

博士論文

3次元異方性を有する偏光回折格子の偏光回折基礎特性
と偏光エレクトロニクス素子応用

百崎 龍成

長岡技術科学大学 大学院工学研究科

博士後期課程 情報・制御工学専攻

令和4年（2022年）3月

目次

第1章	緒論	1
1.1	研究背景	1
1.2	研究目的	3
1.3	本論文の構成	4
第2章	偏光と光学異方性媒体の理論	5
2.1	偏光の記述と測定方法	5
2.1.1	偏光の記述	5
2.1.2	偏光状態の同定	7
2.1.3	光学異方性	9
2.1.4	Jones 計算法	11
2.2	偏光回折格子	12
2.2.1	幾何学的位相に起因した偏光回折	12
2.2.2	偏光ホログラフィによる周期的偏光変調と偏光回折格子の偏光回折特性	15
2.3	Jones 計算法が適用できない場合の複素振幅の取得	17
2.3.1	Berreman の 4×4 行列法	17
2.3.2	時間領域有限差分法 (FDTD 法)	22
2.4	光波の回折理論	39
2.4.1	Fresnel-Kirchhoff 回折計算	39
2.4.2	Fresnel 回折計算	40
2.4.3	Fraunhofer 回折計算	41
2.4.4	回折計算の適用条件	42
第3章	ビート構造を有する液晶セル型偏光回折格子の回折特性	45
3.1	研究の動機	45
3.2	理論解析	46
3.3	実験方法	49
3.3.1	液晶セルの作製	49
3.3.2	回折特性の測定	51

3.4	結果および考察.....	53
3.4.1	偏光顕微鏡による液晶セルの観察.....	53
3.4.2	シングルビート液晶セルの回折特性.....	56
3.4.3	マルチビート液晶セルの回折特性.....	59
3.5	まとめ	61
第4章	二軸光学異方性を導入した偏光回折格子の偏光回折特性.....	62
4.1	研究の動機	62
4.2	二軸光学異方性の実験的な確認.....	63
4.3	偏光回折格子への斜入射について	65
4.4	yz 平面上での偏光回折格子への斜入射	66
4.4.1	実験手法I—OC 格子の作製.....	66
4.4.2	実験手法II—回折特性の入射角依存性の測定	67
4.4.3	理論解析手法.....	68
4.4.4	結果および考察—作製した OC 格子	68
4.4.5	結果および考察—回折特性の入射角依存性.....	69
4.5	xz 平面上での偏光回折格子への斜入射	72
4.5.1	偏光回折格子の光学的厚さによる分類と内部伝搬の影響	72
4.5.2	Raman-Nath 領域、Bragg 領域および中間領域の OC 格子の作製	74
4.5.3	理論解析手法.....	75
4.5.4	結果および考察—偏光回折格子の各領域での入射角依存性.....	77
4.5.5	結果および考察—光学的な厚さが二軸光学異方性補償に与える影響.....	81
4.5.6	結果および考察—OC 格子の入射角依存性低減に最適な二軸光学異方性.....	83
4.5.7	入射角依存性低減に最適な二軸光学異方性の yz 平面での補償効果	86
4.6	まとめ	90
第5章	表裏入射で非対称な回折方向となる高効率偏光回折格子の設計への応用	92
5.1	研究の動機	92
5.2	表裏入射で非対称な回折特性を有する偏光回折格子の必要性.....	93
5.3	非対称格子の理論解析による設計とその回折特性.....	95
5.4	まとめ	98

第 6 章	結論	99
参考文献	102
謝辞	113
研究業績	115
付録	119
OC 格子の入射角応答解析における 4×4 行列法と FDTD 法の違い	119
使用材料／使用機器	122

第1章 緒論

1.1 研究背景

通信、検査、計測などの広範な分野で光波が利用されている[1-6]。広義では、光波は近赤外領域、可視領域、紫外領域の電磁波を波動光学的に捉えた用語である。同じ電磁波でも電波に比して高周波な光波を用いることで、センシングの高解像化や通信における高速化、大容量化などの多くのメリットを得ることができる。そのため、光波が有する波長（周波数）、振幅、位相、伝搬方向、そして偏光といった特性を制御可能な光学素子が数多く研究、開発されてきた[7-25]。とりわけ、偏光は、液晶ディスプレイや関連する材料分野で我が国を中心にかなり研究されてきた背景があるが、その他の分野への応用では未だ途上にある。近年、光センシング[26-32]、光情報通信[33-36]、次世代ディスプレイ（エアリアルディスプレイ、ヘッドアップ／ヘッドマウントディスプレイ）[37-41]などの分野で偏光を導入することによって、いくつかの革新的な技術が報告されている。これらは偏光制御素子を要素素子として採用することで達成されており、偏光制御素子の研究・開発が偏光の新たな応用創出につながることを明示している。また、従来の光エレクトロニクス技術に偏光制御技術を導入することで、偏光エレクトロニクス[42]とも呼ぶべき新たな工学領域が創成されると予測されている。

偏光制御素子（偏光エレクトロニクス素子）の代表例として偏光回折格子が挙げられる[8,13,16,43-53]。偏光回折格子は、異方性媒体の周期的な配向空間分布によって実現される偏光回折によって、光波の伝搬方向、光強度、偏光状態を制御可能な偏光回折光学素子である。従来の等方性媒体で構成される位相型回折格子が光路長の分布に起因した回折であるのに対して、偏光回折格子は異方性媒体の光学軸の空間分布と入射偏光の関係によって生じる位相分布に起因した偏光回折による。したがって、異方性媒体の光学軸の空間分布次第で、入射偏光に応じて回折特性を制御したり、凹凸構造なく理論上 100%の回折効率を得たりすることができる。特に、異方性媒体の光学軸を空間的に線形に分布させた、直交円偏光回折格子（orthogonal-circular polarization grating、以降は単に OC 格子と称する。）[13]は、円偏光入射に対して理論上 100%の最大回折効率を達成することから、多くの応用に適用されており最も広く知られている。

他方で、近年産業応用される光学システムは高度化、複雑化しており、光学素子に要求される特性も多様になっている。偏光回折格子においても同様で、例えば、偏光回折格子を用いたビームステアリング技術[54]によって Time of Flight 測定（光波が光源と被測定対象間を往復する時間から測距を行う方法）[55]を行うには、入射光と被測定対象からの反射光を区別するために往路と復路で光波を非対称に偏光回折させる必要がある。これは通常の OC 格子では達成できない特性である。その解決策の 1 つとして、偏光回折格子を構成する異方性媒体の空間分布を 3 次元的に制御することが考えられる。これまでに、3 次元的な異方性構造に関する研究例は複数報告されている[56-61]。光波の干渉によって生じる 3 次元的な偏光分布を利用して 3 次元異方性構造を形成する技術である 3 次元ベクトルホログラムが報告されている[56,57]。この技術により、光波の進行方向にも周期的に異方性を分布させた偏光回折格子を形成することができる。3 次元異方性を利用した他の例では、光波の進行方向に捩じれ構造を形成することによって、偏光回折格子の波長依存性を低減する方法が提案されている[53,58,61]。また、偏光感受性高分子液晶への多光束干渉露光によってパターン化した配向基板と低分子液晶によって形成された偏光回折格子では、捩じれ構造に基づく 3 次元異方性構造により、複数の光学素子の機能を複合的に有する液晶偏光回折格子を形成した例が報告されている[59,60]。このように、捩じれ構造を含む、異方性媒体の空間分布による 3 次元異方性は偏光回折格子の特性に大きく寄与し、新たな応用価値を有する新奇な偏光回折格子の設計につながる。一方で、従来の 3 次元異方性構造に関する報告では、偏光回折格子の上下境界面での格子周期は等しく、さらに構成する異方性媒体には一軸異方性を用いていた。これに対して、上下境界面での格子周期を異なるものとする、捩じれ構造を有する異方性媒体の配向空間分布を容易に形成可能であることが予想できる。偏光回折格子を構成する異方性媒体についても、一軸異方性媒体（ x 、 y 、 z 軸方向の主屈折率 n_x 、 n_y 、 n_z のうち、2 つが等しく、他 1 つと異なる関係を有する媒体）では、斜めから光波を入射した際に異方性の大きさ（複屈折率）が空間的に分布してしまい、垂直入射時に得ていた回折特性からの乖離を招く。そこで、一軸異方性媒体の代わりに、主屈折率が $n_x \neq n_y \neq n_z$ の関係にある二軸異方性媒体を用いることで、偏光回折特性の入射角依存性低減につながると考えられる。

本研究では、格子周期の異なる配向基板対によって低分子液晶を配向させて異方性媒体が空間的に分布した液晶偏光回折格子を形成し、その偏光回折特性を実験と理論の両面か

ら実証する。これにより、異なる格子周期によって形成された配向分布構造が偏光回折特性に与える影響を明らかにする。そして、さらに微視的な3次元異方性として、異方性を決定づける主屈折率が $n_x \neq n_y \neq n_z$ の関係にある二軸異方性を導入した偏光回折格子について検討する。これによって、二軸異方性が偏光回折特性に与える影響を明らかにする。本検討は、偏光回折格子に配向分布以外の設計自由度を与え、偏光回折特性の入射角依存性の改善を図る。以上の異方性媒体が空間的に分布した偏光回折格子および異方性を決定づける主屈折率が $n_x \neq n_y \neq n_z$ の関係にある二軸異方性材料を用いた偏光回折格子の応用として、偏光を表側、裏側からそれぞれ入射した場合で回折方向が非対称な、偏光回折格子を応用したビームステアリング用の偏光エレクトロニクス素子进行設計する。

1.2 研究目的

本研究では、偏光回折格子を構成する光学異方性媒体の配向分布や主屈折率が各基底において異なる二軸異方性が偏光回折特性に与える影響を明らかにすることを目的とする。最初に、格子周期が異なる配向基板を偏光感受性高分子液晶の光配向によって形成し、これらを用いて低分子液晶を配向させ空間的な異方性分布を有する偏光回折格子を作製する。この検討によって光学異方性の空間分布が偏光回折特性に与える影響を実験と理論解析の両面から明らかにする。次に、さらに微視的な3次元異方性として、主屈折率が $n_x \neq n_y \neq n_z$ の関係にある二軸異方性高分子液晶を用いた偏光回折格子について検討する。偏光回折格子を応用する上で問題となる偏光回折特性の入射角依存性において、二軸異方性が与える影響を調査する。この際、偏光回折格子に関するパラメータと二軸光学異方性補償の関係についても理論的な調査を行う。そして、偏光エレクトロニクス素子への応用として、以上の光学異方性の空間分布に関する検討と二軸異方性による入射角依存性低減に関する検討で得た知見に基づき、偏光回折格子を用いたビームステアリングシステムを設計する。これら一連の研究により、偏光回折格子に関する光学的課題を解決して応用範囲を拡大し、社会的な利用価値の高い光センシング、光通信、次世代ディスプレイなどの偏光エレクトロニクス技術の発展に貢献する。

1.3 本論文の構成

各章には、以下に示す内容が収録されている。

1 章：本研究の研究背景、研究目的、本論文の構成について記述している。

2 章：理論的背景として、本研究で使用した理論や計算手法について概説する。本研究の主題である偏光と光学異方性媒体から始め、偏光回折格子に関する説明、その他の理論解析手法および光波の回折理論について説明する。

3 章：異なる格子周期の配向基板によって形成される光学異方性媒体の配向分布構造、ビート構造を有する液晶セル型偏光回折格子の回折特性に関して記述する。配向基板および液晶セルの作製手法、光学実験、回折特性について説明する。また、液晶の物性の観点から実験結果の理論的な考察を行う。

4 章：あらゆる方向から見ても常に異方的形状を維持する、二軸異方性を有する高分子液晶を用いて形成された偏光回折格子の回折特性の入射角依存性について議論する。偏光回折格子への入射方向の違い、光学的な厚さによって二軸異方性による補償効果がどのように影響するかについても検討する。

5 章：ビート構造を有する液晶セル型偏光回折格子で得られた配向分布形成に関する知見の応用として、偏光回折格子を用いたビームステアリングおよび検出に利用可能な新奇な偏光回折格子を設計する。

6 章：最終章では、結論として、3 章、4 章で記述した本研究の内容を総括する。

第2章 偏光と光学異方性媒体の理論

本章では、本研究を進める上で必要となる偏光および光学異方性媒体に関する基礎理論について概説する。偏光の記述法から始め、偏光回折格子の回折特性へとつないでいく。そして、偏光回折格子の理論解析に用いる Jones 計算法、Berreman の 4×4 行列法、時間領域有限差分法（Finite-difference time-domain; FDTD 法）および光波の回折理論を説明する。

2.1 偏光の記述と測定方法

2.1.1 偏光の記述

光波は伝搬方向に対して直交する方向に電界が振動する横波であり、その振動方向によって偏光を定義することができる。Figure 2.1 は、左回り円偏光の光波の電界ベクトルを伝搬方向と直交する基底（直交座標系における x 軸と y 軸）方向に分解して描いたものである。換言すれば、偏光は光波の合成電界ベクトルの時間的軌跡によって定義される。ここで、振幅を A_x および A_y 、角周波数を ω 、時間を t 、波数ベクトルを k_z 、位相の進み量（または、遅れ量）を δ_x および δ_y とすると、完全偏光である光波を構成する 2 つの電界 E_x および E_y は、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_x \exp[i(k_z z - \omega t + \delta_x)] \\ A_y \exp[i(k_z z - \omega t + \delta_y)] \end{bmatrix} \\ &= \exp[i(k_z z - \omega t)] \begin{bmatrix} A_x \exp(i\delta_x) \\ A_y \exp(i\delta_y) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-1)$$

と書ける[62,63]。この表記は Jones が考案した計算法[64-68]に基づいており、上式のように絶対位相を含めた電界ベクトルを完全 Jones ベクトルと呼ぶ。しかしながら、偏光は絶対位相にかかわらず、 E_x 、 E_y 間の相対的な位相差と振幅比によって決定される。よって、絶対位相の項を省略すると、Eq. (2-1)は次式となる。

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \exp(i\delta) \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

ただし、 $\delta = \delta_y - \delta_x$ である。偏光状態のみ議論する場合には絶対振幅の情報も不要で、光強

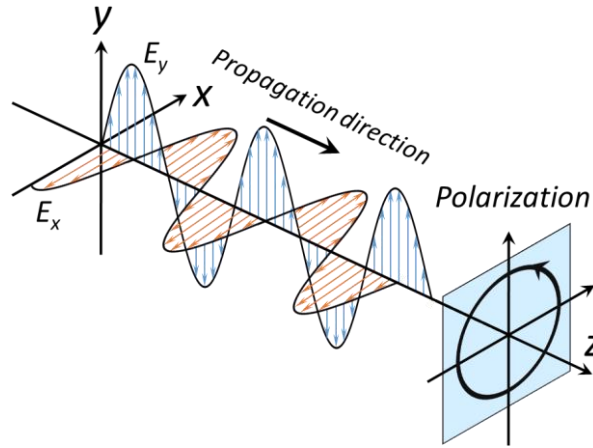


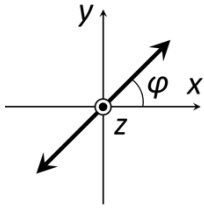
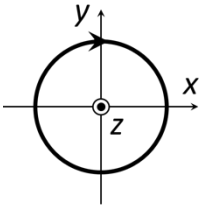
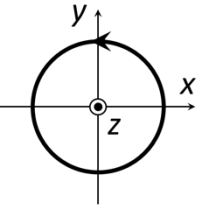
Fig. 2.1. Schematic illustration of a left-handed circularly polarized light.

度を基準に規格化することで Eq. (2-3)となる。

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{|A_x|^2 + |A_y|^2}} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \exp(i\delta) \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

上式は規格化 Jones ベクトル、あるいは単に Jones ベクトルと呼ばれる。上式より、偏光が E_x と E_y の振幅比と位相差によって決定されることが理解できる。Table 2.1 に、代表的な偏光状態である直線偏光、右回り／左回り円偏光の規格化 Jones ベクトルを示す。

Table 2.1. Normalized Jones vectors of typical polarization states: linearly polarized light and right- and left-handed circularly polarized light.

	$\varphi(^{\circ})$ linearly polarized light (LP)	Right-handed circularly polarized light (RCP)	Left-handed circularly polarized light (LCP)
Polarization state			
Normalized Jones vector	$\begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$

ただし、本研究においては、円偏光を次のように定義する。伝搬してくる光波に正対して観測する場合に、合成電界ベクトルの軌跡が右回転であれば右回り円偏光と定義し、逆回転であれば左回り円偏光と定義する。そのため、Table 2.1 での円偏光の Jones ベクトルの定義は、光波の伝搬方向を $+z$ 方向として絶対位相を $\exp[i(k_z z - \omega t)]$ と定義した場合のものである。仮に $\exp[i(\omega t - k_z z)]$ と定義すれば、右回り円偏光と左回り円偏光の Jones ベクトルの定義は反転する。

2.1.2 偏光状態の同定

偏光を取扱う実験や解析を行うにあたって、偏光状態を同定する手法が必要である。Figure 2.2 に示すような直線偏光と円偏光の中間の偏光は楕円偏光と呼ばれる。この分類は、先述の通り、構成電界の振幅比と位相差によって決定される。しかしながら、一般的には、偏光を一義的に決定できる 2 つのパラメータ、偏光方位角および偏光楕円率が広く用いられている。ここでは、本研究でも多用した回転検光子法や Stokes パラメータによる偏光方位角および偏光楕円率の同定手法を記述する。

楕円偏光の振幅を表す、Fig. 2.2 を参照されたい。長軸方向の角度 φ ($-90^\circ < \varphi \leq 90^\circ$) が偏光方位角である。偏光方位角の測定では、直線偏光子（光学素子としては偏光子を用いるが、この場合のように、測定に使用する偏光子は特に検光子と呼ばれる。）を配置し、その透過軸を回転させることによって透過光の光強度が最も高くなる点を探す。その点では、検光子

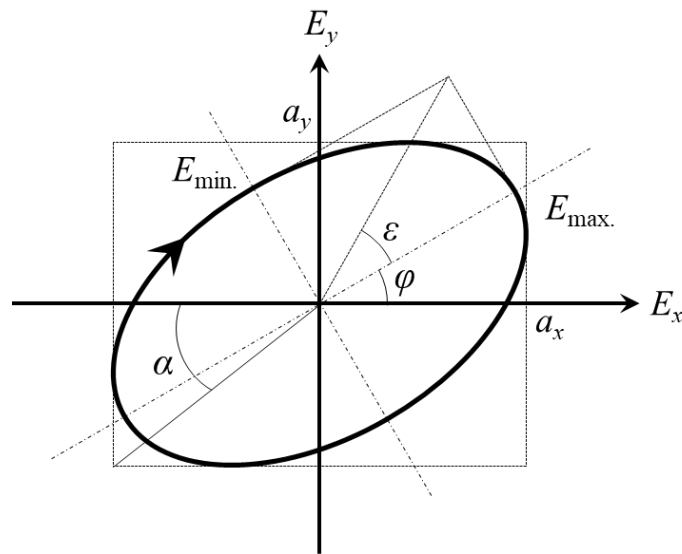


Fig. 2.2. Schematic illustration of an elliptically polarized light and polarization parameters.

の透過軸と測定対象の偏光の長軸の向き、すなわち偏光方位角とが平行関係にある。偏光楕円率 k_c も、検光子を透過した光強度が最小となる部分を探し、Fig. 2.2 中の角度 ε ($0^\circ \leq \varepsilon \leq 45^\circ$) で定義される偏光楕円率角を計算することで求められる。光強度が電界の自乗（厳密には、光波の振幅は複素数で表されるため、振幅の複素共役をとって乗じることで光強度となる。）であることから、偏光楕円率 k_c ($0 \leq k_c \leq 1$) は、

$$k_c = \tan \varepsilon = \frac{E_{\min.}}{E_{\max.}} = \sqrt{\frac{I_{\min.}}{I_{\max.}}} \quad (2-4)$$

である。したがって、理想的には、 $\varphi(^\circ)$ 直線偏光は偏光方位角 $\varphi(^\circ)$ 、偏光楕円率ゼロの偏光である。また、偏光楕円率を有する偏光が楕円偏光であり、そのうち偏光楕円率 1.0 の楕円偏光が円偏光である。このように、偏光方位角と偏光楕円率（もしくは偏光楕円率角）を測定することで、光波の偏光状態を一義的に同定できる。このように検光子（直線偏光子）を回転させて偏光方位角、偏光楕円率を測定する手法は回転検光子法と呼ばれる。

上述の回転検光子法は、円偏光を含む楕円偏光が右回りであるか左回りであるかという掌性を判定できない。一方で、Stokes パラメータは、光強度から楕円偏光（円偏光）の回転方向も含めて偏光状態を算出できることから、多くの偏光計測で利用されている。Stokes パラメータには 4 つの光強度の偏りを表す成分 S_0 、 S_1 、 S_2 、 S_3 があり、直交座標系において光波が $+z$ 方向に伝搬すると仮定して、

$$S_0 = I_x + I_y = E_x E_x^* + E_y E_y^* \quad (2-5)$$

$$S_1 = I_x - I_y = E_x E_x^* - E_y E_y^* \quad (2-6)$$

$$S_2 = I_{+45^\circ} - I_{-45^\circ} = E_x E_y^* + E_y E_x^* \quad (2-7)$$

$$S_3 = I_R - I_L = i(E_x E_y^* - E_y E_x^*) \quad (2-8)$$

とそれぞれ定義される（ i は $i^2 = -1$ で虚数単位）。ただし、 I_R と I_L はそれぞれ光強度のうち右回り偏光成分、左回り円偏光成分を表し、実際の実験では円偏光子（1/4 波長板と直線偏光子の組合せで実現可）を透過した光強度を測定すれば良い。その他の成分は直線偏光子のみで測定可能である。また、 E^* は電界の複素振幅 E の共役複素数を表す。電界の複素振幅が

ら容易に求められるため、Stokes パラメータは理論計算においてもしばしば使われる。これらの Stokes パラメータと偏光方位角 φ 、偏光楕円率 k との関係は以下のように書ける。

$$\varphi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{S_2}{S_1} \right) \quad (2-9)$$

$$k = \tan \left[\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{S_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} \right) \right] \quad (2-10)$$

ただし、ここでの偏光楕円率 k は、Stokes パラメータが負の値をとり得ることから、同様に負の値をとることができる ($-1 \leq k \leq 1$)。偏光楕円率 k の正負によって右回りか、左回りかといった掌性を判定することができる。Stokes パラメータと Eqs. (2-9) および (2-10) を用いることによって、円偏光や楕円偏光の回転方向も含めた完全な偏光状態を光強度、複素振幅から直接的に算出できる。

2.1.3 光学異方性

偏光回折格子は、光学異方性媒体を周期的に配列して形成することで入射光に所望の位相分布を付与する。光学異方性媒体には、分子自体の形状が異方的である液晶やアゾポリマーなどの有機分子[8,10,13,16,23,43,45,69]、材料自体には異方性がなくとも異方性を発現するようにした金やシリコンで形成するメタサーフェス[18,21,22,70]、電子ビームなどで異方的な形状に加工した等方性媒体による構造的複屈折[20]などが利用される。本研究では、液晶によって偏光回折格子を作製する。

液晶という言葉は材料自体のことを指すが、液晶相という液相の流動性と固相（結晶相）の異方性を併せ持つ物質の状態のことでもある[71]。温度によって相転移するサーモトロピック液晶や水などの極性溶媒の濃度によって相転移するリオトロピック液晶に大別される。本研究で用いた液晶材料はすべてサーモトロピック液晶である。液晶は、偏光制御に有用な光学異方性を有しながらも流動性があるため、結晶材料と比較して素子形成時の設計自由度が高いという特長を持っている。液晶が有する光学異方性は棒状や円盤上の分子の化学構造に由来し、その分子が発現する空間的な屈折率分布は Fig. 2.3 に示すような楕円体で表される。これを屈折率楕円体と呼び、図中の n_x および n_z によって描かれる平面が真円の液晶を一軸異方性液晶、楕円の液晶を二軸異方性液晶と呼ぶ。光波が $+z$ 軸に沿って入射され

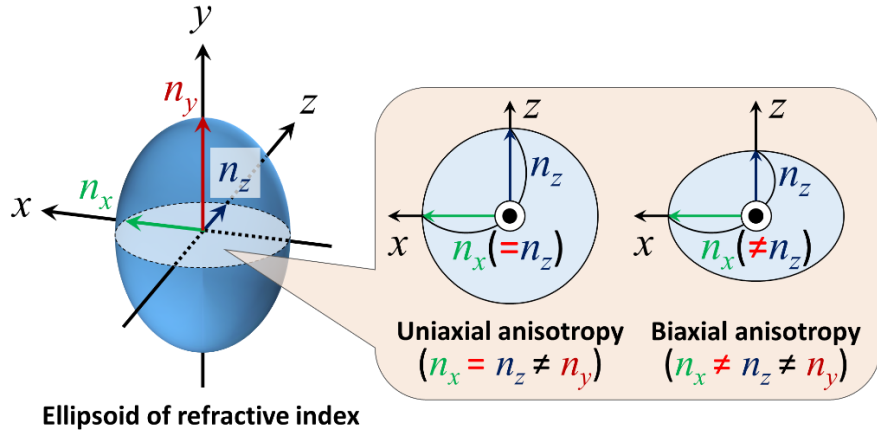


Fig. 2.3. Schematic illustration on optical anisotropy of liquid crystals.

る場合、 $\Delta n = n_y - n_x$ が異方性の大きさ（複屈折率）として光波の位相差制御に寄与する。

液晶は、分子の空間的な秩序によって、ネマチック相、スメクチック相、コレステリック相とさらに3つに分類でき、それぞれ特有の物性を示す。本研究では、ネマチック相の液晶材料を使用している。ネマチック相の液晶では、個々の分子は空間的な秩序を持たずに位置するが、分子の長軸は巨視的には配向している。この配向方向は液晶ダイレクタと呼ばれ、Fig. 2.3 で $n_y - n_x > 0$ となる液晶材料では光学的な遅相軸と実用上同義に使用される。しかしながら、結晶のように全ての分子が同一方向を向いているわけではなく、空間的にも時間的にも、ある程度の揺らぎを持っている。この揺らぎの度合いを定量的に議論する指標として、オーダーパラメータ S が用いられる。個々の液晶分子の長軸が液晶ダイレクタとなす角を θ_i として、

$$S = \frac{1}{2} \left(3 \langle \cos^2 \theta_i \rangle - 1 \right) \quad (2-11)$$

と定義される。ここで、 $\langle \cos^2 \theta_i \rangle$ は空間的、時間的平均を意味する。液晶分子の長軸が完全に同一方向である場合は $S = 1$ であるのに対して、全くランダムな場合は $S = 0$ であり巨視的な光学異方性はなくなる。したがって、オーダーパラメータは液晶が発現する光学異方性の大きさと密接に関係している。

液晶分子には分子量が低いものと高いものがある。前者を低分子液晶と言い、配向基板の配向規制力によって配向したり、電界や磁界、温度によって動的に制御したりする際に用いる。代表的な液晶である 4-pentyl-4'-cyanobiphenyl (5CB) のように、室温で液相に近い流動性

を有するものも多い。一方で、後者は高分子液晶と呼ばれ、化学的過程を経て高分子鎖の主鎖や側鎖に液晶性を示す反応基が付いたものである。本研究では、紫外領域の直線偏光によって光配向可能な側鎖型の高分子液晶を用いている。

偏光回折格子を形成するためには、異方性の大きさに関与する液晶のオーダーパラメータを制御し、液晶分子の配向分布を所望のものとする必要がある。代表的なネマチック相の液晶配向状態を Fig. 2.4 に示す。特に、液晶応用で最もよく知られている液晶ディスプレイ（TN 方式）では、捩じれ角 90° の Twisted nematic (TN) 配向の液晶に電界を印加して Homeotropic 配向になることを利用してスイッチングしている。本研究では、高分子液晶への光パターンニングによって形成した Planar (PL) 配向分布を単枚で偏光回折格子としたり、配向基板として 2 枚対向させて利用して TN 配向と PL 配向が併存する液晶セル型の偏光回折格子を形成したりしている。

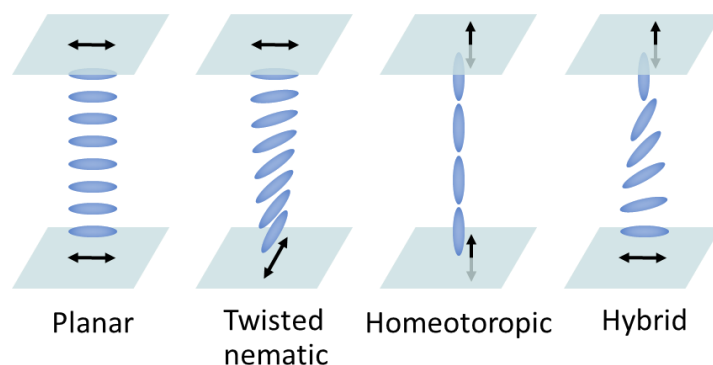


Fig. 2.4. Typical alignment states of nematic liquid crystals.

2.1.4 Jones 計算法

2.1.1 項では、偏光の Jones ベクトルを示した。一方で、偏光を制御する液晶などの異方性媒体にも対応する行列が用意されている。これを Jones 行列と呼び、Jones が提案した一連の線形代数的な理論体系を Jones 計算法という。以降の説明でも、2.1.1 項と同様に光波の伝搬方向は z 方向と定義されている。

xy 平面内で x 軸に対して θ_{xy} だけ傾いた一軸異方性媒体の Jones 行列は、座標回転行列 \mathbf{R} を用いて、

$$\mathbf{T} = \mathbf{R}(-\theta_{xy}) \begin{bmatrix} \exp\left(\frac{i\Gamma}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-\frac{i\Gamma}{2}\right) \end{bmatrix} \mathbf{R}(\theta_{xy}) \quad (2-12)$$

と表され、上式は透過マトリクスとも呼ばれる。ここで、 Γ は $\theta_{xy}=0$ である異方性媒体によって与えられる位相差を表し、波長を λ 、光学異方性の大きさを $\Delta n (= n_y - n_x)$ 、異方性媒体層での伝搬長（垂直入射時は厚さ）を d とすると、次式で定義される。

$$\Gamma = \frac{2\pi\Delta n d}{\lambda} \quad (2-13)$$

$\Delta n d$ はリタデーションと呼ばれ、光学異方性媒体によってどの程度位相差が生じるかを考える上での指標としてしばしば利用される。したがって、Jones ベクトル \mathbf{E}_i で表される入射光を Eq. (2-12) の一軸異方性媒体に入射した場合の透過光の Jones ベクトル \mathbf{E}_t は、

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{T} \mathbf{E}_i \quad (2-14)$$

のように積で求められる。後続の媒体を透過する場合は、上式右辺の左側から Jones 行列を順にかければよい。

このように、Jones 計算法によれば、比較的簡単に偏光解析が行える。しかしながら、本計算法の適用範囲は限られており、それを無視して適用すると正常に計算できない。以下に、適用条件を挙げる。

1. 完全偏光であること。部分偏光は Muller 計算法[63]によって計算する。
2. 斜め入射問題でないこと。垂直入射時のみ正確に計算可能であり、斜め入射が必要な問題については拡張 Jones 計算法[63,72]や 2.3 節で説明する手法によって解析する。
3. 解析対象の光学異方性分布が光波の伝搬方向において波長に対してゆるやかに変化する構造であること。波長オーダーで急激に異方性分布が変化する構造は 2.3 節で説明する手法によって解析する。

2.2 偏光回折格子

2.2.1 幾何学的位相に起因した偏光回折

偏光回折格子は、Fig. 2.5 に示すように、液晶などの光学異方性媒体を周期的に配列して作製される。実際には、光学異方性の周期的な変調に起因する位相分布によって偏光回折が

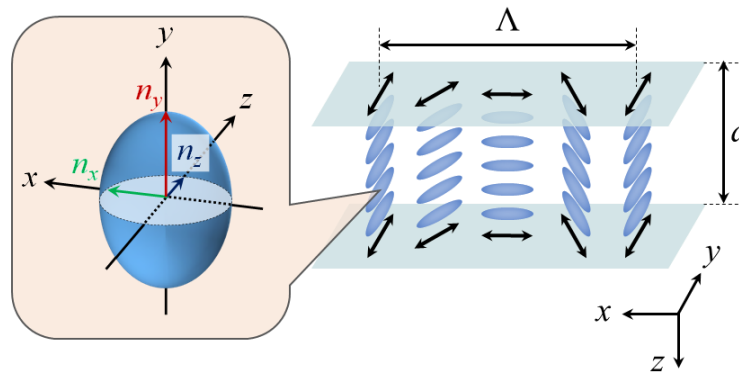


Fig. 2.5. Schematic illustration of a polarization grating.

生じる。ここでは、偏光回折格子の偏光回折特性を理解する上で重要な位相分布について記述する。

光学実験などで使用するレンズは、同じ屈折率 n を有する等方性媒体の厚さ d の分布によって集光などの働きを達成する。これは、光路長 nd の分布によって光波の位相速度が薄いところに比べて厚いところで遅くなることに基づいている。そして、結果的に球面状の等位相面（波面）が生じることで光波が集光される。等方性媒体を用いた回折格子も同様に、屈折率 n 、もしくは厚さ d を分布させて周期的な光路長分布による位相分布によって光波が回折される。

一方で、偏光回折格子は異なる原理に基づく。Fig. 2.5 に示す OC 格子では、厚さ d の分布はなく、無偏光の入射光に対しては屈折率 n も一定である。ただし、 xy 平面を逸脱してチルトさせる（ z 軸方向に光学異方性媒体の遅軸を立ち上げる）必要はないが、一軸異方性媒体で構成されるものとした場合には個々の光学異方性媒体の光学軸を xy 平面内で周期的に分布させる必要がある。この光学異方性分布と入射偏光の関係によって回折格子として機能するのである。Eq. (2-5) ~ Eq. (2-8) の Stokes パラメータを用いることで、偏光を理解する際に有用な Poincaré 球を得ることができる。Figure 2.6 はリタデーション $\Delta nd = \lambda/2$ の OC 格子を構成する異なる光学軸方位を有する異方性媒体の働きを Poincaré 球上にプロットしたものと、光学異方性媒体によって生じる等位相面について図示したものである。入射光を右円偏光とした場合、半波長のリタデーションを持つ複数の光学異方性媒体によって左円偏光に変換される。これはそれぞれの光学異方性媒体が $1/2$ 波長板の働きをしていることと等価である。一方で、それぞれ異なる経路を通っているがわかる。これは同光学軸方位の $1/4$

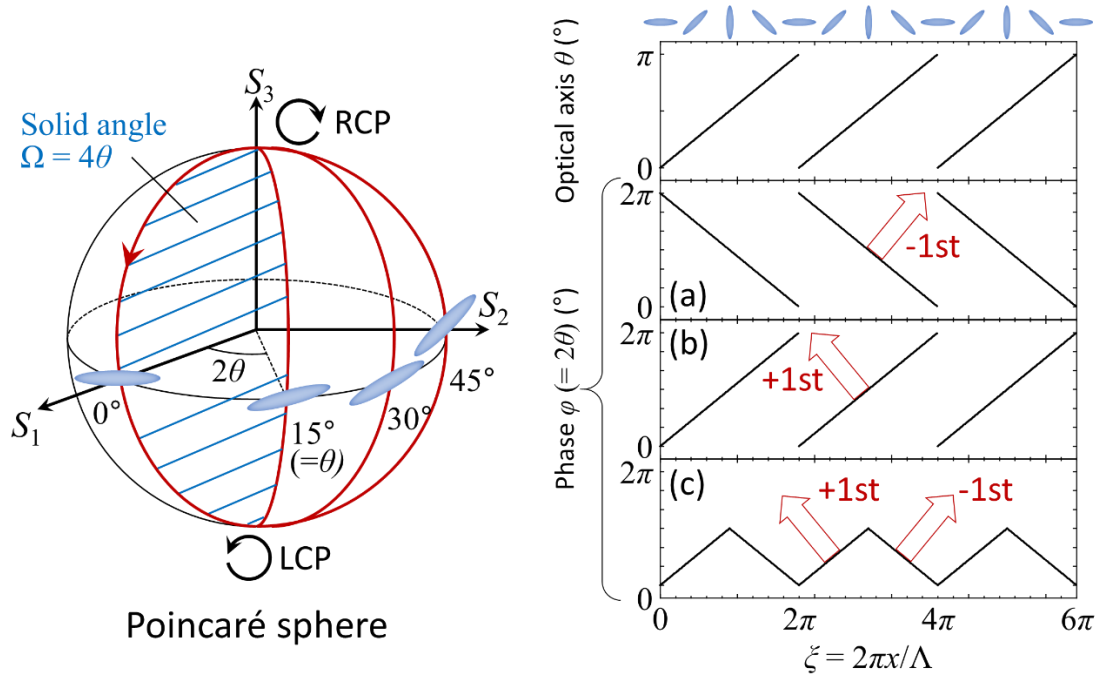


Fig. 2.6. Principle of polarization-diffraction in an orthogonal-circular polarization grating with $\Delta nd = \lambda/2$, where Δn , d , and λ are the amplitude of optical anisotropy, the propagation distance in anisotropic medium layer, and the wavelength of a probe beam, respectively. RCP and LCP represent right- and left-handed circularly polarized light, respectively. (a) RCP, (b) LCP, and (c) 0° linearly polarized light as an incident beam.

波長板での偏光変化からもわかるように、光学異方性媒体の光学軸方位 θ に対して 2θ の角度で Poincaré 球上に方位角を持つ。 45° の光学軸方位で Poincaré 球上の方位角が 90° となる。ここで、 0° と θ [°] の光学軸方位を有する異方性媒体について考える。これらは Poincaré 球上の方位角 2θ で異なる経路を通る、すなわち異なる偏光変換過程を経て北極の右円偏光から南極の左円偏光へ行く。この経路によって形成される閉曲面の立体角 Ω を求めると 4θ となる。この立体角の $1/2$ が光波に付与される位相となる。これは屈折率によって遅れるような位相ではなく、幾何学的な関係によって結果的に生じる位相差である。この位相は幾何学的位相（Pancharatnam-Berry 位相）と呼ばれる[73-76]。よって、 $\Delta nd = \lambda/2$ の条件では、幾何学的位相 φ は $\varphi = \Omega/2 = 2\theta$ であり、OC 格子のように光学軸が 1 周期で $0 \sim \pi$ の範囲で鋸歯状に分布すると、位相分布もまた $0 \sim 2\pi$ の範囲で鋸歯状になる。これによって、円偏光入射では等位相面が Fig. 2.6(a)や Fig. 2.6(b)のようになり、波数ベクトルの方向に平面波が伝搬す

る。よって、これらの位相分布を持った光波が伝搬して回折すると、+1 次または-1 次に理論上 100%の回折効率が得られる。また、直線偏光は右円偏光と左円偏光の足し合わせと考えられるから、0°直線偏光入射時には Fig. 2.6(c)のように±1 次に 50%ずつ回折される。

2.2.2 偏光ホログラフィによる周期的偏光変調と偏光回折格子の偏光回折特性

本研究では液晶材料を用いて偏光回折格子を作製する。液晶を用いた偏光回折格子の作製手法にはマイクロラビング法[77]やインプリント法[78]などが提案されているが、本研究では偏光感受性高分子液晶を用いた光配向法[8,13,19,25,43,45,79,80]によって作製する。ここでは、光配向法の1つである偏光ホログラムから本研究の主題である OC 格子の基礎的な偏光回折特性を説明する。

Figure 2.7(a)に示すように、コヒーレントな2つの偏光の交叉干渉を考える。ただし、2光波はそれぞれ右回り円偏光と左回り円偏光で、その交叉角を 2Θ とする。斜め入射による電界の z 成分の発生を考慮するために3次元の拡張 Jones ベクトルを用いることにより、Fig. 2.7 の xyz 座標系での2光波 \mathbf{E}_S および \mathbf{E}_R は、

$$\mathbf{E}_S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{bmatrix} \exp[ik(x \sin \Theta + z \cos \Theta)] \quad (2-15)$$

$$\mathbf{E}_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & \sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{bmatrix} \exp[ik(-x \sin \Theta + z \cos \Theta)] \quad (2-16)$$

となる。干渉光はこれらの和であるから、

$$\mathbf{E}_S + \mathbf{E}_R = \frac{2}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \cos \Theta \cos(\xi/2) \\ \sin(\xi/2) \\ i \sin \Theta \sin(\xi/2) \end{bmatrix} \exp(ikz \cos \Theta) \quad (2-17)$$

と表せる。ただし、 $kx \sin \Theta = \pi x / \Lambda \equiv \xi/2$ である。干渉光の電界ベクトル Eq. (2-17)より、偏光方位角が x 軸に沿って線形的に分布する直線偏光が得られることがわかる。交叉干渉させることによって光強度の変調がわずかに生じるものの、Fig. 2.7 の xy 平面においても \mathbf{E}_S および \mathbf{E}_R は直交関係に近いことから偏光変調が支配的となる。実用的には、交叉角 2Θ が小

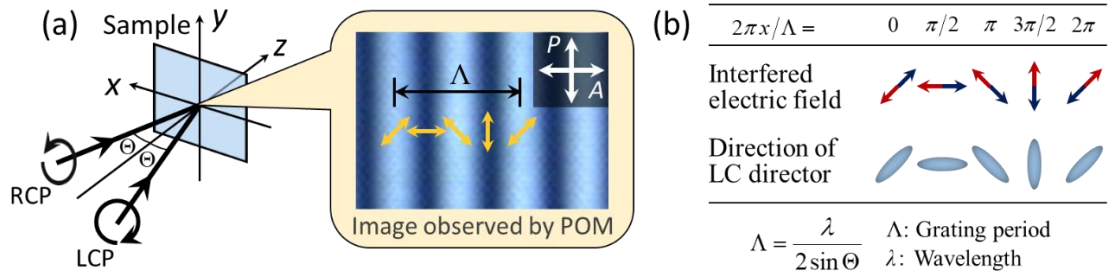


Fig. 2.7. Fabrication of an OC polarization grating by two-beam polarization interference.

