, pp. 237–245, 2015.
- [23] G. Ferretti, G. A. Magnani and P. Rocco: “Impedance Control for Elastic Joints Industrial Manipulators”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 20, No. 3, pp. 488–498, 2004.
- [24] T. Yoshioka, A. Yabuki, Y. Yokokura, K. Ohishi, T. Miyazaki, T. T. Phuong,: “Stable Force Control of Industrial Robot Based on Spring Ratio and Instantaneous State Observer”, *IEEJ Journal of Industry Applications*, Vol. 8, No.6, pp.941-952, 2016
- [25] ハサン ジダン, 辻 輝生, Shuang Hui Hao, 小黒 龍一: 「Feedforward 制御による機台振動抑制制御」, 電気学会論文誌 D, Vol. 120, No. 3, pp. 404–409, 2000.
- [26] S. Katsura, J. Suzuki and K. Ohnishi: “Pushing Operation by Flexible Manipulator Taking Environmental Information Into Account”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 53, No. 5, pp. 1688-1697, 2006.
- [27] S. Katsura and K. Ohnishi: “Force Servoing by Flexible Manipulator Based on Resonance Ratio Control”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 54, No. 1, pp. 539–547, 2007.
- [28] C. Mitsantisuk, M. Nandayapa, K. Ohishi and S. Katsura: “Resonance Ratio Control Based on Coefficient Diagram Method for Force Control of Flexible Robot System”, *Proc. of IEEE AMC 2012*, pp. 1-6, 2012.
- [29] 前橋 亘, 伊藤 和晃, 松尾 康平, 岩崎 誠: 「接触動作を考慮した切り替え制御による高精度センサレス加圧力制御」, 電気学会論文誌 D, Vol. 134, No. 5, pp. 535–543, 2014.
- [30] Y. Kawai, Y. Yokokura, K. Ohishi, K. Saito and A. Shimamoto: “Equivalence of Resonance Ratio and I-PD Controllers in Zero Stiffness Torque Control for Soft Robot”, *Proc. of IEEE IECON 2015*, pp. 001424-001429, 2015.
- [31] 林 輝: 「歯車機構の動特性」, 精密機械, 44 巻, 523 号, pp. 834–838, 1978.
- [32] 矢鍋 重夫, 石塚 真一, 山口 利明, 池田 正樹: 「ハーモニックドライブ装置のねじり剛性」, 日本機械学会論文集 (C 編), 55 巻, 509 号, pp. 216–221, 1989.

- [33] 小林 弘和, 中山 優, 藤川 淳: 「PID 制御のみによる多慣性系の速度制御」, 電気学会論文誌 D, Vol. 122, No. 3, pp. 260–265, 2002.
- [34] 花本 剛士, 池田 栄広, 樋口 智之, 辻 輝生, 田中 良明: 「係数関法を用いた多慣性共振系の振動抑制速度制御」, 電気学会論文誌 D, Vol. 124, No. 9, pp. 878–885, 2004.
- [35] 桂 誠一郎, 大西 公平: 「位相進み補償に基づく多慣性共振系の振動抑制制御」, 電気学会論文誌 D, Vol. 126, No. 12, pp. 1601–1607, 2006.
- [36] 武市 義典, 駒田 諭, 石田 宗秋, 堀 孝正: 「 H_∞ 制御並びに外乱オブザーバによる対称形 3 慣性共振系の速度制御」, パワーエレクトロニクス研究会論文誌, Vol. 21, No. 1, pp. 82–90, 1995.
- [37] 原 辰次, 千田 有一, 佐伯 正美, 野波 健蔵: 「ロバスト制御のためのベンチマーク問題 (I)」, 計測と制御, Vol. 34, No. 5, pp. 403–409, 1995.
- [38] 山本 茂, 上田 隆弘, 木村 英紀: 「二次安定化制御法を用いた三慣性系ベンチマーク問題の解法」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 32, No. 7, pp. 1027–1034, 1996.
- [39] G. Zhang and J. Furusho: “Vibration Control of Three-inertia System”, *Proc. of IEEE IECON 1991*, pp. 1-6, 1999.
- [40] Y. Nakayama, K. Fujikawa, H. Kobayashi: “A Torque Control Method of Three-Inertia Torsional System with Backlash”, *Proc. of IEEE AMC 2000*, pp. 193-198, 2000.
- [41] K. Yamada: “A solution to benchmark problems of a couple of 3-inertia system”, *Proc. of IEEE AMC 2000*, pp. 433-438, 2000.
- [42] 藤岡 巧, 岡島 寛, 松永 信智: 「モデル誤差抑制補償器と周波数整形型終端状態制御の併用による 3 慣性ベンチマーク問題の一解法」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 50, No. 12, pp. 861–868, 2014.
- [43] 林田 宣宏, 矢向 高弘, 村上 俊之, 大西 公平: 「ツインドライブシステムを用いたセンサレスバイラテラルロボットマニピュレータ」, 精密工学会誌, Vol. 67, No. 11, pp. 1834–1838, 2001.
- [44] 長井 直之, 古元 秀昭, 林 寛治, 石田 尚, 福間 勝彦, 中川 紀壽: 「ツインドライブ圧延機駆