さくなる、長格子周期の偏光回折格子を作製する場合には光強度の変調は無視される。このように、偏光の干渉によって光記録する手法を偏光ホログラフィやベクトルホログラフィという。本研究では、Fig. 2.7(b)のように、照射偏光の偏光方位角に偏光感受性高分子液晶[80]の側鎖が平行、または垂直に配向することを利用して OC 格子を形成する。ただし、 $\Lambda = \lambda/(2\sin\Theta)$ からもわかるように、OC 格子の格子周期 Λ は電界ベクトルの周期の 1/2 となる。

本研究では、光配向によって形成した OC 格子を単体で回折格子として利用したり、配向基板として低分子液晶を配向させるために利用したりしている。ここでは、OC 格子の基礎的な偏光回折特性について定量的に議論する。基本的には、作製方法の偏光ホログラフィによる「記録」と対比して、その回折特性は「再生」として捉えることができる。波長に対して光学的に薄い OC 格子（光学的厚さについては 4.5.1 項を参照されたい）によって得られる回折光の回折効率、Jones 計算法から求めることで以下のように表される。

$$\eta_{\pm 1st} = \frac{1 \mp S_3}{2} \sin^2 \left(\frac{\pi \Delta n d}{\lambda} \right) \quad (2-18)$$

$$\eta_{0th} = \cos^2 \left(\frac{\pi \Delta n d}{\lambda} \right) \quad (2-19)$$

ただし、 S_3 は規格化 Stokes パラメータの円偏光成分を表す。よって、 $\Delta n d = \lambda/2$ を満たす、すなわち半波長板のリタデーションを有する OC 格子に円偏光を入射した場合には、100% の回折効率が +1 次または -1 次を得られる (Fig. 2.8 参照)。一方で、 ± 1 次回折光の偏光状態は、リタデーションや入射光の偏光状態によらず、常に円偏光で回折される。これは、2.2.1 項で記述のように、偏光回折が OC 格子の幾何学的位相に由来するためであり、 ± 1 次光は常に円偏光を基底として表すことができる。

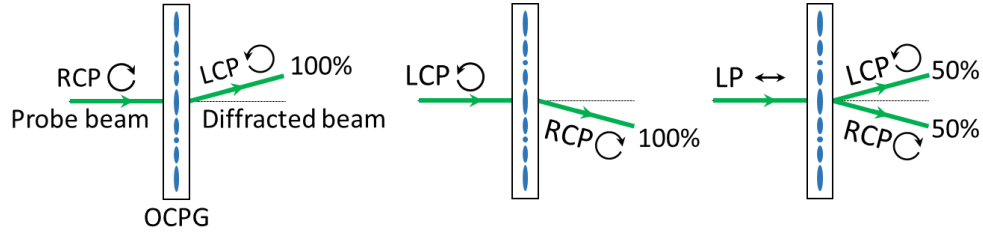


Fig. 2.8. Polarization-diffractions by an orthogonal-circular (OC) polarization grating that satisfies $\Delta nd = \lambda/2$.

2.3 Jones 計算法が適用できない場合の複素振幅の取得

偏光回折格子の偏光回折特性を考える場合、容易に複素振幅を取得できる Jones 計算法が有用である。一方で、2.1.4 項末に記述のように、斜め入射の場合などでは Jones 計算法を適用することができない。本研究においても、斜め入射問題を取り扱っており、その場合には以降に記す解析手法を採って光波電界の複素振幅を得ている。

2.3.1 Berreman の 4×4 行列法

Berreman の 4×4 行列法[81,82]は Maxwell 方程式から導出される解析手法である。異方性媒体が非磁性体で、その内部に電荷および電流がないものとする、Maxwell 方程式は、

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2-20)$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon_0 [\varepsilon_r] \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2-21)$$

と書ける。ただし、 $[\varepsilon_r]$ は異方性媒体の比誘電率テンソルを表す。ここで、OC 格子の格子ベクトル方向を x 軸とし、垂直入射時の光波の伝搬方向を $+z$ 軸とする。よって、 yz 平面を伝搬する光波の電界および磁界を以下の様に定義する。

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(z) \exp[i(k_y y - \omega t)] \quad (2-22)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0(z) \exp[i(k_y y - \omega t)] \quad (2-23)$$

ただし、 $\mathbf{E}_0 \equiv (E_{0x}, E_{0y}, E_{0z})$ 、 $\mathbf{H}_0 \equiv (H_{0x}, H_{0y}, H_{0z})$ である。光波が屈折率 n_1 の等方性媒体から異方性媒体へ入射角 θ_i で入射する場合、入射界面 ($z=0$) における位相の y 軸方向への連続性から、光波の波数ベクトル \mathbf{k} は、

$$\mathbf{k} = [k_x, k_y, k_z] = \frac{\omega}{c} n_1 [0, \sin \theta_i, \cos \theta_i] \quad (2-24)$$

となる。ここに、 c は真空中での光速、 ω は角周波数である。Eqs. (2-22)および(2-23)を Eqs. (2-20)および(2-21)にそれぞれ代入して、 E_{0z} および H_{0z} を消去すると、

$$\frac{\partial E_{0x}}{\partial z} = i\omega\mu_0 H_{0y} \quad (2-25)$$

$$\frac{\partial H_{0y}}{\partial z} = i\omega\epsilon_0 \left[\left(\epsilon_{xx} - \frac{\epsilon_{xz}\epsilon_{zx}}{\epsilon_{zz}} - \frac{k_y^2}{\omega^2\epsilon_0\mu_0} \right) E_{0x} + \left(\epsilon_{xy} - \frac{\epsilon_{xz}\epsilon_{zy}}{\epsilon_{zz}} \right) E_{0y} \right] + \frac{i\epsilon_{xz}k_y}{\epsilon_{zz}} H_{0x} \quad (2-26)$$

$$\frac{\partial E_{0y}}{\partial z} = -\frac{ik_y\epsilon_{zx}}{\epsilon_{zz}} E_{0x} - \left(i\omega\mu_0 - \frac{ik_y^2}{\epsilon_{zz}\omega\epsilon_0} \right) H_{0x} - \frac{ik_y\epsilon_{zy}}{\epsilon_{zz}} E_{0y} \quad (2-27)$$

$$-\frac{\partial H_{0x}}{\partial z} = i\omega\epsilon_0 \left[\left(\epsilon_{yx} - \frac{\epsilon_{yz}\epsilon_{zx}}{\epsilon_{zz}} \right) E_{0x} + \left(\epsilon_{yy} - \frac{\epsilon_{yz}\epsilon_{zy}}{\epsilon_{zz}} \right) E_{0y} \right] + \frac{ik_y\epsilon_{yz}}{\epsilon_{zz}} H_{0x} \quad (2-28)$$

と整理できる。電界と磁界の次元をそろえるために、 $\sqrt{\epsilon_0}E_{0x}$ 、 $\sqrt{\mu_0}H_{0y}$ 、 $\sqrt{\epsilon_0}E_{0y}$ 、 $\sqrt{\mu_0}H_{0x}$

をそれぞれ \tilde{E}_{0x} 、 \tilde{H}_{0y} 、 \tilde{E}_{0y} 、 \tilde{H}_{0x} とおくと、Eqs. (2-25) ~ (2-28) を行列形式で表現して、

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{0x} \\ \tilde{H}_{0y} \\ \tilde{E}_{0y} \\ -\tilde{H}_{0x} \end{bmatrix} = \frac{i\omega}{c} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \epsilon_{xx} - \frac{\epsilon_{xz}\epsilon_{zx}}{\epsilon_{zz}} - \left(\frac{k_y c}{\omega}\right)^2 & 0 & \epsilon_{xy} - \frac{\epsilon_{xz}\epsilon_{zy}}{\epsilon_{zz}} & \frac{\epsilon_{xz}ck_y}{\epsilon_{zz}\omega} \\ -\frac{\epsilon_{zx}ck_y}{\epsilon_{zz}\omega} & 0 & -\frac{\epsilon_{zy}ck_y}{\epsilon_{zz}\omega} & 1 - \frac{1}{\epsilon_{zz}}\left(\frac{ck_y}{\omega}\right)^2 \\ \epsilon_{yx} - \frac{\epsilon_{yz}\epsilon_{zx}}{\epsilon_{zz}} & 0 & \epsilon_{yy} - \frac{\epsilon_{yz}\epsilon_{zy}}{\epsilon_{zz}} & -\frac{\epsilon_{yz}ck_y}{\epsilon_{zz}\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{0x} \\ \tilde{H}_{0y} \\ \tilde{E}_{0y} \\ -\tilde{H}_{0x} \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

と書き改められる。電磁界成分からなる列ベクトルを Ψ 、4行4列の行列を \mathbf{D} とおくと、

$$\frac{\partial \Psi(z)}{\partial z} = \frac{i\omega}{c} \mathbf{D}(z) \Psi(z) \quad (2-30)$$

となる。 \mathbf{D} を微分伝搬行列という。 \mathbf{D} が z に依存しない場合、異方性媒体層の厚さを d とすると、 $\Psi(d)$ は、

$$\Psi(d) = \Psi(0) \exp\left(i \frac{\omega d}{c} \mathbf{D}\right) = \mathbf{P} \Psi(0) \quad (2-31)$$

と求められ、 \mathbf{P} を伝搬行列という。 \mathbf{P} は正方行列であるから Maclaurin 展開して、

$$\mathbf{P} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{n!} \left(i \frac{\omega d}{c} \right)^n \mathbf{D}^n \right] \quad (2-32)$$

と書ける。しかしながら、上式の収束性に留意して計算する必要がある。 \mathbf{D} の各要素は 1 程度の大きさであるため、 $\omega d/c$ の大きさが肝心である。ここで、 $\omega/c = 2\pi/\lambda$ であるから、 $d \ll \lambda$ を満たす場合に収束する。 \mathbf{D} が z に依存しない場合には、Cayley-Hamilton の定理により、

$$\mathbf{P} = \exp\left(i \frac{\omega d}{c} \mathbf{D}\right) = \beta_0 \mathbf{I} + \beta_1 \mathbf{D} + \beta_2 \mathbf{D}^2 + \beta_3 \mathbf{D}^3 \quad (2-33)$$

として、定数 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ を決定することで Eq. (2-32) の収束性にとらわれずに計算することができる。定数 $\beta_i (i = 1, 2, 3, 4)$ は、 \mathbf{D} の固有値を $\lambda_i (i = 1, 2, 3, 4)$ として、

$$\exp\left(i \frac{\omega d}{c} \lambda_i\right) = \beta_0 + \beta_1 \lambda_i + \beta_2 \lambda_i^2 + \beta_3 \lambda_i^3 \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (2-34)$$

の四元連立方程式を解くことによって決定できる。上式が重解を有する場合、例えば $\lambda_1 = \lambda_2$ となる場合には、 λ_1 に関する上式を微分した式を λ_2 の式の代わりに用いるとよい。

一方、 \mathbf{D} が z に依存する解析対象を扱う場合や z に依存しない構造においても Eqs. (2-33) および (2-34) によらずに扱う場合には、媒体中での伝搬長 d を分割して計算しなければならない。 \mathbf{D} が一定である微小区間 $(z, z+\Delta z)$ において、微小区間ごとに $\mathbf{P}(z, \Delta z)$ を求めることによって全体の伝搬行列 \mathbf{F} を求める。ここで $\mathbf{P}(z, \Delta z)$ を局所伝搬行列という。全体の伝搬行列 \mathbf{F} は、 $\mathbf{P}(z, \Delta z)$ を用いることによって、

$$\Psi(d) = \mathbf{P}(d - \Delta z, \Delta z) \mathbf{P}(d - 2\Delta z, \Delta z) \cdots \mathbf{P}(0, \Delta z) \Psi(0) \equiv \mathbf{F}(0, d) \Psi(0) \quad (2-35)$$

と表すことができる。ただし、OC 格子の解析については、格子ベクトルが x 軸方向を向いているとすると、以上の一連の式を x 軸の関数として扱うことで実現する。

次に、Fig. 2.9 に示すように、入射光が屈折率 n_1 の等方性媒質から厚さ d の異方性媒体層へ入射し、屈折率 n_2 の等方性媒体へ透過する場合において、伝搬行列を用いた透過光の電界ベクトルの計算法を考える。入射光、反射光、透過光の電磁界ベクトルをそれぞれ Ψ_i 、 Ψ_r 、 Ψ_t とおくと、異方性媒体層の入射側界面および透過側界面での電磁界ベクトル $\Psi(0)$ および $\Psi(d)$ は、界面における電磁界の連続性から、

$$\Psi(0) = \Psi_i + \Psi_r \quad (2-36)$$

$$\Psi(d) = \Psi_t \quad (2-37)$$

と記述できる。ここで、等方性媒質中では、

$$\tilde{\mathbf{H}} = \frac{c}{\omega} (\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{E}}) \quad (2-38)$$

と書ける。ただし、入射側および透過側の等方性媒質について、それぞれ $|\mathbf{k}| = (\omega/c)n_1$ 、 $|\mathbf{k}| = (\omega/c)n_2$ である。入射光、反射光、透過光の電界ベクトルをそれぞれ p 偏光成分、 s 偏光成分で分けて表記して E_{ip} 、 E_{is} とすると、入射光の電磁界ベクトルは次式となる。

$$\Psi_i = \begin{bmatrix} \tilde{E}_{ip} \\ \tilde{E}_{ip} n_1 \cos \theta_i \\ \tilde{E}_{is} \cos \theta_i \\ \tilde{E}_{is} n_1 \end{bmatrix} \quad (2-39)$$

同様に、反射光および透過光の電磁界ベクトルは、

$$\Psi_r = \begin{bmatrix} \tilde{E}_{rp} \\ -\tilde{E}_{rp} n_1 \cos \theta_i \\ -\tilde{E}_{rs} \cos \theta_i \\ \tilde{E}_{rs} n_1 \end{bmatrix} \quad (2-40)$$

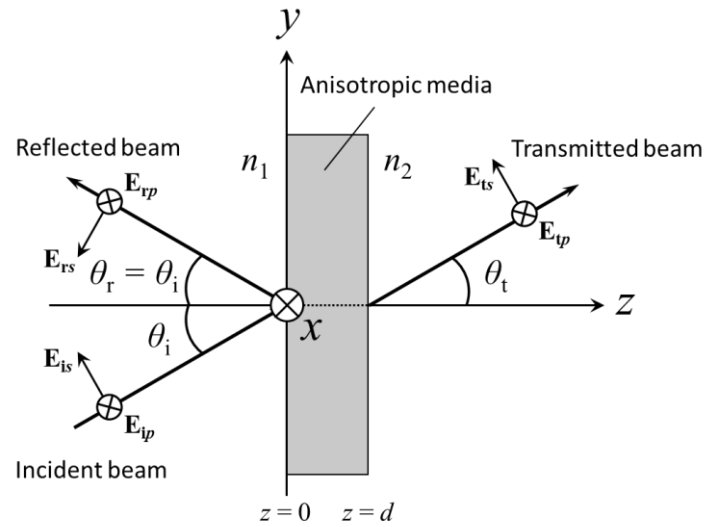


Fig. 2.9. Transmission and reflection in an anisotropic medium.

$$\mathbf{\Psi}_t = \begin{bmatrix} \tilde{E}_{tp} \\ \tilde{E}_{tp} n_2 \cos \theta_t \\ \tilde{E}_{ts} \cos \theta_t \\ \tilde{E}_{ts} n_2 \end{bmatrix} \quad (2-41)$$

となる。ただし、Snell 法則が成立するために $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$ である。Eq. (2-35)に Eq.(2-36)以降の式を代入することによって、

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{tp} \\ \tilde{E}_{tp} n_2 \cos \theta_t \\ \tilde{E}_{ts} \cos \theta_t \\ \tilde{E}_{ts} n_2 \end{bmatrix} + \mathbf{F} \begin{bmatrix} -\tilde{E}_{tp} \\ \tilde{E}_{tp} n_1 \cos \theta_i \\ \tilde{E}_{ts} \cos \theta_i \\ -\tilde{E}_{ts} n_1 \end{bmatrix} = \mathbf{F} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{ip} \\ \tilde{E}_{ip} n_1 \cos \theta_i \\ \tilde{E}_{is} \cos \theta_i \\ \tilde{E}_{is} n_1 \end{bmatrix} \quad (2-42)$$

と書ける。これを変形すると、

$$\mathbf{G} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{tp} \\ \tilde{E}_{ts} \\ \tilde{E}_{tp} \\ \tilde{E}_{ts} \end{bmatrix} = \mathbf{L} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{ip} \\ \tilde{E}_{is} \end{bmatrix} \quad (2-43)$$

が得られる。ただし、

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -F_{11} + F_{12} n_1 \cos \theta_i & F_{13} \cos \theta_i - F_{14} n_1 \\ n_2 \cos \theta_t & 0 & -F_{21} + F_{22} n_1 \cos \theta_i & F_{23} \cos \theta_i - F_{24} n_1 \\ 0 & \cos \theta_t & -F_{31} + F_{32} n_1 \cos \theta_i & F_{33} \cos \theta_i - F_{34} n_1 \\ 0 & n_2 & -F_{41} + F_{42} n_1 \cos \theta_i & F_{43} \cos \theta_i - F_{44} n_1 \end{bmatrix} \quad (2-44)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} F_{11} + F_{12} n_1 \cos \theta_i & F_{13} \cos \theta_i + F_{14} n_1 \\ F_{21} + F_{22} n_1 \cos \theta_i & F_{23} \cos \theta_i + F_{24} n_1 \\ F_{31} + F_{32} n_1 \cos \theta_i & F_{33} \cos \theta_i + F_{34} n_1 \\ F_{41} + F_{42} n_1 \cos \theta_i & F_{43} \cos \theta_i + F_{44} n_1 \end{bmatrix} \quad (2-45)$$

である。ここで、 F_{mn} は伝搬行列 \mathbf{F} の m 行目 n 列目の要素を表す。よって、Eq. (2-43)の四元連立方程式を解くことによって、入射光の電界ベクトルから透過光および反射光の電場ベクトルを求めることができる。

2.3.2 時間領域有限差分法（FDTD 法）

電磁波・光波分野における時間領域有限差分法（Finite-difference time-domain method ; FDTD 法）は、Maxwell の方程式中の時間および空間に関する微分を差分に置換し、電磁波の伝搬を時間領域で計算する手法である。FDTD 法では、電磁波の伝搬が進んでいく様子を時間経過にしたがって計算できるため伝搬過程を理解しやすい反面、計算量が膨大であるために多くの計算機資源や計算時間を要する。従来は電波のアンテナ解析等で広く利用されてきた歴史的背景があるが、取り扱うことができる光学問題は多岐にわたることから、光波分野においても主要な解析手法の 1 つに数えられるようになった。本研究においても、Jones 計算法、Berreman の 4×4 行列法が適用できない場面で用いている。

ここで、各計算手法の得失について Table 2.2 に示す。FDTD 法は多くの光学計算に用いることができるが、先述のように計算機資源や計算時間といったコストがかかる。そのため、光学計算ごとに適切な計算手法を選択することで効率的に解析することができる。

Table 2.2. Advantages and disadvantages of each polarized light propagation calculation method.

	Jones計算法	拡張Jones計算法	4×4行列法	FDTD法
位相情報	○	○	○	○
斜め入射問題	-	○(※1)	○	○
反射光の考慮	-	-	○	○
散乱計算	-	-	-	○
境界条件の考慮(※2)	-	-	-	○

※1 反射光を考慮しなければならないほどの斜め入射や光波の進行方向に急激な光学異方性の変化がある場合には不可。

※2 異方性媒体などの構造の境界条件。FDTD法以外のここで示した手法では光波の進行方向での 1 次元的な計算となる。

・Maxwell の方程式

FDTD 法の始点も Maxwell の方程式であり、Berreman の 4×4 行列法の場合と同様に光波領域で誘電体中と考える。比誘電率テンソル $[\epsilon_r]$ と電束密度 \mathbf{D} の関係

$$\mathbf{D} = [\epsilon_r] \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (2-46)$$

より、Eq. (2-20)および Eq. (2-21)に加えて、

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2-47)$$

を得る。上式は Eq. (2-21) に Eq. (2-46) を代入することで導出された式であり、単に電界で記述したか、電束密度で記述したかが異なる。

・有限差分

微分は差分を極限まで 0 に近づけたものであり、数学的に次式のように表現される。

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (2-48)$$

したがって、十分に小さな有限差分を設定すれば、微分を数値的に計算することができる。これが有限差分法、あるいは単に差分法と呼ばれる数値計算手法である。Figure 2.10 のように、 Δx だけ変化したときの差分 Δy を関数 y の値で書き直すと、

$$\left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta x} \quad (2-49)$$

$$\left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta x} \quad (2-50)$$

$$\left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_i = \frac{y_{i+\frac{1}{2}} - y_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \quad (2-51)$$

のように 3 通りの差分化法が考えられる。Eq. (2-49) から順に、一次の前進差分、後退差分、中心差分と呼ばれ、本研究ではこの中で最も精度の良い一次の中心差分を用いた FDTD 法を採用している。

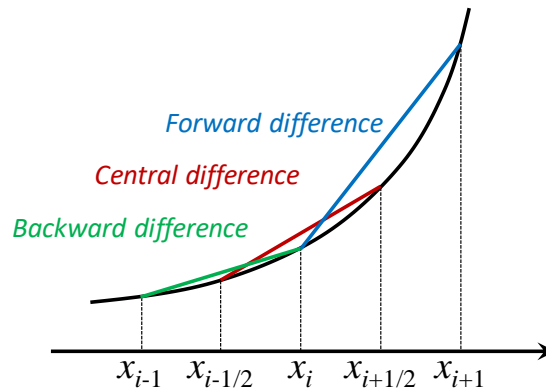


Fig. 2.10. First-order finite-difference method.

・時間微分の差分化

電磁界の時間的配置は Fig. 2.11 に示すように、電界を $t = (n-1)\Delta t$ 、 $n\Delta t$ 、 $(n+1)\Delta t$...の整数次の時刻に、磁界を $t = (n-1/2)\Delta t$ 、 $(n+1/2)\Delta t$...半整数次の時刻に割り当てることとする。ここで、 Δt は時間ステップであり、 n は分割数（整数値）である。これに基づくと、電界と磁界の時間微分は次のように書ける。

$$\left. \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right|_{t=(n-\frac{1}{2})\Delta t} = \frac{\mathbf{E}^n - \mathbf{E}^{n-1}}{\Delta t} \quad (2-52)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right|_{t=(n-\frac{1}{2})\Delta t} = \frac{\mathbf{D}^n - \mathbf{D}^{n-1}}{\Delta t} \quad (2-53)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right|_{t=n\Delta t} = \frac{\mathbf{H}^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{H}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \quad (2-54)$$

これらを Eq. (2-20)、Eq. (2-21)および Eq. (2-47)に代入して、時間微分を差分に置換すると、電界、電束密度および磁界は、

$$\mathbf{E}^n = \mathbf{E}^{n-1} + \frac{\Delta t}{[\epsilon_r] \epsilon_0} \text{rot } \mathbf{H}^{n-\frac{1}{2}} \quad (2-55)$$

$$\mathbf{D}^n = \mathbf{D}^{n-1} + \Delta t \text{rot } \mathbf{H}^{n-\frac{1}{2}} \quad (2-56)$$

$$\mathbf{H}^{n+\frac{1}{2}} = \mathbf{H}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\mu_0} \text{rot } \mathbf{E}^n \quad (2-57)$$

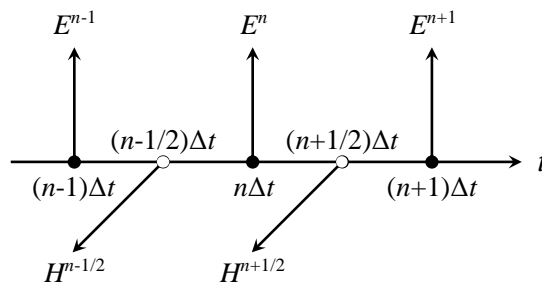


Fig. 2.11. Temporal arrangement of electromagnetic fields on time axis.

となる。この導出結果から、 \mathbf{E}^{n-1} (または \mathbf{D}^{n-1}) と $\mathbf{H}^{n-1/2}$ から \mathbf{E}^n (または \mathbf{D}^n) が得られ、 $\mathbf{H}^{n-1/2}$ と \mathbf{E}^n から $\mathbf{H}^{n+1/2}$ が得られることがわかる。このように FDTD 法では、前の時刻の電界、磁界を用いて次の時刻の電界、磁界を順次求めるようなアルゴリズムとなっており、計算が時間軸上で進む。そのため、周波数領域の解析では対応できない、過渡的な問題についても解析を行うことができる。

・空間微分の差分化（3次元 FDTD 法）

空間微分についても時間微分と同様に差分式に置き換える。空間的な電磁界配置は Fig. 2.12 に示す Yee 格子のように、やはり電界と磁界を交互に配置する[83]。直交座標系における単位ベクトルを \mathbf{l} 、 \mathbf{m} 、 \mathbf{n} とすると、電界ベクトルの回転は、

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{E} &= \begin{vmatrix} \mathbf{l} & \mathbf{m} & \mathbf{n} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} \\ &= \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \mathbf{l} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \mathbf{m} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \mathbf{n} \end{aligned} \quad (2-58)$$

のように展開できる。上式の展開結果を用いることで、Eq. (2-55) の x 軸方向の成分 E_x は、

$$E_x^n = E_x^{n-1} + \frac{\Delta t}{\epsilon_{\text{rx}} \epsilon_0} \left(\frac{\partial H_z^{n-\frac{1}{2}}}{\partial y} - \frac{\partial H_y^{n-\frac{1}{2}}}{\partial z} \right) \quad (2-59)$$

となる。空間微分の差分化は、Yee 格子中の座標 (i, j, k) に最も近い $E_x(i+1/2, j, k)$ を用いて行う。そのため、Eq. (2-59) 中の磁界の空間微分は、

$$\left. \frac{\partial H_z^{n-\frac{1}{2}}}{\partial y} \right|_{\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right)} = \frac{H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) - H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta y} \quad (2-60)$$

$$\left. \frac{\partial H_y^{n-\frac{1}{2}}}{\partial z} \right|_{\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right)} = \frac{H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) - H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k-\frac{1}{2}\right)}{\Delta z} \quad (2-61)$$

と差分式で表現できる。よって、Eqs. (2-60) および (2-61) を Eq. (2-59) に代入することで、

$$\begin{aligned}
E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right) &= E_x^{n-1}\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right) \\
&+ \frac{\Delta t}{\varepsilon_{rx}(i+1/2, j, k)\varepsilon_0} \left[\frac{H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) - H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta y} \right. \\
&\quad \left. - \frac{H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) - H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k-\frac{1}{2}\right)}{\Delta z} \right]
\end{aligned} \tag{2-62}$$

のように、すべて差分式で定式化できる。 y 、 z 軸方向成分も同様にして導出すると、

$$\begin{aligned}
E_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right) &= E_y^{n-1}\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right) \\
&+ \frac{\Delta t}{\varepsilon_{ry}(i, j+1/2, k)\varepsilon_0} \left[\frac{H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) - H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k-\frac{1}{2}\right)}{\Delta z} \right. \\
&\quad \left. - \frac{H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) - H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta x} \right]
\end{aligned} \tag{2-63}$$

$$\begin{aligned}
E_z^n\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right) &= E_z^{n-1}\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right) \\
&+ \frac{\Delta t}{\varepsilon_{rz}(i, j, k+1/2)\varepsilon_0} \left[\frac{H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) - H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta x} \right. \\
&\quad \left. - \frac{H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) - H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta z} \right]
\end{aligned} \tag{2-64}$$

となる。電束密度では Eq. (2-46) の関係から、電界の式 Eqs. (2-62) ~ (2-64) に誘電率を乗じる

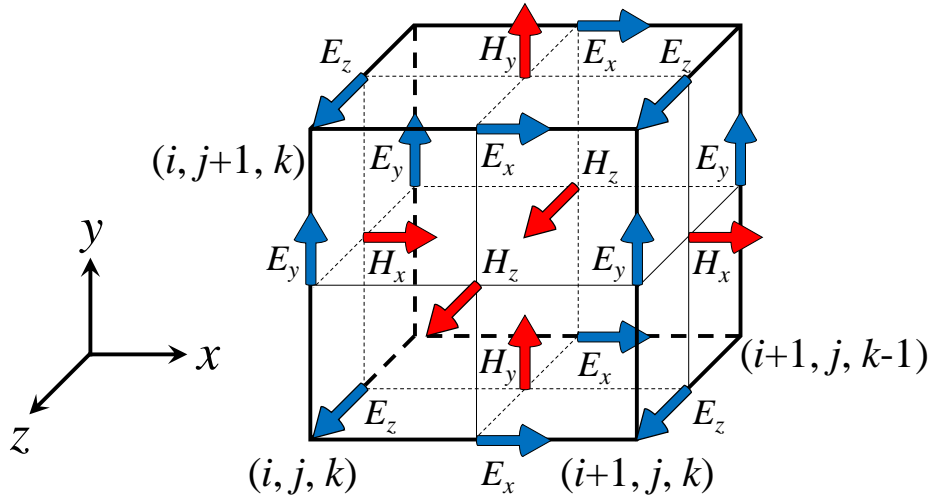


Fig. 2.12. Yee's lattice (Electromagnetic fields in a three-dimensional space).

ことで得られる。実際の計算においては、電束密度か電界のどちらかを用いる。磁界も、

$$\begin{aligned}
 H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) &= H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) \\
 &+ \frac{\Delta t}{\mu_0} \left[\frac{E_z^n\left(i, j+1, k+\frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta y} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{E_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k+1\right) - E_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta z} \right]
 \end{aligned} \tag{2-65}$$

$$\begin{aligned}
 H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) &= H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) \\
 &+ \frac{\Delta t}{\mu_0} \left[\frac{E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k+1\right) - E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right)}{\Delta z} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{E_z^n\left(i+1, j, k+\frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta x} \right]
 \end{aligned} \tag{2-66}$$

$$\begin{aligned}
H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) &= H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) \\
&+ \frac{\Delta t}{\mu_0} \left[\frac{E_y^n\left(i+1, j+\frac{1}{2}, k\right) - E_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta x} \right. \\
&\quad \left. - \frac{E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j+1, k\right) - E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right)}{\Delta y} \right]
\end{aligned} \tag{2-67}$$

と電界と同様に差分式に書き直すことができる。以上によって、等方性媒体や異方性媒体中の電磁界計算を行うことができる。

・セルサイズと時間ステップ

上記では、微分式を差分式に置換していく際に時間差分 Δt や空間差分 Δx 、 Δy 、 Δz を用いた。通常、前者はセルサイズ（または、メッシュサイズ）と呼ばれ、後者は時間ステップと呼ばれる。これらの実際の設定値には注意しなければならない。FDTD 法によって正常に計算するためには、Courant の安定化条件、

$$\Delta t \leq \frac{1}{v \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta y}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}} \tag{2-68}$$

を満たす必要がある。 v は光波の位相速度である。ただし、セルサイズ Δx 、 Δy 、 Δz は余裕を持たせて小さく設定する必要がある。FDTD 法の性質上セルサイズが小さければ小さいほど精度が向上するが、計算機資源や計算時間が犠牲になってしまう。そのため、一般的には、使用波長帯や構造に合わせて $\lambda/10 \sim \lambda/25$ 程度にする必要がある。上限値は個々のケースによって条件が変わるため何度か計算して経験的に得られる。本研究では $\lambda/20$ 程度のセルサイズとしている。

・Berenger の PML 吸収境界条件

FDTD 法において、解析領域の端部は通常完全導体として機能し、光波を反射してしまう。解析領域を大きくし、光波が反射する前だけを考えられるように解析領域自体を広くする

ことで対応することもできる。しかしながら、少なくとも光波領域では周波数が高く、セルサイズや時間ステップも小さいため、計算機資源や計算時間の観点から現実的とは言えない。そこで、本研究では、Berenger が提案した PML(Perfectly matched layer)吸収境界[84,85]を用いている。

Figure 2.13(a)の示すように、平面波が空気中から PML に垂直に入射する場合を考える。光波の角周波数を ω 、空気中の誘電率を ϵ_0 、透磁率を μ_0 、導電率を σ 、導磁率を σ^* とする。空気中の波動インピーダンス Z_0 および PML 中の波動インピーダンス Z は、

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (2-69)$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0 + \frac{\sigma^*}{i\omega}}{\epsilon_0 + \frac{\sigma}{i\omega}}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \left(1 + \frac{\sigma^*}{i\omega\mu_0}\right)}{\epsilon_0 \left(1 + \frac{\sigma}{i\omega\epsilon_0}\right)}} \quad (2-70)$$

で求められる。通常、屈折率が異なる媒体間の界面では Fresnel 反射が生じる。逆説的に、屈折率と同じ、すなわち波動インピーダンスの整合がとれていれば Fresnel 反射は生じない。したがって、 $Z_0 = Z$ より、

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma^*}{\mu_0} \quad (2-71)$$

である。式からわかるように、上式を満たすことによって波長に関係なく反射光がゼロになる。

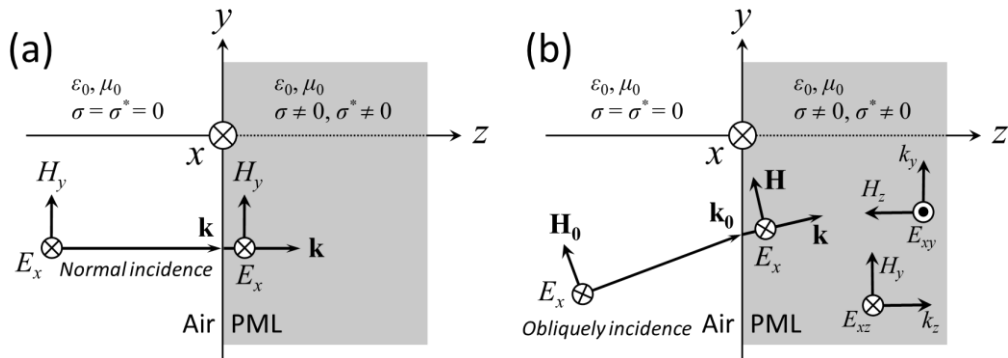


Fig. 2.13. (a) Normal incidence and (b) oblique incidence of a plane light wave on PML.

一方で、解析領域端部に到達する光波が平面波であることは稀で、多くは斜め入射となったり、球面上に広がる等位相面を有した光波が入射されたりする。この場合、垂直入射を仮定した上述の原理では反射光を抑制することができない。そのため、今度は Fig. 2.13(b)のように、平面波が PML に斜めに入射される場合について考える。Fig. 2.13(b)に示すように、 x 軸方向に振動する電界成分 E_x を y 軸方向に進行する電界 E_{xy} と z 軸方向に進行する電界 E_{xz} に分解すると、

$$\begin{cases} \epsilon_0 \frac{\partial E_{xy}}{\partial t} + \sigma_y E_{xy} = \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ \epsilon_0 \frac{\partial E_{xz}}{\partial t} + \sigma_z E_{xz} = -\frac{\partial H_y}{\partial z} \end{cases} \quad (2-72)$$

なる関係式が得られる。上式は Maxwell の方程式の 1 つである「電流の時間変化によって周囲に渦状の磁界が生じる」と説く Ampère の式に各パラメータを代入したものである。他の電磁界成分も同様に考えることができ、以下のように書ける。

$$\begin{cases} \epsilon_0 \frac{\partial E_{yz}}{\partial t} + \sigma_z E_{yz} = \frac{\partial H_x}{\partial z} \\ \epsilon_0 \frac{\partial E_{yx}}{\partial t} + \sigma_x E_{yz} = -\frac{\partial H_z}{\partial x} \end{cases} \quad (2-73)$$

$$\begin{cases} \epsilon_0 \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} + \sigma_x E_{zx} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \\ \epsilon_0 \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} + \sigma_y E_{zy} = -\frac{\partial H_x}{\partial y} \end{cases} \quad (2-74)$$

$$\begin{cases} \mu_0 \frac{\partial H_{xy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{xy} = \frac{\partial E_z}{\partial y} \\ \mu_0 \frac{\partial H_{xz}}{\partial t} + \sigma_z^* H_{xz} = -\frac{\partial E_y}{\partial z} \end{cases} \quad (2-75)$$

$$\begin{cases} \mu_0 \frac{\partial H_{yz}}{\partial t} + \sigma_z^* H_{yz} = \frac{\partial E_x}{\partial z} \\ \mu_0 \frac{\partial H_{yx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{yz} = -\frac{\partial E_z}{\partial x} \end{cases} \quad (2-76)$$

$$\begin{cases} \mu_0 \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{zx} = \frac{\partial E_y}{\partial x} \\ \mu_0 \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{zy} = -\frac{\partial E_x}{\partial y} \end{cases} \quad (2-77)$$

ただし、

$$\begin{cases} E_x = E_{xy} + E_{xz} \\ E_y = E_{yx} + E_{yz} \\ E_z = E_{zx} + E_{zy} \end{cases} \quad (2-78)$$

$$\begin{cases} H_x = H_{xy} + H_{xz} \\ H_y = H_{yx} + H_{yz} \\ H_z = H_{zx} + H_{zy} \end{cases} \quad (2-79)$$

である。上記のように、電界や磁界を直交座標系の基底 x 、 y 、 z で表すことで、各成分が垂直に入射する PML を定義できるようになる。 x 軸に直交する PML では、 y 軸方向の波数 k_y および z 軸方向の波数 k_z が空気中の波数と等しいため、波動インピーダンスの整合条件は、

$$\begin{cases} \frac{\sigma_x}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_x^*}{\mu_0} \\ \sigma_y = \sigma_z = \sigma_y^* = \sigma_z^* = 0 \end{cases} \quad (2-80)$$

同様に、 y 軸に直交する PML、 z 軸に直交する PML についても以下のように書ける。

$$\begin{cases} \frac{\sigma_y}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_y^*}{\mu_0} \\ \sigma_x = \sigma_z = \sigma_x^* = \sigma_z^* = 0 \end{cases} \quad (2-81)$$

$$\begin{cases} \frac{\sigma_z}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_z^*}{\mu_0} \\ \sigma_x = \sigma_y = \sigma_x^* = \sigma_y^* = 0 \end{cases} \quad (2-82)$$

ここからは PML の実際の配置方法について説明する。上述の整合条件が成立すれば、あらゆる入射角においても反射光はゼロとなる。しかしながら、数値計算である以上、無限の厚さを持つ PML は実現できない。そこで、有限の厚さの層を複数枚重ねて配置し、徐々に減衰させるように設定する。実際には、PML 中の導電率 σ 、導磁率 σ^* を Fig. 2.14 の示すように層状に設定していく。解析領域終端の座標（配列番号）を (L_x, L_y) 、 x 軸方向のセルサイズを Δx 、PML の層数を l とすると、PML 内部の導電率 σ 、導磁率 σ^* は次式のように表される。

$$\sigma_x = \begin{cases} \sigma_{\max} \left(\frac{l\Delta x - x}{l\Delta x} \right)^M & (x < l\Delta x) \\ 0 & (l\Delta x < x < (L_x - l - 1)\Delta x) \\ \sigma_{\max} \left(\frac{x - (L_x - l - 1)\Delta x}{l\Delta x} \right)^M & x > (L_x - l - 1)\Delta x \end{cases} \quad (2-83)$$

$$\sigma_x^* = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \sigma_x \quad (2-84)$$

ここで、 σ_{\max} は最下層の PML 終端の導電率で、 M は導電率分布関数の次数である。また、 σ_{\max} は次式で求められる。

$$\sigma_{\max} = -\frac{(M+1)\varepsilon_0 c}{2l\Delta x} \ln|R(0)| \quad (2-85)$$

ただし、 $R(0)$ は最下層の PML 終端での反射係数である。同様に、 y 方向の解析領域終端を N_y 、 z 方向の解析領域終端を N_z とすると、セルサイズ Δy および Δz を用いて、

$$\sigma_y = \begin{cases} \sigma_{\max} \left(\frac{l\Delta y - y}{l\Delta y} \right)^M & (y < l\Delta y) \\ 0 & (l\Delta y < y < (L_y - l - 1)\Delta y) \\ \sigma_{\max} \left(\frac{y - (L_y - l - 1)\Delta y}{l\Delta y} \right)^M & y > (L_y - l - 1)\Delta y \end{cases} \quad (2-86)$$

$$\sigma_y^* = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \sigma_y \quad (2-87)$$

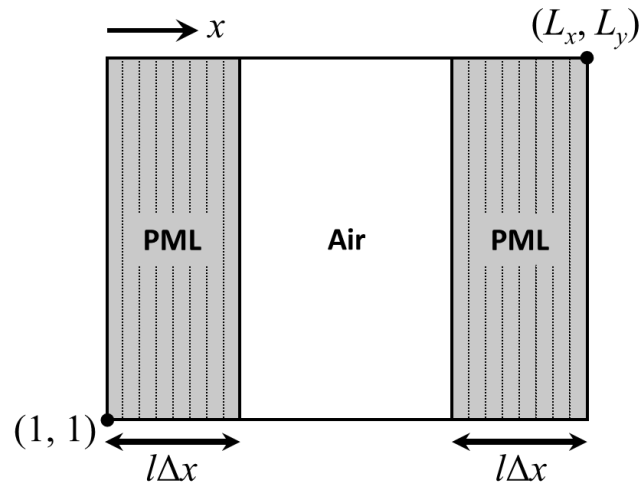


Fig. 2.14. Perfectly matched layer (PML) in x -axis direction.

$$\sigma_z = \begin{cases} \sigma_{\max} \left(\frac{l\Delta z - z}{l\Delta z} \right)^M & (z < l\Delta z) \\ 0 & (l\Delta z < z < (L_z - l - 1)\Delta z) \\ \sigma_{\max} \left(\frac{z - (L_z - l - 1)\Delta z}{l\Delta z} \right)^M & z > (L_z - l - 1)\Delta z \end{cases} \quad (2-88)$$

$$\sigma_z^* = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \sigma_z \quad (2-89)$$

以上より、PML 内部での各電磁界は空間差分式を用いて以降のように導出できる。

$$E_x^n \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right) = E_{xy}^n \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right) + E_{xz}^n \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right) \quad (2-90)$$

$$\begin{aligned} E_{xy}^n \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right) &= a_{ey}(j) E_{xy}^{n-1} \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right) \\ &+ \frac{b_{ey}(j)}{\Delta y} \left[H_z^{n-\frac{1}{2}} \left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right) - H_z^{n-\frac{1}{2}} \left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k \right) \right] \end{aligned} \quad (2-91)$$

$$\begin{aligned} E_{xz}^n \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right) &= a_{ez}(k) E_{xz}^{n-1} \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right) \\ &- \frac{b_{ez}(k)}{\Delta z} \left[H_y^{n-\frac{1}{2}} \left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right) - H_y^{n-\frac{1}{2}} \left(i + \frac{1}{2}, j, k - \frac{1}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2-92)$$

$$E_y^n \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) = E_{yz}^n \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) + E_{yx}^n \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) \quad (2-93)$$

$$\begin{aligned} E_{yz}^n \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) &= a_{ez}(k) E_{yz}^{n-1} \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) \\ &+ \frac{b_{ez}(k)}{\Delta z} \left[H_x^{n-\frac{1}{2}} \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) - H_x^{n-\frac{1}{2}} \left(i, j + \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2-94)$$

$$\begin{aligned} E_{yx}^n \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) &= a_{ex}(i) E_{yx}^{n-1} \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) \\ &- \frac{b_{ex}(i)}{\Delta x} \left[H_z^{n-\frac{1}{2}} \left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right) - H_z^{n-\frac{1}{2}} \left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right) \right] \end{aligned} \quad (2-95)$$

$$E_z^n \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) = E_{zx}^n \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) + E_{zy}^n \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) \quad (2-96)$$

$$E_{zx}^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) = a_{\text{ex}}(i)E_{zx}^{n-1}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) + \frac{b_{\text{ex}}(j)}{\Delta x} \left[H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) - H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) \right] \quad (2-97)$$

$$E_{zy}^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) = a_{\text{ey}}(j)E_{zy}^{n-1}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) - \frac{b_{\text{ey}}(j)}{\Delta y} \left[H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) - H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) \right] \quad (2-98)$$

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) = H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) + H_{xz}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) \quad (2-99)$$

$$H_{xy}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) = a_{\text{my}}\left(j + \frac{1}{2}\right)H_{xy}^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) - \frac{b_{\text{my}}(j+1/2)}{\Delta y} \left[E_z^n\left(i, j + 1, k + \frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) \right] \quad (2-100)$$

$$H_{xz}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) = a_{\text{mz}}\left(k + \frac{1}{2}\right)H_{xz}^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) + \frac{b_{\text{mz}}(k+1/2)}{\Delta z} \left[E_y^n\left(i, j + \frac{1}{2}, k + 1\right) - E_y^n\left(i, j + \frac{1}{2}, k\right) \right] \quad (2-101)$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) = H_{yz}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) + H_{yx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) \quad (2-102)$$

$$H_{yz}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) = a_{\text{mz}}\left(k + \frac{1}{2}\right)H_{yz}^{n-\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) - \frac{b_{\text{mz}}(k+1/2)}{\Delta z} \left[E_x^n\left(i + \frac{1}{2}, j, k + 1\right) - E_x^n\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) \right] \quad (2-103)$$

$$H_{yx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) = a_{\text{mx}}\left(i + \frac{1}{2}\right)H_{yx}^{n-\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) + \frac{b_{\text{mx}}(i+1/2)}{\Delta x} \left[E_z^n\left(i + 1, j, k + \frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) \right] \quad (2-104)$$

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) = H_{zx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) + H_{zy}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) \quad (2-105)$$

$$H_{zx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) = a_{mx}\left(i+\frac{1}{2}\right) H_{zx}^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) - \frac{b_{mx}(i+1/2)}{\Delta x} \left[E_y^n\left(i+1, j+\frac{1}{2}, k\right) - E_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right) \right] \quad (2-106)$$

$$H_{zy}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) = a_{my}\left(j+\frac{1}{2}\right) H_{zy}^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) + \frac{b_{my}(j+1/2)}{\Delta y} \left[E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j+1, k\right) - E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right) \right] \quad (2-107)$$

ただし、係数 $a_{e\zeta}$ 、 $b_{e\zeta}$ 、 $a_{m\zeta}$ 、 $b_{m\zeta}$ ($\zeta = x, y, z$)、 l は、

$$a_{e\zeta} = \frac{1 - \frac{\sigma_\zeta \Delta t}{2\varepsilon_0}}{1 + \frac{\sigma_\zeta \Delta t}{2\varepsilon_0}} \quad (2-108)$$

$$b_{e\zeta} = \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_0}}{1 + \frac{\sigma_\zeta \Delta t}{2\varepsilon_0}} \quad (2-109)$$

$$a_{e\zeta} = \frac{1 - \frac{\sigma_\zeta^* \Delta t}{2\mu_0}}{1 + \frac{\sigma_\zeta^* \Delta t}{2\mu_0}} \quad (2-110)$$

$$b_{m\zeta} = \frac{\frac{\Delta t}{\mu_0}}{1 + \frac{\sigma_\zeta^* \Delta t}{2\varepsilon_0}} \quad (2-111)$$

と定義される。

・ Bloch の周期境界条件[85]

偏光回折格子のような周期的な構造を有する光学素子を FDTD 法によって解析する場合、解析領域の終端部すべてを PML で囲う必要はない。例えば、 x 軸方向に周期的な構造がつづくのであれば、無限に周期的であると仮定し、 x 軸方向の解析領域終端部に周期境界条件

(Periodic boundary condition; PBC)を適用することによって1周期分を計算するだけで十分となる。ここでは、本研究で用いた周期境界条件について説明する。

簡単なモデルとして、Fig. 2.15 のような1次元モデルにおいて周期境界条件を考える。セルサイズ Δx のセルを N_x 個だけ用意する。FDTD 法においては、電界 $\mathbf{E}(i, j, k)$ を計算するために1セル前の磁界 $\mathbf{H}(i-1, j, k)$ が必要になる。また、磁界 $\mathbf{H}(i, j, k)$ を計算するためには、空間的に1セル後の電界 $\mathbf{E}(i+1, j, k)$ が必要となる。そのため、Fig. 2.15 から明らかなように、始端や終端での電磁界を計算するためには存在しないセルの電磁界が必要となる。そこで、次式のように、終端と始端の電磁界をつなぐことで、解析領域端部での反射なく連続的な解析が可能となる。

$$\mathbf{E}(N_x + 1) = \mathbf{E}(1) \quad (2-112)$$

$$\mathbf{H}(0) = \mathbf{H}(N_x) \quad (2-113)$$

周期境界条件は偏光回折格子に平面波を入射するような場合に適用でき、大幅な計算コスト（メモリ容量や計算時間）の削減が可能である。

上記は垂直入射時のみに適用可能である。本研究のように斜め入射を扱う場合には、さらに波数ベクトルも考慮した周期境界条件を用いる必要がある。1つの解析領域を単位胞とし、その格子ベクトルを $\mathbf{p} = p_x \mathbf{x} + p_y \mathbf{y}$ とすると、周波数領域の電磁界 \mathbf{F} は、Bloch の定理（Floquet の理論）を満たす必要があり、

$$\mathbf{F}(\mathbf{r} + \mathbf{p}) = \mathbf{F}(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{p}) \quad (2-114)$$

なる Bloch の周期境界条件（Floquet の周期境界条件とも言う）が得られる。ただし、垂直

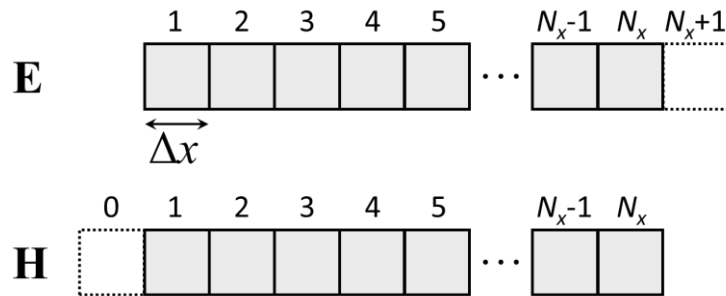


Fig. 2.15. x-axis direction boundary in an analysis area.

入射時の光波の伝搬方向は z 軸方向で、 $\mathbf{k}_t = k_x \mathbf{x} + k_y \mathbf{y}$ は xy 平面内での波数ベクトルである。平面波が xz 平面において空気中から入射角 θ_{xz} で入射する場合、 $\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{p} = k_x p_x = k_0 p_x \sin \theta_{xz}$ である。ただし、 $k_0 = 2\pi/\lambda$ は空気中での波数ベクトルである。上式を時間領域で書き直すと、

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{F}(x + p_x, y, z, t + p_x \sin \theta_{xz} / c) \quad (2-115)$$

となる。上式から、現在の時刻 t における電磁界を計算するためには未来の時刻 $t + p_x \sin \theta_{xz} / c$ の電磁界が必要となることがわかる。よって、入射角を持つ場合には、ここまで導出してきた差分式をそのまま終端部に適用することはできない。したがって、 xz 平面において、 x 軸方向に周期境界条件を適用すると、 $H_z(-1/2, j+1/2, k) = \exp(-ik_x p_x) H_z(N_x-1/2, j+1/2, k)$ より、

$$\begin{aligned} E_y^n \left(0, j + \frac{1}{2}, k \right) &= E_y^{n-1} \left(0, j + \frac{1}{2}, k \right) \\ &+ \frac{\Delta t}{\varepsilon_{ry}(0, j+1/2, k) \varepsilon_0} \left[\frac{H_x^{n-\frac{1}{2}} \left(0, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) - H_x^{n-\frac{1}{2}} \left(0, j + \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2} \right)}{\Delta z} \right. \\ &\quad \left. - \frac{H_z^{n-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right) - \exp(-ik_y p_y) H_z^{n-\frac{1}{2}} \left(N_x - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right)}{\Delta x} \right] \end{aligned} \quad (2-116)$$

$$\begin{aligned} E_z^n \left(0, j, k + \frac{1}{2} \right) &= E_z^{n-1} \left(0, j, k + \frac{1}{2} \right) \\ &+ \frac{\Delta t}{\varepsilon_{rz}(i, j, k+1/2) \varepsilon_0} \left[\frac{H_y^{n-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right) - \exp(-ik_x p_x) H_y^{n-\frac{1}{2}} \left(N_x - \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right)}{\Delta x} \right. \\ &\quad \left. - \frac{H_x^{n-\frac{1}{2}} \left(0, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) - H_x^{n-\frac{1}{2}} \left(0, j - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right)}{\Delta z} \right] \end{aligned} \quad (2-117)$$

と電界に関する差分式を書き直すことができる。磁界についても同様に考えることができる。また、3次元 FDTD 法では yz 平面にも同じ手順で周期境界条件を適用することができる。ただし、 xz 平面上での入射角を θ_{xz} 、 yz 平面上での入射角を θ_{yz} とすると、波数ベクトル k_x 、 k_y 、 k_z は、

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_{xz} \cos \theta_{yz} \quad (2-118)$$

$$k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_{yz} \quad (2-119)$$

$$k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_{xz} \cos \theta_{yz} \quad (2-120)$$

と定義される。また、 p_x や p_y は格子ベクトルの大きさであり、解析領域全体が 1 つの単位胞であることから、 $p_x = N_x \Delta x$ 、 $p_y = N_y \Delta y$ (N_x および N_y は解析領域の x, y 軸方向の分割数、 Δx および Δy はセルサイズ) である。

・ Total-field / Scattered-field (TF/SF) technique (TF/SF 法)

本研究での透過を仮定した計算では問題ないが、反射での解析を考える場合には入射光の伝搬方向と反対側の領域で複素振幅を取得することになる。しかしながら、波源を設置しただけで散乱光、反射光解析を行うと、波源によって反射が起きてしまう。そもそも波源自体が入射光の伝搬方向と逆側にも発振することから正常な計算ができない。そこで、入射電磁界と散乱電磁界を分けて考えることによって対応することができる。この方法は TF/SF 法と呼ばれ、本稿では説明を省略するが参考になる文献を挙げておく [86]。

2.4 光波の回折理論

前節までの理論解析手法（Jones 計算法や Berreman の 4×4 行列法、FDTD 法）によって、入射偏光と異方性媒体の相互作用の結果として電界の複素振幅分布が得られる。しかしながら、偏光回折格子の回折特性を得るためには、所定の伝搬距離もしくは無限遠方での回折光の光強度や偏光状態を計算する必要がある。したがって、光波の回折理論に基づき、適宜回折計算を行う。ここでは、本研究で多用したスカラー回折理論—Huygens-Fresnel の原理に最も近い Fresnel-Kirchhoff 回折計算、近似により得られる Fresnel 回折計算、Fraunhofer 回折計算について説明していく。

2.4.1 Fresnel-Kirchhoff 回折計算

Figure 2.16(a)のように、複素振幅を得たサンプル面から距離 z 離れたスクリーンでの回折像について考える。サンプル面を $z=0$ とすると、サンプル面上の点 P_0 から距離 r 離れたスクリーン上の点 P に到達する光波の電界 E_{P_0-P} は、

$$E_{P_0-P} = E_t(x_0, y_0) \frac{1}{i\lambda r} \exp(ikr) \quad (2-121)$$

で得られる。ただし、 $E_t(x, y)$ は開口や偏光回折格子などを透過した光波の電界で、 λ は波長、 k は波数ベクトルの大きさを $k=2\pi/\lambda$ である。サンプル面が $z=0$ ではない場合は、そこまでの伝搬距離 z_0 を用いた $\exp(ikz_0)$ を上式に乘じればよい。上式は r が大きくなるにつれて光波が回折によって広がり、局所的な振幅が小さくなるという Huygens-Fresnel の原理の意味を示している。スクリーン上の点 $P(x, y)$ での回折光はサンプル面のすべての点から点 $P(x, y)$ に到達する光波の足し合わせとなる。よって、Fig. 2.16(b) に示す 1 次元モデルのように、回折光の点 P での複素振幅 $E_d(x, y)$ は、サンプル面全体で積分することによって得られ、

$$E_d(x, y) = \int_{-x_0/2}^{x_0/2} \int_{-y_0/2}^{y_0/2} E_t(x_0, y_0) \frac{1}{i\lambda r} \exp(ikr) dx_0 dy_0 \quad (2-122)$$

のように書ける。ただし、距離 r は次式で求められる。

$$r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z^2} \quad (2-123)$$

実際の計算では、Eq. (2-122) を離散化して計算することになる。スクリーン上での座標走査と合わせると、2 次元の計算で 4 重ループ、1 次元でも 2 重ループとなる。詳しい適用条件

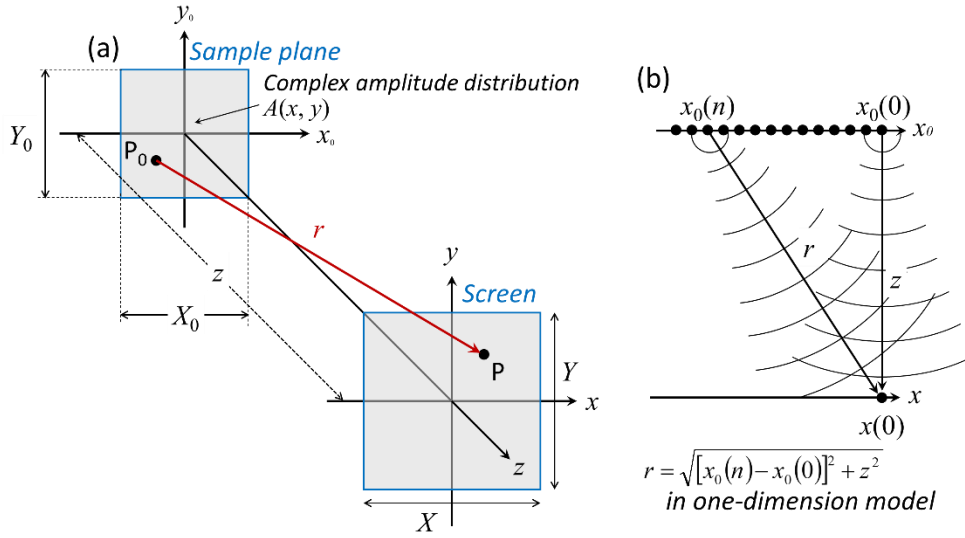


Fig. 2.16. (a) Coordinate system for two-dimensional diffraction calculation. (b) Determination of propagation distance r in one-dimensional Fresnel-Kirchhoff diffraction calculation.

は 2.4.4 項で述べるが、偏光回折格子のような周期的な構造を検討する場合は 2.4.2 項、または 2.4.3 項のように距離 r を近似することで計算時間を大幅に短縮することができる。

2.4.2 Fresnel 回折計算

Eq. (2-123)の距離 r の式を二項定理を用いて展開すると、

$$r = z + \frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{xx_0 + yy_0}{z} + \frac{x_0^2 + y_0^2}{2z} - \dots \quad (2-124)$$

となる。上式の第 4 項までで距離 r を近似して、積分の範囲を $-\infty$ から ∞ に一般化すると、Eq. (2-122)より以下の Fresnel 回折の式が得られる。

$$E_d(x, y) = \frac{1}{i\lambda z} \exp(ikz) \exp\left[i \frac{k}{2z} (x^2 + y^2)\right] \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_t(x_0, y_0) \exp\left[-i \frac{k}{z} (xx_0 + yy_0)\right] \exp\left[i \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2)\right] dx_0 dy_0 \quad (2-125)$$

ただし、上式は前提として光波が z 軸方向に垂直に伝搬することを仮定している。上式中の積分はサンプル面での複素振幅に $\exp[ik(x_0^2 + y_0^2)/(2z)]$ を乗じて Fourier 変換することと同義であり、

$$E_d(x, y) = \frac{1}{i\lambda z} \exp(ikz) \exp\left[i \frac{k}{2z} (x^2 + y^2)\right] \text{FT} \left[E_t(x_0, y_0) \exp\left[i \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2)\right] \right] \quad (2-126)$$

で求められるようになる (FT は Fourier 変換を表す)。この Fourier 変換を高速 Fourier 変換とすることによって、計算速度を大幅に高速化できる。この計算手法は「1 回の Fourier 変換による計算手法」であり、サンプリング定理の観点から回折後の領域幅や伝搬距離の關係に注意する必要がある。これについても 2.4.4 項で触れる。回折前後で領域幅が変化せず、伝搬距離が小さい場合に有用な「2 回の Fourier 変換による計算手法」もあり、それについては文献を参照されたい[87]。

y 軸方向に複素振幅が一様で 1 次元で十分な場合も y_0 、 y に関する項を消去して、

$$E_d(x) = \frac{1}{i\lambda z} \exp(ikz) \exp\left(i \frac{k}{2z} x^2\right) \times \int_{-\infty}^{+\infty} E_t(x_0) \exp\left(-i \frac{k}{z} x x_0\right) \exp\left(i \frac{k}{2z} x_0^2\right) dx_0 \quad (2-127)$$

$$E_d(x) = \frac{1}{i\lambda z} \exp(ikz) \exp\left(i \frac{k}{2z} x^2\right) \text{FT}\left[E_t(x_0) \exp\left(i \frac{k}{2z} x_0^2\right)\right] \quad (2-128)$$

と書き直すことによって同様に適用することができる。

2.4.3 Fraunhofer 回折計算

Eq. (2-124)の距離 r の式において第 3 項までで近似を行うと、積分範囲を一般化して Eq. (2-122)は、

$$E_d(x, y) = \frac{1}{i\lambda z} \exp(ikz) \exp\left[i \frac{k}{2z} (x^2 + y^2)\right] \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_t(x_0, y_0) \exp\left[-i \frac{k}{z} (x x_0 + y y_0)\right] dx_0 dy_0 \quad (2-129)$$

となる。上式の積分部分は開口や偏光回折格子を透過した光波の電界の複素振幅を単に Fourier 変換することと同義となり、

$$E_d(x, y) = \frac{1}{i\lambda z} \exp(ikz) \exp\left[i \frac{k}{2z} (x^2 + y^2)\right] \text{FT}[E_t(x_0, y_0)] \quad (2-130)$$

と書くことができる。1 次元の場合についても同様に導出できる。Fresnel 回折と Fraunhofer 回折の手続きの違いとしては、位相項 $\exp[-ik(x_0^2 + y_0^2)/(2z)]$ をかけるか否かである。しかしながら、その適用条件は次項の説明にあるようにかなり異なる。

2.4.4 回折計算の適用条件

ここまで、Fresnel-Kirchhoff 回折計算から、伝搬距離の近似を行って得られる Fresnel 回折計算、Fraunhofer 回折計算について説明を行ってきたが、それらの適用範囲や適用条件にはそれぞれ制約や注意点がある。ここでは、使用上の注意点等について説明する。

・回折計算の適用範囲

Figure 2.16 のサンプル面からスクリーンまでの伝搬距離 z がサンプル面の領域幅 X_0 や Y_0 に対して十分に大きい場合、すなわち $z \gg X_0/\lambda$ (サンプル面が四角なら X_0 か Y_0 のどちらか大きい方) である場合は Fraunhofer 回折として扱うことができる。一方で、 $z < X_0/\lambda$ である場合には Fraunhofer 回折ではなく Fresnel 回折として扱う必要がある。距離 r を二項展開した Eq. (2-124) の第 5 項以上を考慮する必要がある近接場での問題については、以上のスカラー一回折理論は適用できないため、ベクトル回折理論[88-91]などの他手法によって計算する必要がある。よって、Fraunhofer 回折は遠方場回折、Fresnel 回折は近傍回折として分類される。Fraunhofer 回折は無限遠での回折パターンとなるが、実験においては平凸レンズなどの Fourier 変換作用によって、そのレンズの焦点位置で Fraunhofer 回折像を得ることができる。Fresnel 回折計算では、任意距離の回折特性を計算できることから適用範囲が広い。しかしながら、Eqs. (2-126) や (2-128) の Fourier 変換を高速 Fourier 変換として計算する方法では、Fig. 2.16(a) の回折前のサンプル面に対して回折後の光波の伝搬先が z 軸上にないオフアクシス伝搬やサンプル面に対して回折結果を取得する面が非平行にある場合において正常に計算できない (一部、これらに対応させた計算手法も提案されている[92])。その場合は、Huygens-Fresnel の原理に立ち戻って、Fresnel-Kirchhoff 回折計算などの計算手法を採る。

・回折後の領域幅とエネルギー保存

Fresnel 回折計算において Fourier 変換を用いる場合、サンプリング定理の問題で伝搬距離と分割数の関係に注意する必要がある。Figure 2.17 のように、サンプル面での x 軸方向領域の分割数を M とすると、回折計算を適用可能な伝搬距離範囲は、

$$z \geq \frac{X_0^2}{\lambda M} \quad (2-131)$$

となる。ただし、 X_0 よりも Y_0 の方が大きければ、 y 軸方向の分割数 N と Y_0 で上式を用いる。上式は位相項 $\exp[-ik(x_0^2+y_0^2)/(2z)]$ において、サンプリング定理 $\pi \geq kx_0^2/(2z)$ として得ることができる。したがって、上式が等号ではない場合には回折後の領域幅も広がることから、回折前の領域幅 X_0 に対して $\lambda z M/X_0$ となる (Fig. 2.17 参照)。なお、「2 回の Fourier 変換を用いる方法」では Eq. (2-131) の不等号が逆になり、回折後の領域も回折前と変わらない [87]。

Fresnel-Kirchhoff 回折計算では、回折前の領域幅と回折後の領域幅を等しくして計算することができる。しかしながら、光波自体は伝搬距離に応じて広がるため、領域幅を変えない場合は回折後の光波の中心部分しか観測することができない。そこで、Fourier 変換を用いる場合と同様に Fig. 2.17 のように座標系をとることで、回折光分布全体を観測できるようになる。Fraunhofer 回折においても、任意の焦点距離を有するレンズで集光した回折像を計算する場合には、回折後の領域幅を Fig. 2.17 のように設定することで実験での座標系と合わせることができる。Figure 2.17 のような座標系は、光波が回折によって広がるという現実問題に則しており、普遍的に利用することができる。

他方で回折計算では、回折によって光波は広がり、局所的な光強度は徐々に小さくなっていく。しかしながら、全領域で考えると、光波が有するエネルギーは保存されるはずである。そこで、エネルギーによる規格化を行うことで、入射光に対する回折光の比較を行うことができるようになる。入射光の光強度を I_i 、回折光の光強度を I_d とすると、エネルギー保存則から形式的に、

$$\iint I_i(x_0, y_0) dx_0 dy_0 = \iint I_d(x, y) dx dy \quad (2-132)$$

となる。よって、エネルギーによって規格化された回折光強度 I_{d_norm} は、

$$I_{d_norm}(x, y) = \frac{\sum_{n=-N/2}^{N/2} \sum_{m=-M/2}^{M/2} I_i\left(\frac{mX_0}{M}, \frac{nY_0}{N}\right)}{\sum_{n=-N/2}^{N/2} \sum_{m=-M/2}^{M/2} I_d\left(\frac{\lambda z m}{Y_0}, \frac{\lambda z n}{X_0}\right)} I_d(x, y) \quad \left(z = \frac{X_0^2}{\lambda M}\right) \quad (2-133)$$

となる。ただし、上式は Eq. (2-131) が等号、すなわち回折の前後で領域の幅が変化しない場合にのみ適用可能である。したがって、Fig. 2.17 の座標系のように、回折後の領域幅が変化する場合には、 I_{d_norm} は係数を用いて次のようになる。

$$I_{d_norm}(x, y) = \frac{X_0^2 + Y_0^2}{\lambda z M} \frac{\sum_{n=-N/2}^{N/2} \sum_{m=-M/2}^{M/2} I_i\left(\frac{mX_0}{M}, \frac{nY_0}{N}\right)}{\sum_{n=-N/2}^{N/2} \sum_{m=-M/2}^{M/2} I_d\left(\frac{\lambda z m}{X_0}, \frac{\lambda z n}{Y_0}\right)} I_d(x, y) \quad \left(z \geq \frac{X_0^2}{\lambda M}\right) \quad (2-134)$$

1次元の場合も同様に、

$$I_{d_norm}(x) = \frac{X_0^2}{\lambda z M} \frac{\sum_{m=-M/2}^{M/2} I_i\left(\frac{mX_0}{M}\right)}{\sum_{m=-M/2}^{M/2} I_d\left(\frac{\lambda z m}{X_0}\right)} I_d(x) \quad \left(z \geq \frac{X_0^2}{\lambda M}\right) \quad (2-135)$$

として計算することができる。以上によって、サンプリング定理を満たす範囲で任意の伝搬距離、分割数でエネルギーの保存則を満たすように計算することができる。これにより、入射光と対比して回折光について議論を行うことができるようになる。本研究での回折計算においても上記のエネルギー保存則を用いている。

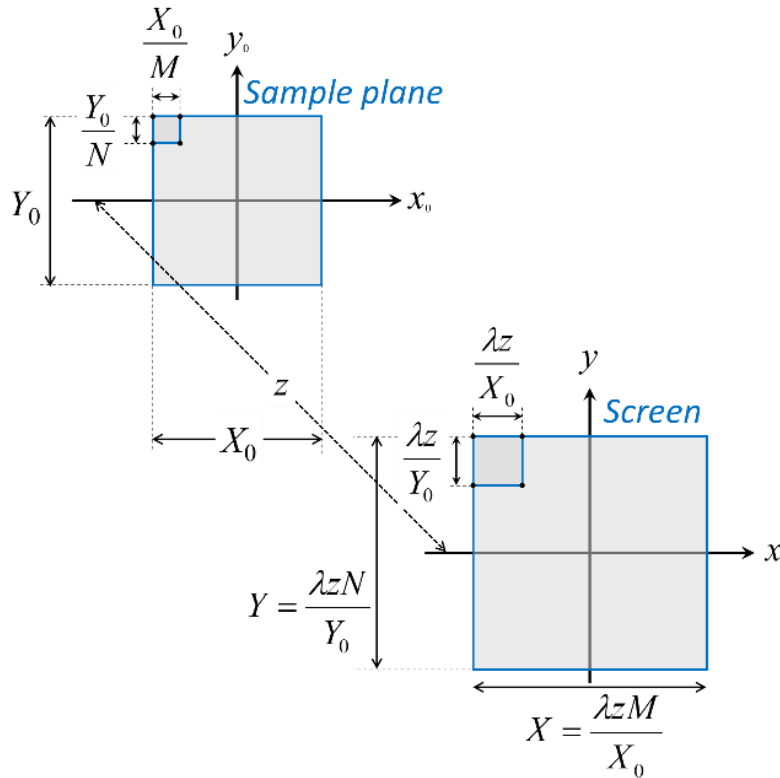


Fig. 2.17. Relationship of analysis area width before and after diffraction calculation. M and N are the number of divisions in the x (x_0) and y (y_0) directions, respectively.

第3章 ビート構造を有する液晶セル型偏光回折格子の回折特性

本章では、異なる格子周期の配向基板対によって形成される液晶配向分布構造—ビート構造を有する液晶セル型偏光回折格子に関する研究成果について記述している。研究の動機、理論解析手法、実験方法、結果および考察について順に説明する。

3.1 研究の動機

偏光感受性高分子液晶の光配向法に基づく偏光回折格子の作製手法が提案されている[8,13,19,43,79]。これらは単体でも偏光回折格子として機能するが、アンカリング力を有することから低分子液晶を配列させる配向基板としても利用できる。光配向法によって作製した配向基板対の間に空隙を設けて対向させ、内部に低分子液晶を注入することによって形成された、液晶セル型の偏光回折格子（Fig. 3.1 参照）が報告されている[45,46]。液晶セル型偏光回折格子では、上下に配置された配向基板間に電界を印加したり、温度を制御したりすることによって、回折特性を動的に制御できる。また、外場による制御がない静的な回折特性も、上下の配向基板の配向パターンや配置によって制御可能である。小野らは、2枚の配向基板のうちの1枚を格子ベクトル方向に相対的に平行移動させた場合の回折特性への影響について報告している[93]。回折効率や回折光の偏光状態が相対移動量に依存して変

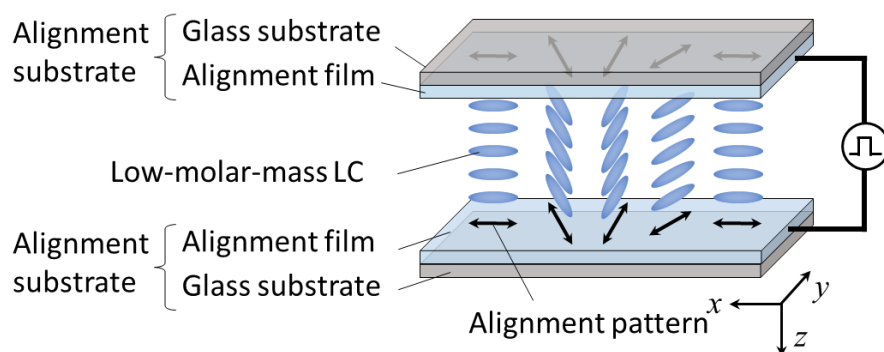


Fig. 3.1. Configuration of a liquid crystal cell.

化することが明らかとなっている。また、配向基板の格子ベクトルに捩じれ角を持たせて液晶セルを形成した場合の回折特性も報告されている[94]。この場合は、上下に配置された配向基板の格子ベクトルの捩じれによって液晶セル内部に3次元的な液晶ダイレクタ分布が生じ、結果的には液晶セル型偏光回折格子が2次元回折格子として機能することを明らかにしている。同様の例として、Nysらは、上下の配向基板の格子ベクトルが直交する液晶セルに電界を印加した場合の回折特性や液晶セル内部の電界ベクトル分布を報告している[95]。このように、配向基板の物理量や配置は、結果的な液晶セル型偏光回折格子の基礎回折特性に大きく影響する。しかしながら、これまでの先行研究で提案されてきた液晶セル型偏光回折格子は、同じ格子周期の配向基板によって形成されており、異なる格子周期の配向基板を用いて作製された例はない。異なる格子周期の配向基板によって得られる液晶セル型偏光回折格子では、その空間的な配向分布構造によって多彩な回折特性を実現することが予期できる。

本研究では、異なる格子周期の配向基板対を偏光感受性高分子液晶の光配向法によって用意し、これらによって液晶セル型偏光回折格子を形成する。そして、作製した回折格子液晶セルの回折特性を実験と理論解析の双方から実証する。

3.2 理論解析

異なる格子周期を有する配向基板対によって形成される液晶セルの解析モデルを Fig. 3.2(a)に示す。この解析モデルでは、上下に配置された異なる格子周期の配向基板によって、Fig. 3.2(a)および Fig. 3.2(b)に示すような液晶ダイレクタの空間分布、 x 軸に沿った上下基板間での捩じれ角分布が生じる。そのため、クロスニコル配置とした偏光子および検光子の間に液晶セルを配置して透過率分布をシミュレーションすると、Fig. 3.2(c)に示すような大きな明暗分布と小さな明暗分布が併存した計算結果が得られる。このことから、本研究では、この液晶配向分布構造を「ビート構造」と呼称する。ビート構造を有する液晶セル内部の低分子液晶の液晶ダイレクタの配向 $\psi(x, z)$ は、 x 軸および z 軸の双方に依存し、

$$\psi(x, z) = \theta_{\text{upper}}(x) + \frac{z}{d} [\theta_{\text{upper}}(x) - \theta_{\text{lower}}(x)] \quad (3-1)$$

と表せる。ただし、 θ_{upper} および θ_{lower} は、それぞれ $\pi x / \Lambda_{\text{upper}}$ および $\pi x / \Lambda_{\text{lower}}$ で表される配向基板の液晶ダイレクタの回転量を表す。また d は液晶セルの厚さを表す。Fig. 3.2(a)に示し

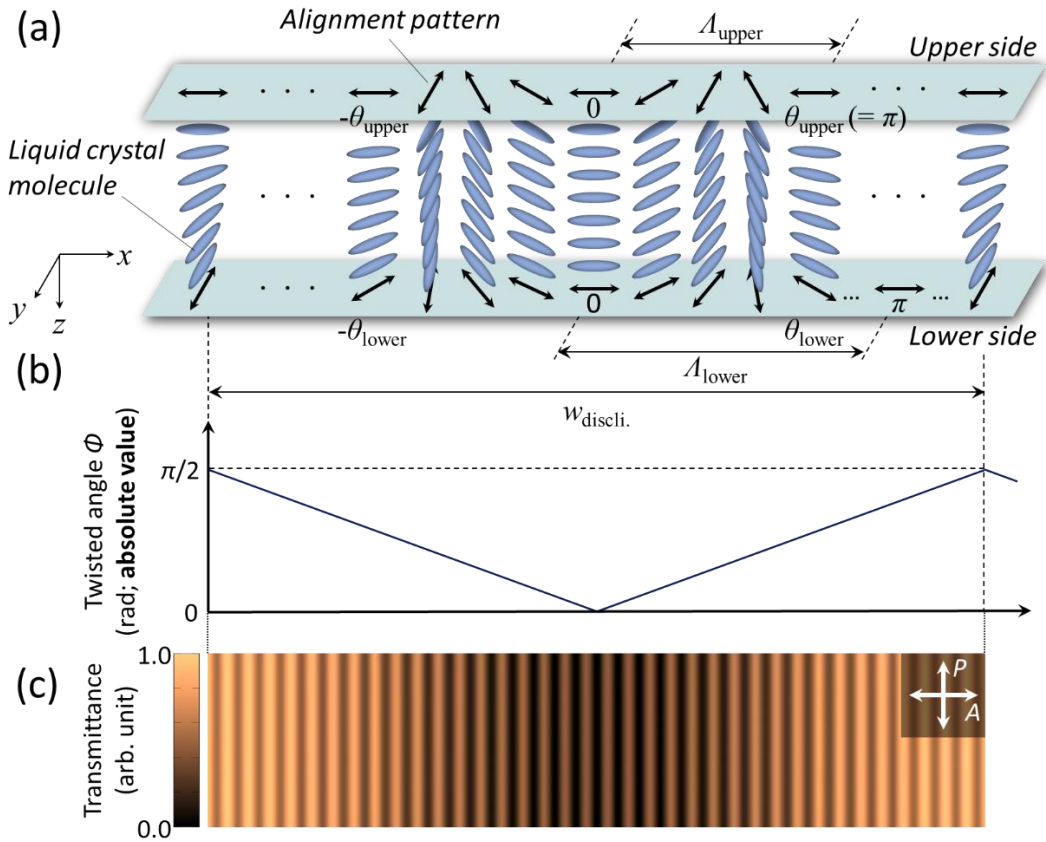


Fig. 3.2. Schematic diagrams of the liquid crystal (LC) cell with a beat structure. (a) LC director distribution inside the LC cell with a beat structure. (b) Spatial distribution of twist angle between the upper and lower alignment substrates. (c) Calculated result of transmittance distribution observed by a polarization optical microscope (POM) under crossed Nicol polarizers.