- 動系のねじり固有振動数の評価精度向上」, 塑性と加工, Vol. 50, No. 579, pp. 338–342, 2009.
- [45] 長井直之, 古元秀昭, 林寛治, 石田尚, 福間勝彦, 中川紀壽: 「ツインドライブ圧延機駆動系のねじり振動の実測結果と解析の比較評価」, 塑性と加工, Vol. 50, No. 580, pp. 409–413, 2009.
- [46] C. Mitsantisuk, K. Ohishi, S. Urushihara, S. Katsura: 「Development and Analysis of a Wire-Based Robot With Twin Direct-Drive Motor System」, 塑性と加工, Vol. 50, No. 580, pp. 409–413, 2009.
- [47] 内田豊一, 伊藤彰人, 大島達也, 古屋信幸: 「複数サーボモータの協調制御による精密位置決め報」, 電気学会論文誌D, Vol. 130, No. 3, pp. 385–392, 2010.
- [48] 前川明寛, 杉浦佑輔: 「2モータ式ノーバックラッシュ駆動制御システム(固有振動抑制に関する解析及び実験)」, 日本機械学会論文集, Vol. 82, No. 841, pp. 16–00213, 2016.
- [49] 森脇俊道, 芦田和孝, 岩田一明: 「インパルス応答法による工作機械剛性の測定(第1報)」, 精密機械学会誌, 44巻. 522号, pp. 724–729, 1978.
- [50] 森脇俊道, 岩田一明: 「インパルス応答法による工作機械動剛性の測定(第2報)」, 精密機械学会誌, 45巻. 535号, pp. 848–853, 1979.
- [51] 柳下福蔵: 「中型ホブ盤のねじり剛性と動的回転精度」, 精密機械, 46巻. 2号, pp. 218–223, 1980.
- [52] 大久保信行, 嶽岡悦雄, 吉田嘉太郎: 「モーダルアナリシスによる工作機械動特性の同定と改良」, 精密機械, 46巻. 11号, pp. 1351–1357, 1980.
- [53] 安藤啓: 「床構造の機械インピーダンス測定」, 精密機械, 6巻. 6号, pp. 297–302, 1982.
- [54] 加藤秀雄, 中野嘉邦: 「加振力を監視する手動インパクト式動剛性測定法」, 精密工学会誌, 54巻. 9号, pp. 1764–1769, 1988.
- [55] 森脇俊道, 板東徹, 宮本祐輔: 「工作機械の動剛性解析のためのインパルス加振器の開発」, 精密工学会誌, 57巻. 2号, pp. 292–297, 1990.
- [56] 垣野義昭, 黎子椰, 八木史也, 東本暁美, 渡辺俊明, 丸山寿一: 「ボールねじ送り駆動