た解析モデルは液晶セルの一部であり、実際には左右隣り合う位置にも同様の構造が形成される。この場合、上下基板間の捩じれ角が $\pi/2$ となる位置では、Fig. 3.3 に示すように異なる回転方向の液晶ダイレクタが隣り合う。よって、この位置では、ディスクリネーションと呼ばれる回転対称性の破れに起因する線状の格子欠陥が生じる。本研究では、ディスクリネーション発現点で最も明るくなるため、ディスクリネーション間の距離を「ビート長 (L_{beat})」と呼称している。ここで、上下配向基板の格子周期を Λ_{upper} および Λ_{lower} 、単位ビート長に含まれる周期数を N_{upper} および N_{lower} 、単位ビート長あたりの液晶ダイレクタの総回転量を Θ_{upper} および Θ_{lower} とすると（ただし、添え字の 'upper' は上側、'lower' は下側の配向基板のパ

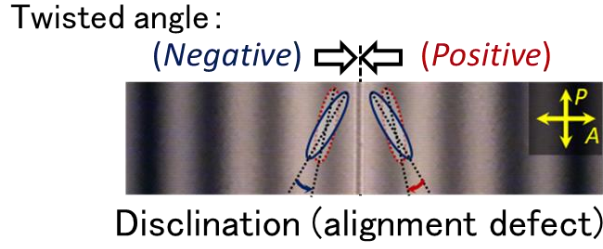


Fig. 3.3. Occurrence mechanism of disclination (alignment line defect) in a liquid crystal cell.

ラメータであることを意味する)、これらの変数には $N_{\text{upper}} = L_{\text{beat}}/\Lambda_{\text{upper}}$ および $N_{\text{lower}} = L_{\text{beat}}/\Lambda_{\text{lower}}$ 、 $\Theta_{\text{upper}} = \pi N_{\text{upper}}$ 、 $\Theta_{\text{lower}} = \pi N_{\text{lower}}$ なる関係式が成立する。一方で、ディスクリネーションの発現条件より、 $|\Theta_{\text{upper}}/2 - \Theta_{\text{lower}}/2| = \pi/2$ である。したがって、以上の関係式と条件より、ビート長 L_{beat} は、

$$L_{\text{beat}} = \frac{\Lambda_{\text{upper}}\Lambda_{\text{lower}}}{|\Lambda_{\text{upper}} - \Lambda_{\text{lower}}|} \quad (3-2)$$

と導出される。よって、液晶セルのビート長は上下に配置された配向基板の格子周期の組合せによって決定される。本研究でのビート構造の設計は、上式に基づいて行われた。

ビート構造を有する液晶セル型偏光回折格子を透過した光波の電界ベクトルを Jones 計算法によって計算した。液晶セルが入射光に付与する x 成分および y 成分の間での相対位相差を $\Gamma = 2\pi\Delta nd/\lambda$ とすると、上側配向基板を基準としたときに捩じれ角 $+\Phi(x)$ となる TN 配向の液晶セルの Jones 行列は、

$$\mathbf{J}_{\text{TN}}(x) = \begin{bmatrix} \cos \Phi(x) & -\sin \Phi(x) \\ \sin \Phi(x) & \cos \Phi(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A[\Phi(x)] & B[\Phi(x)] \\ -B[\Phi(x)] & A[\Phi(x)]^* \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

と表される[58,59]。ここで、

$$A[\Phi(x)] = \cos X[\Phi(x)] - i \frac{\Gamma \sin X[\Phi(x)]}{2X[\Phi(x)]} \quad (3-4)$$

$$B[\Phi(x)] = \Phi(x) \frac{\sin X[\Phi(x)]}{X[\Phi(x)]} \quad (3-5)$$

である。ただし、 $A[\Phi(x)]^*$ は $A[\Phi(x)]$ の複素共役を意味し、 $X[\Phi(x)] = \{[\Phi(x)]^2 + (\Gamma/2)^2\}^{1/2}$ である。実際には、捩じれ角は上下配向基板での液晶ダイレクタの回転量 $\theta_{\text{upper}}(x)$ と $\theta_{\text{lower}}(x)$ の相対差によって計算する。そのため、ビート構造を有する回折格子液晶セルの Jones 行列は回転行列を含めて次式で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\text{beat}}(x) = & \begin{bmatrix} \cos \theta_{\text{upper}}(x) & -\sin \theta_{\text{upper}}(x) \\ \sin \theta_{\text{upper}}(x) & \cos \theta_{\text{upper}}(x) \end{bmatrix} \\ & \times \mathbf{J}_{\text{TN}}(x) \begin{bmatrix} \cos \theta_{\text{upper}}(x) & \sin \theta_{\text{upper}}(x) \\ -\sin \theta_{\text{upper}}(x) & \cos \theta_{\text{upper}}(x) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-6)$$

したがって、入射光の電界ベクトルを $\mathbf{E}_{\text{in}}(x)$ とすると、透過光の電界ベクトル $\mathbf{E}_{\text{out}}(x)$ は、

$$\mathbf{E}_{\text{out}}(x) = \mathbf{T}_{\text{beat}}(x) \mathbf{E}_{\text{in}}(x) \quad (3-7)$$

で求めることができる。ここで、 $\mathbf{E}_{\text{in}}(x)$ は x を引数とする Gauss 関数であり、Fig. 3.2(a)の z 方向に沿って液晶セルの上側(upper side)から入射するものとする。

本研究における回折特性は Fraunhofer 回折領域での回折像として解析された。Eq. (3-7)によって得られる x 軸方向に分布した、透過光の電界ベクトルの各成分を 2.4 節の高速 Fourier 変換を用いた Fraunhofer 回折の式を用いて回折させた。これにより、回折光の電界ベクトルの空間分布を計算した。この回折光の電界ベクトルの空間分布から Stokes パラメータを算出することによって、光強度や偏光状態の空間分布を得た。

3.3 実験方法

3.3.1 液晶セルの作製

本研究では、配向基板の材料として、光配向可能な側鎖型光架橋性高分子液晶の 1 つである Poly(methylmethacrylate) liquid crystal with 4-(4-methoxycinnamoyloxy)biphenyl (P6CB) (兵庫県立大学川月研究室にて合成) [80]を用いた。P6CB に紫外光が露光されると、その側鎖に光架橋反応が生じる。その後、熱処理を行うことで、既に架橋している部分によって集団的な再配列が誘起される。以上の原理に基づいて光配向を行った。100 mJ/cm² 以上の露光量で露光することによって、P6CB の側鎖は照射する紫外光の方位角に平行な方向に配向する。詳細な合成方法や化学的性質については本材料に関する文献を参照されたい[80]。

最初に P6CB の溶液を用意する。P6CB を 1.5 wt.%の重量比でジクロロメタン (塩化メチレン) に溶かし、マグネチックスターラを用いて 1 時間かけて攪拌する (実際には P6CB を 0.0075 g 用いた)。この際、次のスピンコートプロセスでの膜厚ムラを低減するために、攪

ジ上に設置されており、その分解能は $2\text{ }\mu\text{m/pulse}$ である。よって、所望の格子周期を有する配向基板を作製するためには、紫外光の強度およびビーム径、P6CB への露光量、移動ステージの移動速度、半波長板の回転速度を調整する必要がある。本研究では、紫外光のパワーおよびビーム径を 14 mW 、 12.5 mm 、露光量を 500 mJ/cm^2 、移動ステージの速度を 0.18 mm/s とした。ただし、露光量は、実際には楕円形である露光ビームの形状を長方形として計算することで見積もった。したがって、格子周期 $162\text{ }\mu\text{m}$ 、 $171\text{ }\mu\text{m}$ 、 $164\text{ }\mu\text{m}$ 、 $123\text{ }\mu\text{m}$ の配向基板を作製するために、半波長板の回転速度をそれぞれ 16.6 rpm 、 15.7 rpm 、 26.4 rpm 、 21.8 rpm に設定した。実際には、サーボモータの電圧特性を利用して、直流電圧値によって回転速度を制御した。ただし、半波長板が 90° 回転すると格子周期 1 周期が描けることを留意しなければならない。紫外光による露光を終えたサンプルを 155°C のオーブンで 15 分間熱処理することによって P6CB の側鎖を再配列させ、配向基板を作製した。この配向基板 2 枚の間に $13\text{ }\mu\text{m}$ のフィルムスペーサを挟んで対向させ、エポキシ樹脂で固定することによって空セルを用意した。格子周期 $162\text{ }\mu\text{m}$ ($=\Lambda_{\text{upper}}$ 、 $\alpha=0.224^\circ$) と $171\text{ }\mu\text{m}$ ($=\Lambda_{\text{lower}}$ 、 $\alpha=0.212^\circ$) の組合せで 1 つの空セルを作製し、格子周期 $164\text{ }\mu\text{m}$ ($=\Lambda_{\text{upper}}$ 、 $\alpha=0.221^\circ$) と $123\text{ }\mu\text{m}$ ($=\Lambda_{\text{lower}}$ 、 $\alpha=0.295^\circ$) の組合せでもう 1 つの空セルを作製した (α は波長 632.8 nm での回折角を表す)。結果的に完成した空セルのセルギャップを多重干渉に基づく測定方法によって測定したところ、前者で $19\text{ }\mu\text{m}$ 、後者で $16\text{ }\mu\text{m}$ であった。どちらもフィルムスペーサの厚さ $13\text{ }\mu\text{m}$ よりも厚く仕上がっているが、配向基板同士を張り合わせる工程でのフィルムスペーサのシワに起因すると考えられる。なお、4 点入射位置を変えて測定した結果、均一性は $\pm 1\text{ }\mu\text{m}$ で担保されている。配向基板同士の張り合わせ作業は偏光顕微鏡で透過光の分布を見ながら行った。この作業では、上下配向基板の格子周期差によって生じる周期的な干渉縞が配向基板の明暗分布に平行になるように調整した。最後に、ネマチック相の低分子液晶である 4-pentyl-4'-cyanobiphenyl (5CB) を充填してエポキシ系接着剤で封止し、Fig. 3.4(b) に示すような構成で 2 つの回折格子液晶セルを得た。

3.3.2 回折特性の測定

Figure 3.5(a) は、作製したビート構造を有する液晶セルの回折特性の測定のための光学系である。波長 632.8 nm の Helium-Neon (He-Ne) レーザ (パワー $P_{\text{probe}} < 2\text{ mW}$) を光源として用いた。ND (Neutral density) フィルタによって光強度を減衰させ、また二色性直線偏光子を

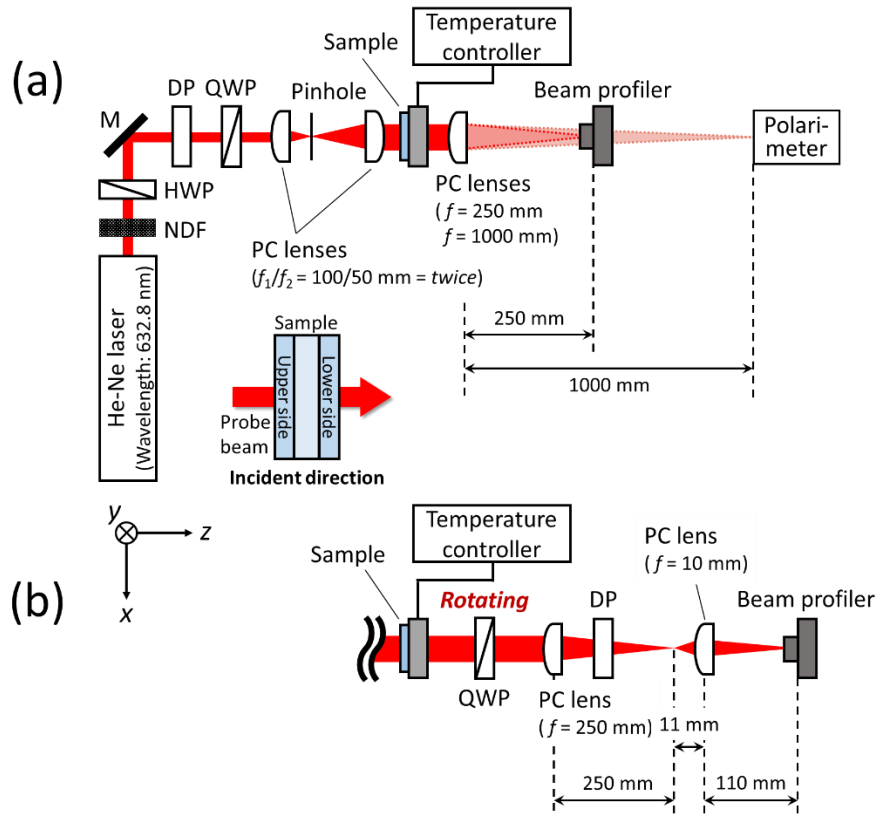


Fig. 3.5. Optical setups for evaluating the diffraction properties of the prepared LC cells. NDF, HWP, DP, QWP, and PC lens represent neutral density filter, half-wave plate, dichroic polarizer, quarter-wave plate, and planoconvex lens, respectively. (a) Optical setup for observing diffracted beams by a beam profiler and measuring polarization states of diffracted beams. (b) Optical setup for measuring spatial distribution of polarization ellipticity within beam cross-section by the rotating-quarter-wave plate polarimetry[97].

通過させて直線偏光とした。入射光の偏光状態は、二色性直線偏光子の透過軸と 1/4 波長板の光学軸を回転させることによって調整した。平凸レンズ対とピンホールを用いた空間周波数フィルタによってビームクオリティを改善するとともに、ビーム径を 1 mm から 1.7 mm に拡大した。ここで、本稿では、回折特性測定実験での入射光のビーム径とビート長の関係から、格子周期 162 μm および 171 μm の配向基板によって形成した液晶セルを「シングルビート液晶セル」、格子周期 164 μm および 123 μm の配向基板によって形成したもう 1 つの液晶セルを「マルチビート液晶セル」と呼称する。ただし、ビーム径は光強度が $1/e^2$ となる位置間の距離で定義した。測定する液晶セルをサーマルステージ上に固定し、5CB の温度

依存性[98]に基づき、温度によって光学異方性の大きさを制御した。液晶セルからの透過光を焦点距離 250 mm の平凸レンズによってビームプロファイラの受光面に集光した。焦点面での回折像は、レンズの Fourier 変換作用によって Fraunhofer 回折像となる。ビームプロファイラによって撮影された 2 次元画像のビーム断面から、画像処理によって 1 次元の回折光の光強度分布を取得した。一方で、回折光の偏光状態を測定する際には、異なる次数の回折光同士が十分に分離するように、焦点距離 250 mm の平凸レンズを焦点距離 100 cm の平凸レンズに置き換えた。ピンホールを用いて 1 つの回折光を抽出し、その偏光状態をポラリメータによって測定した。

事前に行った理論解析の結果より、シングルビート液晶セルによって回折された 0 次回折光にはビーム断面内での偏光楕円率の空間分布が生じることが予期された。本研究では、偏光楕円率の分布を測定するための実験方法として回転位相子法[97]を採用し、Fig. 3.5(b)に示す光学系を構築した。液晶セルまでの光学素子の構成は Fig. 3.5(a)と同じであるが、焦点距離 250 mm の平凸レンズの前に 1/4 波長板が挿入されている。ここで、1/4 波長板をレンズの後に挿入すると、1/4 波長板に対して入射角の分布を持たせて入射することとなり、正常な測定結果が得られないことに注意されたい。他方、Fourier 変換された回折像のビーム径は 150 μm となり、ビームプロファイラの解像度 (6.7 $\mu\text{m} \times 6.7 \mu\text{m}$) に対して十分ではない。そこで、測定精度を向上させるために、Fig. 3.5(b)に示すように焦点距離 10 mm の平凸レンズを挿入し、Fourier 変換レンズによって集光された回折像を 10 倍に拡大して結像させた。これらのセットアップが完了後、液晶セルの直後の 1/4 波長板を 0°から 180°まで 15°ずつ回転させて、固定したビームプロファイラで 13 枚の画像を撮影した。撮影した画像の光強度分布から Stokes パラメータを抽出し、偏光の空間分布を計算した。ただし、環境ノイズを低減するために、He-Ne レーザをオフにした場合の画像も撮影し、全ての画像の強度はこの暗転時の画像の強度分を差引いたものを使用した。

3.4 結果および考察

3.4.1 偏光顕微鏡による液晶セルの観察

Figures 3.6(a-1)、3.6(a-2)、3.6(b-1)および 3.6(b-2)は、偏光子と検光子をクロスニコル配置とした偏光顕微鏡によって観察された、ビート構造を有する液晶セルの透過率分布である。

計算では、実験で用いた偏光顕微鏡の光源が白色光源であることから、400 nm から 700 nm の波長域で Cauchy の分散式

$$n_q = A_q + \frac{B_q}{\lambda^2} + \frac{C_q}{\lambda^4} + \frac{D_q}{\lambda^6} + \dots \quad (q = e, o) \quad (3-8)$$

を適用して 5CB の異常光屈折率 n_e 、常光屈折率 n_o の波長分散を考慮している。具体的には Eq. (3-8) の第 3 項まで考慮し、数値として $A_e = 1.6708$ 、 $B_e = 0.0081 \mu\text{m}^2$ 、 $C_e = 0.0024 \mu\text{m}^4$ 、 $A_o = 1.5139$ 、 $B_o = 0.0052 \mu\text{m}^2$ 、 $C_o = 0.0008 \mu\text{m}^4$ [99] を用いた。実験的に作製されたシングルビート液晶セルである Fig. 3.6(a-1) では、その両端の領域で透過率が高いことから、セル内部の

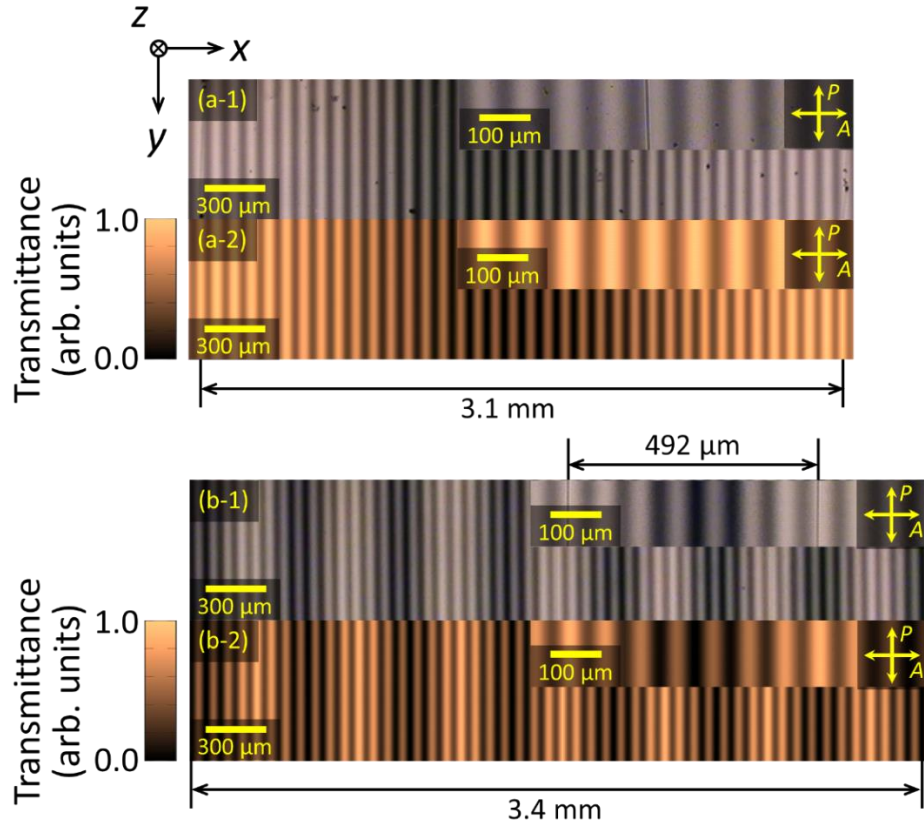


Fig. 3.6. Images of the LC cells with beat structures observed by the polarization optical microscopy with crossed Nicol polarizers. (a-1) and (a-2) show the experimentally obtained and theoretically calculated single-beat LC cell fabricated by using alignment substrates with grating periods of 162 μm and 171 μm , respectively. (b-1) and (b-2) show the experimentally obtained and theoretically calculated multi-beat LC cell fabricated by using alignment substrates with grating periods of 164 μm and 123 μm , respectively.

液晶分子が z 軸に沿って振じれていると推察できる。特に、90°Twisted Nematic (TN) 配向部分では、ディスクリネーションが確認できる。対照的に、中心付近では透過率が低いことから振じれ量が少なく、最も透過率が低い位置でのセル内部の液晶分子は液晶ダイレクタが偏光子、検光子の透過軸に平行または垂直な Planar(PA) 配向をなしている。このように、上下基板間の振じれ角および液晶ダイレクタが x 軸に沿って空間的に分布している。これらの実験結果は理論解析によって得られた結果とよく一致することから、所望のビート構造を有する液晶セルが形成できたと考えられる。一方で、マルチビート液晶セルである Fig. 3.6(b-1) では、配向基板に由来する小さな明暗分布とビート構造に由来すると考えられる大きな明暗分布が併存している。これらの周期性は以下のように考えることができる。上下配向基板の液晶ダイレクタがそれぞれ周期 Λ_{upper} および Λ_{lower} の関数 $f_{\text{upper}}(x)$ および $f_{\text{lower}}(x)$ で変調されていると仮定する。ただし、ここでの周期は配向基板の格子周期を指し、配向基板をそれぞれ偏光顕微鏡によって観察した透過率分布において、暗部→明部→暗部→明部→暗部となることを意味する。本研究で作製した配向基板の液晶ダイレクタは x 軸に沿って線形に回転しているため、 $f_{\text{upper}}(x)$ および $f_{\text{lower}}(x)$ を周期 Λ_{upper} および Λ_{lower} で振幅が π だけ変化する鋸歯状波関数として考えることができる。偏光顕微鏡画像では透過率分布を観察していることから $f_{\text{upper}}(x)$ と $f_{\text{lower}}(x)$ の足し合わせで考えることができ、Fourier 級数を用いて次のように書ける。

$$\begin{aligned}
& f_{\text{upper}}(x) + f_{\text{lower}}(x) \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} [\sin(nk_{\text{upper}}x) + \sin(nk_{\text{lower}}x)] \\
&= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \sin\left(n \frac{k_{\text{upper}} + k_{\text{lower}}}{2} x\right) \cos\left(n \frac{k_{\text{upper}} - k_{\text{lower}}}{2} x\right) \quad (3-9) \\
&= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \sin(nK_1x) \cos(nK_2x),
\end{aligned}$$

ここで、 k_{upper} および k_{lower} はそれぞれ上下配向基板の波数を表す。上式のように、2枚の配向基板によって2つの波数成分 K_1 および K_2 が生成されることがわかる。周期 Λ_1 および Λ_2 についての式に書き直すと、

$$\Lambda_1 = \frac{2\pi}{K_1} = \frac{2\Lambda_{\text{upper}}\Lambda_{\text{lower}}}{\Lambda_{\text{upper}} + \Lambda_{\text{lower}}} \quad (3-10)$$

$$\Lambda_2 = \frac{2\pi}{K_2} = \frac{2\Lambda_{\text{upper}}\Lambda_{\text{lower}}}{|\Lambda_{\text{upper}} - \Lambda_{\text{lower}}|} = 2L_{\text{beat}} \quad (3-11)$$

となる。確認のために、実際の配向基板の格子周期 $164 \mu\text{m}$ および $123 \mu\text{m}$ を上式に代入すると、 $\Lambda_1 = 140 \mu\text{m}$ および $\Lambda_2 = 984 \mu\text{m}$ と得られ、実験結果と良く一致する。しかしながら、周期 Λ_1 および Λ_2 は格子周期ではなく、厳密には偏光顕微鏡によって観察される異なる周期の明暗分布において明部から明部、または暗部から暗部までの距離の2倍の値を表す。物理的には、 Λ_1 は上下基板の液晶ダイレクタの平均値の周期の2倍値を表し、 Λ_2 はビート長の2倍の値を表す。Fig. 3.6(b-1)の拡大図では、シングルビート液晶セルの場合と同様に、最も透過率が高くなる部分でディスクリネーションが確認できる。また、これらの実験結果は理論解析によって得られた Fig. 3.6(a-2)および Fig. 3.6(b-2)の計算結果とよく一致する。

3.4.2 シングルビート液晶セルの回折特性

シングルビート液晶セルの回折特性の実験結果および計算結果を Fig. 3.7 に示す。Figure 3.7(a)は、シングルビート液晶セルのビート長と入射光のビーム径の関係を表す。実験結果、計算結果ともに強度分布は、それぞれの最大値で規格化されている。回折特性は、Fig. 3.7(b) および Fig. 3.7(c)に示すように、シングルビート液晶セルが光波の x 、 y 成分間に付与する位相差 Γ によって制御できる。全ての実験結果に共通する結果として、回折効率は一時的に期待される値よりも小さい。これらは、回折効率を入射光に対して算出していることで、空気とシングルビート液晶セル界面での Fresnel 反射、液晶層のオーダーパラメータに依存した散乱、液晶の吸収によるものと考えられる。

位相差 Γ が π の奇数倍である条件では、Fig. 3.7(d)から Fig. 3.7(f)に示す実験結果が得られた。これらの結果は、従来報告されている OC 格子と同様の回折特性であり、 ± 1 次のみに直交する円偏光を回折している。したがって、シングルビート液晶セルにおいて位相差を $\Gamma = \pi$ とすると、ビート構造の影響がない OC 格子として機能する。これらの実験結果は Jones 計算法による理論解析結果とよく一致する。

位相差 Γ が π の偶数倍の条件、すなわち 0 次回折光のみ現れる条件での理論解析結果を Fig. 3.7(g)から Fig. 3.7(i)に示す。0°直線偏光を入射した場合の計算結果より、偏光方位角は 0°で一定であるものの、偏光楕円率がビーム断面内で分布していた。回転位相子法によって

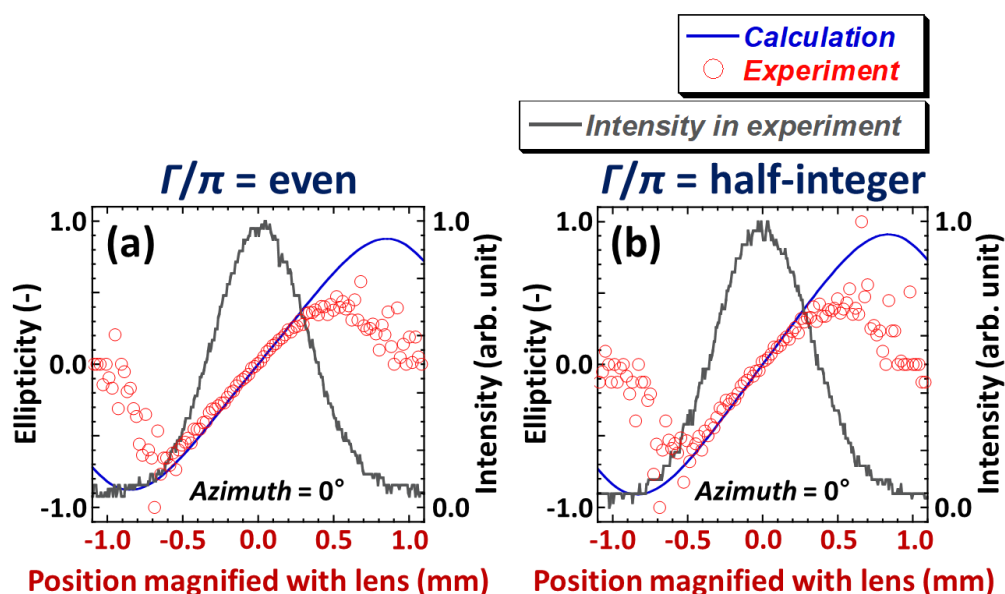


Fig. 3.8. Polarization ellipticity distributions measured by the rotating-quarter-wave plate polarimetry (RQP) when the probe beam is 0° LP beam under (a) $\Gamma/\pi = \text{even}$ and (b) $\Gamma/\pi = \text{half-integer}$.

実験的に測定した偏光楕円率分布を Fig. 3.8(a)に示す。ここで、Fig. 3.8(a)での横軸のスケールは、3.3.2 項で記述の通り、レンズによって拡大されている点に注意されたい。結果として、ビーム断面内での偏光楕円率の分布を実験的に測定することができた。光強度が小さい部分では測定精度の問題で計算結果と実験結果で乖離が生じているが、中心部分はよく一致する結果が得られている。ここでの測定精度は、ビームプロファイラのダイナミックレンジによって光強度が小さい部分で測定される光強度が一定になり、回転位相子法でのサンプリングによって偏光変化を再現できないことに起因していると考えられる。また、右回り円偏光と左回り円偏光を入射した場合の結果である Fig. 3.7(h)および Fig. 3.7(i)の0次回折光を拡大して示したグラフでは、偏光状態に分布はないものの、入射偏光の掌性に依存して座標中心から強度分布がシフトしている。これらの一連の回折特性は次のように考察できる。シングルビート液晶セルは、 0° PA 配向となるビート構造の中心位置を境に、捩じれ角の方向が反転しているキラルな構造を有している。そのため、円偏光を入射した場合には、その掌性に依存して付与される幾何学的位相分布が対称的に異なり、座標中心から乖離する回折特性が得られていると考えられる。ゆえに、右回りと左回りの円偏光の和で表される直線偏光では、座標中心を境に偏光楕円率が分布する特性になると考えられる。

位相差 Γ が π の半整数倍の条件では、 ± 1 次回折光と 0 次回折光が同時に回折される。この場合も、Fig. 3.8(b)に示すように、0 次回折光の偏光楕円率は空間的に分布する。

3.4.3 マルチビート液晶セルの回折特性

Figure 3.9 は、 0° 直線偏光および右回り円偏光を入射した場合のマルチビート液晶セルの回折特性の実験結果と理論解析結果である。マルチビート液晶セルと入射光のビーム径の関係は Fig. 3.9(a)に示す通りである。実験および計算で得られた強度分布はそれぞれの最大値で規格化されている。結果として、マルチビート液晶セルの回折特性は、シングルビート液晶セルとビート長に対応する回折角で光波を回折させる回折格子の双方の特性を有することが明らかとなった。本研究では、回折次数を $(M)_N$ ($M, N = 0\text{th}, \pm 1\text{st}, \pm 2\text{nd}, \dots$) で表し、 m および n はそれぞれビート長に対応する回折角の次数、配向基板の格子周期に対応する回折角の次数を意味する。これは、配向基板の格子周期の組合せによって、任意の回折角で光波を回折させる回折格子機能を重畳可能であることを示唆している。さらに、Fig. 3.9(b)および Fig. 3.9(c)に示すように、マルチビート液晶セルの回折特性も位相差 Γ によって制御可能である。回折効率における実験結果と理論解析結果との間の差異はシングルビート液晶セルの場合と同様に考えることができる。

位相差 Γ が π の奇数倍である条件での回折特性の測定結果を Fig. 3.9(d)および Fig. 3.9(e)に示す。 0° 直線偏光を入射光とした場合、 $(\pm 3\text{rd})_{\pm 1\text{st}}$ および $(\pm 4\text{th})_{\pm 1\text{st}}$ の 4 つの回折光が現れる。これらの回折光は、配向基板の格子周期から見積もられる ± 1 次回折光であると同時に、ビート長から見積もられる ± 3 次回折光や ± 4 次回折光に対応する。一方で、右回り円偏光を入射した場合、負側の次数は出現せずに、 $(+3\text{rd})_{+1\text{st}}$ および $(+4\text{rd})_{+1\text{st}}$ にのみ回折光が現れる。これらの偏光選択性を含む回折特性は、マルチビート液晶セルがシングルビート液晶セルを連なって構成されていると考えることで理解できる。

位相差 Γ が π の偶数倍の条件での回折特性の実験結果を Fig. 3.9(f)および Fig. 3.9(g)に示す。シングルビート液晶セルの場合は 0 次回折光のみが出現する条件であるが、マルチビート液晶セルでは複数の回折光が現れる。その回折光の回折角がビート長に対応することから、配向基板によって配列された液晶分子の遅相軸分布に起因した偏光回折ではなく、液晶セルの捩じれ角分布による回折に起因していることがわかる。すなわち、マルチビート液晶セルのように、入射光のビーム径に対して複数のビート構造が含まれる場合、ビート構造は

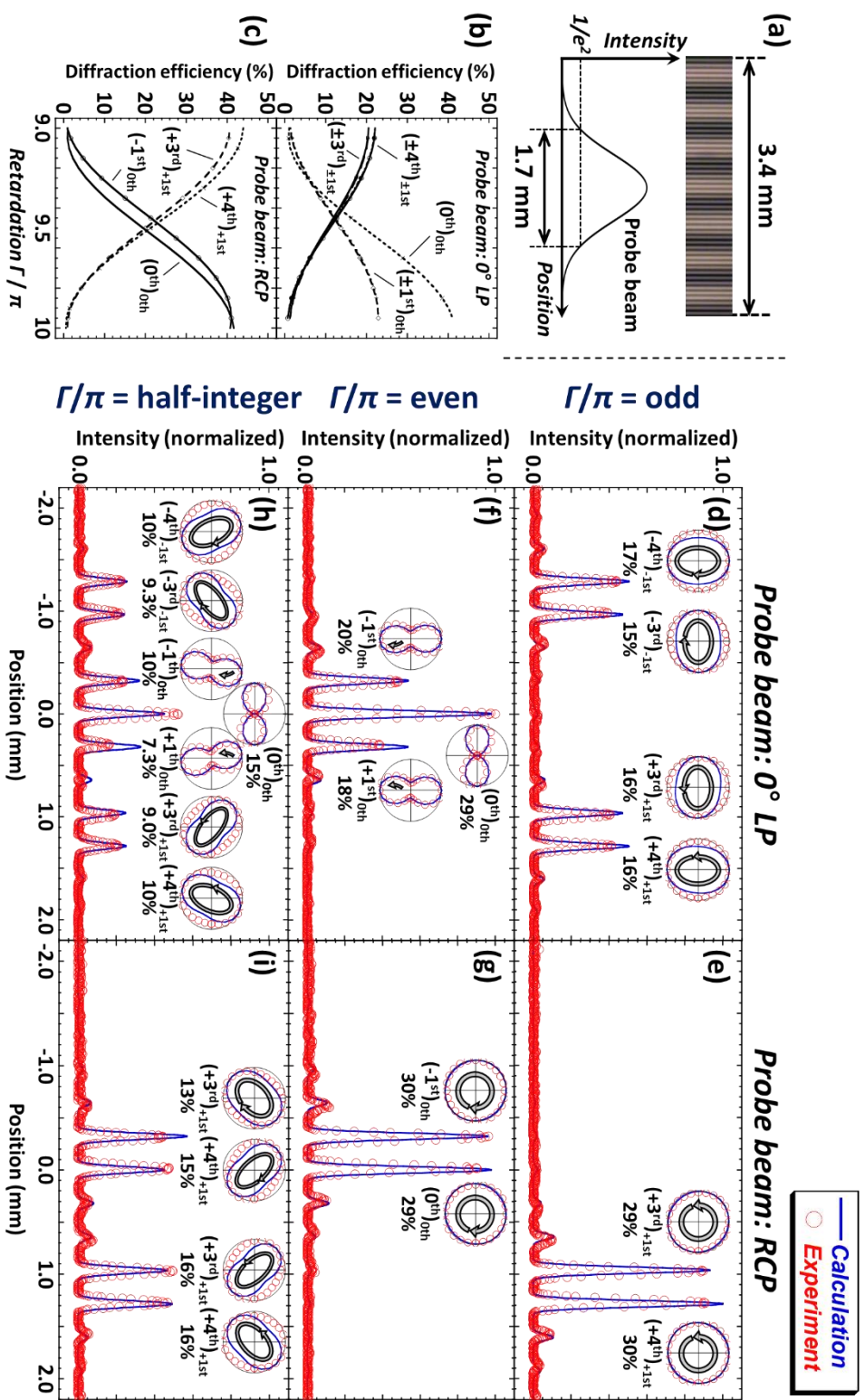


Fig. 3.9. (a) Relationship between the beam waist of a probe beam and the beat length of the beat structure. (b,c) Retardation dependences of the diffraction efficiency of diffracted beams. (d-i) Diffraction properties of the multi-beat LC cell.