- 機構の静・動特性の簡易測定法」, 精密工学会誌, 57 卷. 9 号, pp. 1645–1650, 1991.
- [57] 岡部 眞幸, 清水 伸二, 福田 理一: 「インパルス応答法による構造物の非線形性の推定法」, 精密工学会誌, 59 卷. 12 号, pp. 2009–2014, 1993.
- [58] 櫻井 達也, 川谷 亮治, 土井 智晴: 「パラメータ変動を考慮した弾性はりの振動制御」, 計測自動制御学会論文集, 34 卷. 6 号, pp. 538–545, 1998.
- [59] Z. Tang, P. Pragasen and A. M. Omekanda: “Vibration Prediction in Switched Reluctance Motors With Transfer Function Identification From Shaker and Force Hammer Tests”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 39, No. 4, pp. 978-985, 2003.
- [60] H. J. Shin, J. Y. Choi, K. H. Jung, J. M. Lee and C. H. Kim: “Influence of Lateral-Impact Force on Electropermanent Magnet Suspension Conveyor With Inherent Guidance Force”, *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 52, No. 7, pp. 8300204-8300204, 2016.
- [61] 吉川 敏夫: 「ロボットの減速機としての RV 減速機」, 日本ロボット学会誌, 9 卷, 4 号, pp. 520–523, 1991.
- [62] 溝口 善智: 「ロボットマニピュレーションを支える減速機」, 計測と制御, 56 卷, 10 号, pp. 764–769, 2017.
- [63] 三沢 敏明: 「ロボットの減速機としてのハーモニックドライブ減速機」, 日本ロボット学会誌, 9 卷, 4 号, pp. 524–529, 1991.
- [64] 清沢 芳秀: 「ロボットで使われる減速機」, 日本ロボット学会誌, 25 卷, 7 号, pp. 1040–1043, 2007.
- [65] 村山 裕哉: 「ハーモニックドライブ (波動歯車装置) について」, 精密工学会誌, 83 卷, 8 号, pp. 746–749, 2017.
- [66] 杉本 信行, 石田 武, 原田 隆: 「固有振動数からみた波動歯車装置のねじり剛性について」, 宇部工業高等専門学校研究報告, 45 号, pp. 83–88, 1998.
- [67] 杉本 信行, 石田 武: 「波動歯車装置におけるフレキシブルスプラインの固有振動数と振動モード」, 宇部工業高等専門学校研究報告, 45 号, pp. 89–94, 1998.
- [68] 杉本 信行, 日高 照晃, 石田 武, 笹原 政勝, 谷岡 良弘, 西村 太慈万: 「波動歯車装

- 置のねじり剛性に関する実験的考察」, 日本機械学会論文集 (C 編), 56 巻, 530 号, pp. 206–211, 1990.
- [69] 張 新月, 石田 武, 日高 照晃, 笹原 政勝, 清沢 芳秀, 丸山 顕: 「波動歯車装置におけるフレキシブルスプラインの曲げ応力に及ぼす組立誤差の影響」, 日本機械学会論文集 (C 編), 62 巻, 598 号, pp. 2442–2449, 1995.
- [70] 杉本 信行, 石田 武, 笹原 政勝, 清沢 芳秀: 「波動歯車装置のねじり剛性に及ぼす部品相互間のすきまの影響」, 日本機械学会論文集 (C 編), 65 巻, 635 号, pp. 2872–2879, 1998.
- [71] 杉本 信行, 石田 武, 日高 照晃, 笹原 政勝, 谷岡 良弘: 「波動歯車装置のかみあいシミュレーション」, 日本機械学会論文集 (C 編), 58 巻, 551 号, No. 92, pp. 226–231, 1992.
- [72] 菊池 正紀, 石橋 恒路, 清沢 芳秀, 張 新月: 「カップ型波動歯車装置の応力解析」, 日本機械学会論文集 (C 編), 64 巻, 621 号, pp. 1604–1610, 1998.
- [73] 杉本 信行, 石田 武, 日高 照晃, 笹原 政勝, 谷岡 良弘: 「波動歯車装置のねじり剛性の数値解析」, 日本機械学会論文集 (C 編), 59 巻, 563 号, No. 92, pp. 273–278, 1993.
- [74] 平野 正博, 大野 耕作, 岩本 安弘: 「内歯車の弾性変形を考慮した遊星歯車装置の固有値解析 (歯車の振動特性, 一般講演)」, 機素潤滑設計部門講演会講演論文集, 10 巻, セッション ID 1303, pp. 93–94, 2017.
- [75] 正田 功彦, 松本 將, 古川 豊秋, 東 康嘉, 岩永 洋一, 松浪 雄二: 「動力伝達歯車装置の非線形シミュレーション手法の研究」, 日本機械学会論文集 (C 編), 70 巻, 697 号, pp. 153–158, 2004.
- [76] J. Lin and R. G. Parker, : “Sensitivity of planetary gear natural frequencies and vibration modes to model parameters”, *Journal of sound and vibration*, vol.228, Issue1 (1999a), pp. 109–128, 1999.
- [77] 中川 正夫, 西田 大, 廣垣 俊樹, 青山 栄一: 「ボンドグラフに基づく遊星歯車機構のねじり連星振動解析と考察」, 日本機械学会論文集, vol.83, No. 849, pp. 1–15, 2017.
- [78] 海田 英俊: 「バックラッシュと振動制御」, 日本ロボット学会誌, Vol. 13, No. 8, pp. 1073–1077, 1995.