ビート長を格子周期とする回折格子として機能する。このビート構造による回折格子もまた偏光依存性を有している。0°直線偏光を入射した場合、回折光は座標中心を境に対称的に現れ、偏光状態は回折光ごとに異なる。右回り円偏光を入射した場合は、(0th)_{0th} および (-1st)_{0th} に右回り円偏光が現れる。このように、マルチビート液晶セルの偏光依存性も、シングルビート液晶セルの結果と同様に、ビート構造に起因していると考えることができる。

位相差 Γ が π の半整数倍の条件では、奇数倍と偶数倍の場合の回折特性が半ずつ現れるため、Fig. 3.9(h)および Fig. 3.9(i)に示す結果となる。配向基板が形成する液晶分子の遅相軸分布による偏光回折とビート構造による回折が同時に起きるため、複数の回折光が確認できる。これらの偏光状態は、ビート構造の捩じれ角分布と配向基板の遅相軸分布によって決定される。

3.5 まとめ

本研究では、異なる格子周期の配向基板によってビート構造を有する液晶セル型偏光回折格子を作製し、その回折特性を実験および理論の双方から実証した。4つの配向基板から、ビート長が異なる2つの液晶セルを作製した。ビート構造を有する液晶セル型偏光回折格子が従来のOC格子としても機能すること、0°PA配向であるビート構造の中心としたキラル構造によって入射偏光の掌性依存性を有することがわかった。さらに、入射光のビーム径に対して複数のビート構造が含まれる場合は、配向基板によって配向された液晶分子による偏光回折に加えて、ビート構造による回折が重畳されることを明らかになった。ビート構造による回折の回折角はEq. (3-2)のビート長に基づき、上下配向基板の格子周期の組合せによって決定される。また、回折特性は位相差 Γ を変化させることによって制御できる。本研究で得られたビート構造を有する液晶セル型偏光回折格子に関する知見は、高機能な偏光回折格子が要求されるアプリケーションへの貢献が期待できる。

第4章 二軸光学異方性を導入した偏光回折格子の偏光回折特性

本章では、二軸異方性を示す偏光感受性高分子液晶を光配向することによって形成された OC 格子について説明する。特に、二軸異方性による回折特性の入射角依存性の低減について、一般的に用いられる一軸異方性媒体を用いた場合との比較も含めて詳述する。

4.1 研究の動機

OC 格子の回折特性は 2.2 節で記述した通りである。通常、OC 格子は垂直入射条件下での利用を想定して設計されるが、応用上、斜入射を必要とするシチュエーションも少なくない[30,54,100,101]。例えば、OC 格子を用いたビームステアリングは、原理的に OC 格子を多段に重ねて実現されるため、後続の OC 格子には光波が斜めに入射される[54,100,101]。イメージングの分野においても、広い視野角で撮像しようとするとき斜入射が要求される[30]。しかしながら、一軸異方性を示す材料を用いる場合は、入射角に依存して光学異方性の大きさが増減し、異方性媒体層での光波の伝搬長も延伸する。それゆえに、垂直入射条件下で高い回折効率や所望の偏光状態を発揮するように設計された OC 格子は、斜入射条件下では所望値から乖離した回折特性を示す。一軸異方性の液晶材料を用いた偏光回折格子でも、局所的な配向処理によって配向構造を 3 次元的に工夫すれば特定の入射角による斜入射時の回折特性を改善できるという報告もある[102]。しかしながら、異方性媒体層が数ミクロンの偏光回折格子では、ナノオーダーの局所的な配向制御が必要で、現状での実現は難しい。また入射角依存性を低減するためには、特定の入射角のみに対応するのではなく、あらゆる入射角に対して回折特性が不変であることが望ましい。

そこで本研究では、斜入射時の OC 格子の光学的課題を解決するために、異方性分布よりもさらに微視的な 3 次元異方性として材料が有する二軸異方性に焦点を当てる。近年、光学異方性が二軸、すなわち 3 次元的にどの方向から見ても異方的である高分子／低分子液晶やアゾポリマーが発見されている[103-105]。他方で、液晶ディスプレイ構成（偏光子対と 90°TN 液晶）に一軸配向とした二軸異方性の位相差フィルムを挿入することによって、斜視

時の光漏れが低減され、広視野角化できることが報告されている[106]。このような背景から、斜入射による異方性媒体層の延伸を光学異方性の大きさと相殺することによって、光学軸が空間的に分布した OC 格子でも二軸異方性による入射角依存性の低減効果が得られると期待できる。

本研究では、回折効率および回折光の偏光楕円率の入射角依存性が低減を目的として、二軸異方性を示す偏光感受性高分子液晶を用いたフィルム型の OC 格子を形成する。OC 格子は二軸異方性を示す偏光感受性高分子液晶を紫外域の交叉干渉光によって光配向することで作製し、可視域の入射光に対する回折特性の入射角依存性を実験的に測定する。また、その回折特性に理論解析によって理論的な説明を与え、そのメカニズムについて明らかにする。

4.2 二軸光学異方性の実験的な確認

OC 格子の形成に用いる偏光感受性高分子液晶フィルム（林テレンプ株式会社より提供いただいた、基材の TAC (cellulose triacetate) フィルム上に厚さ $3.5\text{ }\mu\text{m}$ の二軸異方性高分子液晶をコーティングした $90\text{ }\mu\text{m}$ 厚のフィルム）の光学異方性が実際に二軸性であるかを確認するために、クリスタルローテーション法に基づいた Fig. 4.1(a)の光学構成による実験を行った。偏光子および検光子を透過軸がそれぞれ $+45^\circ$ および -45° となるように配置し、測定対象の材料で作製した一軸配向サンプルを偏光子および検光子の間に挿入した。この一軸配向サンプルは、波長 360 nm の直線偏光紫外光を露光量 110 mJ/cm^2 で二軸異方性高分子液晶に照射し、その後 135°C のオーブンで 4 分間アニール処理することによって光配向させて用意された。比較のために、一軸異方性偏光感受性高分子液晶がコーティングされた基板（共同研究先より提供）を光配向させた一軸配向サンプル（ガラス基板上に $4.0\text{ }\mu\text{m}$ 厚の一軸異方性高分子液晶がコーティングされたサンプル。これに波長 360 nm の直線偏光紫外光を露光量 110 mJ/cm^2 で照射し、 140°C のオーブンで 20 分間アニール処理することによって作製された。）も用意した。Fig. 4.1(a)の検光子を透過した後の光強度が最大となるように、 z 軸を中心に一軸配向サンプルを回転させた。次に、その点で y 軸を中心にサンプルを回転させ、回転角に対する透過光の光強度を測定した。その後、 z 軸を中心に 90° だけ回転させ、同様に y 軸中心の回転に対する透過光の光強度を測定した。 z 軸を中心に 90° 回転させる前後の

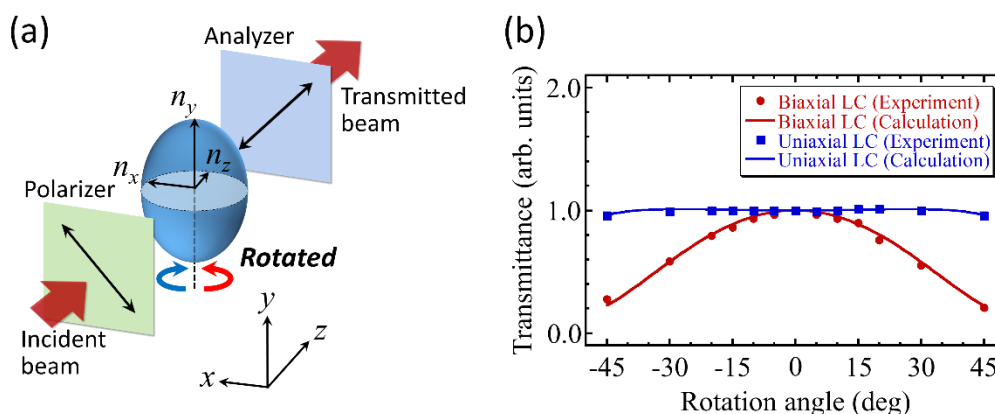


Fig. 4.1. Identification of optical anisotropy derived from materials. (a) and (b) show the optical configuration and experimentally-measured results, respectively. The calculations were carried out based on the Berreman's 4×4 matrix method.

2つの測定結果のうち、 y 軸を中心とした回転による透過光の光強度の変動が小さいものを本実験での測定結果とした。この選択操作によって、屈折率楕円体の長軸（遅相軸）が y 軸に平行な条件での測定結果が得られる。Figure 4.1(b)は、波長 532 nm 入射時における本研究で用いた2つのサンプルの測定結果と計算結果である。計算には Berreman の 4×4 行列法を用いた。計算条件として、高分子液晶層の厚さや入射光の波長は実験での結果と合わせた。これらの条件を固定して、主屈折率 n_x 、 n_y 、 n_z をそれぞれ変えて計算することによって実験結果に最も近い主屈折率の組み合わせを計算結果とした。空気—高分子液晶層界面での多重反射を消去するために反射防止膜[107]を高分子液晶層の両端に配置した。よって、界面での Fresnel 反射による偏光変化は考慮できていない。結果として、青い四角のマークでプロットされた結果では、回転角に依存することなく光強度がほとんど一定である。一方、赤い円のマークでプロットされた結果では、回転角に依存して光強度が大きく変化している。このことから、前者は一軸異方性を示す高分子液晶であり、後者は二軸異方性を示す高分子液晶であることが確認できた。実際に用いた材料も青色プロットが二軸性、赤色プロットが一軸性の光学異方性を示すものとされていたものである。本測定手法は、遅相軸が y 軸に平行な条件で測定した場合、主屈折率 n_x および n_y によって描かれる平面が一軸異方性では真円となり、二軸異方性では楕円となるという考えに基づいている。実際には斜入射によって、Snell の法則を伴った伝搬長の延伸が起きるため多少は変動する。本研究では、こ

の測定によって明らかとなった二軸光学異方性を示す高分子液晶を用いて OC 格子を形成する。同様に、比較のために、本実験で使用した一軸光学異方性高分子液晶を用いた OC 格子も作製する。

4.3 偏光回折格子への斜入射について

偏光回折格子への斜入射を考えるにあたって、Fig. 4.2 に示すように 2 通りの入射方向が想定される。格子ベクトルに直交する yz 平面上での入射角を θ_{yz} 、 yz 平面と直交関係にある xz 平面での入射角 θ_{xz} と定義する。 yz 平面上での斜入射では、光波が感じる光路長は伝搬長の延伸によって長くなるが、光学軸分布が y 軸方向には一様であることから光学異方性の大きさは変化しない。また、格子周期も入射角 θ_{xz} には依存せず一定である。一方で、 xz 平面上での斜入射では、Fig. 4.3 に示すように異なる光学軸方位の光学異方性媒体を通過するため、入射角 θ_{xz} に応じてその内部伝搬の影響を受ける。また、格子周期についても同様に入射角に応じて実効的な大きさが変化し、垂直入射時の格子周期を Λ とすると $\Lambda \cos \theta_{xz}$ となる。よって、回折特性の入射角依存性を考えるにあたっては yz 平面と xz 平面とで別々に検討する必要がある。それぞれの場合の入射角依存性を調査することで、両方の入射角が値を

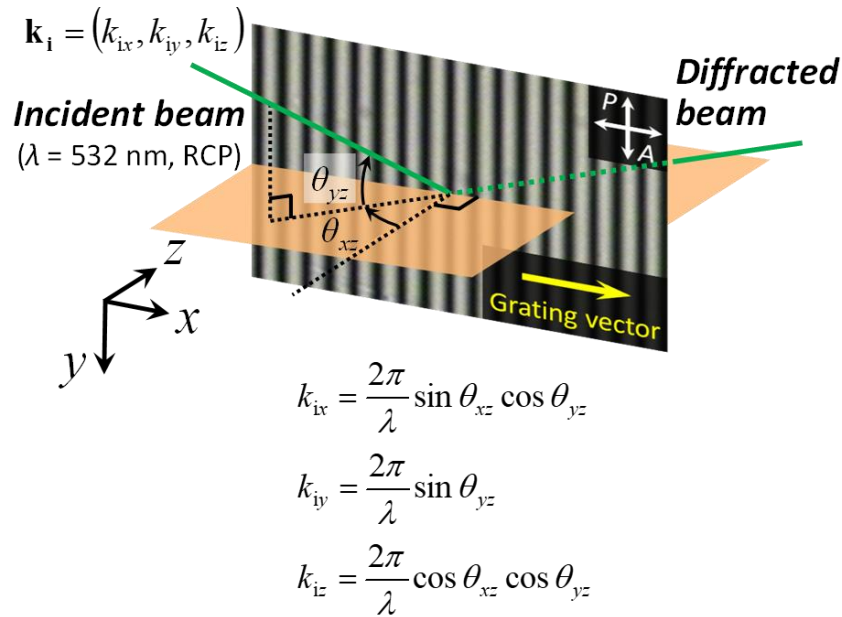


Fig. 4.2. Beam incident condition on an OCPG. Two patterns can be assumed, one on the yz plane and the other on the xz plane.

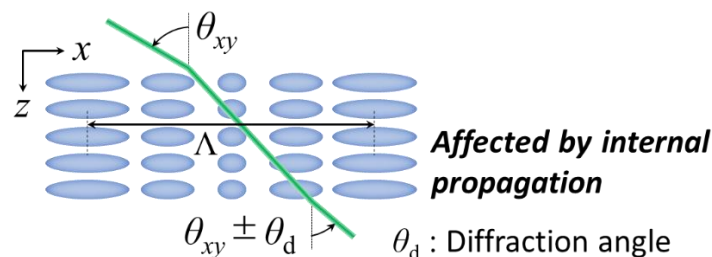


Fig. 4.3. Beam incident condition on an OCPG. Two patterns can be assumed, one on the yz plane and the other on the xz plane.

持つ複合的な場合においても、 yz 平面、 xz 平面上での結果から推察できるようになる。本研究においても、 yz 平面と xz 平面とで別々に調査し、二軸異方性による補償効果がどのように変化するか調査した。

4. 4 yz 平面上での偏光回折格子への斜入射

4. 4. 1 実験手法 I —OC 格子の作製

Figure 4.4 は、2つの直交関係にある円偏光を交叉干渉させる 2 光波干渉露光法による OC 格子の形成のための光学系である。波長 360 nm の UV-DPSS (ultraviolet-diode-pumped solid-state) レーザから出射されたビームを平凸レンズ対によってビーム径 10 mm に拡大し、半波長板と偏光ビームスプリッタを用いて 2 つの光路に分離した。このとき、最終的な干渉時に強度干渉が起きないように、光強度は等分にしなければならない。2 つの光路に分離されたビームを波長板によってそれぞれ右回り円偏光および左回り円偏光に変換し、交叉角 2Θ で交叉干渉させた。この偏光干渉光をサンプルの高分子液晶を塗布した面に露光した。露光量はシャッターの開閉時間で制御し、本研究においては二軸異方性材料、一軸異方性材料のどちらも 110 mJ/cm^2 とした。本研究で用いた高分子液晶は露光量によって光学異方性の大きさが決定されるため、プローブ光として円偏光が入射された場合に -1 次または +1 次への回折効率が 100% となる条件 $\Delta n d = \lambda/2$ (使用するレーザの波長 : 532 nm) を目標値として露光量を決定した。格子周期は交叉角によって決定し、 $\Lambda = \lambda/(2\sin\Theta)$ に基づいて調整した。5.5 μm の格子周期を有する偏光回折格子を形成するため、 $2\Theta = 3.7^\circ$ とした。ここで、それぞれの OC

格子について諸元をまとめると、二軸異方性高分子液晶を用いた OC 格子: 格子周期 $5.5\ \mu\text{m}$; 液晶層の厚さ $3.5\ \mu\text{m}$ 、一軸異方性高分子液晶を用いた OC 格子: 格子周期 $5.5\ \mu\text{m}$; 液晶層の厚さ $4.0\ \mu\text{m}$ である。最後に、集団的再配列により光学異方性により光学異方性を誘起させるために、オープンによる熱処理を行った。熱処理は、二軸異方性高分子液晶については 135°C で 4 分 30 秒、二軸異方性高分子液晶については 140°C で 20 分行った。

4.4.2 実験手法Ⅱ—回折特性の入射角依存性の測定

上記の手順で用意した OC 格子の回折特性の入射角依存性を測定した。波長 $532\ \text{nm}$ の DPSS レーザ ($P_{\text{probe}} < 1.5\ \text{mW}$) から出射された直線偏光を波長板によって円偏光に変換して、Fig. 4.2 に示すように OC 格子に入射した。そして、OC 格子によって回折された光波の回折効率および偏光楕円率を測定した。OC 格子をマイクロメータによって手動でできる θ 軸ステージに固定し、逐次入射角 θ_{yz} を変えて回折特性を測定した。

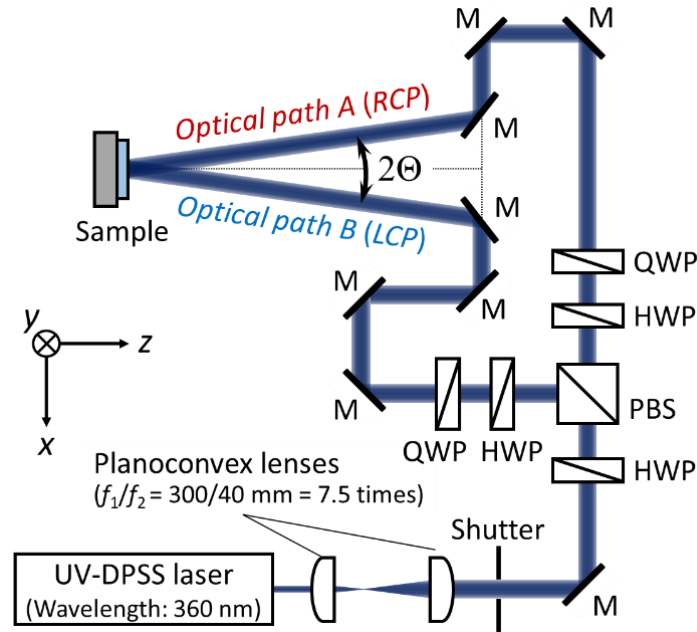


Fig. 4.4. Optical setup for forming OC polarization gratings by the polarization holography. M, HWP, PBS, and QWP represent mirror, half-wave plate, polarization beam splitter, and quarter-wave plate, respectively.

4.4.3 理論解析手法

理論解析には、斜入射条件の計算が可能な Berreman の 4×4 行列法を採用した。本計算手法の詳細は 2.3.1 項を参照されたい。OC 格子を Berreman の 4×4 行列法によって解析する場合は、比誘電率テンソルの空間分布を Eq. (2-29)の微分伝搬行列に代入する必要がある。

OC 格子の解析においては、一軸方向（ここでは、 x 軸とする）に沿って遅相軸が回転して分布しているため、以下のように回転行列を用いて x 軸に依存する比誘電率テンソルを表すことができる。

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \cos \varphi(x) & -\sin \varphi(x) & 0 \\ \sin \varphi(x) & \cos \varphi(x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi(x) & \sin \varphi(x) & 0 \\ -\sin \varphi(x) & \cos \varphi(x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

ただし、垂直入射時の光波の伝搬方向は z 軸方向で、 $\varphi(x)$ は異方性媒体の光学軸方位である。上式の誘電率テンソルの成分を Eq. (2-29)の微分伝搬行列に代入することによって、OC 格子の解析を行うことができる。斜入射による光波の異方性媒体層での伝搬長の延伸は、平均屈折率 $n_{\text{ave.}} = (n_x + n_y + n_z)/3$ を用いた Snell の法則によって考慮する。垂直入射時の伝搬長、すなわち異方性媒体層の厚さを d_0 とすると、入射角 θ_{yz} での斜入射時の異方性媒体層での伝搬長 d は、

$$d = \frac{d_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta_{yz}}{n_{\text{ave.}}} \right)^2}} \quad (4-2)$$

となる。また、高分子液晶層—空気界面は、一軸配向サンプル測定時と同様に反射防止膜を配置して多重干渉光が生じない計算条件とした。以上によって得られた透過光の電界ベクトルの複素振幅分布を 2.4 節の回折計算によって回折させることによって回折光の分布を求め、各入射角に対する回折効率や偏光楕円率を計算した。

4.4.4 結果および考察—作製した OC 格子

Figure 4.5(a)は、二軸異方性高分子液晶によって作製した OC 格子の外観画像である。Figure 4.5(b)は、クロスニコル配置とした偏光子、検光子を取り付けた偏光顕微鏡によって撮影された同 OC 格子の画像である。格子ベクトル方向に透過率が周期的に、かつ連続的に分布し

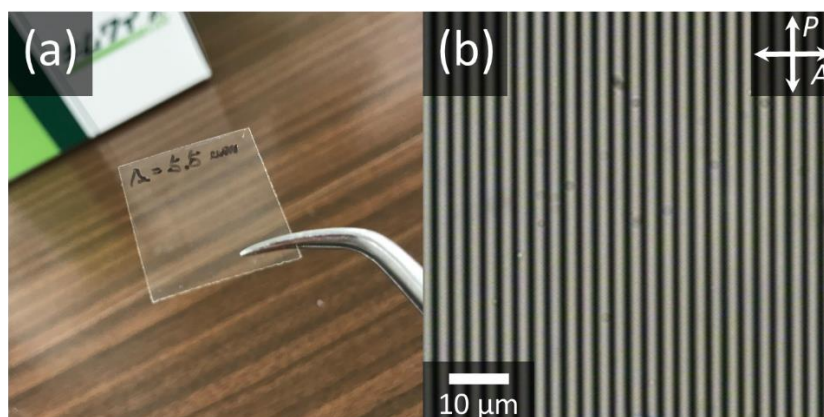


Fig. 4.5. OCPG formed by using the polarization sensitive polymer liquid crystal exhibiting optically biaxial anisotropy. (a) photograph of the appearance. (b) Image observed by the polarization optical microscopy with crossed Nicol polarizers.

ていることから、OC 格子が形成できていることが確認できる。

4.4.5 結果および考察—回折特性の入射角依存性

OC 格子の回折特性は、4.4.2 項で記述の通り、波長 532 nm の右回り円偏光を入射して測定された。垂直入射時の+1 次回折光の回折効率は、二軸光学異方性高分子液晶によって作製した OC 格子で 97.8%、一軸光学異方性高分子液晶によって作製した OC 格子で 98.9%であった。偏光楕円率については、垂直入射時はどちらの OC 格子とも 0.980 であった。ただし、ここでの回折効率は全ての次数の回折光の光強度の総和に対する+1 次回折光の光強度の比であり、Fresnel 反射による損失や液晶による散乱、吸収が除外された定義となっている。OC 格子の格子ベクトルに直交する平面上 (Fig. 4.2 における yz 平面) での+1 次回折光の回折効率の入射角依存性を Fig. 4.6(a)に示す。一軸光学異方性高分子液晶を用いた OC 格子では、入射角に依存して回折効率が低下し、入射角を 60° とすると回折効率は垂直入射時からその絶対値で 8%低下する。Figure 4.6(b)に示す+1 次回折光の偏光楕円率の入射角依存性においても、一軸光学異方性高分子液晶を用いた OC 格子では、入射角の増加に伴って円偏光から乖離する傾向が認められる。一方で、二軸光学異方性を示す高分子液晶を用いた OC 格子では、入射角を 60° まで増加させても、回折効率の増減量は絶対値で 1.5%以内に抑

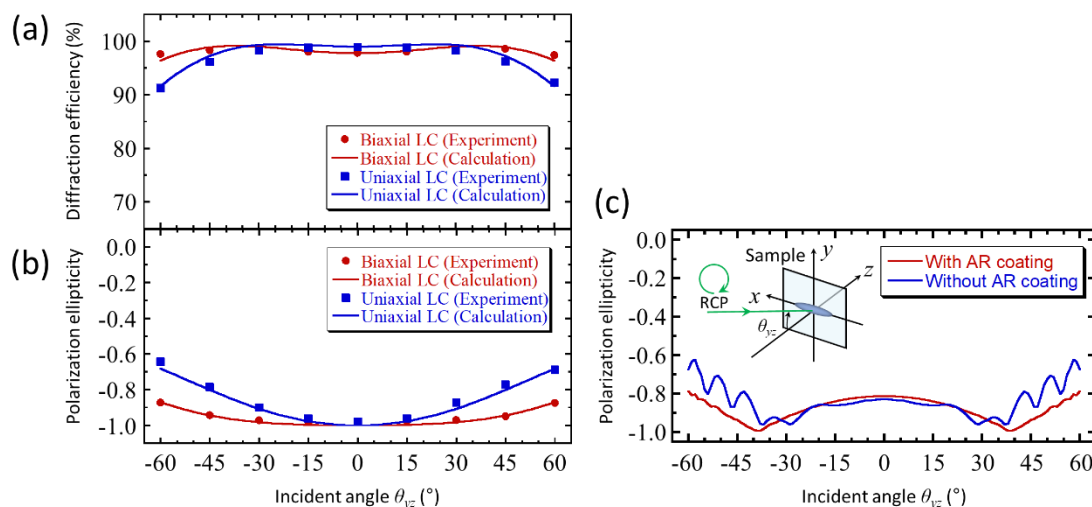


Fig. 4.6. (a) and (b) Incident angle dependence of the diffraction efficiency and the polarization ellipticity of +1st-order beam diffracted by the OC polarization gratings. The calculations were carried out based on the Berreman's 4×4 matrix method under the following refractive index conditions: $n_x = 1.768$, $n_y = 1.837$, $n_z = 1.818$ for the OC polarization grating formed by using the polymer liquid crystal exhibiting the biaxial anisotropy and $n_x = 1.685 = n_z = n_o$, $n_y = 1.747 = n_e$ for the OC polarization grating formed by using the polymer liquid crystal exhibiting the uniaxial anisotropy. (c) Incident angle dependence of the polarization ellipticity of beam transmitted through the uniaxially-aligned sample with principal indices of $n_x = 1.685 = n_z = n_o$ and $n_y = 1.747 = n_e$.

制されている。また、偏光楕円率も垂直入射時と入射角 60°の斜入射時とで比較すると、一軸光学異方性高分子液晶を用いた OC 格子で 0.4 程度その絶対値が低下するのに対して、二軸光学異方性高分子液晶を用いた OC 格子での減少量は 0.2 以下（絶対値）に抑えられている。このように、二軸光学異方性を示す高分子液晶を用いることによって、回折効率や偏光楕円率の入射角依存性が低減された OC 格子を形成できることを実験的に実証することができた。また、これらの実験結果は Berreman の 4×4 行列法による理論解析結果とよく一致する。実験結果および計算結果ではどちらも垂直入射を境に対称的な入射角依存性が得られた。これは、OC 格子の液晶ダイレクタが x 軸に沿って空間的に分布しており、垂直入射時には主屈折率 n_y および n_z が描く平面は回転していないことを示唆している。したがって、二軸異方性の導入による OC 格子の入射角依存性の低減効果には、入射角による異方性媒体層での光波の伝搬長の延伸を光学異方性の変化で相殺することによってリタデーションが

変化しにくくなることが関係していると考えられる。ただし、多重干渉光を考慮するために配置した反射防止膜によって斜入射条件でも円偏光入射となっていることから、主屈折率の組み合わせによって実験結果に合うようにフィッティングを行っている。しかしながら、Fig. 4.6(c)に示すように、 $\pm 40^\circ$ 程度の範囲では Fresnel 反射による入射偏光の偏光楕円率低下もわずかであり、入射角が小さい領域ではよく一致していることから実験で用いたサンプルの主屈折率も大きく乖離することのない値であると考えられる。

2.2 節の OC 格子の基礎回折特性に関する説明では、OC 格子によって回折された光波の偏光状態は常に円偏光であると記述した。しかしながら、本研究で得られた結果では、光学異方性が一軸であるか二軸であるかにかかわらず、入射角に依存して楕円化している。これについて考えたい。垂直入射時に OC 格子が円偏光を回折するのは、異方性媒体の配列パターンが光波に付与する位相、すなわち幾何学的位相に依っている。よって、その偏光状態の楕円化は、OC 格子固有の幾何学的位相からの乖離を意味している。ここで、Fig. 4.7 のように、一軸異方性媒体で形成された OC 格子に、格子ベクトルに直交する平面 (yz 平面) において入射角 90° で斜入射する場合を考える。この条件下では、異方性媒体である液晶分子の液晶ダイレクタの方位は一定であり、実効的な光学異方性の大きさが空間的に分布している。この 90° 斜入射条件下では、OC 格子は入射偏光に対して等方性媒体で形成された透過型位相回折格子のように機能する。このような場合には、幾何学的位相ではなく、通常の屈折率による言わば直接的位相が支配的になる。よって、入射角 $\theta_{yz} = 45^\circ$ のような斜入射では、幾何学的位相による偏光回折と直接的位相による回折が同時に影響すると考えられる。ただし、二軸異方性では n_x と n_z の値も異なるために直接的位相の影響が小さくなり、 45° 斜入射時においても幾何学的位相による偏光回折が支配的であると考えられる。したがって、Fig. 4.6(b)のような入射角依存性が得られると考えられる。回折効率において+1 次の値が減少した理由も同様で、入射角による幾何学的位相ではない直接的な位相の分布によって+2 次回折光や 0 次回折光に高次の回折次数に回折したことに起因する。

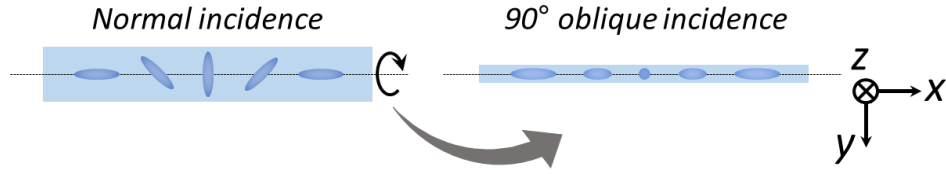


Fig. 4.7. Schematic illustration of alignment of liquid crystals at $\theta_{yz} = 90^\circ$ oblique incidence.

4.5 xz 平面上での偏光回折格子への斜入射

4.5.1 偏光回折格子の光学的厚さによる分類と内部伝搬の影響

これまでの議論では、格子周期 $5.5 \mu\text{m}$ 、厚さ $3.5 \mu\text{m}$ といった仕様の OC 格子について、その回折特性の入射角依存性を説明してきた。しかしながら、 xz 平面上での回折特性の入射角依存性を議論する場合にはさらに考慮すべき事項がある。

・偏光回折格子の分類

1 つ目が OC 格子の光学的厚さの影響である。一般的に、回折格子は、周期構造が波長に対して十分に大きい領域を Raman-Nath 領域、波長オーダーである領域を Bragg 領域と分類される。OC 格子を含む偏光回折格子も通常の等方性の回折格子と同様に分類することができる。この分類を定量的に行うために、無次元のパラメータ Q や ρ が用意されている [47,107,108]。OC 格子の格子周期を Λ 、異方性媒体層の厚さを d 、異方性媒体の平均屈折率を n_{ave} 、波長を λ 、異方性の大きさ（複屈折率）を Δn とすると、パラメータ Q および ρ は、

$$Q = \frac{2\pi\lambda d}{n_{\text{ave}} \Lambda^2} \quad (4-3)$$

$$\rho = \frac{2\lambda^2}{n_{\text{ave}} \Delta n \Lambda^2} \quad (4-4)$$

で表される。目安としては $Q < 1$ ($\rho < 1$) で Raman-Nath 領域となり、 $Q \gg 1$ ($\rho \gg 1$) で Bragg 領域となるが、1 を境にスイッチする訳ではない。 Q および ρ による格子特性の変化は連続的である。 Q と ρ の使い分は、式からもわかるように、回折格子の物理的な厚さが厚い場合には Q が有効で、薄くて異方性の大きさ（複屈折率）が支配的であれば ρ が役立つ。

この Q や ρ によって分類できるそれぞれの領域では、同じ一軸光学異方性を有する場合でも Fig. 4.8 のように入射角応答がそもそも異なる。したがって、回折特性の入射角 θ_{xz} 依存性を考える際には、 Q や ρ を考慮して検討する必要がある（二軸光学異方性と一軸光学異方性を比較する場合も Q や ρ を揃える必要がある）。計算結果 Fig. 4.8 を得た、FDTD 計算の条件を Table 4.1 に示す。

・内部伝搬の影響

xz 平面上で回折特性の入射角依存性を考える際に考慮しなければならない事項がもう 1 つある。OC 格子への斜め入射時では、異方性媒体層内部において Fig. 4.3 のように光波が異なる光学軸方位を通過する。実験では、光波がその内部伝搬の影響を受けた結果として回折される。よって、理論解析においても内部伝搬の影響を考慮するために、Berreman の 4×4 行列法から FDTD 法などの手法に変えなければならない。Berreman の 4×4 行列法は Jones 計算法などと同様に、入射光の電界ベクトルと波数や媒体の誘電率からなる伝搬行列との線形代数的な手続きにより、出射光や反射光を計算できる。しかしながら、Berreman の 4×4 行列法では、 xy 平面の境界条件は取り入れられているものの、 yz 平面、 xz 平面での境界条

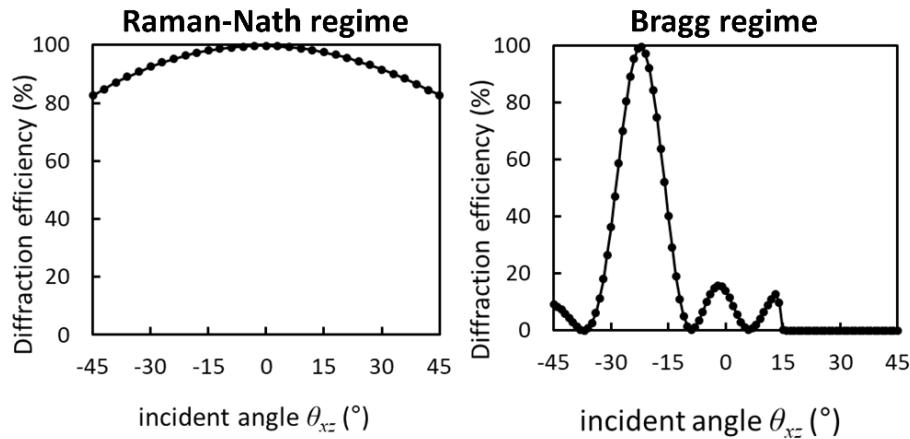


Fig. 4.8. Typical incident angle (θ_{xz}) dependence of the diffraction efficiency of uniaxial anisotropic medium-used OC polarization gratings in Raman-Nath regime ($\Lambda = 10.0 \mu\text{m}$) and Bragg regime ($\Lambda = 700 \text{ nm}$) for the wavelength of an incident light of 532 nm. (The thickness d and the refractive indices n_e , n_o of the anisotropic medium are $d = 4.00 \mu\text{m}$, $n_o = 1.6000$, and $n_e = 1.6665$, respectively.)

Table 4.1. Calculation parameter set in the FDTD calculation. The variable c is speed of light.

Parameter	Normalized value	Sampled value
Central wavelength of probe beam at vacuum	$\lambda_{\text{cen.}}$	532 nm
Bandwidth of probe beam in vacuum	$\Delta\lambda$	2.8 nm
Spacial resolution ($\Delta x = \Delta y$)	$< \lambda_{\text{cen.}}/20$	25 nm
number of elements in analytical area	$\Lambda/\Delta x \times N_y$	400 × 560 for Raman-Nath 28 × 560 for Bragg
Temporal resolution (Δt)	$\Delta x/(2c)$	0.042 fs
PML thickness	$30\Delta x$	750 nm

件が考慮されていない。そのため、Raman-Nath OC 格子の yz 平面での入射角依存性では光学軸の方位が不変で光路長の変化を考慮することで対応できたが、 xz 平面での斜め入射では異なる光学軸方位を通過するため現実に則した計算ができない[OC 格子に関する Berreman の 4×4 行列法と FDTD 法による解析結果の比較を付録に載せている]。そこで、本研究の xz 平面の入射角依存性の理論解析には、2.3.2 項で解説した FDTD 法を用いる。

4.5.2 Raman-Nath 領域、Bragg 領域および中間領域の OC 格子の作製

本研究では、Eq. (4-3)および Eq. (4-4)に基づいて、格子周期のみを変えることによって Raman-Nath 領域、Bragg 格子、それらの中間領域のそれぞれの OC 格子を用意することとした。作製手法は yz 平面での偏光回折格子の手法と同様に 2 光波干渉露光によって行ったが、Fig. 4.9 のように光源の波長や使用したビーム拡大用レンズが異なる。光学系の説明は yz 平面での斜入射依存性検討時に使用した OC 格子の作製手法にあることから、ここでは省略する。二軸光学異方性の作製条件は露光量 21 mJ/cm^2 で光配向し、 135°C の恒温槽で 20 分間アニール処理した。比較対象の一軸光学異方性高分子液晶を用いた OC 格子は、露光量 110 mJ/cm^2 で露光後、 140°C の恒温槽で 20 分間のアニール処理を経て作製された。液晶層の厚さは二軸光学異方性の OC 格子で $3.5 \mu\text{m}$ 、一軸光学異方性の OC 格子で $4.0 \mu\text{m}$ である。

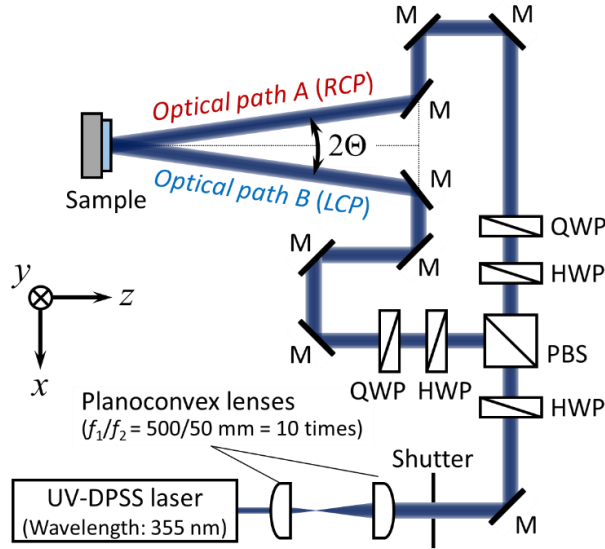


Fig. 4.9. Optical setup for forming OC polarization gratings by the polarization holography. M, HWP, PBS, and QWP represent mirror, half-wave plate, polarization beam splitter, and quarter-wave plate, respectively.

4.5.3 理論解析手法

4.5.1 項で記述の通り、本研究の xz 平面での入射角依存性の理論解析には FDTD 法を用いる。FDTD 法においても、Eq. (4-1)によって求めた OC 格子の誘電率テンソルを 2.3.2 項の FDTD 法の差分方程式に代入して計算を行っていく。本研究においては、Fig. 4.10 に示す配置で 2 次元 FDTD 法を適用して計算を行った。平面波を波源から発振し、垂直入射時に z 軸方向に沿って伝搬するようにする。 z 軸方向には PML を配置し、 x 軸方向には Bloch の周期境界条件を適用した。したがって、1 つの解析領域には OC 格子の 1 周期のみが含まれるようにした。そして、波数ベクトルを入射角ごとに定義することによって、各入射角に対する複素振幅を観測面で取得した。その複素振幅の空間分布を回折計算に引き渡す。また、Fresnel 反射による偏光変化などの影響を考慮するため、高分子液晶層の両端には反射防止膜 (Anti-reflection (AR) コーティング) [109] を配置した場合としていない場合についてそれぞれ計算を行った。Raman-Nath 領域の OC 格子に関する計算パラメータは、格子周期によって変化する解析領域の要素数を除いて Table 4.1 と同様である。他方、Bragg 領域、中間領域の OC 格子については、Table 4.2 に示す計算パラメータを設定した。

FDTD 法で得た複素振幅を回折計算で使用する場合には注意すべき点がある。斜入射時に

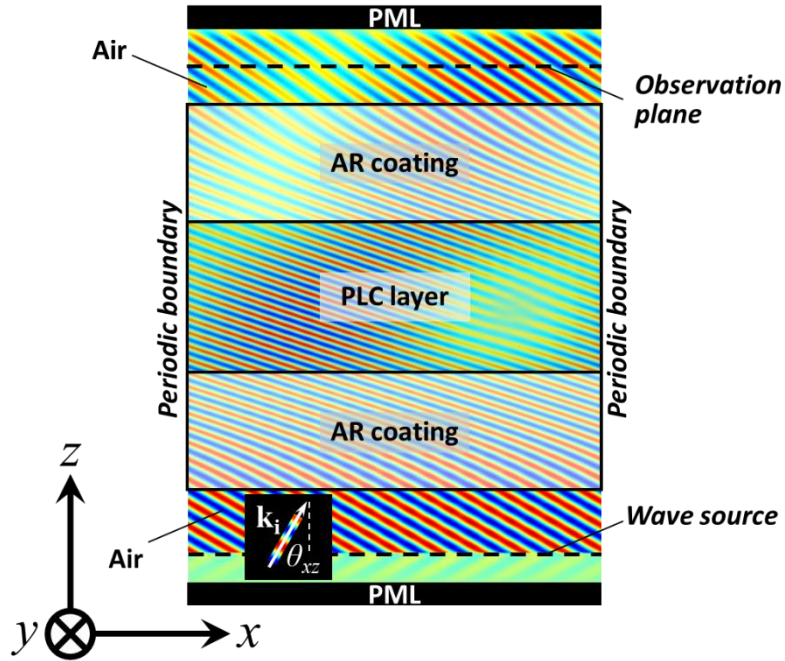


Fig. 4.10. Calculation model in the finite-difference time-domain (FDTD) method. The analysis area is surrounded by the perfectly matched layer (PML) and periodic boundary condition. The PLC layer that forms the OCPG is sandwiched with anti-reflective coatings.

Table 4.2. Calculation parameters set in the FDTD calculation. The variable c and Λ is speed of light.

Parameter	Normalized value	Sampled value
Central wavelength of probe beam at vacuum	$\lambda_{\text{cen.}}$	532 nm
Bandwidth of probe beam in vacuum	$\Delta\lambda$	2.8 nm
Spacial resolution ($\Delta x = \Delta z$)	$< \lambda_{\text{cen.}}/20$	10 nm
number of elements in analytical area	$\Lambda/\Delta x \times N_z$	$\Lambda/\Delta x$: depending on grating period N_z : 560
Temporal resolution (Δt)	$\Delta x/(2c)$	0.017 fs
PML thickness	$30\Delta x$	300 nm

は平面波を入射しているものの右端と左端の位相が連続になるとは限らない。これには波長 $\lambda_{\text{cen.}}$ 、入射角 θ_{xz} 、解析領域の大きさ $N_x\Delta x$ が関係しており、 $N_x\Delta x = n\lambda_{\text{cen.}}/\sin\theta_{xz}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) のように $\lambda_{\text{cen.}}/\sin\theta_{xz}$ の整数倍のとき以外は解析領域の端部で位相が不連続になる。そこで、回折計算で利用する前に位相を連続的につなげる処理をかける必要がある。最初に、Fourier

変換(計算の高速化のために高速 Fourier 変換を使いたい)を用いる場合を想定して、入射角 θ_{xz} のオフアキシスの計算を z 軸に沿って伝搬するようにする。FDTD 法で得られた複素振幅 \mathbf{E}_0 に $\exp(-ik_x x)$ を乗じることで入射光の伝搬方向が z 軸に沿っている場合の光波の複素振幅 \mathbf{E}_t となる。ただし、 $k_x = (2\pi/\lambda) \sin\theta_{xz}$ である。こうして得られた複素振幅の位相を連続化する。具体的には、 x 軸方向に分布した位相を関数 $y(x)$ として、関数始点での傾き $dy(x)/dx$ (実際には差分によって求める) と $y(x)$ の値から終点で連続的につながる値を探索する。それ以降の不連続となってしまう部分は切り捨てる。逆に、FDTD 法で計算して得られた複素振幅分布のうち、 $\lambda_{cen}/\sin\theta_{xz}$ の整数倍となる位置で(空間範囲だけ)を切り取って回折計算に使う方法も可能である。これによって、複素振幅分布が周期的になり、20 周期ほど x 軸方向に連結させて偏光回折格子として計算することで正常な回折計算結果を得ることができる。

4.5.4 結果および考察—偏光回折格子の各領域での入射角依存性

各 OC 格子の回折特性は、 yz 平面上での入射角依存性の測定時と同じ波長 532 nm の DPSS レーザから出射された直線偏光を波長板によって変換した右円偏光を入射光として測定された(ビームウエスト: 1 mm、入射光のパワー $P_{probe} < 200 \mu W$)。また、手動の微動 θ 軸ステージに OC 格子を設置し、 xz 平面で入射角を持つように逐次回転させて回折効率および偏光楕円率を測定した。回折効率は、全回折光の光強度の総和に対する+1 次回折光の光強度の比として計算されたため、Fresnel 反射や液晶による散乱、吸収の影響がないものとしている。偏光楕円率は、 xy 平面ではなく回折光の伝搬方向に直交する平面でポラリメータを用いて測定した。

Figures 4.11(a)および 4.11(b)は、Raman-Nath 領域の OC 格子によって偏光回折された+1 次回折光の回折効率および偏光楕円率の入射角依存性である。格子分類パラメータ Q や ρ が揃うように、格子周期を二軸光学異方性の OC 格子で 8.5 μm 、一軸光学異方性の OC 格子で 9.4 μm とした。具体的な数値としては、二軸光学異方性の OC 格子で $Q_{bi} = 0.096$ 、 $\rho_{bi} = 0.068$ である。ただし、使用波長 $\lambda = 532 \text{ nm}$ のプローブ光、垂直入射時の光学異方性の大きさ $\Delta n = 0.068$ 、平均屈折率 $n_{ave.} = 1.685$ としている。 yz 平面での入射角依存性 (Fig. 4.6) 測定時に使用した OC 格子と屈折率値が異なるが、これには露光に使用した光源の波長が 360 nm から 355 nm になったこと、それに付随して回折効率を高めるために熱処理時間を 4 分 30 秒

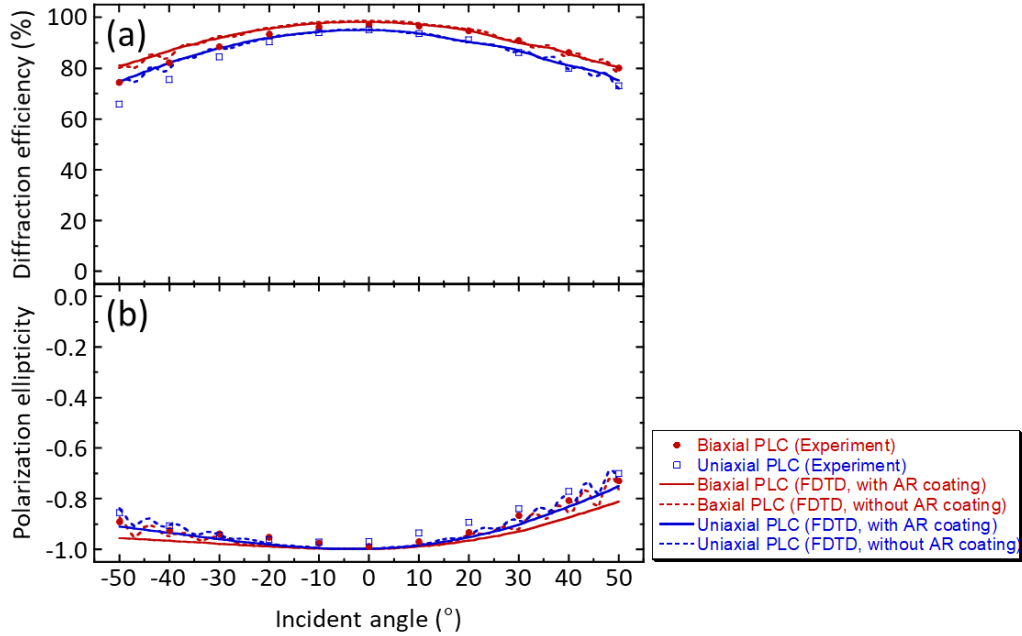


Fig. 4.11. Incident angle dependence of the diffraction properties of the Raman-Nath OC polarization gratings when a right-handed circularly polarized beam with a wavelength of 532 nm is incident. (a) Diffraction efficiency. (b) Polarization ellipticity.

から 20 分としたことが複合的に影響したと考えられる。一軸光学異方性の OC 格子については、同光源で、光学異性の大きさ $\Delta n = 0.055$ 、平均屈折率 $n_{\text{ave.}} = 1.633$ より、 $Q_{\text{uni.}} = 0.092$ 、 $\rho_{\text{uni.}} = 0.071$ である。Figures 4.11(a)および 4.11(b)より、一軸光学異方性の OC 格子と比較して二軸光学異方性の OC 格子の方が回折効率、偏光楕円率どちらの入射角依存性もより低減されていることがわかる。とりわけ、幾何学的位相が直接的に作用する偏光楕円率の入射角依存性では、一軸光学異方性の OC 格子との差異が大きく、二軸光学異方性による補償効果が顕著に見受けられる。Figure 4.12 は、二軸光学異方性が有する楕円球状の屈折率分布を表している。入射角による実効的な異方性の大きさの変化が一軸光学異方性の場合よりも小さい。極端な例では、入射角を 90° とすると、一軸光学異方性では実効的には真円、すなわち等方性媒体として機能する。一方で、二軸光学異方性では、 90° の入射角としても楕円、すなわち異方性を維持する。そのため、入射角 50° においても、二軸光学異方性と一軸光学異方性とで差異が生じたと考えられる。また、 yz 平面での入射角依存性と比較すると、異方性の差異による影響は小さい。これは、 yz 平面での斜入射とは対照的に、 xz 平面での斜入射時には異なる光学軸方位を有する異方性媒体を通過するために補償効果が伝搬方向に平

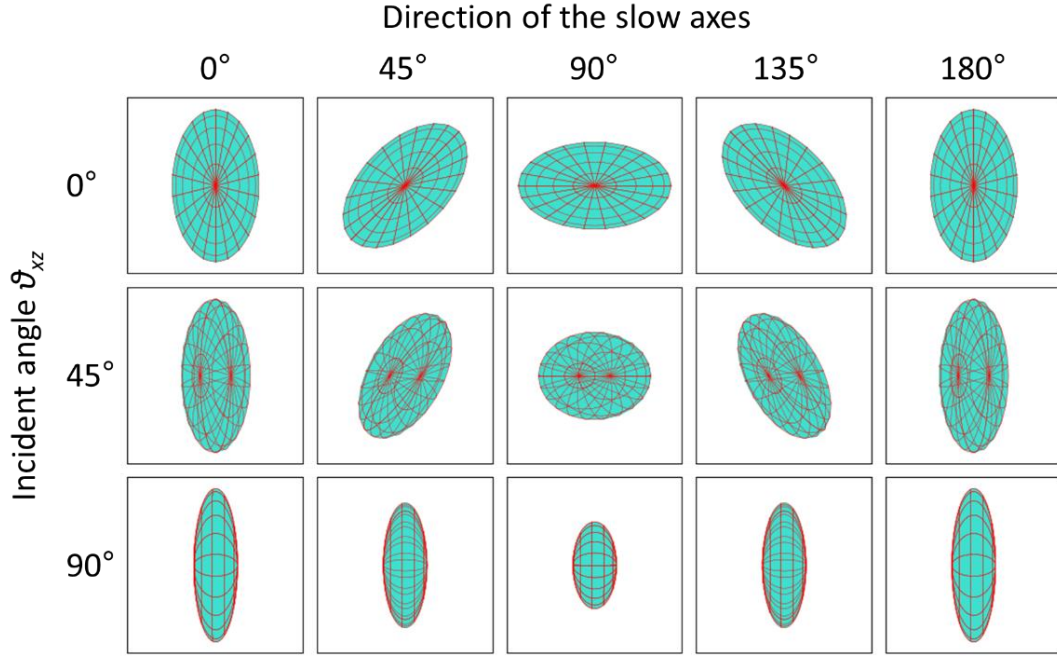


Fig. 4.12. Schematic illustration of the effective anisotropy changes due to incident angle.

均化されるためであると考えられる。ここで、主屈折率 n_x 、 n_y 、 n_z は回折効率および偏光楕円率の実験結果へのフィッティングパラメータとして決定され、二軸光学異方性の OC 格子で $n_x = 1.659$ 、 $n_y = 1.727$ 、 $n_z = 1.669$ 、一軸光学異方性の OC 格子で $n_x = 1.615 = n_z$ 、 $n_y = 1.670$ であった。平均屈折率を仮定していること、垂直入射時の異方性の大きさを実験での回折効率から求められることから、主屈折率の組み合わせを一意に決定できる。

Figures 4.13(a)および 4.13(b)は、 $Q_{bi} = 3.75$ 、 $\rho_{bi} = 2.56$ (from $\lambda = 532$ nm, $\Lambda_{bi} = 1.36$ μ m, $n_x = 1.659$, $n_y = 1.730$, and $n_z = 1.669$)、 $Q_{uni} = 3.60$, and $\rho_{uni} = 2.58$ (from $\lambda = 532$ nm, $\Lambda_{uni} = 1.50$ μ m, $n_x = 1.633 = n_z$, and $n_y = 1.692$)とした中間領域の OC 格子によって回折された+1 次回折光の回折効率および偏光楕円率の入射角依存性を表す。ただし、光強度が弱い部分では偏光計算に用いる Stokes パラメータの計算誤差が大きくなることから、2%以下の回折効率となる位置での偏光楕円率の計算結果は省略している。中間領域では、Raman-Nath 領域での偏光回折特性と Bragg 領域での偏光回折特性が同時に起こる。Bragg 回折の影響に起因して、入射角応答が Raman-Nath 領域の場合よりも顕著になっている。入射角依存性を異方性の差異で比較すると、一軸光学異方性の OC 格子よりも二軸光学異方性の OC 格子の方が入射角による影響を低減されている。しかしながら、Raman-Nath 領域での結果ほどの差異はない。 Q および ρ の値をさらに大きくした Bragg 領域の OC 格子の結果を Fig. 4.14(a)および Fig. 4.14(b)に

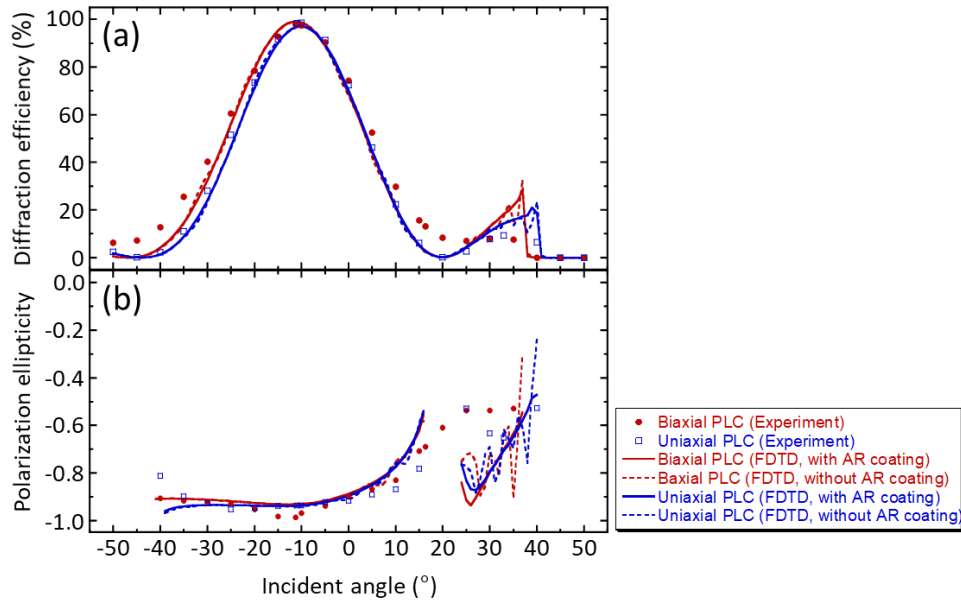


Fig. 4.13. Incident angle dependence of the diffraction properties of the middle OC polarization gratings when a right-handed circularly polarized beam with a wavelength of 532 nm is incident. (a) Diffraction efficiency. (b) Polarization ellipticity.

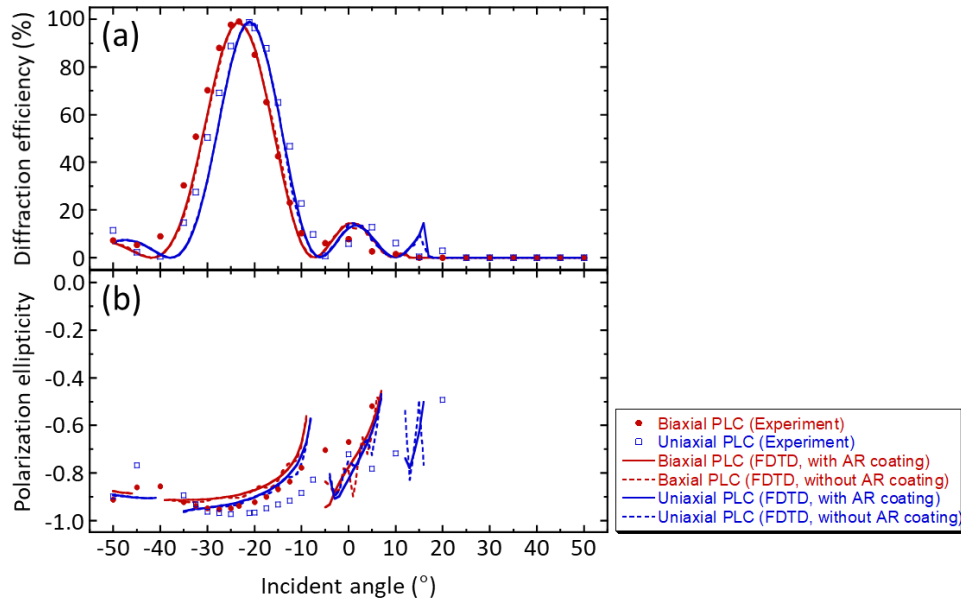


Fig. 4.14. Incident angle dependence of the diffraction properties of the Bragg OC polarization gratings when a right-handed circularly polarized beam with a wavelength of 532 nm is incident. (a) Diffraction efficiency. (b) Polarization ellipticity.

示す。 Q および ρ の値は、 $Q_{\text{bi.}}=9.61$ 、 $Q_{\text{uni.}}=9.26$ 、 $\rho_{\text{bi.}}=6.84$ 、 $\rho_{\text{uni.}}=7.13$ であった。Bragg 領域においても、中間領域よりも二軸光学異方性と一軸光学異方性との間での差異がさらに小さくなっている。これらの理由について、次項 4.5.5 項で考える。

以上のように得られた各領域の OC 格子のすべてのパラメータを Table 4.3 にまとめる。

Table 4.3. Parameters of the OC polarization gratings in the Raman-Nath, middle, Bragg regime at a wavelength of 532 nm.

Regime	Anisotropy	n_x	n_y	n_z	$n_{\text{ave.}}$	Δn_{xy}	Grating period (μm)	Thickness (μm)	Q	ρ
Raman-Nath	Biaxial	1.659	1.727	1.669	1.685	0.068	8.50	3.5	0.096	0.068
	Uniaxial	1.615	1.670	1.615	1.633	0.055	9.40	4.0	0.092	0.071
Middle	Biaxial	1.659	1.730	1.669	1.686	0.071	1.36	3.5	3.7	2.5
	Uniaxial	1.633	1.692	1.633	1.653	0.059	1.50	4.0	3.6	2.5
Bragg	Biaxial	1.659	1.729	1.669	1.686	0.010	0.67	3.5	9.6	6.8
	Uniaxial	1.611	1.673	1.611	1.632	0.062	0.74	4.0	9.2	7.1

4. 5. 5 結果および考察—光学的な厚さが二軸光学異方性補償に与える影響

前項での結果より、Raman-Nath 領域と比較して、中間領域、Bragg 領域と遷移するにつれて二軸光学異方性による補償効果が小さくなった。この光学的な厚さと二軸光学異方性の補償効果との関係を考えるために、回折効率の入射角依存性の半値全幅の Q 値依存性を FDTD 法によって計算した。 Q 値は前項での検討と同様に、高分子液晶層の厚さなどのパラメータは固定して、格子周期のみを変更して設定した。計算結果を Fig. 4.15 に示す。FDTD 計算でのセルサイズによる制約によって、二軸光学異方性の OC 格子と一軸光学異方性の OC 格子とで全く同じ Q 値にして計算することができなかったため、3 次のスプライン補間線も併記している。Fig. 4.15 より、一軸異方性と二軸異方性の差は、 Q 値が小さい場合、つまり Raman-Nath 側で大きくなっている。しかしながら、 Q 値が大きくなり、Bragg 領域に遷移してくると、差が小さくなっている。具体的な数値では、 $Q=0.5$ の Raman-Nath 領域では半値全幅の差が 10° あるのに対して、 $Q=30$ の Bragg 領域では 1.3° のわずかな差となっている。これは、Raman-Nath 領域と Bragg 領域での回折特性の入射角依存性の違いが関係していると考えられる。本研究での回折特性の入射角依存性の結果からもわかるように、Raman-Nath 領域では比較的ブロードな特性となるのに対して、Bragg 領域では特定の入射

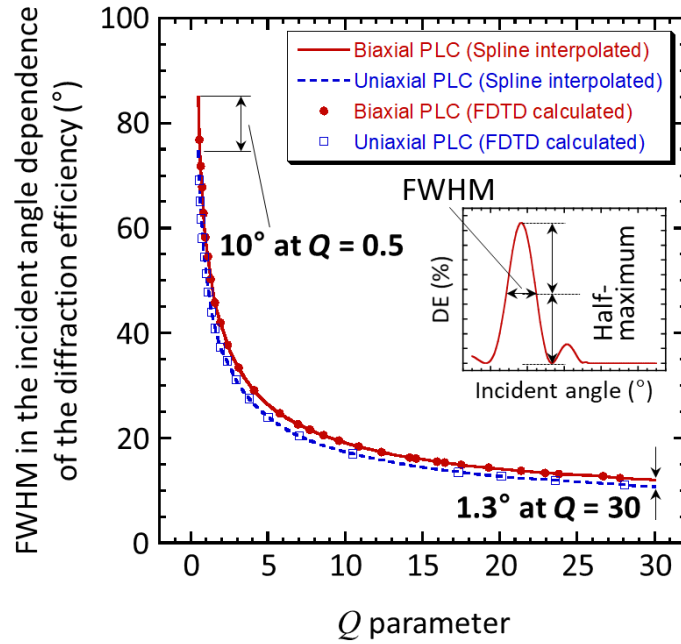


Fig. 4.15. Relationship between the Q parameter and full width at half maximum in the incident angle dependence of the diffraction efficiency calculated by the FDTD method. The 3rd-spline interpolated lines are also shown because the same grating period could not be achieved with the biaxial PLC and the uniaxial PLC due to a limitation in the analysis area settings.

角時に急峻なピークを得る。また、本研究での透過型 Bragg 格子の場合には入射円偏光と直交する円偏光が回折される。このことから、Bragg 領域では、 $2\Lambda\sin\theta_{xz} = n\lambda$ なる Bragg 条件時に 100%の回折効率が得られる Bragg 反射によって回折されていると考えられる。ただし、格子周期 Λ 、入射角 θ_{xz} 、入射光波の波長 λ 、正の整数 n である。回折効率も Kogelnik の結合波理論によって解析的な式[110,111]が与えられており、入射角が Bragg 条件から外れると急峻に低下することが知られている。また、異方性の大きさは2つの材料で異なるものの、線形複屈折率が入射角依存性に及ぼす影響を分類するパラメータである ρ は近い値となっている。そのため、偏光回折格子を構成する光学異方性媒体が二軸性であるか、一軸性であるかの影響は原理的に少ないと考えられる。一方で、波長に対して光学的に薄い Raman-Nath 領域では、2.2 節で説明のように、光学軸が空間的に分布した光学異方性媒体を通過する際に生じる幾何学的位相によって偏光回折される。そのため、斜め入射時に対しても比較的ブロードな入射角依存性となり、二軸光学異方性の効果が十分に確認できるものと考えられ

る。以上のような理由で、Raman-Nath 領域の OC 格子と Bragg 領域の OC 格子で二軸光学異方性による補償効果に違いが現れたと考えられる。そのため、遷移途中である中間領域では、二軸光学異方性による補償影響も中間的に効いたと考えることができる。

4.5.6 結果および考察—OC 格子の入射角依存性低減に最適な二軸光学異方性

本研究で実験に用いた現有の二軸光学異方性を示す高分子液晶材料は、一軸光学異方性を示すものと比較して OC 格子の回折特性の入射角依存性を低減する効果があることが確認できた。しかしながら、Fig. 4.6 や Fig. 4.11 に示したように、Raman-Nath 領域でも回折特性が入射角によって変化する。そこで、高回折効率の OC 格子の入射角依存性低減に適した主屈折率の組み合わせを探すこととした。最初に、二軸光学異方性を定量化するため、屈折率楕円体の形状を表す指標として一般的に利用される $N_z [= (n_z - n_x) / (n_y - n_x)]$ 係数を用いることとした。ただし、垂直入射時の光波の伝搬方向を z 軸方向としている。平均屈折率 $n_{\text{ave.}} [= (n_x + n_y + n_z) / 3]$ 、垂直入射時の回折効率、すなわち光学異方性の大きさ（複屈折率） $\Delta n (= n_y - n_x)$ を固定し、 N_z 係数が異なる場合の回折特性の入射角依存性を FDTD 法によってそれぞれ計算した。主屈折率 n_x 、 n_y 、 n_z の値は、それぞれ

$$n_x = n_{\text{ave.}} - \frac{(1 + N_z)\Delta n}{3} \quad (4-5)$$

$$n_y = n_{\text{ave.}} + \frac{(2 - N_z)\Delta n}{3} \quad (4-6)$$

$$n_z = n_{\text{ave.}} - \frac{(1 - 2N_z)\Delta n}{3} \quad (4-7)$$

によって与えられた。格子周期 $8.5 \mu\text{m}$ 、平均屈折率 1.650 、 $\Delta n = 0.076$ 、中心波長 532 nm とした場合の計算結果を Fig. 4.16(a) および Fig. 4.16(b) に示す。Figure 4.16(a) および Fig. 4.16(b) から、 N_z 係数の値によって入射角依存性の傾向が異なることがわかる。特に、光学異方性が直接的に関与する偏光楕円率の入射角依存性では顕著な差が見て取れる。 N_z 係数が 0 未満、または 1.5 以上の条件では、 $N_z = 0$ 、すなわち一軸光学異方性の場合よりも先鋭な入射角応答となっている。一方で、 $0.5 \leq N_z \leq 0.8$ の範囲では、入射角依存性は一軸光学異方性の

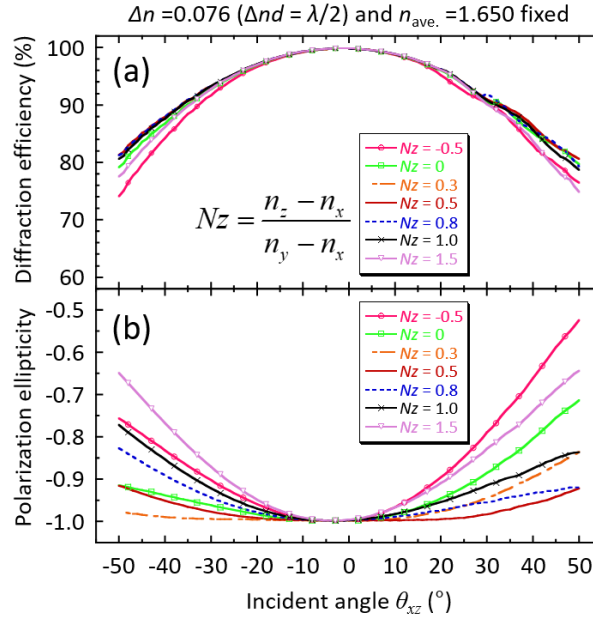


Fig. 4.16. Incident angle dependence of the diffraction properties of a Raman-Nath OCPG with 8.5 μm -grating period and 3.5 μm -thickness when a right-handed circularly polarized beam with a wavelength of 532 nm is incident. With only the Nz coefficient as a variable, the average refractive index and the magnitude of optical anisotropy at normal incidence were fixed. (a) Diffraction efficiency. (b) Polarization ellipticity.

場合よりも明確に小さくなっている。特に、 $Nz = 0.3$ と $Nz = 0.8$ では、入射角依存性の対称性が相補的になっている。そのため、それらの中間に近い $Nz = 0.5$ の条件では、対称性が比較的維持されたまま、入射角依存性が最も減少している。さらに、光学異方性の大きさと平均屈折率を固定して計算していることから、得られた Nz 係数から主屈折率の組み合わせを一意に求めることができる。したがって、 $n_{\text{ave.}} = 1.650$ 、 $\Delta n = 0.076$ であるから、 $Nz = 0.500$ として、 $n_x = 1.612$ 、 $n_y = 1.688$ および $n_z = 1.650$ の主屈折率の組み合わせを得られる。しかしながら、回折効率については Nz 係数を変更してもほとんど改善が見られなかった。そこで、 $Nz = 0.5$ の条件において、光学異方性の大きさを変更した場合の回折特性の入射角依存性を計算した。その結果を Fig. 4.17 に示す。ただし、リタレーションが常に半波長となるように、異方性媒体層の厚さ d を $\lambda / (2\Delta n)$ によって求めている。結果として、光学異方性の大き

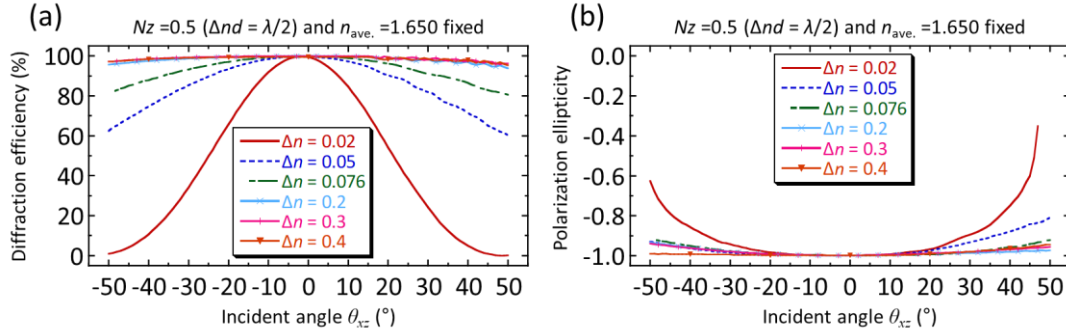


Fig. 4.17. Incident angle dependence of the diffraction properties of a Raman-Nath OCPG with 8.5 μm -grating period and $\lambda/(2\Delta n)$ -thickness when a right-handed circularly polarized beam with a wavelength λ of 532 nm is incident. With only the amplitude of optical anisotropy at normal incidence Δn as a variable, the average refractive index n_{ave} . (= 1.650) and the Nz coefficient (= 0.5) were fixed. (a) Diffraction efficiency. (b) Polarization ellipticity.

さ Δn を大きくして厚さ d を小さくすることによって回折効率の入射角依存性が大幅に改善している。特に、液晶材料で実現可能な範囲である $\Delta n = 0.2$ でも、 50° の入射角に対して回折効率の絶対値で 5% 程度の低下にとどまっている。また、偏光楕円率の入射角依存性についても $Nz = 0.5$ 、 $\Delta n = 0.076$ とした Fig. 4.16 の結果からほとんど変化ない。これは、 Nz 係数が偏光楕円率の入射角依存性に、光学異方性の大きさ Δn が回折効率の入射角依存性にそれぞれ独立的に寄与することを意味しており、目的に合わせた最適化に役立つ知見である。

本研究の実験部分で使用された二軸光学異方性を示す高分子液晶材料では、材料特性のために $Nz = 0$ 付近の OC 格子しか作製できなかった。よって、一軸光学異方性を示す高分子材料を用いた OC 格子の入射角依存性との間の差が xz 平面での検討では小さかった。しかしながら、Fig. 4.16 が示すように、二軸光学異方性の形状によっては OC 格子の入射角依存性における補償効果は有効に働くと言える。今後の材料研究の進展に伴い、所望の Nz 係数を示す二軸光学異方性材料を作製できれば、入射角依存性をさらに低減した OC 格子の作製が期待できる。多くの応用では回折特性の入射角依存性を最も低減する必要があるものの、特定の入射角依存性を持つ OC 格子がアプリケーションに必要な場合も予見される。そのように場合にも、主屈折率の組み合わせが回折特性の入射角依存性から一意に決定できるため、逆説的に言えば、生成される異方性を制御することにより、所望の入射角依存性を

有する OCPG を製造することができる。本手法は、FDTD 法による伝搬計算によって主屈折率の組み合わせを探索する。そのため、メモリ負担が大きく、今回は計算機資源の観点から最適化手法を取り入れての計算は行っていないため、得られる主屈折率は完全に最適値だとは言えない。さらに高機能なコンピュータでは、提案手法と最適化計算を組み合わせることで、材料開発に必要な精度を維持しながら高度な最適化を行うことができる。

4.5.7 入射角依存性低減に最適な二軸光学異方性の yz 平面での補償効果

前項では、FDTD 法で平均屈折率、垂直入射時の異方性の大きさを固定して計算することによって、xz 平面を入射面とした斜入射での入射角依存性低減に適した二軸異方性形状 (N_z 係数) を決定した。同様のパラメータを用いて、yz 平面を入射面とした斜入射での入射角依存性を計算した。3 次元 FDTD 法で計算した、回折効率および回折光の偏光状態の入射角依存性を Fig. 4.18 に示す。xz 平面での入射角依存性において低減効果を得たパラメータを用いることで、yz 平面においても回折特性の入射角依存性が低減されることが確認できた。また、この $\Delta n = 0.2$ 、 $n_{\text{ave.}} = 1.650$ とした際の N_z に対する主屈折率の値の値をに図示する。任意の N_z 係数を決定することで主屈折率 n_x 、 n_y 、 n_z が一意的に求められる。

ここで、リタデーション補償の観点から二軸異方性の影響を調査し、回折特性の入射角依

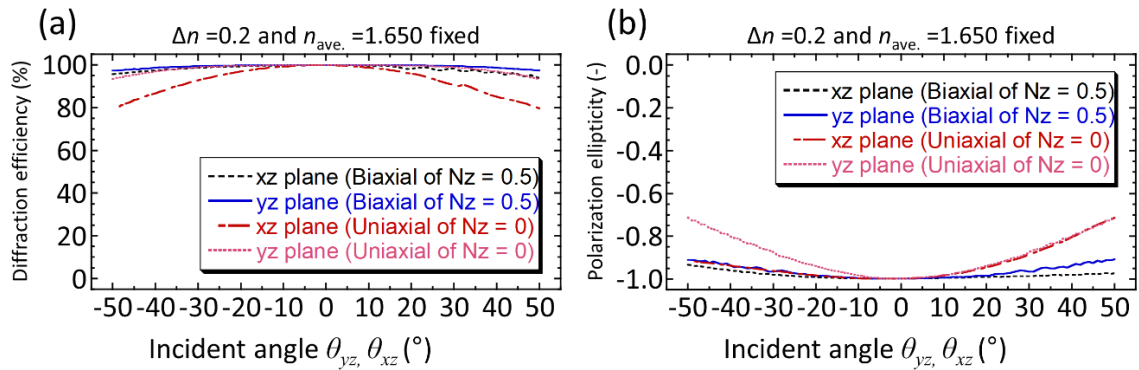


Fig. 4.18. Incident angle dependence of the diffraction properties of a Raman-Nath OCPG with 8.5 μm -grating period when a right-handed circularly polarized beam with a wavelength λ of 532 nm is incident. The amplitude of optical anisotropy at normal incidence $\Delta n = 0.2$ (the thickness of anisotropic medium layer $\lambda/(2\Delta n)$), the average refractive index $\Delta n (= 1.685)$ and the N_z coefficient ($= 0.8$) were fixed. (a) Diffraction efficiency. (b) Polarization ellipticity.

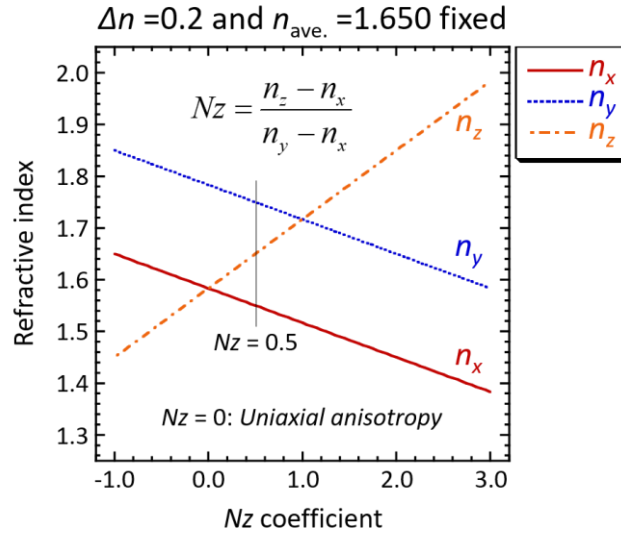


Fig. 4.19. Relationship between the Nz coefficient and the principal refractive indices when the average refractive index and the magnitude of optical anisotropy at normal incidence are fixed at 1.650 and 0.2, respectively.

存性のさらなる低減について議論する。 xz 平面を入射面とした斜入射では伝搬方向に光学軸方位が分布することから、二軸異方性によって同様の補償効果を確認できた yz 平面を入射面とした斜入射について考える。垂直入射時と斜入射時でリタデーションが等価となればよいことから、

$$\Delta n_0 d_0 = \Delta n_{\theta_i} d_{\theta_i} \quad (4-8)$$

である。ただし、垂直入射時の光学異方性の大きさを Δn_0 、異方性媒体層の厚さを d_0 、入射角 θ_i 時の光学異方性の大きさを Δn_{θ_i} 、伝搬長を d_{θ_i} としている。垂直入射時の異方性の大きさは $n_y - n_x$ であるから、

$$(n_y - n_x) d_0 = [n_{\text{slow}}(x, \theta_{yz}) - n_{\text{fast}}(x, \theta_{yz})] d_{\theta_i} \quad (4-9)$$

である。ここで、 n_{slow} は遅軸方向の屈折率を、 n_{fast} は速軸方向の屈折率を表す。斜入射時に光波に寄与する屈折率分布は、3次元空間で異方性媒体を回転させ、Fig. 4.2 の xy 平面へ射影したものとなる。よって、入射角 θ_{yz} 、光学軸方位 $\varphi(x)$ および実効屈折率を用いて、

$$n_{\text{slow}}(x, \theta_{yz}) = \frac{n_y n'_{yz}}{\sqrt{n_y^2 \sin^2 \theta_{yz} + n'^2_{yz} \cos^2 \theta_{yz}}} \quad (4-10)$$

$$n'_{yz}(x, \theta_{yz}) = \frac{n_{yz} n_y}{\sqrt{n_{yz}^2 \sin^2 \varphi(x) + n_y^2 \cos^2 \varphi(x)}} \quad (4-11)$$

$$n_{yz}(\theta_{yz}) = \frac{n_y n_z}{\sqrt{n_y^2 \sin^2 \theta_{yz} + n_z^2 \cos^2 \theta_{yz}}} \quad (4-12)$$

のように書ける。同様に、速軸方向も

$$n_{\text{fast}}(x, \theta_{yz}) = \frac{n_x n_{xz}}{\sqrt{n_x^2 \sin^2 \varphi(x) + n_{xz}^2 \cos^2 \varphi(x)}} \quad (4-13)$$

$$n_{xz}(\theta_{yz}) = \frac{n_x n_z}{\sqrt{n_x^2 \sin^2 \theta_{yz} + n_z^2 \cos^2 \theta_{yz}}} \quad (4-14)$$

と書ける。式 Eq. (4-8)の右辺を左辺に移項して、リタデーションの差分を ΔRe とすると、

$$\Delta Re(x, \theta_{yz}) = (n_y - n_x) d_0 - [n_{\text{slow}}(x, \theta_{yz}) - n_{\text{fast}}(x, \theta_{yz})] d_{\theta_i} \quad (4-15)$$

となる。 $Nz = 0.5$ （二軸異方性）、 $Nz = 0$ （一軸異方性）の各条件での異方性の大きさ（複屈折率）とリタデーションの差分 ΔRe の計算結果を Fig. 4.20 に示す。どちらにおいても垂直入射時の異方性の大きさは 0.2 （厚さは半波長条件となるように $\lambda/(2\Delta n)$ である）、平均屈折率は 1.650 に固定している。また斜入射による異方性媒体層での伝搬長の延伸は平均屈折率を Snell の法則に当てはめて適用している。計算結果より、入射角が大きくなるにつれて一軸異方性と二軸異方性の間の差異が顕著になってくる。異方性の大きさだけを比較すると、一軸異方性では 90° 入射時において格子周期間隔で等方性になる箇所が生じる。また、伝搬長を考慮したリタデーションの差分として比較しても、一軸異方性では格子周期間隔で変調されている。対照的に、二軸異方性の計算結果では、入射角依存性が低減されており、格子周期内での変動が一軸異方性の場合と比較して小さい。

ΔRe が 0 のとき、リタデーションの変動が完全にフラットになる（実際には入射角 θ_{yz} が大きくなってくると光学軸方位の変動も小さくなるため、さらに光学軸分布と幾何学的位相の関係も考慮する必要がある）。しかしながら、Eq. (4-15)はすべての x 、 θ_{yz} に対して 0 に

なる解を持たない。そこで、入射角による ΔRe の変化が最も小さくなる Nz 係数を数値的に計算した。具体的には、以下の手順によって ΔRe の入射角平均値を得た。光学軸が直交関係にある 2 点 ($\varphi(x) = 0^\circ$ at $x = 0$ and 90° at $x = \Lambda/2$) での ΔRe の値を算出し、それらの差分の絶対値の総和を計算した。そうして求めた差分の総和をデータ数で除することで ΔRe の入射角平均値を得た。入射角の刻み幅を $\Delta\theta$ 、定義可能な最大入射角を $\theta_{\max}(= 90^\circ)$ と定義すると、 ΔRe の入射角平均値 $\langle\Delta(\Delta Re)\rangle$ は次式で得られる。

$$\langle\Delta(\Delta Re)\rangle = \frac{\sum_{m=0}^M |\Delta Re(0, m\Delta\theta) - \Delta Re(\Lambda/2, m\Delta\theta)|}{M+1} \quad (4-16)$$

ここで、 $M+1$ はデータ数であり、 $\theta_{\max}/\Delta\theta$ によって得られる。Figure 4.21 は、Fig. 4.20 の $Nz = 0.5$ の計算に使用した同パラメータを Eq. (4-16) に代入して得られる Nz 係数に対する $\langle\Delta(\Delta Re)\rangle$ である。結果として、 $Nz = 0.48$ のときに最小値となっていることから、FDTD 法によって算出された $Nz = 0.5$ と近い値となっている。このことは二軸異方性による偏光回折格子の入射角依存性低減にはリタデーション補償が主な要因となっていることを示唆している。しかしながら、Fig. 4.20 に示すように、入射角が 60° 程度よりも大きくなると、二軸異方性においても垂直入射時のリタデーションから乖離していく。これが現状の二軸異方

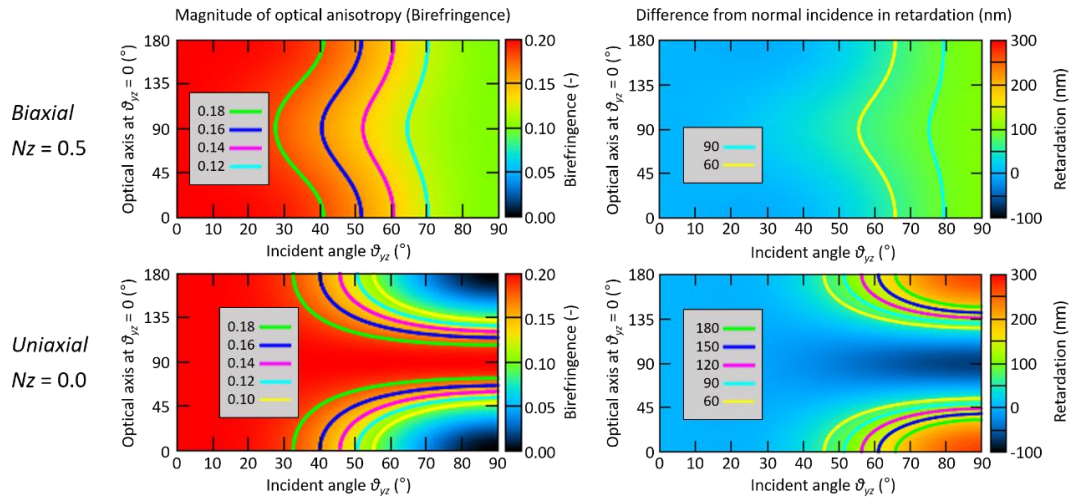


Fig. 4.20. Incident angle dependence of (left side) the amplitude of optical anisotropy and (right side) the retardation at each position of the OC polarization grating. (upper side) Biaxial anisotropy of $Nz = 0.5$, $n_{\text{ave.}} = 1.650$, and $\Delta n_0 = 0.2$. (lower side) Uniaxial anisotropy of $Nz = 0.0$, $n_{\text{ave.}} = 1.650$, and $\Delta n_0 = 0.2$.