- [79] 船渡 寛人, 山本 磨人, 原 賢志, 橋本 誠司, 神山 健三: 「2 可変パラメータによる多慣性負荷系の制振制御」, 電気学会論文誌 D, Vol. 119, No. 8-9, pp. 1121–1127, 1999.
- [80] Y. Matsui: “Speed Control of Three-inertia Systems by Full-order Controllers”, *Proc. of IEEE SICE-ICASE 2006*, pp. 4366-4369, 2006.
- [81] K. Ito and M. Iwasaki: “State Feedback-based Vibration Suppression for Multi-axis Industrial Robot with Posture Change”, *Proc. of IEEE IECON 2016*, pp. 0–5, 2016.
- [82] 前田 肇: 「非線形システムの状態フィードバックによる大域指数安定化」, 計測自動制御学会論文集, 7 巻, 2 号, p. 166-171, 1971.
- [83] 伊藤 正美, 細江 繁幸, 古田 公人: 「状態フィードバック制御系における極および零点の設定について」, 電気學會雑誌, 91 巻, 9 号, p. 1715-1722, 1971.
- [84] 児玉 慎三: 「2. 線形システム理論 -伝達関数と状態方程式-」, 計測と制御, 14 巻, 1 号, p. 23-33, 1975.
- [85] 疋田 弘光, 小山 昭一, 三浦 良一: 「極配置問題におけるフィードバックゲインの自由度と低ゲインの導出」, 計測自動制御学会論文集, 11 巻, 5 号, p. 556-560, 1975.
- [86] 美多 勉, 吉田 広志: 「固有ベクトル設定可能性と閉ループシステムの応答」, 計測自動制御学会論文集, 16 巻, 4 号, p. 477-483, 1980.
- [87] 小原 敦美, 藤崎 泰正: 「現代制御-状態を知れば見えて来る」, 計測と制御, 42 巻, 4 号, p. 276-284, 2003.
- [88] M. Mae, W. Ohnishi, H. Fujimoto and Y. Hori: “Perfect Tracking Control of Dual-Input Dual-Output System for High-Precision Stage in Translation and Pitching Motion”, *Proc. of IEEEJ SAMCON 2018*, TT6-5, 2018.
- [89] Y. Urakawa: “Vibration Suppression in Position Control System by Pole Zero Cancellation using Limited Pole Placement Method”, 電気学会論文誌 D, Vol. 8, No. 2, pp. 256–262, 2019.
- [90] 伊東 淳一, 藤井 崇史, 星野 哲馬, 小高 章弘, 佐藤 以久也, 田中 大輔: 「ベクトル制御における外乱オブザーバを用いたインバータ出力電圧の誤差補償手法の解析」, 電気学会論文誌 D, 128 巻, 8 号, p. 1005-1012, 2008.

- [91] 星野 哲馬, 伊東 淳一: 「誘導機の V / f 駆動システムにおける外乱オブザーバを用いた電圧誤差補償法」, 電気学会論文誌D, 129 巻, 4 号, p. 389-398, 2009.
- [92] 神原 義幸, 魚住 誠二, 野崎 貴裕, 大西 公平: 「直流電動機における位置センサレス運動制御」, 電気学会論文誌D, 135 巻, 3 号, p. 205-211, 2015.
- [93] 本田 一成, 赤津 観: 「第 3 次高調波電流制御を用いたオープン巻線構造 PMSM の駆動手法検討」, 電気学会論文誌D, 141 巻, 1 号, p. 39-45, 2021.
- [94] Yoshiaki Seki, Kiyoshi Ohishi, Yuki Yokokura, Toshiki Sano, Yuji Ide, Daigo Kuraishi, Akihiko Takahashi: “Robust Positioning Control Using α - β Stationary Frame Current Controller and Disturbance Torque Hybrid Observer”, *IEEJ Journal of Industry Applications*, 6 巻, 2 号, p. 73-82, 2017.