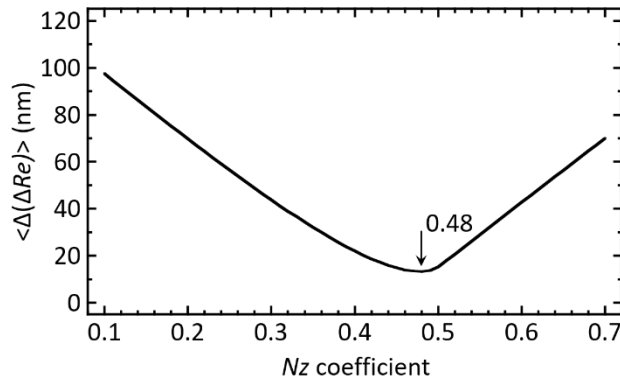


Fig. 4.21. N_z coefficient that minimizes the difference in retardation within the unit grating period, that is, the value of $\langle \Delta(\Delta Re) \rangle$ is minimized.

性による補償効果の律速となっている。このことから、入射角依存性を持たずに高回折効率を得る偏光回折格子を実現するためには、単に様な二軸異方性媒体を分布させるのではなく、格子周期内の位置ごとに異なる二軸異方性形状 (n_z の値)、または配向分布を設計する必要があると結論できる。偏光感受性高分子液晶を用いた現状の技術では、レーザービームによる描画法や空間光変調器 (SLM) などの装置により、空間位置によってビームの露光時間を変えるなどの手法が考えられる。しかしながら、これらの手法によって二軸異方性や配向方向を自在に決定できるかどうかは未検討であり、これから研究が必要な事項である。

4.6 まとめ

本研究では、代表的な偏光回折格子である OC 格子の作製に二軸光学異方性を示す高分子液晶を用いることによって、回折効率および偏光楕円率の入射角依存性に与える影響を調査した。OC 格子では、光波の垂直入射時の伝搬方向を z 軸、格子ベクトル方向を x 軸とすると、 y 軸方向には光学軸分布が一様である。そのため、 yz 平面上と xz 平面上での 2 つの入射角を定義できる。 yz 平面上での斜入射に関する研究では、二軸光学異方性を導入することによって入射角依存性が低減された Raman-Nath 領域の OC 格子を実証した。具体的には、垂直入射時と入射角 60° の斜入射時の回折特性を比較すると、その絶対値での増減量は回折効率で 1.5% 以下、偏光楕円率で 0.2 以下に低減されている。これらの実験結果は、

Berreman の 4×4 行列法に基づいた解析結果によって理論的に説明できる。対照的に、 xz 平面上での斜入射に関する研究では、光学的な厚さを考慮するため、Raman-Nath 領域、中間領域、Bragg 領域の 3 領域の OC 格子をそれぞれ作製し、二軸光学異方性の影響を調査した。その結果、Raman-Nath 領域では、 xz 平面での斜入射においても二軸光学異方性による補償効果が確認された。一方で、回折特性の入射角依存性の違いを原因として、Bragg 領域に遷移するにつれて二軸光学異方性による補償効果が小さくなることもわかった。他に、入射角依存性を低減するのに最適な主屈折率の組み合わせを探索する手法を提案した。これにより、偏光回折格子の入射角依存性低減に最適な異方性材料を設計可能にする。さらに今回用いた二軸光学異方性高分子液晶フィルムを材料とした OC 格子は、上記以外にも可視光領域で (I) 高回折効率 ($\sim 100\%$)、(II) 薄い (液晶層 $3.5\mu\text{m}$ 、基材を含めて $90\mu\text{m}$)、(III) 作製の容易さ (本研究では、従来法である偏光ホログラフィによって形成)、(IV) 可とう性 (曲面など必然的に斜入射となるアプリケーションにも対応可) といった特長を併せ持っている。したがって、ヘッドアップ/ヘッドマウントディスプレイや広角偏光イメージングシステム、ビームステアリングシステムなど、斜入射が必要とされるアプリケーションの品質向上に貢献することが期待できる。

第5章 表裏入射で非対称な回折方向となる高効率偏光回折格子の設計への応用

本章では、これまでの研究で得られた3次元異方性に関する知見を活かした非対称特性格子の設計について説明する。本偏光回折格子は、同じ掌性の円偏光を表側から入射したときと裏側から入射したときで回折方向が異なる素子である。偏光回折格子を用いたビーム検出システムへ応用可能である。

5.1 研究の動機

近年、自動車などの自動運転を目指し、自動運転に関連する技術が積極的に研究、開発されている。特に、周囲の人や物体を検出する技術[54,100,101,112-123]は、自動運転技術の安全性や価値に直結するため、自動運転を社会実装していく上で極めて重要な事項である。これまで周囲環境を検出するために利用されてきたものとして、レーダー（Radio detection and ranging）やソナー（Sound navigation and ranging）が挙げられる。まず、ソナーは縦波である超音波を利用する点から水中では有効であるが、空気中では数メートルの近距離の検出でしか利用できない。レーダーについては電波を利用するため空気中で有効で、通信や気象の分野での実績もある。しかしながら、自動車での実装を想定すると、自車から離れた状況の把握には有効であるが、周囲の歩行者などを検出するには波長が長いことに起因して解像度が低く不向きである。そのため、最近では、より高周波な光波を利用した LiDAR（Light detection and ranging）が提案されている[54,100,101,115-120,122]。基本的な原理はレーダーと変わらないが、使用する波長帯が近赤外などの光波領域であるために解像度が飛躍的に向上する。これまでにいくつかの手法が報告されている。最初に開発された方式はレーザと検出器どちらもをモーターによって回転させる機械式の LiDAR[123,124]である。他には機械的回転部を要しない、Solid-state 方式[100,101,116,117]、MEMS（微小電気機械システム）方式[115,118,122]などの LiDAR がある。

偏光回折格子を用いた LiDAR 応用技術もいくつか報告されている[54,100,101]。OC 格子を重ねて配置し、その偏光選択性を利用することで複数の回折光を得て、ビームステアリン

グ（走査）しようというものがある[100,101]。本方式では偏光回折格子を静的に利用することから、非機械的にステアリングできる点に強みがある。一方で、回折光を分離するという原理上、回折効率が低く、分岐する数が多くなるほど高強度な光源を必要とする。一方で、坂本らは、OC 格子を 2 枚、もしくは 4 枚重ね、それぞれを所定の回転速度で回転させることによって、Lissajous パターンを描けることやラスタースキャンを行えることを実証している[54]。本方式は 1 点の回折光によってスキャンできることから、Fresnel 反射による損失はあるものの、OC 格子の理論上 100%という高回折効率を活かすことができる。本方式においても Time of Flight (ToF)技術[120]によって測距を達成することができる。しかしながら、偏光情報も含めて被写体の情報を検出したい場合には、被写体での Fresnel 反射などによる偏光変化を小さくしたい。そのため、90°直線偏光（s 偏光）で走査することが考えられる。しかしながら、OC 格子の直後に 1/4 波長板を挿入すると、戻り光が入射光と同軸に伝搬する。この場合、通常は偏光ビームスプリッターを用いて分離するが、掌性が同じ円偏光となることから戻り光のみを検出することは困難である。詳しい説明は次節で光学系の概略図を用いて記述する。

本研究では、これまでの検討で得られた 3 次元異方性に関する知見を活かした非対称な方向に光波を回折させる偏光回折格子の設計を行う。偏光回折格子を用いたビームステアリングにおける上述の光学的課題の解決を目的とし、入射方向によって光波に与える位相分布が異なる、非相反性を有した偏光回折格子の設計手法を提案する。次項では、偏光回折格子を用いた最も簡単な ToF 技術から現状の問題点を指摘し、検出系の実現のために必要となる新規偏光回折格子の所望特性を考える。そして、理論解析による設計結果について説明する。

5.2 表裏入射で非対称な回折特性を有する偏光回折格子の必要性

OC 格子は円偏光入射時に 100%の回折効率で+1 次光、または-1 次光を偏光回折させる。そのため、OC 格子を用いた最も簡単なビーム走査、検出光学系は Fig. 5.1(a)のように書ける。この状態で OC 格子を走査することでビームが走査され、被写体のイメージングを行うことができる。しかしながら、図に示すように、被写体には円偏光が走査されるため、戻り光の偏光状態は表面の凹凸などによる Fresnel 反射の影響を大きく受ける。そのため、偏光

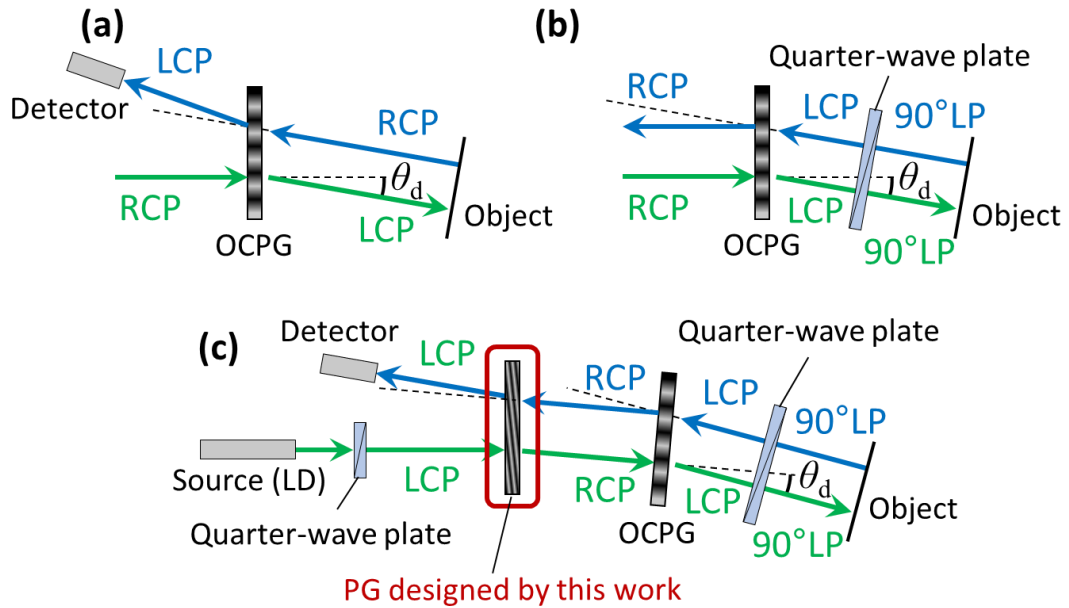


Fig. 5.1. (a) Beam detection system using an OC polarization grating (PG). (b) OCPG-based beam detection system with a quarter-wave plate. (c) OCPG-based beam detection system with a PG having asymmetric diffraction properties when incident on both sides. RCP, LCP, and LP represent right- and left-handed circularly polarized light, and linearly polarized light, respectively.

情報を含めた LiDAR を実現したい場合には、Fig. 5.1(b)のように 1/4 波長板を挿入して 90° 直線偏光 (s 偏光) で走査するようにする。これにより、表面の Fresnel 反射による偏光変化が抑えられる。一方、この場合には、入射光と戻り光の伝搬が同軸となり、さらに掌性が同じ円偏光となることから、通常の偏光イメージングなどのような偏光ビームスプリッタを用いた分離手法を採ることができない。そこで、Fig. 5.2 に示すように、通常の OC 格子とは異なり、表側から左円偏光入射した場合と裏側から右円偏光入射した場合に同じ方向に偏光回折させる新たな偏光回折格子を考える。これを Fig. 5.1(c)に示すように配置することにより、90°直線偏光 (s 偏光) で被写体を走査でき、入射光と重ならずに戻り光のみを検出することができる。以降では、記述の簡素化のために、表側から左円偏光入射した場合と裏側から右円偏光入射した場合に同じ方向に偏光回折させる本素子を「非対称格子(ASPG; Assymetric polarization grating)」と呼称する。

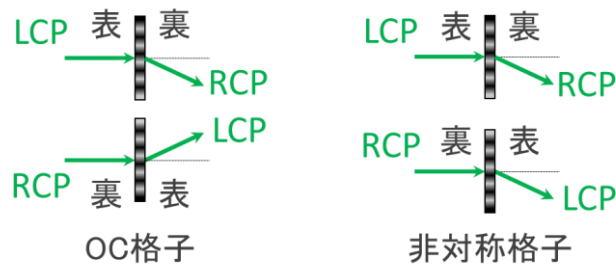


Fig. 5.2. Diffraction direction when a left-handed circularly polarized light (LCP) is incident from the front side and a right-handed circularly polarized light (RCP) is incident from the back side.

5.3 非対称格子の理論解析による設計とその回折特性

OC 格子の回折特性は、2.2 節で説明の通り、偏光と異方性媒体の関係によって生じる幾何学的位相による。よって、円偏光入射時に 100%の回折効率となる OC 格子では、Fig. 2.6(a) や Fig. 2.6(b)のような位相分布を有する。この位相分布の勾配が回折方向を表す。したがって、非対称格子を得るためには、左円偏光を表側から入射した場合と右円偏光を裏側から入射した場合で位相分布の勾配が同じになるように設計すればよい。また、可能な限り回折効率が低い、すなわち回折効率 100%である OC 格子の位相分布に近いことが望ましい。

以上の条件を達成する非対称格子を設計する。第 3 章のビート構造に関する検討で得られた、厚さ方向に異方性媒体の光学軸の捩じれ分布を有した液晶セル型の偏光回折格子を形成する手法を応用することで設計した。非対称格子からの透過光の位相分布が OC 格子を透過した光波の位相分布に最も近くなるように、表裏の配向基板での異方性媒体の光学軸分布を決定する。リタデーション Δnd が半波長となる条件下で得られる、非対称格子を透過した光波の位相分布、表裏基板の光学軸方位、および表裏の基板間の捩じれ角分布の理論解析結果を Fig. 5.3 に示す。表側から左円偏光入射、裏側から右円偏光入射としている。非対称格子を透過した光波の位相分布と同様にリタデーションが半波長条件にある OC 格子を透過した光波の位相分布との差分の絶対値が小さくなるようにすることで、Fig. 5.3(a)および Fig. 5.3(b)の位相分布を得る。計算結果をみると、位相の x 成分と y 成分では相補的な結果が得られており、均等に重みづけされて計算できてくることが確認できる。同様に、表裏の配向基板での異方性媒体の光学軸分布 (Fig. 5.3(c)) も相補的なものとなっており、3 つの線形な空間分布によって構成されることがわかる。これにより、捩じれ角分布 Fig. 5.3(d)

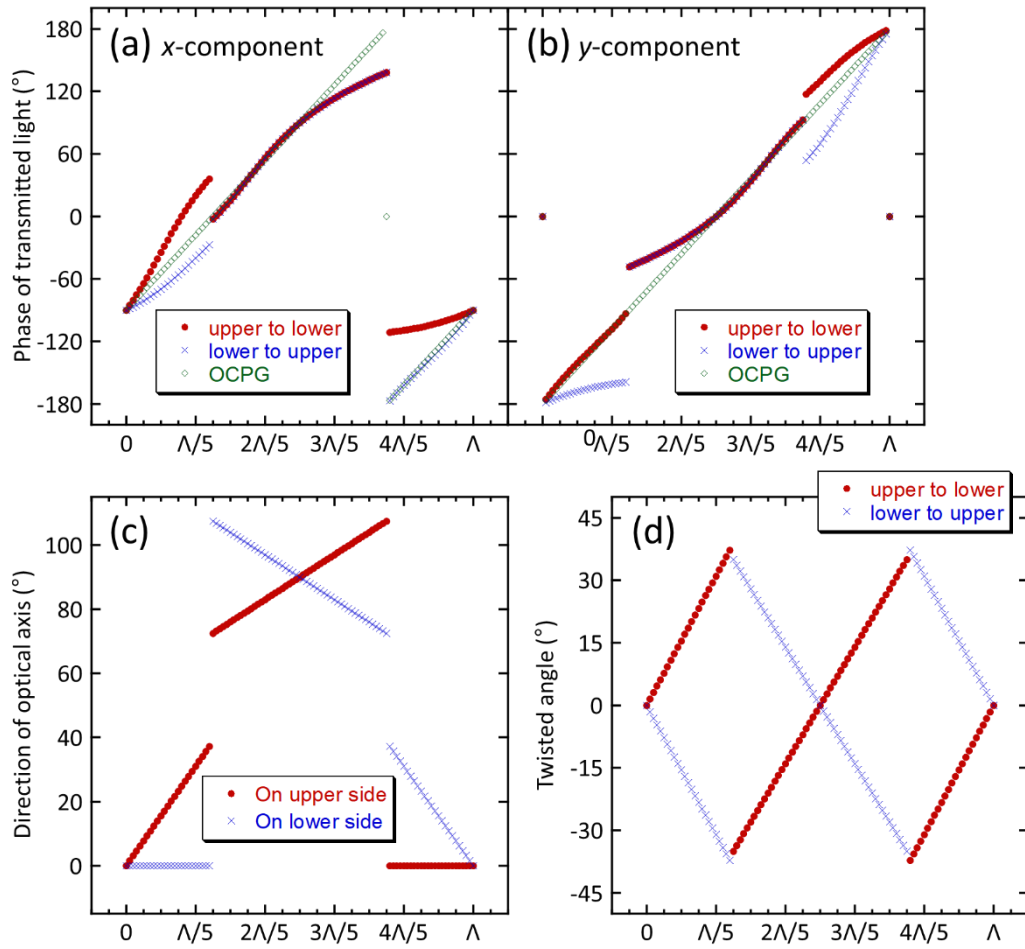


Fig. 5.3. (a) x -component and (b) y -component of the phase distribution when a left-handed circularly polarized light is incident from the upper side to the lower side and a right-handed circularly polarized light is incident from the lower side to the upper side. (c) Distributed directions of the optical axis on the upper side and the lower side. (d) Twisted angle distributions when the upper side is standard and when the lower side is standard.

は線形になっている。これらの計算結果を基に作成した液晶ダイレクタ分布の概略図が Fig. 5.4 である。ビート構造の際と同様に TN 配向と PL 配向が分布した構成となっていることがわかる。

実際の作製においては、Fig. 5.3(c)の光学軸分布を有する配向基板を1枚ずつ作製することが考えられる。この場合、のちの工程で2枚の配向基板を張り合わせることとなる。格子ベクトルの角度を合わせるのに加えて、表裏基板の格子周期も合わせる必要がある。そこで、

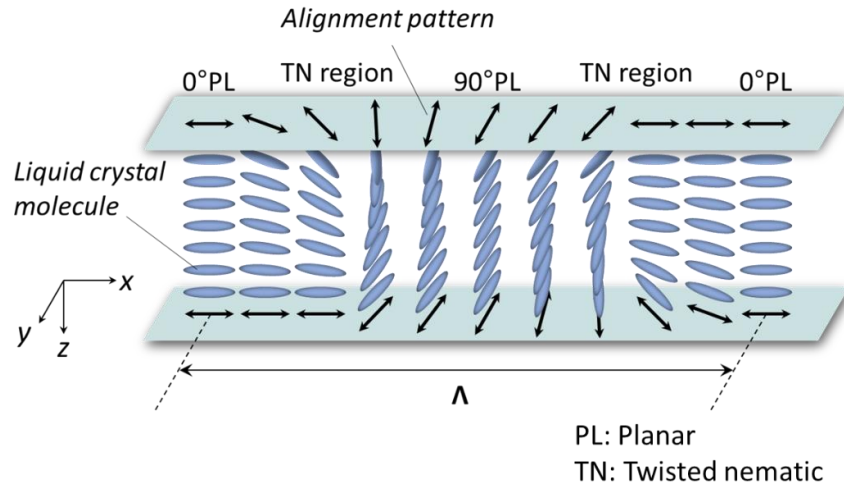


Fig. 5.4. LC director distribution inside the assymetric polarization grating (ASPG).

作製プロセスを容易にするために、1 格子周期を 20 分割程度の粗い分解能で作製した非対称格子について回折計算を行った。計算結果として、回折光の強度分布を Fig. 5.5 に、+1 次回折光の回折効率および偏光楕円率を Table 5.1 に示す。Figure 5.3(a)および Fig. 5.3(b)において OC 格子の位相分布と一部一致していない部分があったことから、高次の回折次数に回折光が確認できる。しかしながら、一番値が大きな回折次数においても回折効率 2%程度であり、+1 次回折光と比較するとかなり小さい値である。そのため、回折効率は 87.9%、往復

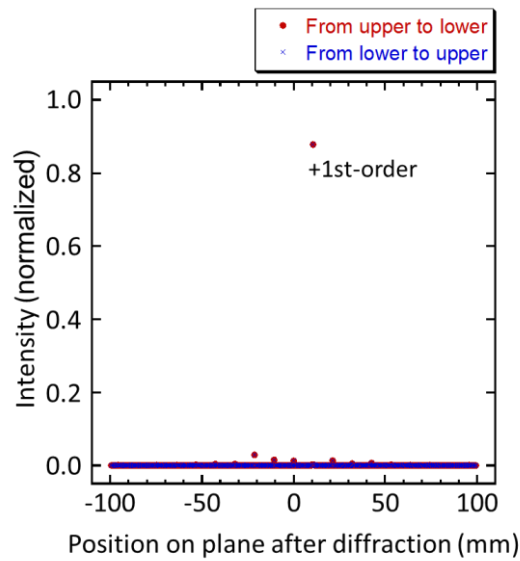


Fig. 5.5. Intensity distribution of light diffracted by the ASPG.

Table 5.1. Diffraction efficiency and polarization ellipticity of +1st-order diffracted light.

	Diffraction efficiency (%)	polarization ellipticity (-)
LCP incident on upper side	87.9	0.997
RCP incident on lower side	87.9	-0.997

させた場合にも 77.6%と比較的高い回折効率となる+1次回折光を得ることができる。また、OC 格子の位相分布を参考に設計したことから、位相分布の xy 成分の差で決定される偏光楕円率もほとんど円偏光に近い値で回折している。このように、Fig. 5.1(c)の光学系で利用可能な非対称格子を設計できた。

しかしながら、本素子を実際に作製する際には、ビート構造作製時に確認されたディスクリネーションが発生する。本素子においては、Fig. 5.3(c)および Fig. 5.3(d)の結果より、格子周期の半分の周期でディスクリネーションが発生することがわかる。そのため、回折効率が著しく低下するという問題がある。光学計算においては一定の性能が得られているものの、実証には本問題が影響するため、ディスクリネーションの発現を回避して作製する手法を要する。

5.4 まとめ

ビート構造を有する液晶セル型偏光回折格子の作製で得られた異方性分布形成手法を応用して、表側入射と裏側入射で非対称な方向に光波を回折させる非対称格子の設計手法を提案している。実際の設計では、OC 格子の位相分布を基準として、2つの配向基板の光学軸分布を求めた。これにより、捩じれ角分布が得られ、同じ円偏光に対して非相反的な偏光回折をさせることができる。偏光変調描画法での形成を意識して単位格子周期の分割数を20分割と粗くしても、87.9%の理論回折効率で、0.997の偏光楕円率を有する+1次回折光を偏光回折できることが明らかとなった。往復で通過するとしても、理論的には77.6%の光利用効率となる。よって、Fig. 5.1(c)に示した偏光回折格子を用いたLiDARシステムに応用可能である。しかしながら、現状では、実験による作製において、ディスクリネーションラインが格子周期の半分の周期で発現することがわかった。そのため、これを回避して実験的に本素子を実証する方法の考案が望まれる。

第6章 結論

本論文では、液晶分子の配向分布および液晶分子の主屈折率が互いに異なる二軸異方性に基づいた研究によって、結果的に偏光回折格子の高機能化や OC 格子の回折特性の入射角依存性低減の解決といった手法を提案してきた。以下に個々についての総括を示す。

1. ビート構造を有する液晶セル型偏光回折格子の回折特性

- a. 異なる格子周期の配向基板対を用いて液晶セルを作製した。
- b. 2枚の配向基板の格子周期差によって形成される空間的な振じれ角分布を「ビート構造」と名付け、その特徴的なパラメータ「ビート長」を定義した。
- c. ビート長の定式化を含め、作製手法と物性について明らかにした。
- d. 入射光のビーム径が単位ビート長に収まるような入射条件（シングルビート液晶セル）では、従来の OC 格子の特性が得られることや0次回折光がビーム断面内での偏光楕円率分布を有することを明らかにした。
- e. 入射光のビーム径に複数のビート長が含まれる入射条件（マルチビート液晶セル）では、配向基板によって配向された液晶分子による偏光回折とビート構造による偏光回折が同時に起こることを明らかにした。また、その周期性を明らかにして、任意の回折角で重畳可能であることを見出した。
- f. 回折特性は低分子液晶の温度依存性を利用して可変である。

2. 二軸異方性高分子液晶によって形成した偏光回折格子の入射角依存性

- a. クリスタルローテーション法に基づいて異方性材料の光学異方性を同定し、研究で使用する材料が二軸異方性を示すことを明確にした。
- b. 代表的な光配向法である直交円偏光の交叉干渉によって、二軸異方性材料を用いた OC 格子を作製した。
- c. OC 格子は1次元的に異方性媒体の光学軸が分布していることから、2パターン（垂直入射時の伝搬方向を z 軸、OC 格子の格子ベクトルが x 軸に沿っている場合には yz 平面、 xz 平面）の斜め入射が想定される。

- d. 波長 532 nm の右回り円偏光を入射光として、 yz 平面での回折特性の入射角依存性を実験的に測定した。結果として、二軸異方性によって OC 格子の回折特性の入射角依存性が低減されることを確認した。具体的には、垂直入射時と入射角 60° の斜入射時の回折特性を比較して、増減量が回折効率で 1.5% 以下、偏光楕円率で 0.2 以下に低減された。
- e. xz 平面での回折特性の入射角依存性では、Raman-Nath 領域、中間領域、Bragg 領域といった光学的厚さを考慮する必要がある、格子周期を変えることでそれぞれ用意した。
- f. 二軸光学異方性の補償効果は、 xz 平面での入射角依存性では、Raman-Nath 領域では有効だが、Bragg 領域に遷移してくると回折原理の違いにより無効化してくる。
- g. 理論的考察により、二軸異方性による入射角の低減効果は、斜入射による光波の液晶層での伝搬長の延伸を光学異方性の大きさの変化によって相殺することで、リタデーションが変化しにくくなることが関係していると考えられる。
- h. 二軸光学異方性材料の N_z 係数および光学異方性の大きさ Δn を適切に設定することで、回折効率および偏光楕円率の入射角依存性がともに改善された OC 格子を実現できることを理論的に予測した。

3. 表裏入射で非対称な回折方向となる高効率偏光回折格子の設計への応用

- i. ビート構造を有する液晶セル型偏光回折格子に関する研究で得られた光学異方性分布の形成手法を応用した非対称偏光回折格子を設計する手法を提案した。
- j. 非対称偏光回折格子は、表側から左円偏光を入射した場合と裏側から右円偏光を入射した場合の双方において透過光は同じ勾配の位相分布を有する。
- k. リタデーションが半波長となる条件で、OC 格子の位相分布を基準として 2 つの配向基板での光学異方性媒体の光学軸分布を計算によって決定し、その空間分布や非対称偏光回折格子の設計モデルを示した。
- l. 実際の作製を意識して、1 格子周期を 20 分割した場合で回折特性を計算した。その結果、表側から左円偏光入射および裏側から右円偏光入射双方において、87.9% の理論回折効率で、0.997 の偏光楕円率を有する +1 次回折光を得られることがわかった。

- m. 本素子は OC 格子 LiDAR システムなどに応用可能で、ビームの検出に役立つ。
- n. 一方で、実験的実証にはディスクリネーション発現の問題があり、これを回避して形成する手法が必要な現況である。

参考文献

- [1] F. Chen, G. M. Brown, and M. Song, "Overview of 3-D shape measurement using optical methods," *Optical Engineering* 39(1), 10–22 (2000).
- [2] B. Culshaw, "Fiber Optics in Sensing and Measurement," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 6, no. 6, 1014–1021 (2000).
- [3] A. Banerjee, Y. Park, F. Clarke, H. Song, S. Yang, G. Kramer, K. Kim, and B. Mukherjee, "Wavelength-division-multiplexed passive optical network (WDM-PON) technologies for broadband access: a review [Invited]," *J. Opt. Netw.* **4**, 737–758 (2005).
- [4] F. Meriaudeau, M. Ferraton, C. Stolz, O. Morel, and L. Bigué, "Polarization imaging for industrial inspection," *Proc. SPIE* **6813**, *Image Processing: Machine Vision Applications*, 681308 (2008).
- [5] M. A. Khalighi and M. Uysal, "Survey on Free Space Optical Communication: A Communication Theory Perspective," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 16, no. 4, 2231–2258 (2014).
- [6] H. Kubo, S. Jayasuriya, T. Iwaguchi, T. Funatomi, Y. Mukaigawa, and S. G. Narasimhan, "Programmable Non-Epipolar Indirect Light Transport: Capture and Analysis," *IEEE Trans. Vis. Comput. Graph.*, vol. 27, no. 4, 2421–2436 (2021).
- [7] T. O. Carroll, "Liquid-Crystal Diffraction Grating," *J. Appl. Phys.* **43**, 767–770 (1972).
- [8] T. Todorov, L. Nikolova, and N. Tomova, "Polarization holography. 2: Polarization holographic gratings in photoanisotropic materials with and without intrinsic birefringence," *Appl. Opt.* **23**, 4588–4591 (1984).
- [9] D. J. McKnight, K. M. Johnson, and R. A. Serati, "256 x 256 liquid-crystal-on-silicon spatial light modulator," *Appl. Opt.* **33**, 2775–2784 (1994).
- [10] J. Chen, P. J. Bos, H. Vithana, and D. L. Johnson, "An electro-optically controlled liquid crystal diffraction grating," *Appl. Phys. Lett.* **67**, 2588–2590 (1995).
- [11] M. Stalder and M. Schadt, "Linearly polarized light with axial symmetry generated by liquid-crystal polarization converters," *Opt. Lett.* **21**, 1948–1950 (1996).
- [12] J. B. Pendry, "Negative Refraction Makes a Perfect Lens," *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3966–3969 (2000).

- [13] H. Ono, A. Emoto, F. Takahashi, N. Kawatsuki, and T. Hasegawa, “Highly stable polarization gratings in photocrosslinkable polymer liquid crystals,” *J. Appl. Phys.* **94**, 1298 (2003).
- [14] L. Marrucci, C. Manzo, and D. Paparo, “Pancharatnam-Berry phase optical elements for wave front shaping in the visible domain: Switchable helical mode generation,” *Appl. Phys. Lett.* **88**, 221102 (2006).
- [15] E. Nicolescu and M. J. Escuti, “Polarization-independent tunable optical filters using bilayer polarization gratings,” *Appl. Opt.* **49**, 3900–3904 (2010).
- [16] U. Ruiz, P. Pagliusi, C. Provenzano, and G. Cipparrone, “Highly efficient generation of vector beams through polarization holograms,” *Appl. Phys. Lett.* **102**, 161104 (2013).
- [17] J. Kim, Y. Li, M. N. Miskiewicz, C. Oh, M. W. Kudenov, and M. J. Escuti, “Fabrication of ideal geometric-phase holograms with arbitrary wavefronts,” *Optica* **2**, 958–964 (2015).
- [18] K.-P. Chen, S.-C. Ye, C.-Y. Yang, Z.-H. Yang, W. Lee, and M.-G. Sun, “Electrically tunable transmission of gold binary-grating metasurfaces integrated with liquid crystals,” *Opt. Express* **24**, 16815–16821 (2016).
- [19] K. Kawai, M. Sakamoto, K. Noda, T. Sasaki, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Tunable dichroic polarization beam splitter created by one-step holographic photoalignment using four-beam polarization interferometry,” *J. Appl. Phys.* **121**, 013102 (2017).
- [20] A. Cerkauskaite, R. Drevinskas, A. Solodar, I. Abdulhalim, and P. G. Kazansky, “Form-Birefringence in ITO Thin Films Engineered by Ultrafast Laser Nanostructuring,” *ACS Photon.* **4**, 2944–2951 (2017).
- [21] Z. Liu, H. Du, J. Li, L. Lu, Z.-Y. Li, and N. X. Fang, “Nano-kirigami with giant optical chirality,” *Sci. Adv.* **4**, eaat4436 (2018).
- [22] P. Capaldo, A. Mezzadrelli, A. Pozzato, G. Ruffato, M. Massari, and F. Romanato, “Nano-fabrication and characterization of silicon meta-surfaces provided with Pancharatnam-Berry effect,” *Opt. Mater. Express* **9**, 1015–1032 (2019).
- [23] R. S. Zola, H. K. Bisoyi, H. Wang, A. M. Urbas, T. J. Bunning, and Q. Li, “Dynamic Control of Light Direction Enabled by Stimuli-Responsive Liquid Crystal Gratings,” *Adv. Mater.* **31**, 1806172 (2019).

- [24] R. Orange-Kedem, E. Nehme, L. E. Weiss, B. Ferdman, O. Alalouf, N. Opatovski, and Y. Shechtman, “3D printable diffractive optical elements by liquid immersion,” *Nat. Commun.* **12**, 3067 (2021).
- [25] M. Sakamoto, Y. Kaneko, Y. Kakedo, K. Noda, T. Sasaki, M. Tanaka, T. Sakai, Y. Hattori, N. Kawatsuki and H. Ono, “Hybrid polarization grating for mode detection of vector beams,” *Opt. Express* **29**, 27071–27083 (2021).
- [26] S. R. Nersisyan, N. V. Tabiryan, L. Hoke, D. M. Steeves, B. Kimball, “Polarization insensitive imaging through polarization gratings,” *Opt. Express* **17**, 1818–1830 (2009).
- [27] V. Gruev, R. Perkins, and T. York, “CCD polarization imaging sensor with aluminum nanowire optical filters,” *Opt. Express* **18**, 19087–19094 (2010).
- [28] M. W. Kudenov, M. J. Escuti, E. L. Dereniak, and K. Oka, “White-light channeled imaging polarimeter using broadband polarization gratings,” *Appl. Opt.* **50**, 2283–2293 (2011).
- [29] G. Myhre, W.-L. Hsu, A. Peinado, C. LaCasse, N. Brock, R. A. Chipman, and S. Pau, “Liquid crystal polymer full-stokes division of focal plane polarimeter,” *Opt. Express* **20**, 27393–27409 (2012).
- [30] K. Noda, R. Momosaki, Jou Matsubara, M. Sakamoto, T. Sasaki, N. Kawatsuki, K. Goto, and H. Ono, “Polarization imaging using an anisotropic diffraction grating and liquid crystal retarders,” *Appl. Opt.* **57**, 8870–8875 (2018).
- [31] N. A. Rubin, G. D’AVERSA, P. Chevalier, Z. Shi, W. T. Chen, and F. Capasso, “Matrix Fourier optics enables a compact full-Stokes polarization camera,” *Science* **365**, eaax1839 (2019).
- [32] K. Noda, K. Yamada, R. Momosaki, M. Sakamoto, T. Sasaki, N. Kawatsuki, K. Tsutsui, and H. Ono, “White-light circular-polarization imaging using pairs of polarization gratings and wedge prisms,” *Appl. Opt.* **59**, 3383–3388 (2020).
- [33] G. Li, N. Bai, N. Zhao, and C. Xia, “Space-division multiplexing: the next frontier in optical communication,” *Adv. Opt. Photon.* **6**, 413–487 (2014).
- [34] G. Milione, T. A. Nguyen, J. Leach, D. A. Nolan, and R. R. Alfano, “Using the nonseparability of vector beams to encode information for optical communication,” *Opt. Lett.* **40**, 4887–4890 (2015).

- [35] Y. Zhao and J. Wang, “High-base vector beam encoding/decoding for visible-light communications,” *Opt. Lett.* **40**, 4843–4846 (2015).
- [36] A. Trichili, C. Rosales-Guzmán, A. Dudley, B. Ndagano, A. B. Salem, M. Zghal, and A. Forbes, “Optical communication beyond orbital angular momentum,” *Sci. Rep.* **6**, 27674 (2016).
- [37] Y. Tokuda, A. Hiyama, M. Hirose, and H. Yamamoto, “R2D2 w/AIRR: real time & real space double-layered display with aerial imaging by retro-reflection,” in *SIGGRAPH Asia 2015 Emerging Technologies (SA’15)* (Association for Computing Machinery, 2015), paper. 20.
- [38] Y.-H. Lee, K. Yin, and S.-T. Wu, “Reflective polarization volume gratings for high efficiency waveguide-coupling augmented reality displays,” *Opt. Express* **25**, 27008–27014 (2017).
- [39] T. Zhan, Y.-H. Lee, G. Tan, J. Xiong, K. Yin, F. Gou, J. Zou, N. Zhang, D. Zhao, J. Yang, S. Liu, and S.-T. Wu, “Pancharatnam–Berry optical elements for head-up and near-eye displays [Invited],” *J. Opt. Soc. Am. B* **36**, D52–D65 (2019).
- [40] S. Moon, C.-K. Lee, S.-W. Nam, C. Jang, G.-Y. Lee, W. Seo, G. Sung, H.-S. Lee, and B. Lee, “Augmented reality near-eye display using Pancharatnam-Berry phase lenses,” *Sci. Rep.* **9**, 6616 (2019).
- [41] M. Sakamoto, K. Yamada, R. Momosaki, K. Noda, T. Sasaki, N. Kawatsuki, Y. Tanaka, T. Sakai, Y. Hattori, and H. Ono, “High efficiency aerial display using a liquid crystal polarization grating, a retroreflector array, and a right-angle prism,” *Appl. Opt.* **59**, 4228–4233 (2020).
- [42] 小野浩司、「偏光エレクトロニクス：液晶の3次元配向と高機能偏光制御素子」、液晶 23 巻、78 頁、2019 年。
- [43] H. Ono, A. Emoto, N. Kawatsuki, and T. Hasegawa, “Multiplex diffraction from functionalized polymer liquid crystals and polarization conversion,” *Opt. Express* **11**, 2379–2384 (2003).
- [44] G. Cincotti, “Polarization Gratings: Design and Applications,” *IEEE J. Quantum Electron.* **39**, 1645–1652 (2003).
- [45] T. Sasaki, H. Ono, N. Kawatsuki, and M. Kuwabara, “Liquid crystal phase gratings using photoregulated photocrosslinkable polymer liquid crystals,” *Appl. Phys. Lett.* **87**, 161112 (2005).
- [46] G. P. Crawford, J. N. Eakin, M. D. Radcliffe, A. Callan-Jones, and R. A. Pelcovits, “Liquid-crystal diffraction gratings using polarization holography alignment techniques,” *J. Appl. Phys.* **98**, 123102 (2005).