論文目録

公表論文

学術論文

- (1) **Akinori Yabuki**, Kiyoshi Ohishi, Toshimasa Miyazaki, Yuki Yokokura, “ Quick Reaction Force Control for Three-inertia Resonant System ”, IEEJ Journal of Industry Applications, Vol. 8, No.6, pp.941-952, 2019.
- (2) **Akinori Yabuki**, Kiyoshi Ohishi, Toshimasa Miyazaki, Yuki Yokokura, Toshiyuki Kanmachi, Itaru Ando, “Vibration Supression Control Using Resonance Frequency Damping Disturbance Observer for Robot Servo System ”, IEEJ Journal of Industry Applications, Vol. 10, No.1, pp.36-44,2021.

国際会議口頭発表論文 (査読付きフルペーパー)

- (1) **Akinori Yabuki**, Hien Nguyen, Takashi Yoshioka, Kiyoshi Ohishi, Toshimasa Miyazaki, Yuki Yokokura, “ Final State Control Based on High-speed Positioning Control Considering Acceleration and Speed Limits for Industrial Robot ”, Proc. of the 10th France-Japan Congress, The 8th Europe-Asia Congress on Mechatronics, pp.213-218 (2014).
- (2) **Akinori Yabuki**, Takashi Yoshioka, Thao Tran Phuong, Kiyoshi Ohishi, Toshimasa Miyazaki, Yuki Yokokura, “ Robust Motion Control Using Kalman-Filter-Based Instantaneous State Observer For Industrial Robot ”, Proc. of JSME-IIP/ASME-ISPS Joint Conference on Micro mechatronics for Information and Precision Equipment, MoD-2-3, pp.1-3 (2015).
- (3) **Akinori Yabuki**, Takashi Yoshioka, Kiyoshi Ohishi, Toshimasa Miyazaki, Yuki Yokokura,

- “ Design Method of Stable Force Control System Using New Resonance Ratio Control and Instantaneous State Observer ”, Proc. of annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, pp.005310-005315 (2015).
- (4) **Akinori Yabuki**, Kiyoshi Ohishi, Toshimasa Miyazaki, Yuki Yokokura, “ Design Method of I-PD Force Control System Based on Instantaneous State Observer for Industrial Robot ”, Proc. of International Workshop on Advanced Motion Control, pp.99-104 (2016).
- (5) **Akinori Yabuki**, Kiyoshi Ohishi, Toshimasa Miyazaki, Yuki Yokokura, “ Force Control Including Contact Process Using Acceleration-sensor-based Instantaneous State Observer for High-stiffness Gear Drive ”, Proc. of IEEE International Symposium on Industrial Electronics, pp.651-656 (2016).
- (6) **Akinori Yabuki**, Kiyoshi Ohishi, Toshimasa Miyazaki, Yuki Yokokura, “ Vibration Suppression Control System Based on State Feedback Using Approximation Model of Two-Inertia System for Three-Inertia System ”, Proc. of the IEEJ International Workshop on Sensing, Actuation, Motion Control, and Optimization, TT5-2, pp.1-6 (2017).
- (7) **Akinori Yabuki**, Kiyoshi Ohishi, Toshimasa Miyazaki, Yuki Yokokura, “ Fine Vibration Suppression Control Based on New Two-inertia State Observer Feedback Against Three-inertia Robot Joint ”, Proc. of IEEE International Symposium on Industrial Electronics, pp.1093-1098 (2017).
- (8) **Akinori Yabuki**, Kiyoshi Ohishi, Toshimasa Miyazaki, Yuki Yokokura, “ Vibration Suppression Control for Three-inertia System Based on Two-inertia Model Using Modal Transformation of Real Range ”, Proc. of the IEEJ International Workshop on Sensing, Actuation, Motion Control, and Optimization, SS1-6, pp.1-6 (2018).
- (9) **Akinori Yabuki**, Toshiyuki Kanmachi, Kiyoshi Ohishi, Toshimasa Miyazaki, Yuki Yokokura, Itaru Ando, “ Resonance Frequency Damping Disturbance Observer based Robot Servo System ”, Proc. of International Workshop on Advanced Motion Control, SS_SPMC, pp. 317?322, (2020).

国内学会口頭発表論文

- (1) 矢吹 明紀, グエン ヒエン, 吉岡 崇, 大石 潔, 横倉 勇希, 丸山 章, 中島潤之, 「産業用ロボットの加速度及び速度制限を考慮した高速位置決め制御における位置指令の一設計法」, 第 32 回日本ロボット学会学術講演会 講演概要集, 1E3-01, pp.1-4, 2014 年 9 月
- (2) 矢吹 明紀, 吉岡 崇, 大石 潔, 宮崎 敏昌, 横倉 勇希, 「Anti-Resonance Ratio と瞬時状態オブザーバに基づく安定な力制御系の一設計法」, 電気学会メカトロニクス制御研究会 (テーマ: 実世界ハプティクス), 電気学会研究会資料 MEC-15-002, pp.7-12, 2015 年 8 月
- (3) 矢吹 明紀, 吉岡 崇, 横倉 勇希, 大石 潔, 宮崎 敏昌, 「新しい共振比制御と瞬時状態オブザーバによる安定な力制御系の設計法」, 平成 27 年電気学会産業応用部門大会 プログラム, p.II-225-II-228, 2015 年 9 月
- (4) 矢吹 明紀, 大石 潔, 宮崎 敏昌, 横倉 勇希, 「接触過程を持つ瞬時状態オブザーバと反共振比制御に基づく力制御」, 平成 27 年度電気関係学会北陸支部連合大会 H-7, p.1, 2015 年 9 月
- (5) 矢吹 明紀, 大石 潔, 宮崎 敏昌, 横倉 勇希, 「二慣性系状態オブザーバを用いた三慣性共振系の振動抑制手法」, 平成 28 年電気学会全国大会 講演論文集, Vol.4, No.192, pp.324-325, 2016 年 3 月
- (6) 矢吹 明紀, 大石 潔, 宮崎 敏昌, 横倉 勇希, 「ばね比に基づく I-PD 力制御系の設計手法に関する検討」, 平成 28 年電気学会産業応用部門大会 プログラム, p.II-167-II-170, 2016 年 8 月
- (7) 矢吹 明紀, 大石 潔, 宮崎 敏昌, 横倉 勇希, 「三慣性系に対する状態フィードバック構成についての考察」, 電気学会メカトロニクス制御研究会 (テーマ: 実世界ハプティクス), 電気学会研究会資料 MEC-16-005, pp.19-24, 2016 年 9 月
- (8) 矢吹 明紀, 大石 潔, 宮崎 敏昌, 横倉 勇希, 「第二共振周波数を反映した二慣性系オブザーバによる三慣性系の振動抑制制御の検討」, 平成 29 年電気学会産業応用部門大会 プログラム, p.II-185-II-188, 2017 年 8 月
- (9) 矢吹 明紀, 大石 潔, 宮崎 敏昌, 横倉 勇希, 「モード変換に基づく二慣性系モデルによる三

- 慣性系のモーションコントロール」, 電気学会メカトロニクス制御研究会 (テーマ: 実世界ハプティクス), 電気学会研究会資料 MEC-17-002, pp.07-12, 2017 年 9 月
- (10) 矢吹 明紀, 大石 潔, 宮崎 敏昌, 横倉 勇希, 「第二共振モードを考慮した新しい 3 慣性系に基づく反力トルク制御のための振動抑制」, 電気学会モータドライブ/回転機/自動車合同研究会 (テーマ: 自動車用など用途指向形モータドライブ), 電気学会研究会資料 MD-19-080/RM-19-048/VT-19-008, 2019 年 7 月
- (11) 矢吹 明紀, 大石 潔, 宮崎 敏昌, 横倉 勇希, 「実対角化を用いた 2 次共振振動抑制電流制御に基づく 3 慣性系の振動抑制法」, 2019 年度電気学会産業応用部門大会 プログラム, 2-26, 2019 年 8 月

博士（工学）学位論文
2次共振モードを持つ産業用ロボットの
外乱トルク伝達項を考慮した振動抑制制御法

発行日 2021年6月吉日

著者・発行者 矢吹 明紀