- [47] C. Oh and M. J. Escuti, “Numerical analysis of polarization gratings using the finite-difference time-domain method,” *Phys. Rev. A* **76**, 043815 (2007).
- [48] H. Ono, T. Sekiguchi, A. Emoto, T. Shioda, and N. Kawatsuki, “Light wave propagation and Bragg diffraction in thick polarization gratings,” *Jpn. J. Appl. Phys.* **47**, 7963–7967 (2008).
- [49] K. Kawai, T. Sasaki, K. Noda, M. Sakamoto, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Holographic binary grating liquid crystal cells fabricated by one-step exposure of photocrosslinkable polymer liquid crystalline alignment substrates to a polarization interference ultraviolet beam,” *Appl. Opt.* **54**, 6010–6018 (2015).
- [50] K. Kawai, M. Sakamoto, K. Noda, T. Sasaki, M. Sakamoto, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Design and fabrication of a tunable wavelengthselective polarization grating,” *Appl. Opt.* **55**, 6269–6274 (2016).
- [51] O. Sakhno, Y. Gritsai, H. Sahm, and J. Stumpe, “Fabrication and performance of efficient thin circular polarization gratings with Bragg properties using bulk photo-alignment of a liquid crystalline polymer,” *Appl. Phys. B* **124**, 52 (2018).
- [52] K. Yin, H.-Y. Lin, and S.-T. Wu, “Chirped polarization volume grating with ultra-wide angular bandwidth and high efficiency for see-through near-eye displays,” *Opt. Express* **24**, 35895–35902 (2019).
- [53] J. Zou, T. Zhan, J. Xiong, and S.-T. Wu, “Broadband wide-view Pancharatnam–Berry phase deflector,” *Opt. Express* **28**, 4921–4927 (2020).
- [54] M. Sakamoto, H. T. Nhan, K. Noda, T. Sasaki, T. Kamei, T. Sakai, Y. Hattori, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Polarized beam steering using multiply-cascaded rotating polarization gratings,” *Appl. Opt.* **60**, 2062–2068 (2021).
- [55] C. Rablau, “Lidar: a new self-driving vehicle for introducing optics to broader engineering and non-engineering audiences,” *Proc. SPIE* **11143**, *Fifteenth Conference on Education and Training in Optics and Photonics: ETOP 2019*, 11430C (2019).
- [56] T. Sasaki, H. Ono, and N. Kawatsuki, “Three-dimensional vector holograms in anisotropic photoreactive liquid-crystal composites,” *Appl. Opt.* **47**, 2192–2200 (2008).
- [57] T. Sasaki, H. Ono, and N. Kawatsuki, “Anisotropic photonic structures induced by three-dimensional vector holography in dye-doped liquid crystals,” *J. Appl. Phys.* **104**, 043524 (2008).

- [58] R. K. Komanduri, K. F. Lawler, and M. J. Escuti, “Multi-twist retarders: broadband retardation control using self-aligning reactive liquid crystal layers,” *Opt. Express* **21**, 404–420 (2013).
- [59] K. Kawai, M. Sakamoto, K. Noda, T. Sasaki, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Three-dimensionally modulated anisotropic structure for diffractive optical elements created by one-step three-beam polarization holographic photoalignment,” *J. Appl. Phys.* **119**, 123102 (2016).
- [60] K. Kawai, M. Sakamoto, K. Noda, T. Sasaki, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Tunable dichroic polarization beam splitter created by one-step holographic photoalignment using four-beam polarization interferometry,” *J. Appl. Phys.* **121**, 013102 (2017).
- [61] L. Li and M. J. Escuti, “Super achromatic wide-angle quarter-wave plates using multi-twist retarders,” *Opt. Express* **29**, 7464–7478 (2021).
- [62] T. Scharf, “*Polarized Light in Liquid Crystal and Polymers*,” (Wiley, 2007).
- [63] 小野浩司、「偏光伝搬解析の基礎と応用」、内田老鶴圃、2015 年.
- [64] R. C. Jones, “A New Calculus for the Treatment of Optical Systems I. Description and Discussion of the Calculus,” *J. Opt. Soc. Am.* **31**, 488 (1941).
- [65] R. C. Jones, “A New Calculus for the Treatment of Optical Systems II. Proof of Three General Equivalence Theorems,” *J. Opt. Soc. Am.* **31**, 493 (1941).
- [66] R. C. Jones, “A New Calculus for the Treatment of Optical Systems III. The Sohncke Theory of Optical Activity,” *J. Opt. Soc. Am.* **31**, 500 (1941).
- [67] R. C. Jones, “A New Calculus for the Treatment of Optical Systems. IV.,” *J. Opt. Soc. Am.* **32**, 486 (1942).
- [68] R. C. Jones, “A New Calculus for the Treatment of Optical Systems V. A More General Formulation, and Description of Another Calculus,” *J. Opt. Soc. Am.* **37**, 107 (1947).
- [69] L. Nedelchev, D. Ivanov, N. Berberova, V. Strijkova, and D. Nazarova, “Polarization holographic gratings with high diffraction efficiency recorded in azopolymer PAZO,” *Opt. Quantum Electron.* **50**, 212 (2018).
- [70] D. Lin, P. Fan, E. Hasman, and M. L. Brongersma, “Dielectric gradient metasurface optical elements,” *Science* **345**, 298–302 (2014).
- [71] 折原宏、「液晶の物理」、内田老鶴圃、2004 年.

- [72] A. Lien, “Extended Jones matrix representation for the twisted nematic liquid crystal display at oblique incidence,” *Appl. Phys. Lett.* **57**, 2767 (1990).
- [73] S. Pancharatnam, “Generalized theory of interference, and its applications,” *Proc. Indian Acad. Sci.* **44**, 247–262 (1956).
- [74] M. V. Berry “Quantal phase factors accompanying adiabatic changes,” *Proc. R. Soc. Lond. A* **392**, 45–57 (1984).
- [75] 北野正雄、「光学におけるベリーの位相」、光学 20 巻、346 頁、1991 年。
- [76] Z. Bomzon, G. Biener, V. Kleiner, and E. Hasman, “Space-variant Pancharatnam–Berry phase optical elements with computer-generated subwavelength gratings,” *Opt. Lett.* **27**, 1141–1143 (2002).
- [77] M. Honma and T. Nose, “Highly efficient twisted nematic liquid crystal polarization gratings achieved by microrubbing,” *Appl. Phys. Lett.* **101**, 041107 (2012).
- [78] J. Kim, J.-H. Na, and S.-D. Lee, “Fully continuous liquid crystal diffraction grating with alternating semi-circular alignment by imprinting,” *Opt. Express* **20**, 3034–3042 (2012).
- [79] N. Sheremet, Y. Kurioz, K. Slyusarenko, M. Trunov, and Y. Reznikov, “Recording of polarization holograms in a liquid crystal cell with a photosensitive chalcogenide orientation layer [Invited],” *Appl. Opt.* **52**, E40–E46 (2013).
- [80] N. Kawatsuki, K. Goto, T. Kawakami, and T. Yamamoto, “Reversion of alignment direction in the thermally enhanced photoorientation of photo-cross-linkable polymer liquid crystal films,” *Macromolecules* **35**, 706–713 (2002).
- [81] D. W. Berreman, “Optics in Stratified and Anisotropic Media: 4 x 4-Matrix Formulation,” *J. Opt. Soc. Am.* **62**, 502–510 (1972).
- [82] 赤羽正志、「液晶ディスプレイ入門第 4 回 LCD 基礎光学入門」、液晶 4 巻、165 頁、2000 年。
- [83] K. Yee, “Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 14, no. 3, 302–307 (1966).
- [84] J.-P. Berenger, “A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves,” *J. Comput. Phys.* **114**, 185–200 (1994).
- [85] 宇野亨、何一偉、有馬卓司、「数値電磁界解析のための FDTD 法」、コロナ社、2016 年。

- [86] A. Taflove and S. C. Hagness, “*Computational electrodynamics the finite-difference time-domain method*,” pp. 186–226 (Artech House, Inc. Boston, 2005).
- [87] 青木由直、石塚滋樹、「数値的二次元フレネル変換法」、電子情報通信学会誌 B、J57-B 巻、511 頁、1974 年.
- [88] B. Richards and E. Wolf, “Electromagnetic diffraction in optical systems, II. Structure of the image field in an aplanatic system,” *Proc. R. Soc. Lond. A* **253**, 358–379 (1959).
- [89] K. S. Youngworth and T. G. Brown, “Focusing of high numerical aperture cylindricalvector beams,” *Opt. Express* **7**, 77–87(2000).
- [90] J. Kim, Y. Wang, and X. Zhang, “Calculation of vectorial diffraction in optical systems,” *J. Opt. Soc. Am. A* **35**, 526–535(2018).
- [91] Y. Hu, Z. Wang, X. Wang, S. Ji, C. Zhang, J. Li, W. Zhu, D. Wu, and J. Chu, “Efficient full-path optical calculation of scalar and vector diffraction using the Bluestein method,” *Light Sci. Appl.* **9**, 119 (2020).
- [92] 松島恭治、「自由空間における光波伝搬計算手法とその応用」、第 12 回情報フォトニクス研究グループ研究会(秋合宿)講演予稿集、13 頁、2011 年 9 月.
- [93] H. Ono, T. Shinmachi, A. Emoto, T. Shioda, and N. Kawatsuki, “Effects of phase shift between two photo-alignment substrates on diffraction properties in liquid crystalline grating cells,” *Appl. Opt.* **48**, 309–315 (2009).
- [94] H. Ono, M. Hishida, A. Emoto, T. Shioda, and N. Kawatsuki, “Elastic continuum analysis and diffraction properties of two-dimensional liquid crystalline grating cells,” *J. Opt. Soc. Am. B* **26**, 1151–1156 (2009).
- [95] I. Nys, J. Beeckman, and K. Neyts, “Switchable 3D liquid crystal grating generated by periodic photo-alignment on both substrates,” *Soft Matter* **11**, 7802–7808 (2015).
- [96] A. Emoto, T. Wada, T. Shioda, T. Sasaki, S. Manabe, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Vector Gratings Fabricated by Polarizer Rotation Exposure to Hydrogen-Bonded Liquid Crystalline Polymers,” *Jpn. J. Appl. Phys.* **50**, 032502 (2011).
- [97] H. G. Berry, G. Gabrielse, and A. E. Livingston, “Measurement of the Stokes parameters of light,” *Appl. Opt.* **16**, 3200–3205 (1977).
- [98] J. Li and S.-T. Wu, “Self-consistency of Vuks equations for liquid-crystal refractive indices,” *J.*

- Appl. Phys. **96**, 6253 (2004).
- [99] J. Li, C.-H. Wen, S. Gauza, R. Lu, and S.-T. Wu, “Refractive indices of liquid crystals for display applications,” J. Disp. Technol. **1**, 51 (2005).
- [100] J. Kim, M. N. Miskiewicz, S. Serati, and M. J. Escuti, “Nonmechanical Laser Beam Steering Based on Polymer Polarization Gratings: Design Optimization and Demonstration,” J. Lightw. Technol., vol. 33, no. 10, 2068–2077 (2015).
- [101] H. Chen, Y. Weng, D. Xu, N. V. Tabiryan, and S.-T. Wu, “Beam steering for virtual/augmented reality displays with a cycloidal diffractive waveplate,” Opt. Express **24**, 7287–7298 (2016).
- [102] N. Leister, “Polarization grating for oblique incidence angles,” U.S. patent 20150205182 A1 (July 23, 2015).
- [103] P. S. Ramanujam, O. B. Jensen, and P. Tidemand-Lichtenberg, “The still unknown azobenzene - Wavelength dependent photoanisotropy in amorphous azobenzene polymers,” Opt. Express **21**, 1812–1819 (2013).
- [104] G. R. Luckhurst and T. J. Sluckin, *Biaxial Nematic Liquid Crystals: Theory, Simulation, and Experiment* (Wiley, 2015), pp. 319–331.
- [105] H. Mundoor, S. Park, B. Senyuk, H. H. Wensink, and I. I. Smalyukh, “Hybrid molecular-colloidal liquid crystals,” Science **360**, 768–771 (2018).
- [106] T. Ishinabe, T. Miyashita, and T. Uchida, “Novel Wide Viewing Angle Polarizer with High Achromaticity,” SID Symposium Digest of Technical Papers **31**, 1094–1097 (2000).
- [107] W. R. Klein and B. D. Cook, “Unified Approach to Ultrasonic Light Diffraction,” IEEE Trans. Sonic Ultrason. **SU-14**, 123 (1967).
- [108] M. G. Moharam and L. Young, “Criterion for Bragg and Raman-Nath diffraction regimes,” Appl. Opt. **17**, 1757–1759 (1978).
- [109] W. H. Southwell, “Gradient-index antireflection coatings,” Opt. Lett. **8**, 584–586 (1983).
- [110] H. Kogelnik, “Coupled wave theory for thick hologram gratings,” Bell Syst. Tech. J. **48**, 2909–2947 (1969).
- [111] T. Sasaki, K. Miura, O. Hanaizumi, A. Emoto, and H. Ono, “Coupled-wave analysis of vector holograms: effects of modulation depth of anisotropic phase retardation,” Appl. Opt. **49**, 5205–5211 (2010).

- [112] H. Durrant-Whyte and T. Bailey, "Simultaneous localization and mapping: part I," in *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 13, no. 2, pp. 99-110, June 2006.
- [113] T. Bailey and H. Durrant-Whyte, "Simultaneous localization and mapping (SLAM): part II," in *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 13, no. 3, pp. 108-117, Sept. 2006.
- [114] M. Aeberhard, S. Rauch, M. Bahram, G. Tanzmeister, J. Thomas, Y. Pilat, F. Homm, W. Huber, and N. Kaempchen, "Experience, results and lessons learned from automated driving on germanys highways," *IEEE Intell. Transp. Syst. Mag.* **7**, 42–57 (2015).
- [115] X. Lee and C. Wang, "Optical design for uniform scanning in MEMS-based 3D imaging lidar," *Appl. Opt.* **54**, 2219-2223 (2015)
- [116] J. C. Hulme, J. K. Doyle, M. J. R. Heck, J. D. Peters, M. L. Davenport, J. T. Bovington, L. A. Coldren, and J. E. Bowers, "Fully integrated hybrid silicon two dimensional beam scanner," *Opt. Express* **23**, 5861–5874 (2015).
- [117] C. V. Poulton, A. Yaacobi, D. B. Cole, M. J. Byrd, M. Raval, D. Vermeulen, and M. R. Watts, "Coherent solid-state LIDAR with silicon photonic optical phased arrays," *Opt. Lett.* **42**, 4091-4094 (2017).
- [118] H. W. Yoo, N. Druml, D. Brunner, C. Schwarzl, T. Thurner, M. Hennecke, G. Schitter, "MEMS-based lidar for autonomous driving," *Elektrotechnik Informationstechnik* **135**, 408–415 (2018).
- [119] K. Yoneda, N. Suganuma, R. Yanase, M. Aldibaja, "Automated driving recognition technologies for adverse weather conditions," *IATSS Research* **43**, 253–262 (2019).
- [120] C. Rablau, "Lidar: a new self-driving vehicle for introducing optics to broader engineering and non-engineering audiences," *Proc. SPIE 11143, Fifteenth Conference on Education and Training in Optics and Photonics: ETOP 2019*, 111430C (2 July 2019).
- [121] Z. Wang, Y. Wu, and Q. Niu, "Multi-Sensor Fusion in Automated Driving: A Survey," *Access IEEE* **8**, 2847–2868 (2020).
- [122] D. Wang, C. Watkins, and H. Xie, "MEMS Mirrors for LiDAR: A Review," *Micromachines* **11**, 456 (2020).
- [123] G. Pennecot, P.-Y. Droz, D. E. Ulrich, D. Gruver, Z. Morriss, A. Levandowski, "Devices and methods for a rotating LIDAR platform with a shared transmit/receive path," U.S. patent 9285464 B2 (Mar. 15, 2016).

- [124] P.-Y. Droz, G. Pennecot, A. Levandowski, D. E. Ulrich, Z. Morriss, L. Wachter, D. I. Iordache, W. McCann, D. Gruver, B. Fidric, S. W. Lenius, “*Long range steerable LIDAR system*,” U.S. patent 9880263 B2 (January 30, 2018).

謝辞

本研究の遂行にあたりまして、終始熱心なご指導およびご教授を賜りました小野浩司教授（長岡技術科学大学）に心から感謝の意を表します。また大学、大学院での6年間、複数回の論文執筆や学会発表、海外への研究インターン、企業との共同研究といった多くの貴重な機会を賜りましたことを重ねて感謝申し上げます。

電磁波・光波制御研究グループの佐々木友之准教授（長岡技術科学大学）には、本研究における理論解析や実験につきまして、極めて洞察に満ちたご助言や丁寧なご指導を賜りました。心より感謝申し上げます。

電磁波・光波制御研究グループの坂本盛嗣准教授（長岡技術科学大学）には常日頃から現場レベルで丁寧、かつ熱心にご教授いただきました。実験、理論解析、投稿論文の執筆、学会発表など、研究におけるすべての段階で多大なご協力を賜りました。誠に感謝申し上げます。

学位審査におきまして有益なご助言を賜りました、小野浩司教授、鶴沼毅也准教授（長岡技術科学大学）、佐々木友之准教授、玉山泰宏准教授（長岡技術科学大学）、坂本盛嗣准教授に心より感謝申し上げます。

本研究で使用しました光架橋性高分子液晶 P6CB をご提供いただき、ご協力を賜りました川月喜弘教授（兵庫県立大学）に心より感謝申し上げます。

研究や研究外の面で、常日頃より多数のご相談をさせていただき、ご協力を賜りました野田浩平技術職員（長岡技術科学大学）に心より感謝申し上げます。

私が学部生であった当時に本研究室の博士研究員および日本学術振興会の特別研究員を務められていた河合孝太郎博士（現・神戸市立工業高等専門学校 講師）には、実験手法や理論解析手法、論文の書き方といった研究における基礎実務を丁寧にご教授いただきました。心より感謝申し上げます。

I would like to give my warmest thanks to Dr. Naveen Kumar (Associate Prof. of Indian Institute of Information Technology, Design and Manufacturing, Kancheepuram). He warmly accepted me twice in India, which I visited when I was an undergraduate student, and provided me with a valuable experience of immersing myself in research in an environment where there are no other Japanese people. Also, when I got sick, he immediately responded. I appreciate to him again.

本研究で使用しました二軸異方性高分子液晶をご提供いただき、ご協力を賜りました林テレンプ株式会社の皆様に感謝申し上げます。

本研究の主題である偏光回折格子や材料、実験手順に関する技術を確立してくださった、小野、佐々木研究室の歴代の先輩方に誠に感謝申し上げます。

電磁波・光波制御研究グループのメンバーの皆様には、年齢や研究室の垣根を越えて、平生より幅広い議論にお付き合いいただきました。心より感謝申し上げます。特に、修士課程で電磁波・光波制御研究グループの同輩であった、大越健太郎氏、金子哲氏、膝附拓也氏、神林正篤氏、多胡秀哉氏、岡本将季氏には、研究はもちろん、研究以外の面を含め大変お世話になりました。諸氏には重ねて感謝申し上げます。また、幾何学的位相レンズや波面収差補正に関する知見の確立に尽力いただきました、芦川一成氏に心より感謝申し上げます。

本研究を遂行するにあたり、独立行政法人日本学術振興会より特別研究員 DC2 として採用いただき、科学研究費補助金（特別研究員奨励費 21J11539）の支援をいただきました。これらの支援なくして、本研究は決して成り立つものではありませんでした。本研究における光学実験や成果発表等の基盤を支えて頂いたことに感謝申し上げます。

最後に、常に私の意志を尊重してくれた母、進学するきっかけを作ってくれた父、私を支援・応援くださった多くの方々に心より感謝申し上げます。

令和4年3月

百崎 龍成

研究業績

主論文（査読有り）

1. **R. Momosaki**, K. Kawai, M. Sakamoto, K. Noda, T. Sasaki, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Diffraction properties of liquid crystal cell with beat structure formed by photoalignment substrates,” *Appl. Opt.* **58**(12), 3229-3237 (2019).
2. **R. Momosaki**, K. Ashikawa, M. Sakamoto, K. Noda, T. Sasaki, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Incident angle dependence-reduced polarization grating performance by using optically biaxial polymer liquid crystal,” *Opt. Lett.* **44**(24), 5929-5932 (2019).
3. **R. Momosaki**, K. Ashikawa, K. Ohkoshi, M. Sakamoto, K. Noda, T. Sasaki, N. Kawatsuki, Y. Tanaka, T. Sakai, Y. Hattori, and H. Ono, “Wavefront aberration correction utilizing liquid crystal alignment in geometric-phase lens,” *J. Opt. Soc. Am. B* **37**(11), 3222-3228 (2020).
4. **R. Momosaki**, K. Ashikawa, K. Yamada, M. Sakamoto, K. Noda, T. Sasaki, N. Kawatsuki, Y. Tanaka, T. Sakai, Y. Hattori, and H. Ono, “Magnification and wavefront aberration correction by geometric-phase lens in polarized aerial display using right-angle prism,” *Appl. Opt.* **60**(23), 6748-6754 (2021).
5. **R. Momosaki**, M. Sakamoto, K. Noda, T. Sasaki, T. Sakai, Y. Hattori, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Effects of optically biaxial anisotropy in orthogonal-circular polarization gratings operating in Raman-Nath to Bragg regime,” *J. Opt. Soc. Am. B* **38**(12), 3575-3581 (2021).

参考論文（査読有り）

1. K. Noda, **R. Momosaki**, K. Kawai, M. Sakamoto, T. Sasaki, N. Kawatsuki, K. Goto, and H. Ono, “Trifocal lens system with liquid crystal Fresnel lens,” *Jpn. J. Appl. Phys.* **57**, 102502 (2018).
2. K. Noda, **R. Momosaki**, J. Matsubara, M. Sakamoto, T. Sasaki, N. Kawatsuki, K. Goto, and H. Ono, “Polarization imaging using an anisotropic diffraction grating and liquid crystal retarders,” *Appl. Opt.* **57** (30), 8870-8875 (2018).
3. **R. Momosaki**, A. Kumar, N. Kumar, and N. N. S. Ojha, “Polarization induced non-reciprocal phase controlled all-fiber loop mirror based inclinometer,” *Opt. Laser Technol.* **112**, 134-139

(2019).

4. K. Noda, K. Yamada, **R. Momosaki**, M. Sakamoto, T. Sasaki, N. Kawatsuki, K. Tsutsui, and H. Ono, “White-light circular-polarization imaging using pairs of polarization gratings and wedge prisms,” *Appl. Opt.* **59**(11), 3383-3388 (2020).
5. M. Sakamoto, K. Yamada, **R. Momosaki**, K. Noda, T. Sasaki, N. Kawatsuki, Y. Tanaka, T. Sakai, Y. Hattori, and H. Ono, “High-efficiency aerial display using a liquid crystal polarization grating, a retroreflector array, and a right-angle prism,” *Appl. Opt.* **59**(14) 4228-4233 (2020).

国際学会発表

1. ○K. Noda, **R. Momosaki**, K. Ohkoshi, M. Sakamoto, T. Sasaki, H. Okamoto, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Design of diffraction grating with twisted angle distribution of liquid crystal using genetic algorithm,” *The 27th International Liquid Crystal Conference (ILCC2018)*, Kyoto, Japan (Poster) (7.2018).
2. ○N. Kumar, A. Kumar, **R. Momosaki**, and N. N. S. Ojha, “Operating Point Maneuvering through Non-reciprocal Optical Biasing in Fiber Loop Mirror Configuration,” *The PHOTONICS-2018: International Conference on Fiber Optics and Photonics*, Delhi, India (Poster) (12.2018).
3. ○**R. Momosaki**, K. Ashikawa, M. Sakamoto, K. Noda, T. Sasaki, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Incident-Angle-Dependence-Relaxed Polarization Grating formed using Polymer Liquid Crystal Exhibiting Biaxial Optical Anisotropy,” *The 24th Microoptics conference (MOC2019)*, Toyama, Japan (Poster) (11.2019).
4. ○**R. Momosaki**, K. Ashikawa, M. Sakamoto, K. Noda, T. Sasaki, T. Sakai, Y. Hattori, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Polarization diffractive optical elements fabricated by using optically biaxial polymer liquid crystal,” *The 12th International Conference on Optics-photonics Design & Fabrication (ODF'20)*, Taoyuan, Taiwan (Online) (Oral) (06.2021).
5. ○M. Sakamoto, T. N. Huynh, **R. Momosaki**, K. Noda, T. Sasaki, T. Kamei, T. Sakai, Y. Hattori, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Polarized beam steering by use of multiply-cascaded rotating polarization gratings with biaxial anisotropy,” *SPIE Organic Photonics + Electronics, Liquid Crystals XXV*, San Diego, California, United States (Online) (Oral) (08.2021).

6. ○R. Momosaki, M. Sakamoto, K. Noda, T. Sasaki, T. Sakai, Y. Hattori, N. Kawatsuki, and H. Ono, “Investigation on diffraction properties of polarization gratings with optically biaxial anisotropy,” *The 26th Microoptics Conference (MOC2021)*, Hamamatsu, Shizuoka (Online) (Poster) (09.2021).

国内学会発表

1. ○野田浩平, 百崎龍成, 大越健太郎, 坂本盛嗣, 佐々木友之, 岡本浩行, 川月喜弘, 小野浩司, ”遺伝的アルゴリズムを用いた捻じれ空間分布を有する回折格子の設計”, 第 65 回応用物理学会春季学術講演会, 早稲田大学西早稲田キャンパス、口頭発表 (3.2018).
2. ○百崎龍成, 河合孝太郎, 坂本盛嗣, 野田浩平, 佐々木友之, 川月喜弘, 小野浩司, ”異なる周期を有する偏光回折格子基板を対向させたセル型液晶回折光学素子の回折特性”, 日本光学会年次学術講演会 Optics & Photonics Japan 2018, 筑波大学東京キャンパス文京校舎, 口頭発表 (11.2018).
3. ○百崎龍成, 河合孝太郎, 坂本盛嗣, 野田浩平, 佐々木友之, 川月喜弘, 小野浩司, ”ビート構造を有する液晶回折光学素子の回折特性”, 第 66 回応用物理学会春季学術講演会, 東京工業大学大岡山キャンパス, 口頭発表 (3.2019).
4. ○坂本盛嗣, 山田航也, 百崎龍成, 野田浩平, 佐々木友之, 川月喜弘, 小野浩司, ”光架橋性高分子液晶を用いた偏光回折格子の形成及び偏光イメージングへの応用”, 第 64 回光波センシング技術研究会 (LST) 講演会, 東京理科大学 森戸記念館, 口頭発表 (12.2019).
5. ○百崎龍成, 芦川一成, 坂本盛嗣, 野田浩平, 佐々木友之, 川月喜弘, 小野浩司, ”二軸異方性高分子液晶を用いて作製された入射角依存性が緩和された偏光回折格子”, レーザー学会学術講演会第 40 回年次大会, 仙台国際センター, ポスター発表 (1.2020).
6. ○芦川一成, 百崎龍成, 坂本盛嗣, 田中克周, 酒井丈也, 服部幸年, 野田浩平, 佐々木友之, 川月喜弘, 小野浩司, ”斜め入射に起因する収差を補正した偏光フレネルレンズ”, 第 81 回応用物理学会秋季学術講演会, オンライン開催, 口頭発表 (9.2020).
7. ○百崎龍成, 坂本盛嗣, 野田浩平, 佐々木友之, 酒井丈也, 服部幸年, 川月喜弘, 小野浩司, ”二軸異方性を有する高分子液晶偏光回折格子の偏光回折特性”, 第 82 回応用物理学会秋季学術講演会, オンライン開催, 口頭発表 (9.2021).

8. ○百崎龍成, 坂本盛嗣, 野田浩平, 佐々木友之, 酒井丈也, 服部幸年, 川月喜弘, 小野浩司, ” 偏光回折格子の回折特性の入射角依存性低減に適した二軸異方性の調査”, 第 69 回応用物理学会春季学術講演会, 青山学院大学相模原キャンパス, 口頭発表 (3.2022).

付録

OC 格子の入射角応答解析における 4×4 行列法と FDTD 法の違い

第4章において、二軸光学異方性が OC 格子の入射角依存性に与える影響を調査している。本検討では、Fig. A1 のように、 yz 平面、 xz 平面で定義できる2つの入射角で計算手法を変えている。これは Berreman の 4×4 行列法の適用範囲に理由がある。ここでは、OC 格子の入射角依存性を Berreman の 4×4 行列法と FDTD 法とで同条件で解析し、計算手法の適用範囲について考察する。

FDTD 法 (Finite-difference time-domain method; 時間領域有限差分法) は Maxwell 方程式を時間的、空間的に差分化して数値的に解く

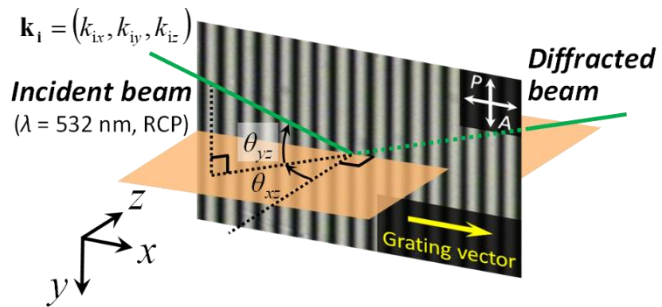


Fig. A1. Beam incident condition on an OCPG. Two patterns can be assumed, one on the yz plane and the other on the xz plane.

ことで電磁波・光波の伝搬問題を厳密に解くことができる[R1]。他方、Berreman の 4×4 行列法は Maxwell 方程式を周波数領域で解く。Jones 計算法などと同様に、入射光の電界ベクトルと波数や媒体の誘電率からなる伝搬行列との線形代数的な手続きにより、出射光や反射光を計算できる[R2]。Berreman の 4×4 行列法では、解析対象の媒体を厚さ方向に層状に細分化して計算する。

OC 格子は、Fig. A2 に示すように、Homogenous 配向の液晶ダイレクタが x 軸に沿って1次元的に分布することで形成される。垂直入射時に関しては、厚さ方向への振じれがないた

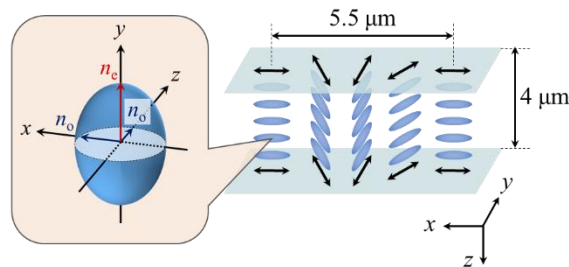


Fig. A2. Schematic illustration of an orthogonal circular polarization grating.

め、Berreman の 4×4 行列法でも問題なく適用できることが明らかである。次に、斜め入射について、 xz 平面、 yz 平面での 2 つの斜め入射パターンで考える。Figure A3 は実際に Berreman の 4×4 行列法と 2 次元、3 次元 FDTD 法で計算した回折効率および偏光楕円率の入射角依存性である。どちらの計算手法においても、厚さ $4 \mu\text{m}$ 、格子周期 $5.5 \mu\text{m}$ の異方性媒体層（常光屈折率 1.685、異常光屈折率 1.747 の一軸異方性媒体）の両サイドに反射防止膜[R3]を設けた。入射光は波長 532 nm の右円偏光（平面波）とした。FDTD 法の解析領域の伝搬方向の両端には一軸 PML を設置し、その他の領域端面には Bloch の周期境界条件を

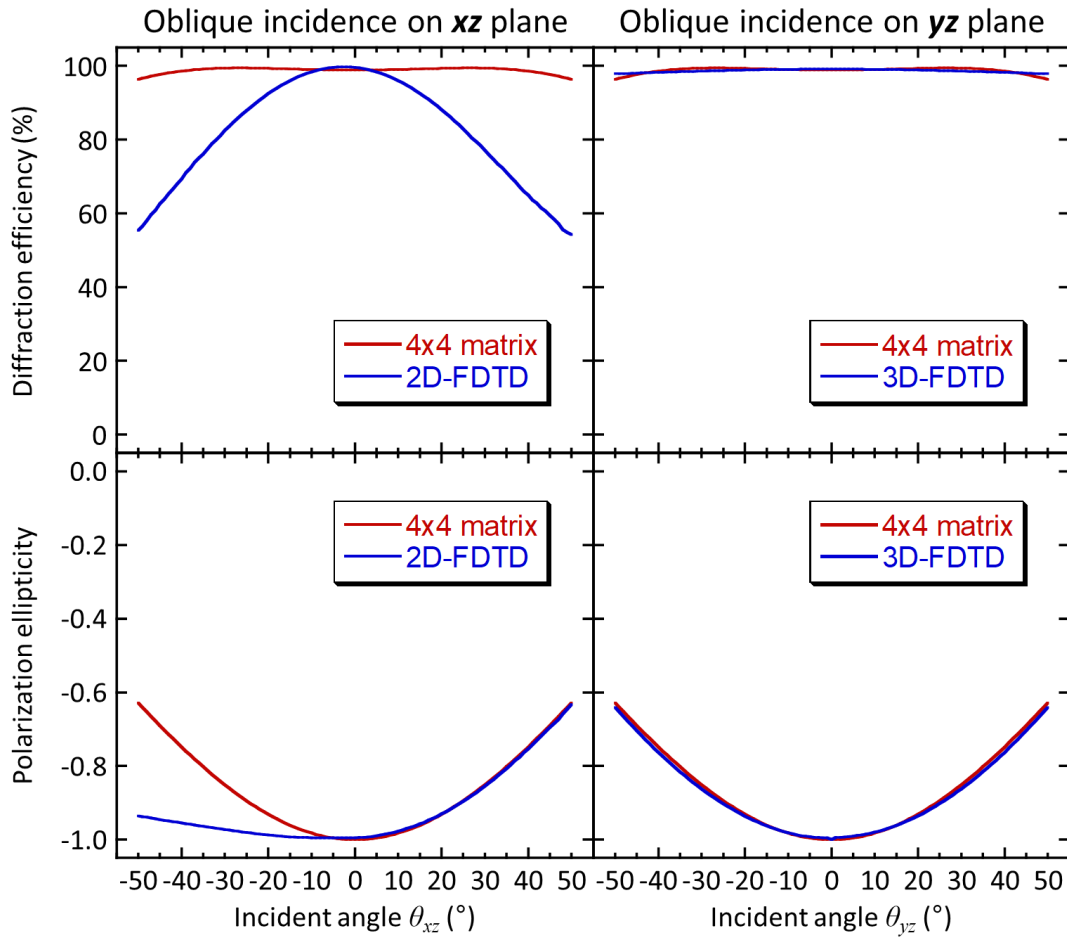


Fig. A3. Incident angle dependence of the diffraction efficiency and the polarization ellipticity of plus-first-order beam diffracted by an orthogonal circular polarization grating with a grating period of $5.5 \mu\text{m}$ and a thickness of $4 \mu\text{m}$ at 532 nm-right-handed circularly polarized beam incidence. The refractive indices of the anisotropic medium layer were set to $n_o = 1.685$ and $n_e = 1.747$.

適用した。Figures A3(a)および A3(b)の結果から、 xz 平面での斜め入射では Berreman の 4×4 行列法と FDTD 法とで大きく乖離する部分が見受けられる。これは Berreman の 4×4 行列法で内部の回折が考慮されていないことに起因する。一方で、 yz 平面での斜め入射では、Figs. A3(c)および A3(d)に示すように計算手法の違いによる計算結果の差異はない。これは、 yz 平面内での斜め入射では方位角が同じ液晶ダイレクタのみを通過しているためで、Snell の法則を伴って光路長が延伸していることと光学異方性の実効値が変わっていること以外は垂直入射時と同様の入射条件となるためである。

このように、あらゆる電磁波・光波問題に適用可能な FDTD 法に対して、Berreman の 4×4 行列法は適用範囲が限定される。Berreman の 4×4 行列法は、光波の伝搬軸上で急激な媒体パラメータの変化がある場合や媒体内での光学現象を考慮しなければならない場合には適用できない。しかしながら、FDTD 法と比較すると、必要とする計算時間や計算機資源が少なく済み、プログラムの実装も簡単であることから、適用できるケースに対しては有用な手法と言える。

参考文献

- [R1] A. Taflove and S. C. Hagness, *Computational electrodynamics the finite-difference time-domain method* (Artech House Inc. 2005).
- [R2] 赤羽正志、「液晶ディスプレイ入門第 4 回 LCD 基礎光学入門」、液晶 4 巻、165 頁、2000 年.
- [R3] W. H. Southwell, “Gradient-index antireflection coatings,” *Opt. Lett.* **8**, 584-586 (1983).

使用材料／使用機器

1. 材料

- a. (一軸異方性) 光架橋性高分子液晶 P6CB : 兵庫県立大学川月研究室にて合成
- b. (二軸異方性) 偏光感受性高分子液晶フィルム : 林テレンプ株式会社からの提供
厚さ 3.5 μm の液晶層を TAC フィルム上へコーティングした 90 μm 厚のフィルム
- c. 低分子液晶 5CB : 東京化成工業製、ロット番号 2U3EE-CL
- d. ガラス基板 : 松浪硝子工業製、品番 S1126、サイズ 76 mm \times 26 mm、厚さ 0.8 ~ 1.0 mm
- e. ジクロロメタン : 東京化成工業製、ロット番号 J5LCA
- f. シリコンオイル : 信越化学工業、KF-69

2. 光源

- a. Helium-Cadmium (He-Cd) レーザ : 金門光波製、型番 IK3501R-G
- b. Helium-Neon (He-Ne) レーザ : メレスグリオ製、型番 05-LHP-925
- c. 360 nm-diode-pumped solid-state (DPSS) レーザ : Changchun New Industries Optoelectronics Tech. Co., Ltd. (CNI) 製、型番 UV-F-360-100mW
- d. 355 nm--diode-pumped solid-state (DPSS) レーザ : Cobolt AB 製、型番 0355-05-01-0020-700
- e. 532 nm-DPSS レーザ : CNI 製、型番 MGL-III-532-50mW

3. 光学素子

- a. 広帯域偏光ビームスプリッタ : シグマ光機製、型番 PBSW-20-350
- b. 1/2 波長板 (波長 633 nm 用) : シグマ光機製、型番 WPQ-6328-2M
- c. 1/4 波長板 (波長 633 nm 用) : シグマ光機製、型番 WPQ-6328-4M
- d. 1/2 波長板 (波長 532 nm 用) : シグマ光機製、型番 WPQ-5320-2M
- e. 1/4 波長板 (波長 532 nm 用) : シグマ光機製、型番 WPQ-5320-4M
- f. 1/2 波長板 (波長 355 nm 用) : シグマ光機製、型番 WPQ-3550-2M
- g. 1/4 波長板 (波長 355 nm 用) : シグマ光機製、型番 WPQ-3550-4M
- h. 二色性シート型偏光子 : シグマ光機製、型番 NSPFU-30C
- i. 二色性シート型偏光子 : シグマ光機製、型番 SPF-30C-32

j. Glan-Taylor プリズム : Thorlabs 製、型番 GT10

k. 平凸レンズ

l. ピンホール

m. Neutral density フィルタ

n. アルミニウムミラー

o. 誘電体多層膜ミラー

4. 測定機器

a. ポラリメータ : Thorlabs 製、型番 PAX5710VIS-T

b. ビームプロファイラ : Coherent 製、型番 LaserCam-HR

c. オプティカルパワーメータ : Thorlabs 製、型番 PM120VA

d. オプティカルパワーメータ : 金門電気製、型番 PM-100

5. その他

a. サーボ回転ステージ : Qioptiq 製、型番 G065117000

b. 自動移動ステージ : シグマ光機製、型番 SGSP20-35

c. 安定化直流電源 : 菊水電子工業製、型番 PMX18-5A

d. 電磁シャッター : Thorlabs 製、型番 SH1/M